

ТОЭ – часть 2

практическое занятие 2

Классический метод расчета
переходных процессов в цепях
первого порядка

Линейная цепь **1-го порядка** содержит после коммутации **одну** индуктивность L или **одну** емкость C и характеризуется **линейными дифференциальными уравнениями 1-го порядка с постоянными коэффициентами** a_1 и a_0 :

$$a_1 \frac{df(t)}{dt} + a_0 f(t) = F(t)$$

Где:

a_1, a_0 — коэффициенты, определяемые параметрами (R, L, C) и структурой цепи после коммутации;

$f(t) = f_{св}(t) + f_{пр}(t)$ — ток или напряжение переходного процесса, равные сумме свободной (общее решение) и принужденной (частное решение) составляющих;

$F(t)$ — функция, определяемая (независимыми) источниками цепи после коммутации;

$p = -a_0/a_1$ — корень характеристического уравнения.

Задача 1

Дано:

$$E=300 \text{ (В)};$$

$$C=200 \text{ (мкФ)}; R=100 \text{ (Ом)}.$$

Определить:

$$i(t)=? \quad u_C(t)=?$$

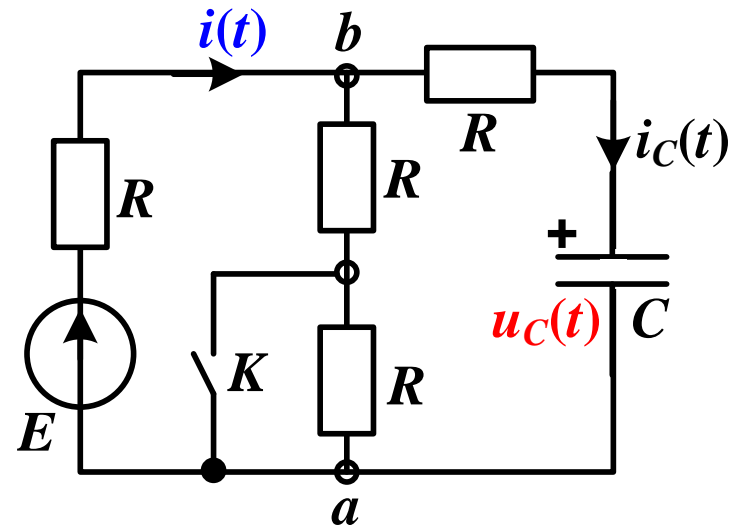
Ключ K замыкается:

а) **до** коммутации

ключ **разомкнут**;

б) **после** коммутации

ключ **замкнут**.



1. Находим ННУ (схема до коммутации):

При постоянных источниках L – коротка, C – разрыв.

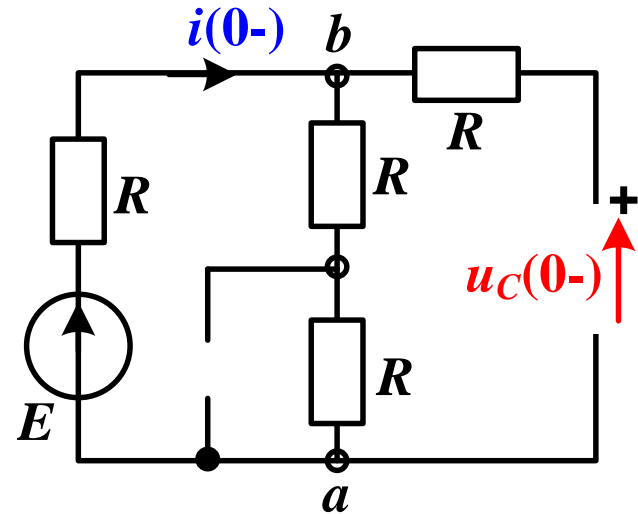
По закону Ома:

$$i(0^-) = E/3R = 1 \text{ (A)};$$

$$u_C(0^-) = 2Ri(0^-) = 200 \text{ (В)}.$$

В результате ННУ:

$$u_C(0^-) = 200 \text{ (В)}.$$



2. Находим ЗНУ (схема после коммутации):

