

ТОЭ – часть 2

практическое занятие 7

Расчет нелинейных
резистивных цепей

Нелинейные резистивные цепи (НРЦ) содержат линейные (ЛРЭ) и нелинейные резистивные элементы (НРЭ). ЛРЭ имеют линейную вольтамперную характеристику $i(u)$ (ВАХ) и постоянное сопротивление R .

НРЭ имеют нелинейную ВАХ $i(u)$, непостоянное сопротивление, не запасают электромагнитную энергию и необратимо преобразуют её в тепло и другие виды энергии, например, в энергию светового излучения.

Расчет НРЦ ведется графоаналитическими методами на основе законов Кирхгофа с использованием ВАХ НРЭ $i(u)$.

Метод эквивалентного генератора применяется для НРЦ с одним НРЭ.

Сложение ВАХ применяется для упрощения схем: несколько НРЭ заменяется одним НРЭ с эквивалентной ВАХ.

При этом на основании законов Кирхгофа ВАХ $i(u)$ последовательно соединенных НРЭ складываются вдоль оси напряжения u , а ВАХ параллельно соединенных НРЭ складываются вдоль оси тока i .

Задача 1

Дано:

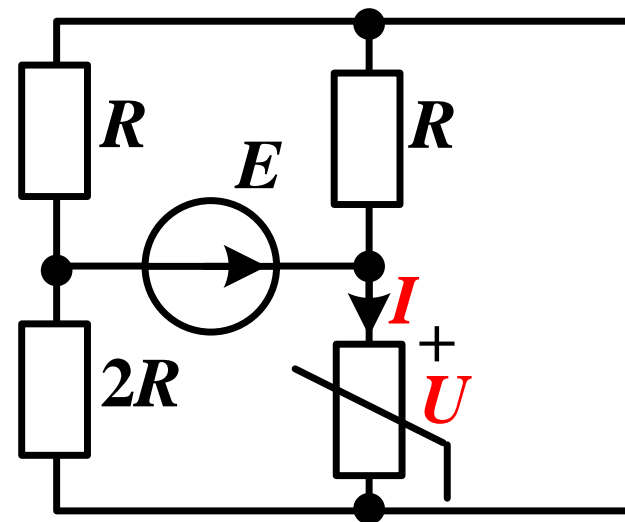
$$E=133,33 \text{ (В)}; R=100 \text{ (Ом)};$$

$$U=aI^2=40I^2 \text{ (В)} - \text{ВАХ НРЭ (} I>0 \text{)}.$$

Определить:

$$I=? U=? \text{ НРЭ}$$

Резистивная цепь с одним
НРЭ – используем метод
эквивалентного генератора.



1. Находим ЭДС генератора $E_{\Gamma}=U_{xx}$:

По методу контурных токов:

$$2RI_{11}+RI_{22}=E,$$

$$RI_{11}+3RI_{22}=E.$$

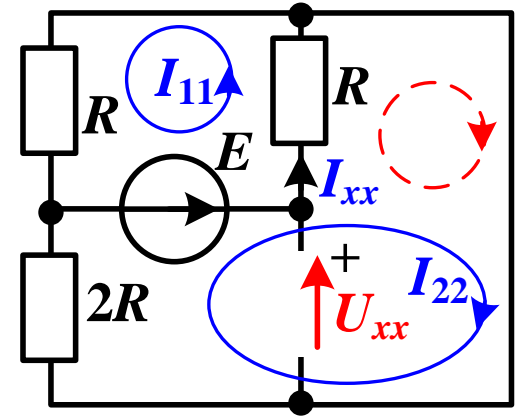
Тогда

$$I_{11}=2E/5R; I_{22}=E/5R;$$

$$I_{xx}=I_{11}+I_{22}=3E/5R.$$

По 2-му закону Кирхгофа:

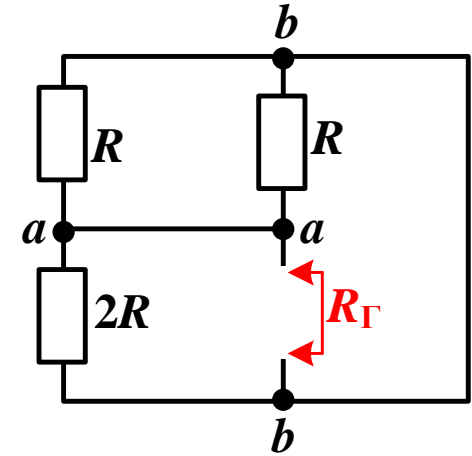
$$E_{\Gamma}=U_{xx}=RI_{xx}=3E/5=80 \text{ (В)}.$$



2. Находим сопротивление генератора R_{Γ} :

ЭДС закорачиваем, ветви с источниками тока разрываем.

