

ТОЭ – часть 1

практическое занятие 6

**Символический метод. Законы
Ома и Кирхгофа в комплексной
форме. Баланс мощностей.**

Символический метод
применяется для расчета линейных
цепей с **синусоидальными** токами
и напряжениями.
Этот **метод** основан на изображении
синусоидальных величин
комплексными числами.

Задача

Дано:

$$e(t) = 141,4 \sin(314t - 90^\circ), \text{ (В)}$$

$$R_1 = 10 \text{ (Ом)};$$

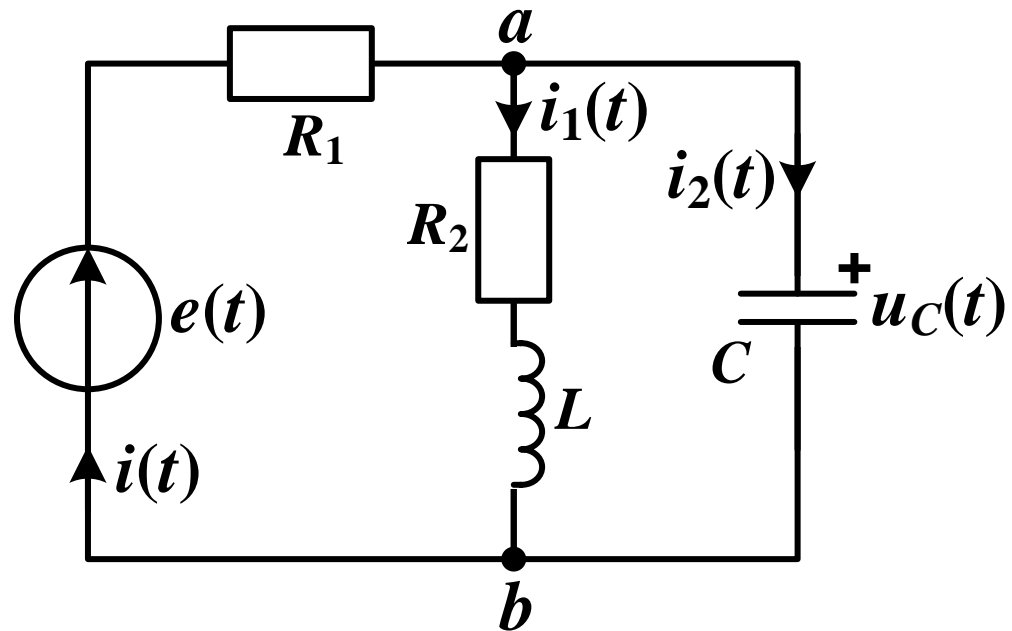
$$R_2 = 20 \text{ (Ом)};$$

$$L = 100 \text{ (мГн)} = 0,1 \text{ (Гн)};$$

$$C = 100 \text{ (мкФ)} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)}.$$

Найти: $i(t) = ?$ $i_1(t) = ?$ $i_2(t) = ?$

$$u_C(t) = ?$$

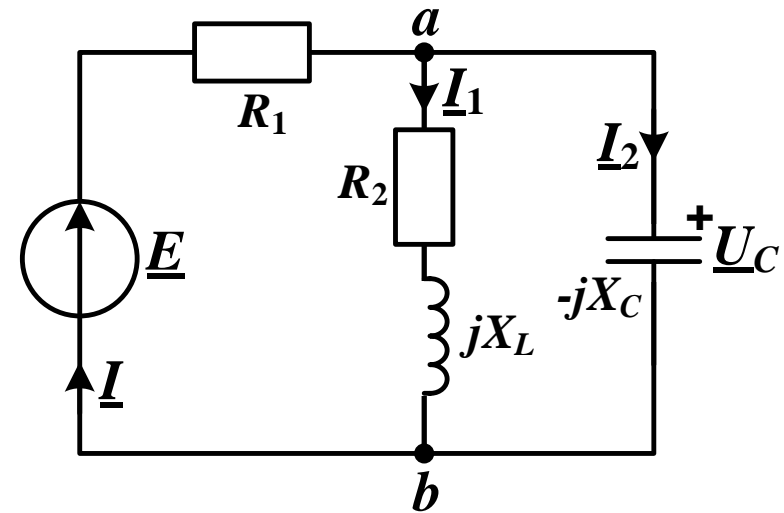


1. Комплексная схема:

а) комплекс действующего значения ЭДС

$$\underline{E} = \dot{E} = \frac{141,4}{\sqrt{2}} e^{-j90^\circ} = 100 e^{-j90^\circ} \text{ (В)}$$

