

Домашнее задание по теме: «Разложение функции в степенной ряд»

Разложить в ряд по степеням $x - x_0$:

1) 2843. $y = \frac{1}{x}, x_0 = 3.$

Ответ. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (x-3)^n}{3^{n+1}}.$

2) 2845. $y = \operatorname{ch} x, x_0 = 0.$

Ответ. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}.$

3) 2849. $y = \cos x \cdot \operatorname{ch} x, x_0 = 0.$

Ответ. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4^n \cdot x^{4n}}{(4n)!}.$

4) 2855. $y = e^{2x}, x_0 = 0.$

Ответ. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n!}.$

5) 2857. $y = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0. \end{cases}, x_0 = 0.$

Ответ. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}.$

6) 2860. $y = \cos^2 x, x_0 = 0.$

Ответ. $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^{2n-1} \cdot x^{2n}}{(2n)!}.$

7) 2866. $y = \sqrt[3]{8-x^3}, x_0 = 0.$

Ответ. $2 - \frac{x^3}{3 \cdot 2^2} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-4) \cdot x^{3n}}{3^n \cdot 2^{3n-1} \cdot n!}.$

8) $y = \ln(x^2 + 1) \ln x + 10, x_0 = 0.$

Ответ. $\ln 10 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \left(1 + \frac{1}{10^n}\right) \cdot \frac{x^n}{n}.$

9) $y = \frac{2}{x^2 + 2x + 5}, x_0 = -1.$

Ответ. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (x+1)^{2n}}{2^{2n+1}}.$

10) $y = \frac{1}{x^2 - x - 2}, x_0 = 0.$

Ответ. $\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left[(-1)^{n+1} - \frac{1}{2^{n+1}} \right] x^n.$

11) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}), x_0 = 0.$

Ответ. $x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (2n-1)!!}{2^n \cdot n! \cdot (2n+1)} \cdot x^{2n+1}.$

12) $y = \ln(1+x+x^2+x^3), x_0 = 0.$