Все сопротивления параллельны,
т.к. они включены между
2-мя узлами a и b :



$$R_{\Gamma} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = 40 \text{ (Ом)}.$$

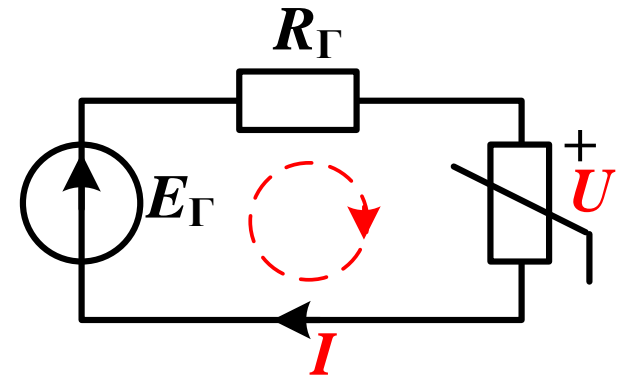
3. Находим ток I и напряжение U НРЭ:

По 2-му закону Кирхгофа:

$$E_{\Gamma} = R_{\Gamma}I + U = R_{\Gamma}I + aI^2,$$

тогда

$$I^2 + (R_{\Gamma}/a)I - E_{\Gamma}/a = 0.$$



В результате при $U = aI^2 = 40I^2$ (В):

$$I = -\frac{1}{2} \left(\frac{R_{\Gamma}}{a} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{R_{\Gamma}}{a} \right)^2 + \frac{E_{\Gamma}}{a}} = -0,5 \pm 1,5 = 1; -2 \text{ (А)}.$$

Ток I направлен по постоянной ЭДС E_{Γ} , поэтому $I > 0$:

Ответ: $I = 1$ (А); $U = aI^2 = 40$ (В).

Задача 2

Дано:

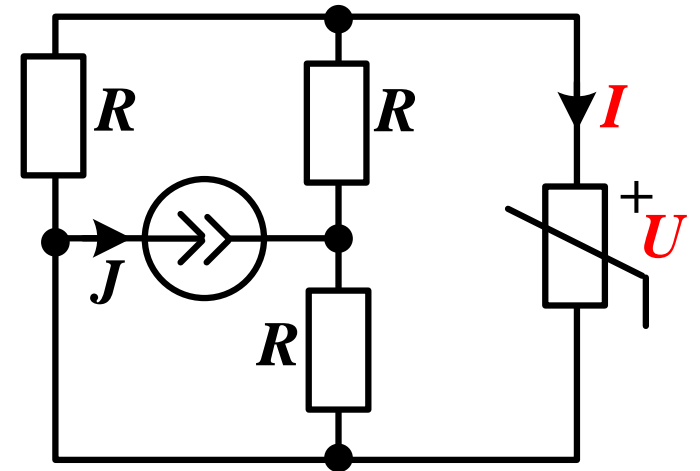
$$J=2 \text{ (А)}; R=150 \text{ (Ом)};$$

$$I=bU^2=2\cdot 10^{-4}U^2 \text{ (А)} - \text{ВАХ НРЭ (} U>0 \text{)}.$$

Определить:

$$I=? \quad U=? \quad \text{НРЭ}$$

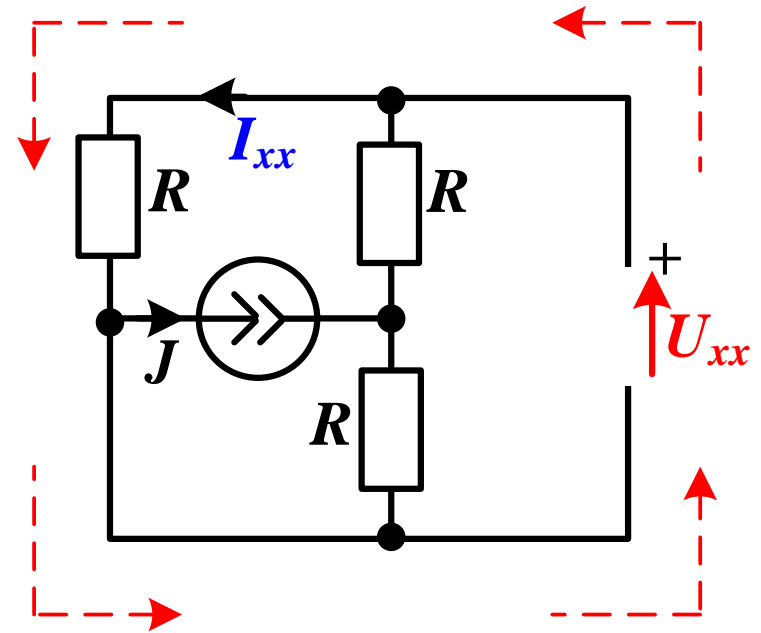
Резистивная цепь с одним
НРЭ – используем метод
эквивалентного генератора.