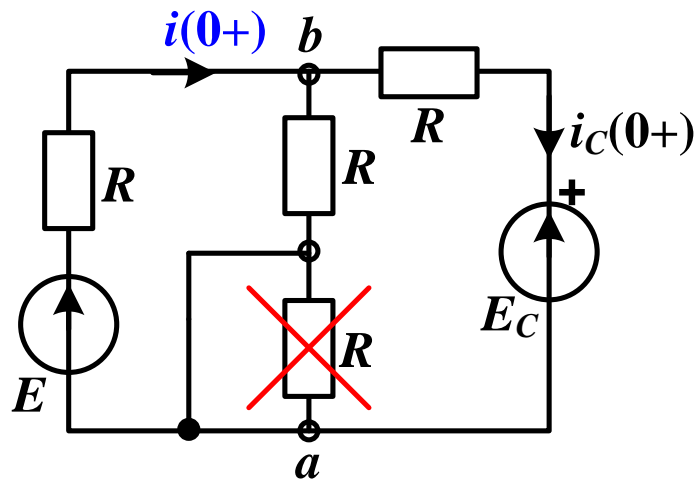
$$E_C = u_C(0^-) = u_C(0^+) = 200 \text{ (В)}.$$

По методу узловых

потенциалов: $\varphi_a = 0 \text{ (В)}$,

$$\varphi_b(3/R) = E/R + E_C/R,$$

тогда $\varphi_b = 166,67 \text{ (В)}$.



В результате ЗНУ:

$$i(0^+) = (\varphi_a - \varphi_b + E)/R = 1,33 \text{ (А)};$$

$$i_C(0^+) = (\varphi_b - \varphi_a - E_C)/R = -0,33 \text{ (А)}.$$

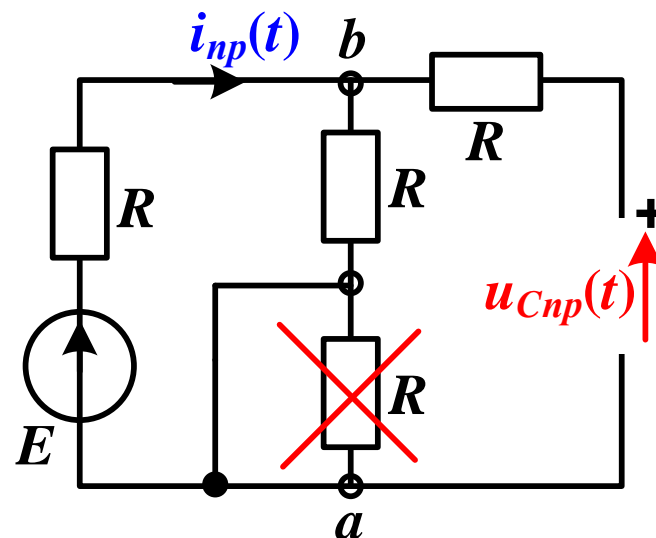
3. Находим ПС (схема после коммутации при $t=\infty$):

При постоянных источниках L – коротка, C – разрыв.

По закону Ома:

$$i_{np}(t) = E/2R = 1,5 \text{ (A)};$$

$$u_{Cnp}(t) = Ri_{np}(t) = 150 \text{ (В)}.$$



4. Находим **корень** характеристического уравнения (схема **после** коммутации): $p=?$

ЭДС E – **закоротка**, емкостный элемент $C \Rightarrow 1/pC$.

Сопротивление:

$$Z(p) = 1/pC + R + RR/(R+R) = 0,$$

тогда

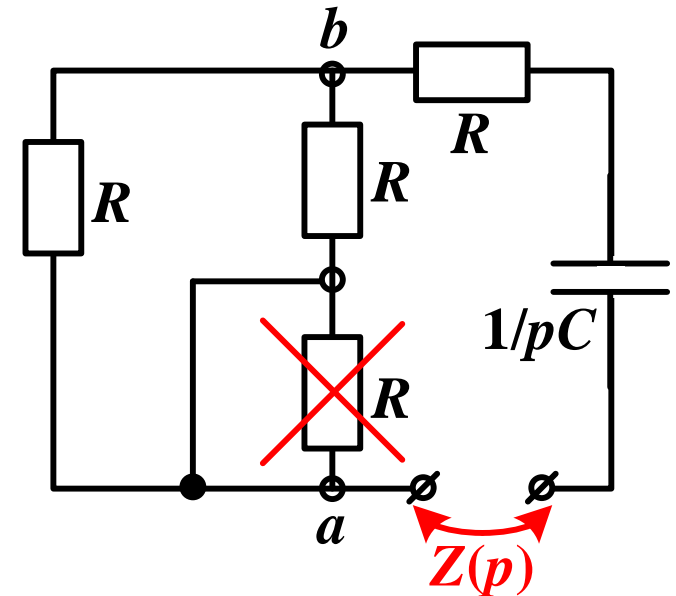
$$p = -2/3RC = -33,33 \text{ (1/c)}.$$

Постоянная времени:

