«Криволинейный интеграл II рода»

1) 3819.

   Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_{(\ell)} yzdx + zxdy + xydz$, где (ℓ) – дуга винтовой линии $x = R\cos t$, $y = R\sin t$, $z = (at)/2\pi$ от точки пересечения этой линии с плоскостью $z = 0$ до точки пересечения ее с плоскостью $z = a$. **Ответ: 0**

2) 3811(3).

   Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_{(\ell)} xydx + (y - x)dy$, где (ℓ) – линия $x = y^2$ от $O(0;0)$ до $A(1;1)$. **Ответ:** $17/30$.

3) Найти работу силы $\overline{\mathbf{F}} = \{y; 2x\}$ по перемещению материальной точки вдоль контура ромба, ограниченного прямыми $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \pm 1$, $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \pm 1$ в положительном направлении. **Ответ: 12.**

4) 3820.

   Найти $\int\limits_{(1;1;1)}^{(4;4;4)} \frac{xdx + ydy + zdz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - x - y + 2z}}$ вдоль прямой. **Ответ:** $3\sqrt{3}$.

5) 3831, 3832.

   Проверить, что интегралы, взятые по замкнутым контурам, равны нулю независимо от вида функций, входящих в подынтегральное выражение:

   а) $\int\limits_{(\ell)} \varphi(x)dx + \psi(y)dy$; б) $\int\limits_{(\ell)} f(x, y)(ydx + xdy)$.

6) 3850, 3859.

   Найти функцию по ее полному дифференциалу:

   а) $du = (2x\cos y - y^2 \sin x)dx + (2y\cos x - x^2 \sin y)dy$;

   б) $du = \frac{dx}{z} - \frac{3dy}{z} + \frac{3y - x + z^3}{z^2}dz$.

   Ответ: а) $u(x, y) = y^2 \cos x + x^2 \cos y + C$, **б)** $u(x, y, z) = \frac{z^2}{2} - \frac{3y}{z} + \frac{x}{z} + C$.

7) 3839, 3844.

   Найти криволинейный интеграл от полного дифференциала (проверить!):

   а) $\int\limits_{(0;0)}^{(2;1)} 2xydx + x^2 dy$; б) $\int\limits_{(7;2;3)}^{(5;3;1)} \frac{xzdy + xydz - yzdx}{(x - yz)^2}$.

   Ответ: а) 4; **б)** $-4{,}5$.