

Домашнее задание по теме: «Интегрирование фкп №1»

Найти интегралы

1. $\int_{\ell} e^{|z|^2} \operatorname{Re} z dz$, ℓ – отрезок прямой от точки $z_1 = 0$ до $z_2 = 1 + i$.

Ответ: $0,25(e^2 - 1)(1 + i)$.

2. $\int_{\ell} z \operatorname{Re} z dz$, ℓ – окружность $|z| = 1$, проходимая против часовой стрелки.

Ответ: 0.

3. $\int_1^i z e^z dz$.

Ответ: $(i - 1)e^i = \sqrt{2} \left[-\sin\left(\frac{\pi}{4} + 1\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} - 1\right) \right]$.

4. $\int_{\ell} \cos z dz$, ℓ – отрезок прямой от точки $z_1 = \frac{\pi}{2}$ до $z_2 = \pi + i$.

Ответ: $-(1 + i \operatorname{sh} 1)$.

5. $\int_{\ell} \frac{dz}{\sqrt[4]{z^3}}$, ℓ – верхняя половина окружности $|z| = 1$ от $z_1 = 1$ до $z_2 = -1$.

Для функции $w = \sqrt[4]{z^3}$ берется та ветвь, для которой $\sqrt[4]{1} = 1$.

Ответ: $2\sqrt{2} - 4 + i2\sqrt{2}$.

6. $\int_{\ell} \frac{\cos z dz}{\sqrt{\sin z}}$, ℓ – отрезок прямой от точки $z_1 = -1$ до $z_2 = i$. Для функции

$w = \sqrt{\sin z}$ берется та ветвь, для которой $\sqrt{\sin(-1)} = i\sqrt{\sin 1}$.

Ответ: $\sqrt{2 \operatorname{sh} 1} + i(\sqrt{2 \operatorname{sh} 1} - 2\sqrt{\sin 1})$.

7. $\int_{\ell} \frac{1 + \operatorname{tg} z}{\cos^2 z} dz$, ℓ – отрезок прямой от точки $z_1 = 1$ до $z_2 = i$.

Ответ: $-(\operatorname{tg} 1 + 0,5 \operatorname{tg}^2 1 + 0,5 \operatorname{th}^2 1) + i \operatorname{th} 1$.

8. $\int_{\ell} \operatorname{Re}(\sin z) \cos z dz$, ℓ – отрезок прямой $|\operatorname{Im} z| \leq 1$, $\operatorname{Re} z = \frac{\pi}{4}$, проходимый снизу вверх.

Ответ: $(0,25 \operatorname{sh} 2 + 0,5)i$.