$$\tau = 1/|p| = 0,03 \text{ (с)},$$

длительность переходного процесса

$$t_{\Pi} = 5\tau = 0,15 \text{ (с)}.$$



5. Находим **постоянные** интегрирования:

$$A = i(0+) - i_{np}(0) = 1,33 - 1,5 = -0,17 \text{ (A)};$$

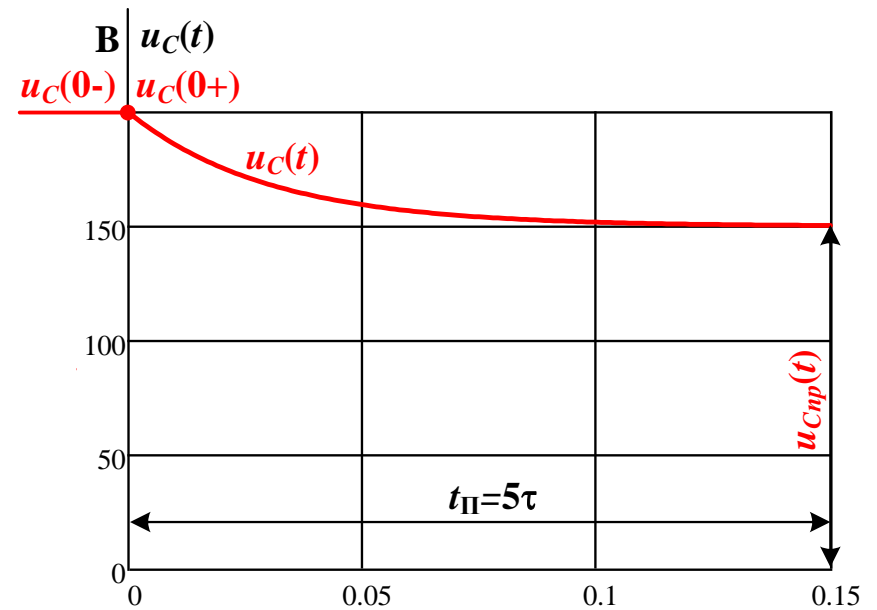
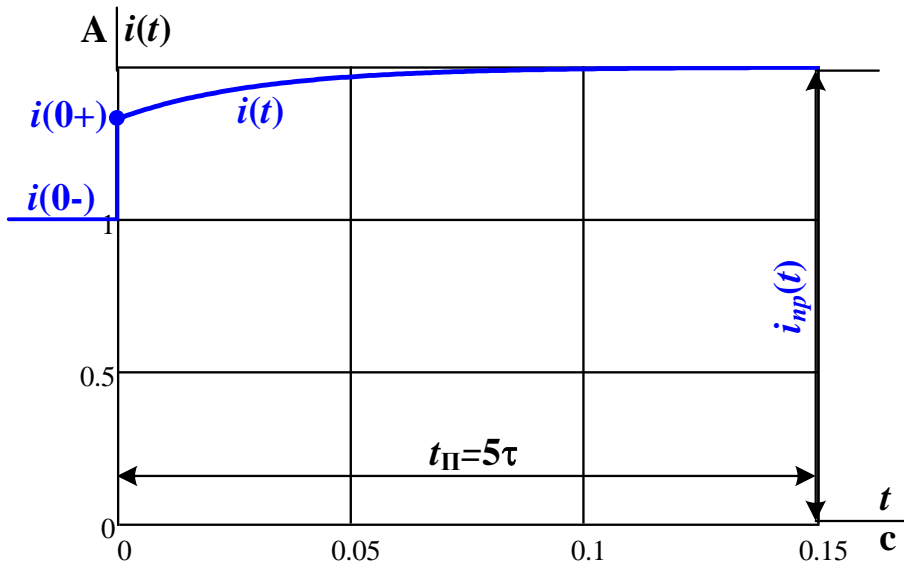
$$B = u_C(0+) - u_{Cnp}(0) = 200 - 150 = 50 \text{ (В)}.$$

