Домашнее задание по теме: «Решение СЛУ методом Крамера и матричным методом»

1. Доказать, что система имеет единственное решение и найти его по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y - 6z + 3t + 1 = 0 \\ 7x - 4y + 2z - 15t + 32 = 0 \\ x - 2y - 4z + 9t - 5 = 0 \\ x - y + 2z - 6t + 8 = 0 \end{cases}$$

Ответ: $x = -3$, $y = 0$, $z = -1/2$, $t = 2/3$. $D = -252$

2. Доказать, что система имеет единственное решение и найти его матричным методом

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

Ответ: $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$

3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Определить, при каких значениях a и b система уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = b \\ 5x - 8y + 9z = 3 \\ 2x + y + az = -1 \end{cases}$$

1) имеет единственное решение;
2) не имеет решений;
3) имеет бесконечно много решений.

Ответ: 1) $a \neq -3$; 2) $a = -3$, $b \neq 1/3$; 3) $a = -3$, $b = 1/3$.

5. Найти обратную матрицу для матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$.