$j = \sqrt{-1}$ - мнимая единица



б) индуктивное сопротивление

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ (Ом)}$$

в) емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} \approx 31,8 \text{ (Ом)}$$

$\underline{I}, \underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{U}_C$

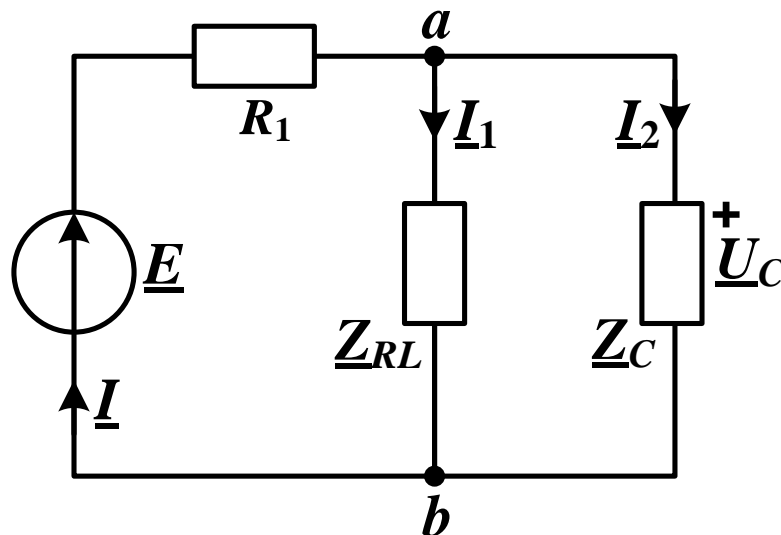
- комплексы действующих значений токов и напряжения

2. Комплексные сопротивления:

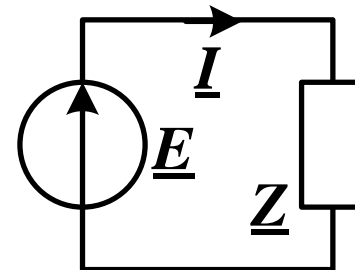
$$\underline{Z}_{RL} = R_2 + jX_L = 20 + j31,4 =$$

$$= \sqrt{20^2 + 31,4^2} e^{j \arctg\left(\frac{31,4}{20}\right)} \approx 37,2 e^{j57,5^\circ} \quad \text{Ом}$$

$$\underline{Z}_C = -jX_C = -j31,8 = 31,8 e^{-j90^\circ} \quad \text{Ом}$$



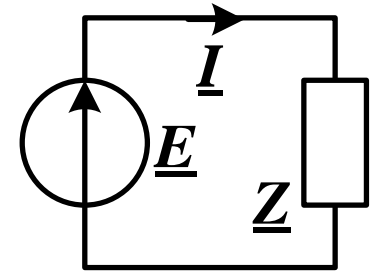
$$\begin{aligned}
\underline{Z} &= R_1 + \frac{\underline{Z}_{RL} \underline{Z}_C}{\underline{Z}_{RL} + \underline{Z}_C} = 10 + \frac{37,2e^{j57,5^\circ} 31,8e^{-j90^\circ}}{20 + j31,4 - j31,8} = \\
&= 10 + \frac{1183e^{-j32,5^\circ}}{20 - j0,4} = 10 + \frac{1183e^{-j32,5^\circ}}{\sqrt{20^2 + 0,4^2} e^{j\arctg\left(\frac{-0,4}{20}\right)}} = \\
&= 10 + \frac{1183e^{-j32,5^\circ}}{20e^{-j1,1^\circ}} = 10 + 59,15e^{-j31,4^\circ} = \\
&= 10 + 59,15 \cos(-31,4^\circ) + j59,15 \sin(-31,4^\circ) = \\
&= 10 + 50,5 - j30,8 = 60,5 - j30,8 = \sqrt{60,5^2 + 30,8^2} e^{j\arctg\left(\frac{-30,8}{60,5}\right)} = \\
&= 67,9e^{-j27^\circ} \text{ Ом}
\end{aligned}$$



3. Комплексы токов и напряжения:

а) закон Ома

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}} = \frac{100e^{-j90^\circ}}{67,9e^{-j27^\circ}} = 1,473e^{-j63^\circ} \text{ (A)}$$



