

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

## Тема: исследование устойчивости линейных систем

### 1. Цель работы

Исследование устойчивости линейных систем при помощи критерия устойчивости Михайлова.

### 2. Краткая теория

Устойчивость - это свойство системы возвращаться в исходный или близкий к нему установившийся режим после всякого выхода из него в результате какого-либо воздействия. Для линейных систем определены следующие условия устойчивости:

- линейная система асимптотически устойчива, если все корни характеристического уравнения системы имеют отрицательные вещественные части;

- линейная система неустойчива, если среди корней характеристического уравнения есть хотя бы один корень с положительной вещественной частью;

- линейная система устойчива неасимптотически, если среди корней характеристического уравнения имеется один нулевой или пара мнимых корней, а остальные корни имеют отрицательные вещественные части.

Существуют правила, которые позволяют судить о знаках действительных частей корней без решения самого характеристического уравнения системы. Эти правила называют критериями устойчивости.

### 3. Критерий устойчивости Михайлова

Частотный критерий Михайлова позволяет определить устойчивость системы по частотному годографу (кривой Михайлова), полученному из ее характеристического многочлена

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (1)$$

путем подстановки  $s = j\omega$

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1j\omega + a_0 = U(\omega) + jV(\omega), \quad (2)$$

где  $U(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 - \dots$  - вещественная часть  $D(j\omega)$ ;

$V(\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots$  - мнимая часть  $D(j\omega)$ .

Годограф Михайлова есть кривая, которую описывает конец вектора  $D(j\omega)$  на комплексной  $D(U, V)$  плоскости при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$ . Годограф начинается при  $\omega = 0$  на вещественной оси в точке  $a_0$  и при  $\omega = \infty$  уходит в бесконечность в соответствующем квадранте.

Если характеристическое уравнение  $D(s) = 0$  имеет  $m$  правых и  $n - m$  левых корней, то при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  приращение аргумента вектора  $D(j\omega)$  будет равно

$$\delta \arg D(j\omega) = (n - m) \frac{\pi}{2} - m \frac{\pi}{2} = (n - 2m) \frac{\pi}{2}.$$

Для устойчивости системы  $n$ -го порядка необходимо и достаточно, чтобы при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$  годограф Михайлова начинался на положительной вещественной полуоси и, нигде не обращаясь в нуль, обошел в положительном направлении (против часовой стрелки) последовательно  $n$  квадрантов. Если система находится на границе устойчивости, то годограф Михайлова проходит через начало координат.

### 3. Исходные данные

Вид передаточной функции разомкнутой системы

$$W(s) = \frac{K_p (t_1 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}.$$

Варианты заданий исходных данных приведены в таблице.

Таблица.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$t_{1,c}$	1	2	3	4	5	6	6	5	4	3	2	1
$T_{1,c}$	2	3	4	5	6	7	7	6	5	4	3	2
$T_{2,c}$	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4	3
$T_{3,c}$	4	5	6	7	8	9	9	8	7	6	5	4

#### 4. Порядок выполнения и содержание работы

4.1. Запустить пакет программ MATLAB.

4.2. Запишите знаменатель передаточной функции замкнутой системы с единичной обратной отрицательной связью по виду формулы (2) при  $K_p=1$ .

4.3. Задавать диапазон частоты  $\omega = 0:0.01:10$

4.4. Построить кривую Михайлова и определить устойчивость системы.

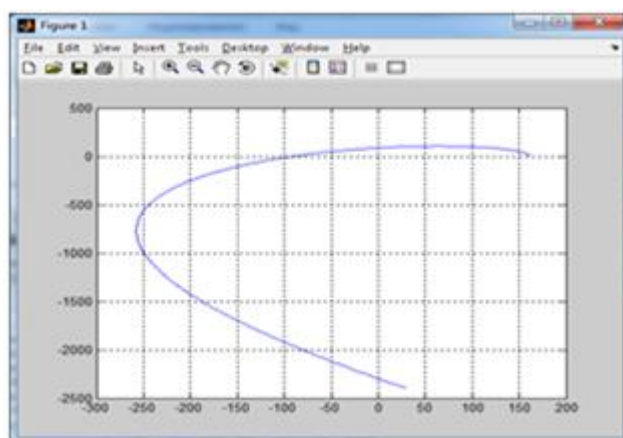
```
>>  $\omega = 0:0.01:100;$ 
```

```
>>  $U = a_0 - a_2 * \omega^2 + a_4 * \omega^4 + \dots;$ 
```

```
>>  $V = a_1 \omega - a_3 \omega^3 + \dots;$ 
```

```
>> plot(U, V);
```

```
>> grid
```



Пример годографа Михайлова

Исходя из вида годографа Михайлова (рис..) нужно определить то, что система устойчива или неустойчива и n-порядок системы.

4.5 Повторить П4.2-П4.4 для  $K_p=5$  и 10.

## **5. Контрольные вопросы**

- 5.1. Что понимается под устойчивостью системы?
- 5.2. Что является определяющим в передаточной функции системы для устойчивости системы?
- 5.3. Для каких систем можно использовать критерии, Михайлова ?

## **6. Требования к отчету**

В отчете должны быть представлены: цель работы, структурная схема системы, исходные данные, результаты аналитического и экспериментального изучения системы, выводы.

## **Литература**

1. Пантелеев А.В, Бортаковский А.С. Теория управления в примерах и задачах. - М.: ВШ, 2003. - 583 с.
2. Малышенко А.М. Математические основы теории систем. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004. - 334 с.
3. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления. Под общ. ред. Е. А. Санковского. Мн., Вышэйш. школа, 1973. – 584 с.
4. Современные системы управления /Р. Дорф, Р. Бишоп. Пер. с англ. Б.И.Копылова. - М.: Лаборатория базовых знаний, 2004. - 832 с.