Домашнее задание по теме: «Определители»

- 1) Элементы матрицы равны ± 1 . Доказать, что ее определитель – число четное.

Пользуясь только свойствами, вычислить

$$2) \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & \sin(\alpha + \delta) \\ \sin \beta & \cos \beta & \sin(\beta + \delta) \\ \sin \gamma & \cos \gamma & \sin(\gamma + \delta) \end{vmatrix}; 3) \begin{vmatrix} (a^x + a^{-x})^2 & (a^x - a^{-x})^2 & 1 \\ (b^y + b^{-y})^2 & (b^y - b^{-y})^2 & 1 \\ (c^z + c^{-z})^2 & (c^z - c^{-z})^2 & 1 \end{vmatrix}; 4) \begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix}.$$

5) Вычислить, разложив по элементам третьей строки
$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Ответ: -9

Вычислить, получив предварительно нули в какой-либо строке (столбце):

$$6) \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix} \qquad 7) \begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

Ответ: 17 .

Ответ: -10 .

Вычислить определитель, используя теорему Лапласа

$$8) \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad 9) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 2 & 7 & 3 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 9 & 0 \\ 8 & 1 & 5 & 3 & 7 & 6 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 27 & 0 \\ 9 & 1 & 5 & 4 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

Ответ: 10 .

Ответ: 12 .

10) Вычислить определитель
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

Ответ: $n!$.