«Двойной интеграл в декартовой системе координат»

1) Найти $\iint\limits_{(\sigma)} (54x^2y^2 + 150x^4y^4)dxdy$, где (σ) – область, ограниченная линиями $x = 1$, $y = x^3$, $y = -\sqrt{x}$. **Ответ:** 11.

2) Найти площадь области (σ), ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 12$, $\sqrt{6}x = y^2$ $(x \geq 0)$. **Ответ:** $3\pi + 2$.

3) Найти массу области (σ), ограниченной линиями

$$x = 0{,}25,\ y = 0,\ y^2 = 16x\ \ (y \geq 0),$$

если плотность распределения массы $\gamma(x, y) = 16x + 4{,}5y^2$.

Ответ: 2.

4) Найти $\iint\limits_{(\sigma)} 2 \cdot |x| dxdy$, где (σ) – трапеция с вершинами $A(-1; 4)$, $B(5; 4)$, $C(4; 1)$, $D(1; 1)$. **Ответ:** 61.

5) 3468

Оценить интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} (x + y + 1)dxdy$, где (σ) – прямоугольник $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2$.

Ответ: $2 \leq \iint\limits_{(\sigma)} (x + y + 1)dxdy \leq 8$.

6) 3466

Оценить интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} (x + y + 10)dxdy$, где (σ) – круг $x^2 + y^2 \leq 4$.

Ответ: $4\pi(10 - 2\sqrt{2}) \leq \iint\limits_{(\sigma)} (x + y + 10)dxdy \leq 4\pi(10 + 2\sqrt{2})$.

7) Изменить порядок интегрирования в выражении

а) $\int\limits_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y)dy + \int\limits_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int\limits_{0}^{2-\sqrt{4-x^2}} f(x, y)dy$

б) $\int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{e}^{e^y} f(x, y)dx + \int\limits_{2}^{4} dy \int\limits_{e^{y/2}}^{e^2} f(x, y)dx$

Ответ: а) $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{4-y^2}}^{-\sqrt{4y-y^2}} f(x, y)dx$; б) $\int\limits_{e}^{e^2} dx \int\limits_{\ln x}^{2\ln x} f(x, y)dy$.