6. Окончательный **результат**:

$$i(t) = i_{np}(t) + Ae^{pt} = 1,5 - 0,17e^{-33,33t} \text{ (A)};$$

$$u_C(t) = u_{Cnp}(t) + Be^{pt} = 150 + 50e^{-33,33t} \text{ (В)}.$$

7. Графики зависимостей:



Задача 2

Дано:

$$J=3 \text{ (А)};$$

$$L=1 \text{ (Гн)}; R=100 \text{ (Ом)}.$$

Определить:

$$i_L(t)=? \quad u(t)=?$$

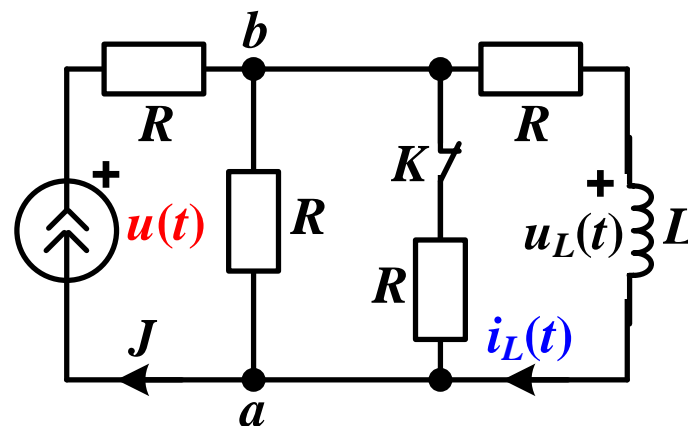
Ключ K **размыкается**:

а) **до** коммутации

ключ **замкнут**;

б) **после** коммутации

ключ **разомкнут**.



1. Находим ННУ (схема до коммутации):

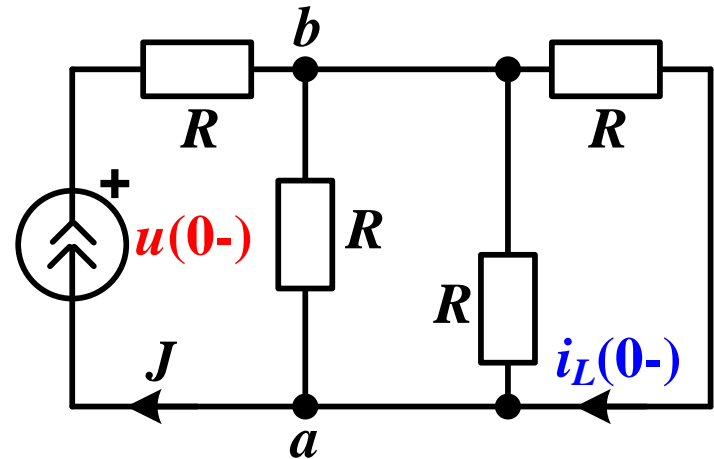
При постоянных источниках L – коротка, C – разрыв.

По закону Ома:

$$u(0^-) = (R + R/3)J = 400 \text{ (В)}.$$

В результате ННУ:

$$i_L(0^-) = J/3 = 1 \text{ (А)}.$$



2. Находим ЗНУ (схема после коммутации):

$$J_L = i_L(0^-) = i_L(0^+) = 1 \text{ (A)}.$$

По законам Кирхгофа:

узел b

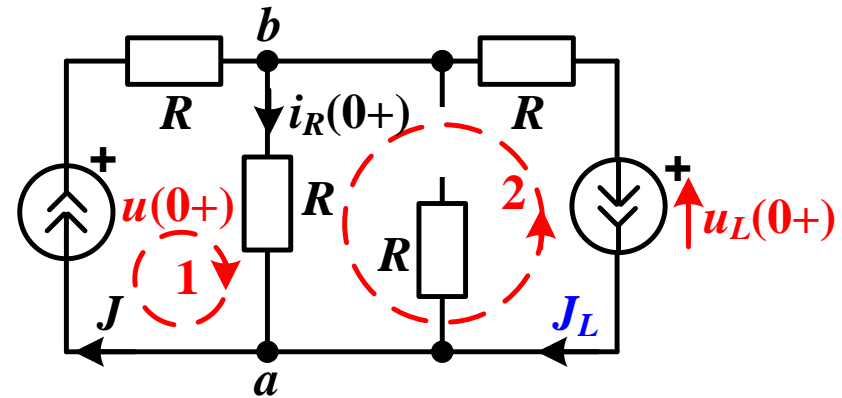
$$i_R(0^+) = J - J_L = 2 \text{ (A)},$$

1 контур

$$u(0^+) = RJ + Ri_R(0^+) = 500 \text{ (B)},$$

2 контур

$$u_L(0^+) = -RJ_L + Ri_R(0^+) = 100 \text{ (B)}.$$



3. Находим ПС (схема после коммутации при $t=\infty$):

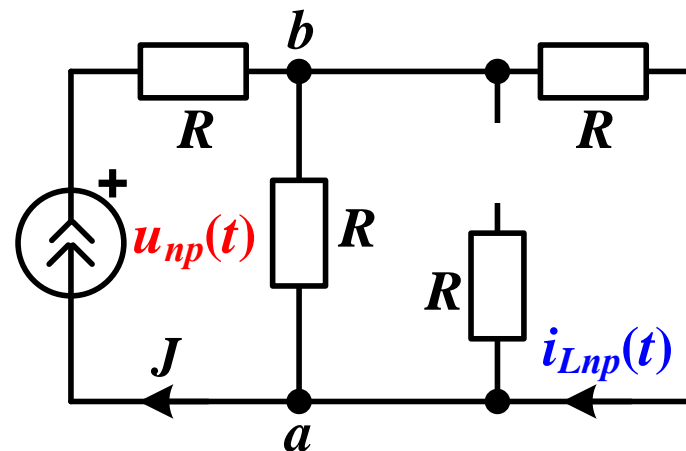
При постоянных источниках L – коротка, C – разрыв.

По закону Ома:

$$u_{np}(t) = (R + R/2)J = 450 \text{ (В)};$$

причем

$$i_{Lnp}(t) = J/2 = 1,5 \text{ (А)}.$$



4. Находим **корень** характеристического уравнения (схема **после** коммутации): $p=?$

Источник J – **разрыв**, индуктивный элемент $L \Rightarrow pL$.

Сопротивление:

$$Z(p) = pL + R + R = 0,$$

тогда

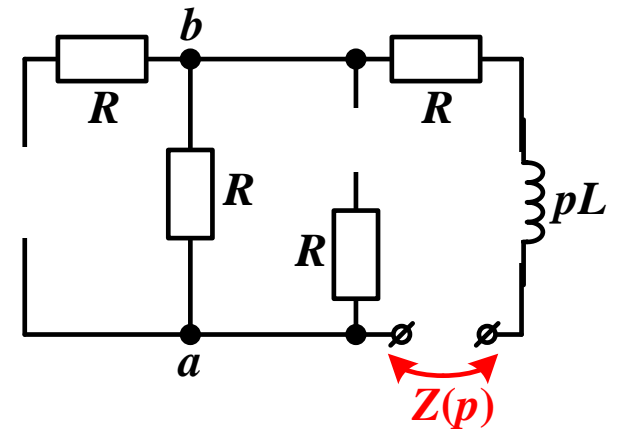
$$p = -2R/L = -200 \text{ (1/с)}.$$

Постоянная времени:

$$\tau = 1/|p| = 0,005 \text{ (с)},$$

длительность переходного процесса

$$t_{\Pi} = 5\tau = 0,025 \text{ (с)}.$$



5. Находим **постоянные** интегрирования:

$$A = i_L(0+) - i_{Lnp}(0) = 1 - 1,5 = -0,5 \text{ (A)};$$

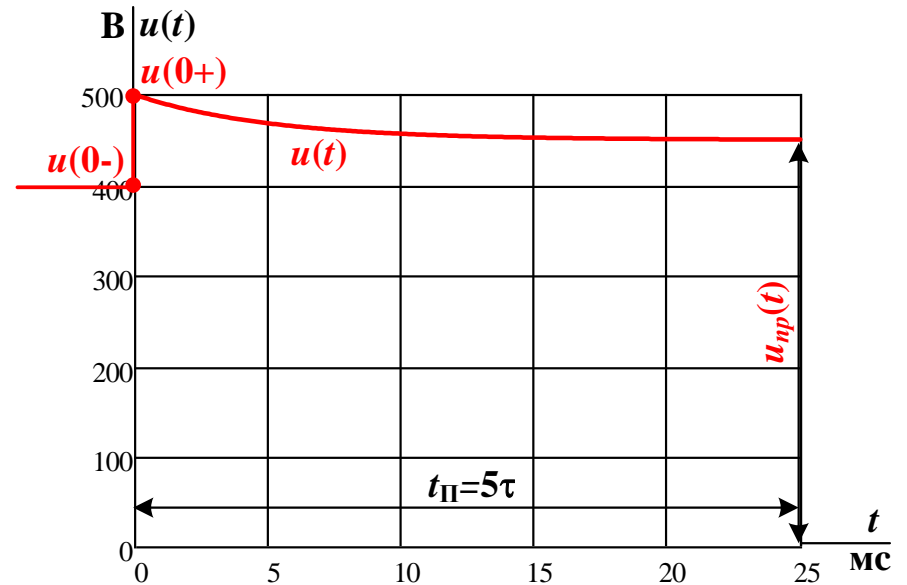
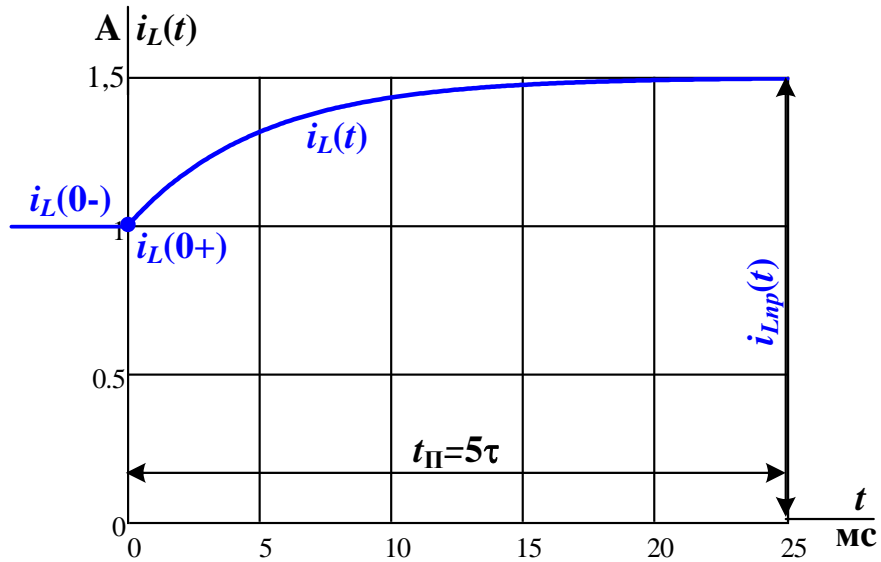
$$B = u(0+) - u_{np}(0) = 500 - 450 = 50 \text{ (В)}.$$

6. Окончательный **результат**:

$$i_L(t) = i_{Lnp}(t) + A e^{pt} = 1,5 - 0,5 e^{-200t} \text{ (A)};$$

$$u(t) = u_{np}(t) + B e^{pt} = 450 + 50 e^{-200t} \text{ (В)}.$$

7. Графики зависимостей:



Задача 3

Дано:

$$J(t) = 2,828 \sin(100t + 90^\circ) \text{ (A)};$$

$$L = 1 \text{ (Гн)}; R = 100 \text{ (Ом)}.$$

Определить:

$$i_L(t) = ? \quad u(t) = ?$$

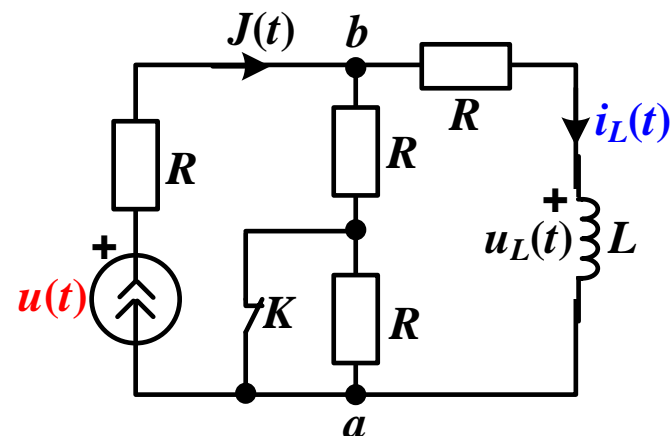
Ключ K **размыкается**:

а) **до** коммутации

ключ **замкнут**;

б) **после** коммутации

ключ **разомкнут**.