1. Находим ЭДС генератора $E_{\Gamma}=U_{xx}$:

По правилу разброса:

$$I_{xx}=JR/(2R+R)=J/3.$$



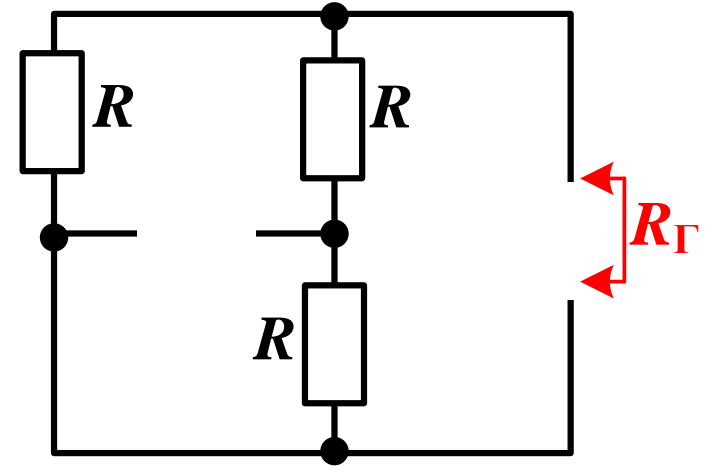
По 2-му закону Кирхгофа для внешнего контура:

$$E_{\Gamma}=U_{xx}=RI_{xx}=RJ/3=100 \text{ (В)}.$$

2. Находим сопротивление генератора R_{Γ} :

ЭДС закорачиваем, ветви с источниками тока разрываем.

2-е ветви параллельны:



$$R_{\Gamma} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = 100 \text{ (Ом)}.$$

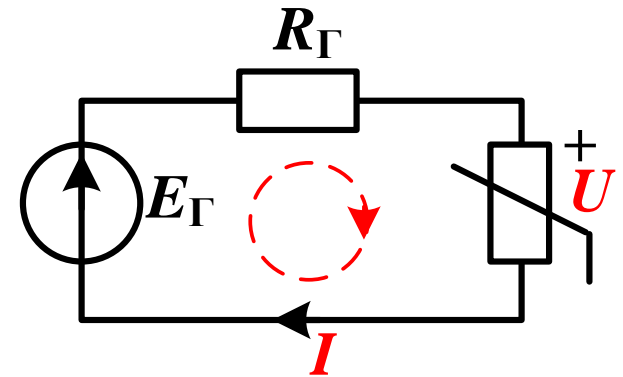
3. Находим напряжение U и ток I НРЭ:

По 2-му закону Кирхгофа:

$$E_{\Gamma} = R_{\Gamma} I + U = R_{\Gamma} b U^2 + U,$$

тогда

$$U^2 + (1/bR_{\Gamma})U - E_{\Gamma}/bR_{\Gamma} = 0.$$



В результате при $I = bU^2 = 2 \cdot 10^{-4} U^2$ (A):

$$U = -\frac{1}{2bR_{\Gamma}} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2bR_{\Gamma}}\right)^2 + \frac{E_{\Gamma}}{bR_{\Gamma}}} = -25 \pm 75 = 50; -100 \text{ (В)}.$$

Ток $I > 0$ направлен по постоянной ЭДС E_{Γ} ,
поэтому и $U > 0$:

Ответ: $U = 50$ (В); $I = bU^2 = 0,5$ (А).

Задача 3

Дано:

$$E=300 \text{ (В)}; R=100 \text{ (Ом)};$$

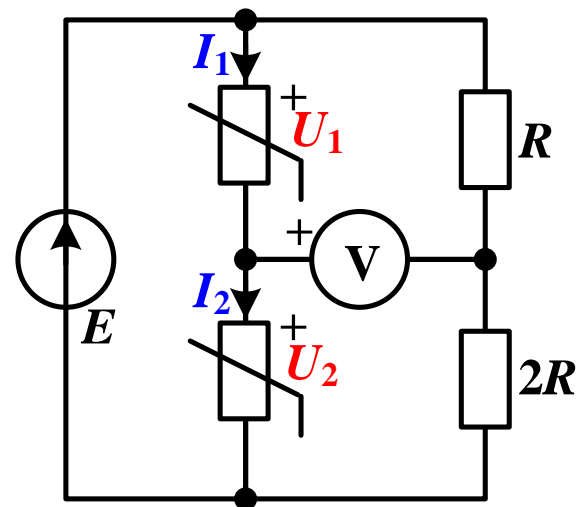
$$U_1=a_1I_1^2=100I_1^2 \text{ (В)} - \text{ВАХ НРЭ } (I_1>0);$$

$$U_2=a_2I_2^2=200I_2^2 \text{ (В)} - \text{ВАХ НРЭ } (I_2>0).$$

Определить:

показание вольтметра $U_V=?$

Резистивная цепь с двумя
НРЭ – используем законы
Кирхгофа.



