

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ПРОВЕРКА СООТВЕТСТВИЯ ВЫБОРКИ НОРМАЛЬНОМУ ЗАКОНУ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель: Научиться применять критерий Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.

Критерий согласия Пирсона (χ^2 -критерий) применяют для проверки гипотезы о соответствии эмпирического распределения предполагаемому теоретическому распределению при большом объеме выборки и больших частотах $n_i \geq 5$ вариант x_i .

В данной лабораторной работе мы будем проверять гипотезу о том, что выборочные данные согласуются с **нормальным распределением** генеральной совокупности.

1. Эмпирическое распределение задано в виде последовательности равноотстоящих вариант и соответствующих им частот.

Пусть по выборочной совокупности объема n получено эмпирическое распределение:

Варианты x_i	x_1	x_2	...	x_i	...	x_k
Эмпирические частоты n_i	n_1	n_2	...	n_i	...	n_k

Алгоритм работы:

1. По имеющейся выборке найти оценки параметров: выборочной средней \bar{x} и исправленного среднего квадратического отклонения S (Лабораторная работа 1).
2. Сформулировать гипотезы:
 H_0 : генеральная совокупность имеет нормальное распределение с параметрами \bar{x} и S , то есть $X \sim N(a, \sigma)$, где $a = \bar{x}$, $\sigma = S$.
 H_1 : генеральная совокупность имеет распределение, отличное от нормального.
3. Выбрать уровень значимости $\alpha = 0,05$.

4. Найти наблюдаемое значение критерия по формуле

$$\chi_{nabl}^2 = \sum_{i=1}^l \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i},$$

где n_i – эмпирические частоты, l – число вариантов, n'_i – теоретические частоты.

Рассмотрим подробнее теоретические частоты n'_i .

$$n'_i = \frac{nh}{S} \varphi(u_i),$$

где n – объем выборки, h – шаг,

$$u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}, \quad \varphi(u_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u_i^2/2}.$$

Для получения числа Пи в Excel используйте функцию **ПИ**, для экспоненты – **EXP**.

Для удобства расчетов необходимо заполнить таблицу

x_i	n_i	$u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$	$\varphi(u_i)$	$n'_i = \frac{nh}{S} \varphi(u_i)$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
...

Сумма элементов последнего столбца является искомым наблюдаемым значением критерия Пирсона.

5. Определить критические значения критерия χ_{kr}^2 с помощью статистической функции **ХИ2.ОБР.ПХ** для уровня значимости α и числа степеней свободы $k = s - r - 1$, где s – количество групп (вариант) выборочной совокупности, r – количество параметров распределения (например, в нормальном распределении $r = 2$).

6. Если $\chi_{nabl}^2 < \chi_{kr}^2$, то нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу, и это значит, что выборочные данные согласуются с нормальным распределением генеральной совокупности.

Задание

По данным первой лабораторной работы проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности. Малочастотные интервалы нужно объединить.

Самостоятельно

Аналогично проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности для случая, когда эмпирическое распределение задано в виде последовательности интервалов и соответствующих им частот.

Замечание:

- 1) пример разобран в учебнике Гмурман В.Е.Руководство по теории вероятностей и математической статистике, с. 255-259.
- 2) Для нахождения значений функции Лапласа $\Phi(x)$ в Excel использовать функцию **НОРМ.СТ.РАСП(x;ИСТИНА)-0,5**.