1. Находим ННУ (схема до коммутации):

При гармонических источниках символический метод:

$$\underline{J}_m = 2,828e^{j90^\circ} \text{ (A)}; X_L = \omega L = 100 \cdot 1 = 100 \text{ (Ом)}; R = 100 \text{ (Ом)}.$$

По закону Ома и по правилу разброса:

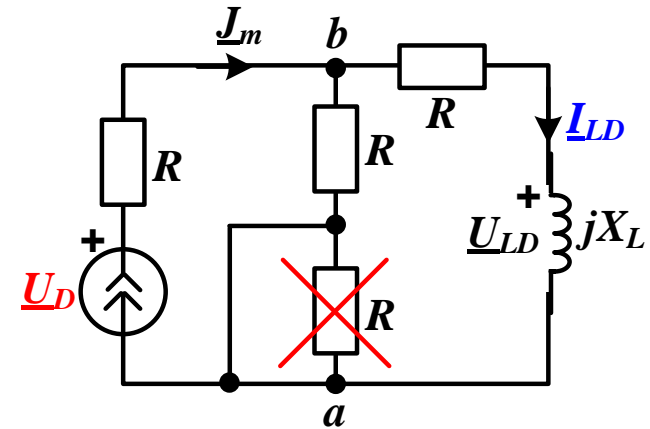
$$\underline{U}_D = \underline{J}_m [R + R(R + jX_L) / (2R + jX_L)] = 456e^{j97^\circ} \text{ (В)},$$

$$\underline{I}_{LD} = \underline{J}_m R / (2R + jX_L) = 1,26e^{j63^\circ} \text{ (A)}.$$

Тогда $i_{LD}(t) = 1,26 \sin(100t + 63^\circ)$ А,

$$u_D(t) = 456 \sin(100t + 97^\circ) \text{ В},$$

причем $u(0^-) = u_D(0) = 456 \sin(97^\circ) = 452,7$ (В).



В результате ННУ:

$$i_L(0^-) = i_{LD}(0) = 1,26 \sin(63^\circ) = 1,12 \text{ (A)}.$$

2. Находим ЗНУ (схема после коммутации):

$$J_L = i_L(0^-) = i_L(0^+) = 1,12 \text{ (A)}; J(0) = 2,828 \sin(90^\circ) = 2,828 \text{ (A)}.$$

По законам Кирхгофа:

узел b

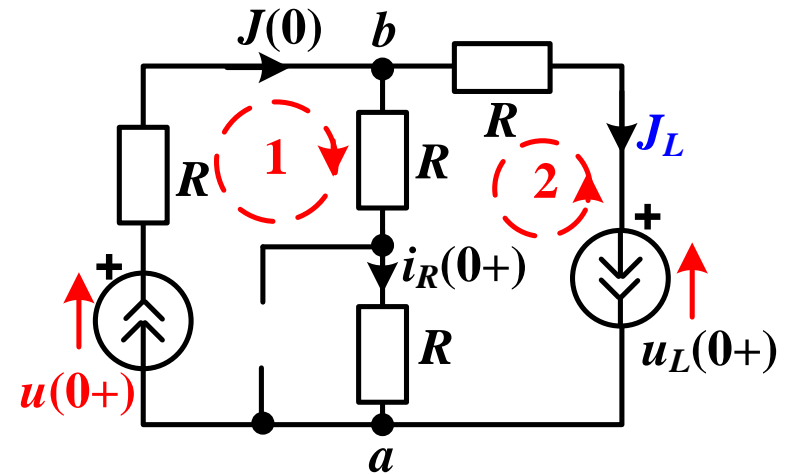
$$i_R(0^+) = J(0) - J_L = 1,71 \text{ (A)},$$

