«Приложения определенного интеграла №2»

1) № 2560.

Цепная линия $y = \operatorname{ch} x$ вращается вокруг оси Ox. Получается поверхность, называемая ***катеноидом***. Найдите объем тела, ограниченного катеноидом и плоскостями $x = a$, $x = b$ $(a < b)$.

Ответ: $\dfrac{\pi}{4}\left(\dfrac{e^{2b} - e^{2a}}{2} - \dfrac{e^{-2b} - e^{-2a}}{2} + 2(b-a)\right)$**.**

2) Окружность $(x-a)^2 + y^2 = r^2$ $(0 < a < r)$ вращается вокруг оси Ox. Получается поверхность, называемая ***тором***. Найдите объем тора.

Ответ: $2\pi^2 r^2 a$**.**

3) № 2584.

Найдите объем тела, ограниченного параболоидом $2z = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9}$ и конусом $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = z^2$.

Ответ: 8π**.**

4) Найдите объем тела, получаемого при вращении астроиды $x = a\cos^3 t$, $y = a\sin^3 t$ вокруг оси Ox.

Ответ: $\dfrac{32a^3\pi}{105}$**.**

5) Найдите объем тела, получаемого при вращении лемнискаты $r^2 = 2c^2\cos 2\varphi$ $(c > 0)$ вокруг оси Ox.

Ответ: $c^3\pi\left(\ln\left(1+\sqrt{2}\right) - \dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$**.**