Решение:

Очевидно: $I_1=I_2$ и $I_{R1}=I_{R2}$,

тогда по 2-му закону Кирхгофа:

а) 1 контур

$$E=U_1+U_2=a_1I_1^2+a_2I_2^2=(a_1+a_2)I_1^2,$$

ИЛИ

$$I_1 = \sqrt{E/(a_1 + a_2)} = \sqrt{300/300} = 1 \text{ (A)}, U_1 = a_1I_1^2 = 100 \text{ (B)};$$

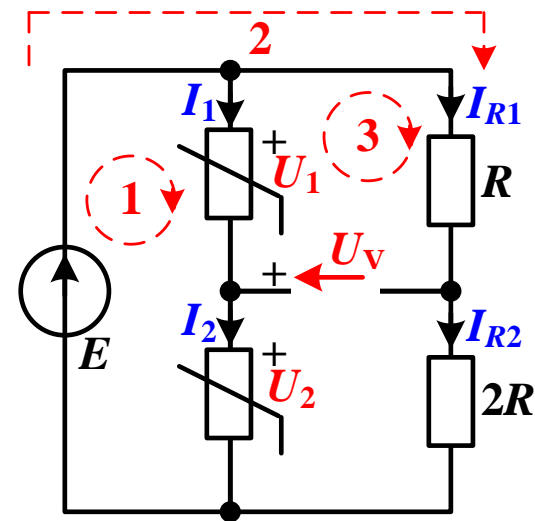
б) 2 контур (внешний)

$$E=RI_{R1}+2RI_{R2}=3RI_{R1},$$

$$\text{ИЛИ } I_{R1}=E/3R=1 \text{ (A)};$$

в) 3 контур

$$U_V = -U_1 + RI_{R1} = -100 + 100 \cdot 1 = 0 \text{ (B)}. \quad \text{Ответ: } U_V = 0 \text{ (B)}.$$



Задача 4

Дано:

$$J=5 \text{ (А)}; R=100 \text{ (Ом)};$$

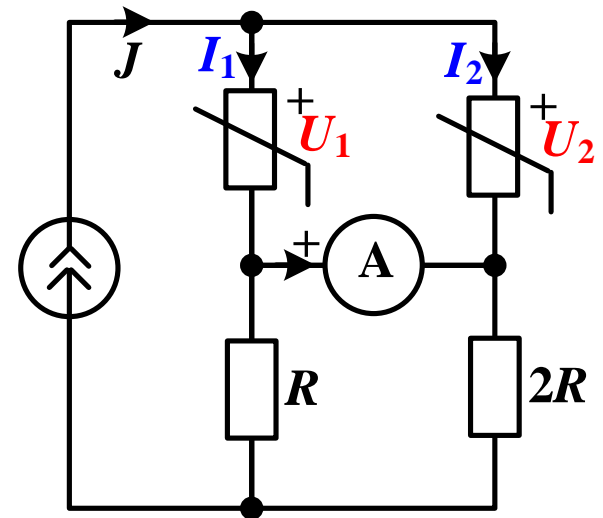
$$I_1=b_1U_1^2=10^{-4}U_1^2 \text{ (А)} - \text{ВАХ НРЭ } (U_1>0);$$

$$I_2=b_2U_2^2=4\cdot 10^{-4}U_2^2 \text{ (А)} - \text{ВАХ НРЭ } (U_2>0).$$

Определить:

показание амперметра $I_A=?$

Резистивная цепь с двумя
НРЭ – используем законы
Кирхгофа.



Решение:

Очевидно: $U_1=U_2$,

тогда по 1-му закону Кирхгофа:

а) узел a

$$J=I_1+I_2=b_1U_1^2+b_2U_2^2=(b_1+b_2)U_1^2,$$

ИЛИ

$$U_1 = \sqrt{J/(b_1 + b_2)} = \sqrt{5/5 \cdot 10^{-4}} = 100 \text{ (В)}, I_1 = b_1U_1^2 = 1 \text{ (А)};$$

б) узел b (правило разброса)

$$I_R=J \cdot 2R/(R+2R)=3,33 \text{ (А)};$$

в) узел c

$$I_A=I_1 - I_R= 1 - 3,33= -2,33 \text{ (А)}. \quad \text{Ответ: } I_A= -2,33 \text{ (А)}.$$