1 контур

$$u(0^+) = RJ(0) + 2Ri_R(0^+) = 624 \text{ (В)},$$

2 контур

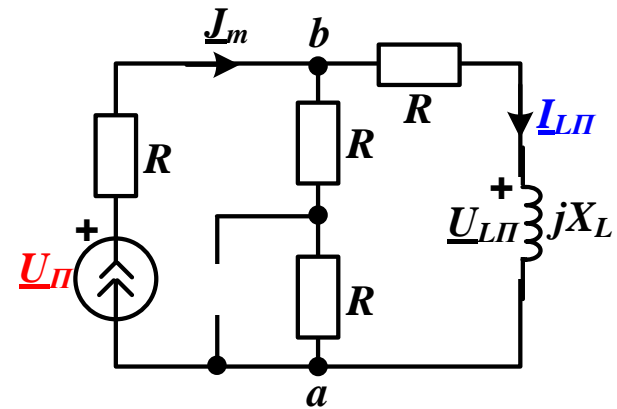
$$u_L(0^+) = -RJ_L + 2Ri_R(0^+) = 230 \text{ (В)}.$$



3. Находим ПС (схема после коммутации при $t=\infty$):

При гармонических источниках символический метод:

$$\underline{I}_m = 2,828e^{j90^\circ} \text{ (А)}; X_L = 100 \text{ (Ом)}; R = 100 \text{ (Ом)}.$$



По закону Ома и по правилу разброса:

$$\underline{U}_{ЛП} = \underline{I}_m [R + 2R(R + jX_L) / (3R + jX_L)] = 521,5e^{j102,5^\circ} \text{ (В)},$$

$$\underline{I}_{ЛП} = \underline{I}_m 2R / (3R + jX_L) = 1,79e^{j71,6^\circ} \text{ (А)}.$$

В результате принужденные составляющие:

$$i_{Lпр}(t) = 1,79 \sin(100t + 71,6^\circ) \text{ А};$$

$$u_{пр}(t) = 521,5 \sin(100t + 102,5^\circ) \text{ В}.$$

4. Находим **корень** характеристического уравнения (схема **после** коммутации): $p=?$

Источник $J(t)$ – **разрыв**, индуктивный элемент $L \Rightarrow pL$.

Сопротивление:

$$Z(p) = pL + R + R + R = 0,$$

тогда

$$p = -3R/L = -300 \text{ (1/с)}.$$

Постоянная времени:

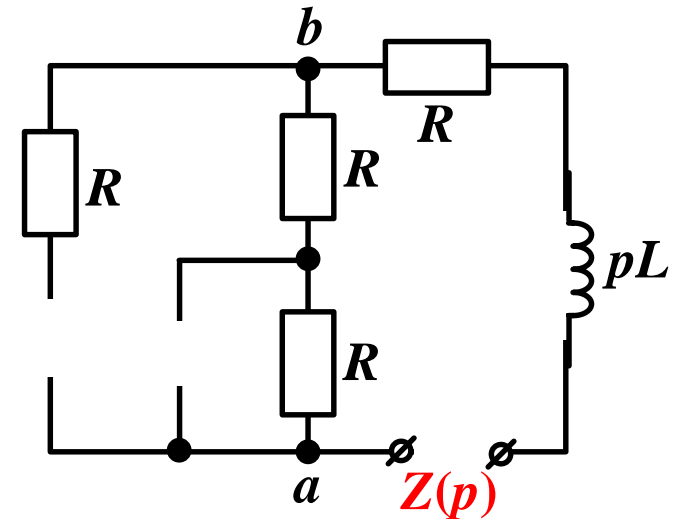
$$\tau = 1/|p| = 0,00333 \text{ (с)},$$

длительность переходного процесса

$$t_{\Pi} = 5\tau = 0,0167 \text{ (с)},$$

период принужденных составляющих

$$T = 2\pi/\omega = 6,28/100 = 0,0628 \text{ (с)}.$$



5. Находим **постоянные** интегрирования:

$$A = i_L(0+) - i_{Lnp}(0) = 1,12 - 1,79 \sin(71,6^\circ) = -0,578 \text{ (A)};$$

$$B = u(0+) - u_{np}(0) = 624 - 521,5 \sin(102,5^\circ) = 114,8 \text{ (B)}.$$

6. Окончательный **результат**:

$$i_L(t) = i_{Lnp}(t) + A e^{pt} = 1,79 \sin(100t + 71,6^\circ) - 0,578 e^{-300t} \text{ (A)};$$

$$u(t) = u_{np}(t) + B e^{pt} = 521,5 \sin(100t + 102,5^\circ) + 114,8 e^{-300t} \text{ (B)}.$$

7. Графики зависимостей при $0 < t < t_{II}$:

