Домашнее задание по теме: «Комплексные числа»

Вычислить:

1) $\dfrac{(1+2i)^2+1}{(2-i)^3-1}$; 2) $\sqrt[4]{\dfrac{1-\sqrt{3}i}{-\sqrt{8}-\sqrt{8}i}}$

3) $\operatorname{tg}\left(1+\dfrac{\pi i}{2}\right)$; 4) $\operatorname{th}\left(1-\dfrac{\pi i}{2}\right)$.

Найти формулы для вычисления

5) $\operatorname{Arc}\sin z$, 6) $\operatorname{Arc}\cos z$;

7) $\operatorname{Arctg} z$, 8) $\operatorname{Arcctg} z$.

Написать в комплексной форме уравнения следующих линий:

9) $x^2-y^2=a^2$; 10) $x^2+y^2+2x=0$.

Используя комплексные числа, получить формулы, выражающие

11) $\sin 6x$ и $\cos 6x$ через $\sin x$ и $\cos x$.

12) $\sin^5 x$ и $\cos^5 x$ через синусы и косинусы кратных углов.

Ответы: 1) $\dfrac{21}{61}-\dfrac{13}{61}i$; 2) $\omega_k=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}(\cos\varphi_k+i\sin\varphi_k)$ $(k=0,1,2,3)$,

$$\varphi_0=-\frac{19\pi}{48},\quad \varphi_1=\frac{5\pi}{48},\quad \varphi_2=\frac{29\pi}{48},\quad \varphi_3=\frac{53\pi}{48};$$

3) $$\frac{\sin 2}{2\left(\operatorname{ch}^2\frac{\pi}{2}\cdot\cos^2 1+\operatorname{sh}^2\frac{\pi}{2}\cdot\sin^2 1\right)}+\frac{\operatorname{sh}\pi}{2\left(\operatorname{ch}^2\frac{\pi}{2}\cdot\cos^2 1+\operatorname{sh}^2\frac{\pi}{2}\cdot\sin^2 1\right)}i=$$

$$=\frac{\sin 2}{2\left(\cos^2 1+\operatorname{sh}^2\frac{\pi}{2}\right)}+\frac{\operatorname{sh}\pi}{2\left(\cos^2 1+\operatorname{sh}^2\frac{\pi}{2}\right)}i;$$

4) $\operatorname{cth}1$; 5) $-i\operatorname{Ln}\left(iz+\sqrt{1-z^2}\right)$; 6) $-i\operatorname{Ln}\left(z+\sqrt{z^2-1}\right)$;

7) $-\dfrac{i}{2}\cdot\operatorname{Ln}\left(\dfrac{1+iz}{1-iz}\right)$ $(z\neq\pm i)$; 8) $-\dfrac{i}{2}\cdot\operatorname{Ln}\left(\dfrac{iz-1}{iz+1}\right)$ $(z\neq\pm i)$;

9) $z^2+\bar{z}^2=2a^2$; 6) $z+\bar{z}+z\cdot\bar{z}=0$;

10) $\cos^6 x-15\cos^4 x\cdot\sin^2 x+15\cos^2 x\cdot\sin^4 x-\sin^6 x$;

11) $6\cos^5 x\cdot\sin x-20\cos^3 x\cdot\sin^3 x+6\cos x\cdot\sin^5 x$;

12) $\dfrac{1}{16}(\cos 5x+5\cos 3x+10\cos x)$; 10) $\dfrac{1}{16}(\sin 5x-5\sin 3x+10\sin x)$.