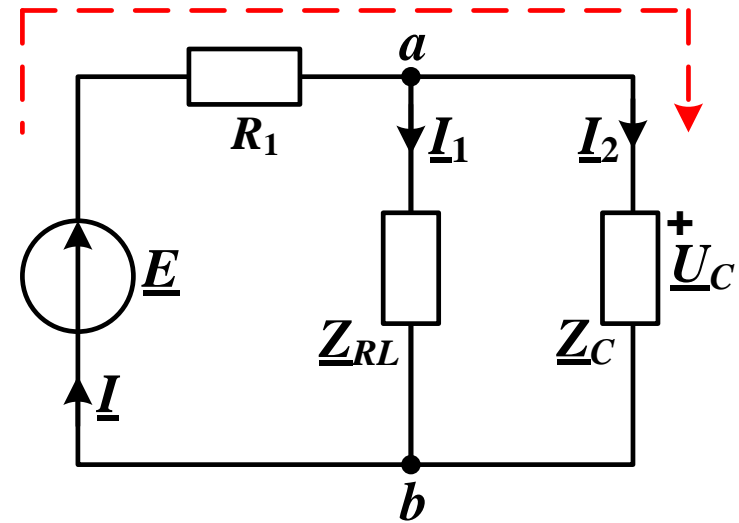
б) второй закон Кирхгофа

$$\underline{E} = R_1 \underline{I} + \underline{Z}_C \underline{I}_2, \text{ тогда}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E} - R_1 \underline{I}}{\underline{Z}_C} =$$

$$= \frac{100e^{-j90^\circ} - 10 \cdot 1,473e^{-j63^\circ}}{31,8e^{-j90^\circ}} =$$

$$= 2,74e^{-j4,4^\circ} \text{ (A)}$$



$$\underline{I}_2 = \underline{I} \frac{\underline{Z}_{RL}}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_{RL}}$$

в) первый закон Кирхгофа

узел a : $-\underline{I} + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0$, тогда

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{I} - \underline{I}_2 = 1,473e^{-j63^\circ} - 2,74e^{-j4,4^\circ} = \\ &= 1,473 \cos(-63^\circ) + j1,473 \sin(-63^\circ) - \\ &- \left[2,74 \cos(-4,4^\circ) + j2,74 \sin(-4,4^\circ) \right] = \\ &= -2,063 - j1,102 = \sqrt{2,063^2 + 1,102^2} e^{j \left[180^\circ + \arctg\left(\frac{-1,102}{-2,063}\right) \right]} = \\ &= 2,34e^{-j151,9^\circ} \text{ (A)}\end{aligned}$$

По правилу разброса

$$\underline{I}_1 = \underline{I} \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_{RL}}$$

г) закон Ома

$$\underline{U}_C = \underline{Z}_C \underline{I}_2 = 31,8e^{-j90^\circ} \cdot 2,74e^{-j4,4^\circ} = 87,1e^{-j94,4^\circ} \text{ (В)}$$

4. Баланс мощностей:

а) комплекс полной вырабатываемой мощности

$$\begin{aligned} \underline{S}_B &= \underline{E} \cdot \underline{I} = 100e^{-j90^\circ} \cdot 1,473e^{j63^\circ} = 147,3e^{-j27^\circ} = \\ &= 147,3 \cdot \cos(-27^\circ) + j147,3 \cdot \sin(-27^\circ) = 131,2 - j66,9 \text{ (ВА)}; \end{aligned}$$

$\underline{I} = 1,473e^{j63^\circ}$ А - сопряженный ток через ЭДС \underline{E} ;

$P_B = 131,2$ (Вт) - вырабатываемая активная мощность;

$Q_B = -66,9$ (вар) - вырабатываемая реактивная
МОЩНОСТЬ;

б) активная потребляемая мощность

$$P_{\Pi} = |\underline{I}|^2 R_1 + |\underline{I}_1|^2 R_2 = 1,473^2 \cdot 10 + 2,34^2 \cdot 20 = 131,2 \text{ (Вт)};$$

погрешность активной мощности

$$\delta_P = \frac{|P_B - P_{\Pi}|}{P_B} 100\% = 0\% < 3\%;$$

в) реактивная потребляемая мощность

$$Q_{\Pi} = |\underline{I}_1|^2 X_L + |\underline{I}_2|^2 (-X_C) = 2,34^2 \cdot 31,4 - 2,74^2 \cdot 31,8 = \\ = -66,8 \text{ (вар)};$$

погрешность реактивной мощности

$$\delta_Q = \frac{|Q_B - Q_{\Pi}|}{|Q_B|} 100\% = 0,15\% < 3\%.$$

5. Функции времени:

$$i(t) = 1,473\sqrt{2} \sin(314t - 63^\circ), \text{ A}$$

$$i_1(t) = 2,34\sqrt{2} \sin(314t - 151,9^\circ), \text{ A}$$

$$i_2(t) = 2,74\sqrt{2} \sin(314t - 4,4^\circ), \text{ A}$$

$$u_C(t) = 87,1\sqrt{2} \sin(314t - 94,4^\circ), \text{ B}$$