

**ТОЭ – часть 1**  
**практическое занятие 15**

**Высшие гармоники**  
**в трехфазных цепях**

**Высшие гармоники** в трехфазных цепях появляются за счет **негармонических** фазных ЭДС генераторов и трансформаторов, которые **обычно одинаковы по форме**, сдвинуты на **треть периода** и **симметричны относительно оси времени**, т.е. фазные ЭДС **тогда** содержат **нечетные гармоники** –  $k = 1, 3, 5, 7, 9 \dots$

При этом гармоники  $k = 1, 7, 13 \dots$   
образуют **прямую**  
последовательность.

Гармоники  $k = 5, 11, 17 \dots$   
образуют **обратную**  
последовательность.

Гармоники  $k = 3, 9, 15 \dots$   
образуют **нулевую**  
последовательность.

**Линейные напряжения не  
содержат гармоник нулевой  
последовательности,  
причем расчет  
симметричного режима  
ведется на одну фазу  
методом наложения для  
каждой гармоники отдельно**

# Задача 1

Дано:

Симметричная цепь;

$$e_A(t) = e_B(t+T/3) = e_C(t-T/3); T = 2\pi/\omega;$$

$$e_A(t) = 200\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) +$$

$$+ 90\sqrt{2} \sin(3\omega t - 60^\circ) + 80\sqrt{2} \sin(5\omega t + 90^\circ), \text{ В};$$

$$\omega L = 50 \text{ (Ом)}; 1/\omega C = 450 \text{ (Ом)};$$

$$R = 100 \text{ (Ом)}.$$

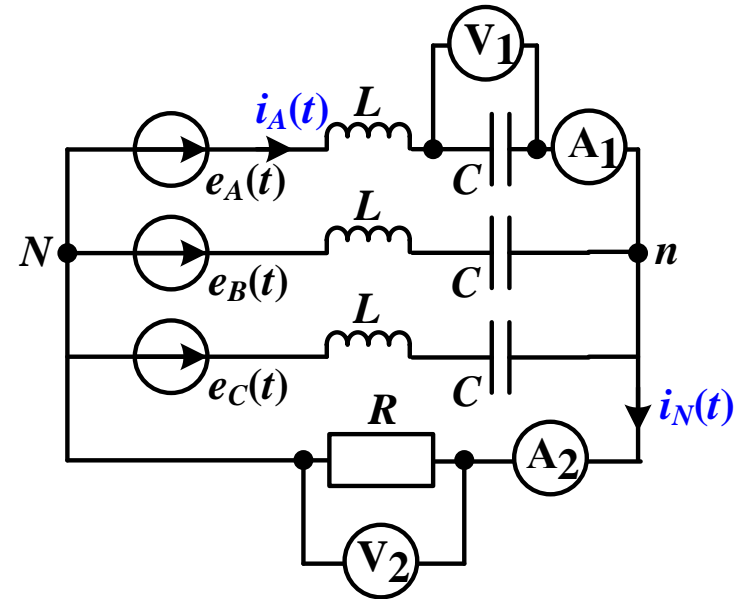
-----  
Найти показания приборов  
электромагнитной системы.

Действующие значения ЭДС и сопротивления  
для гармоник  $k=1,3,5$ :

$$E_1 = 200 \text{ (В)}; E_3 = 90 \text{ (В)}; E_5 = 80 \text{ (В)};$$

$$X_L^{(1)} = 50 \text{ (Ом)}; X_L^{(3)} = 150 \text{ (Ом)}; X_L^{(5)} = 250 \text{ (Ом)};$$

$$X_C^{(1)} = 450 \text{ (Ом)}; X_C^{(3)} = 150 \text{ (Ом)}; X_C^{(5)} = 90 \text{ (Ом)}.$$



Расчет симметричного режима будем вести для действующих значений на одну фазу для каждой гармоники отдельно:

1. Первая гармоника (прямая последовательность):  $k=1$

$$I_1 = \frac{E_1}{|X_L^{(1)} - X_C^{(1)}|} = \frac{200}{|50 - 450|} = 0,5 \text{ (A)}; \quad U_{C1} = X_C^{(1)} I_1 = 225 \text{ (В)}.$$

2. Третья гармоника (нулевая последовательность):  $k=3$

$$I_3 = \frac{E_3}{\sqrt{(3R)^2 + [X_L^{(3)} - X_C^{(3)}]^2}} = \frac{90}{300} = 0,3 \text{ (A)}; \quad U_{C3} = X_C^{(3)} I_3 = 45 \text{ (В)}.$$

3. Пятая гармоника (обратная последовательность):  $k=5$

$$I_5 = \frac{E_5}{|X_L^{(5)} - X_C^{(5)}|} = \frac{80}{|250 - 90|} = 0,5 \text{ (A)}; \quad U_{C5} = X_C^{(5)} I_5 = 45 \text{ (В)}.$$

## Показания приборов (действующие значения):

$$I_{A1} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2} = \sqrt{0,5^2 + 0,3^2 + 0,5^2} \approx 0,77 \text{ (A)};$$

$$I_{A2} = I_N = 3I_3 = 0,9 \text{ (A)};$$

$$U_{V1} = \sqrt{U_{C1}^2 + U_{C3}^2 + U_{C5}^2} = \sqrt{225^2 + 45^2 + 45^2} \approx 233,8 \text{ (В)};$$

$$U_{V2} = U_N = RI_N = 90 \text{ (В)}.$$

Если  $R=\infty$ , тогда  $I_3=0$ ,  $U_{C3}=0$ ,  $I_{A2}=I_N=0$ ,  $U_{V2}=U_N=E_3=90$  (В) и

$$I_{A1} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2} = \sqrt{0,5^2 + 0^2 + 0,5^2} \approx 0,707 \text{ (A)};$$

$$U_{V1} = \sqrt{U_{C1}^2 + U_{C3}^2 + U_{C5}^2} = \sqrt{225^2 + 0^2 + 45^2} \approx 229,5 \text{ (В)}.$$

# Задача 2

Дано:

Симметричная цепь;

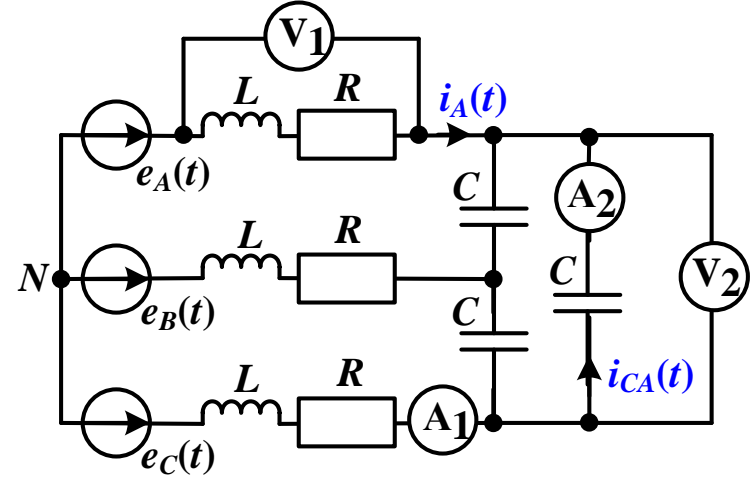
$$e_A(t) = e_B(t + T/3) = e_C(t - T/3); T = 2\pi/\omega;$$

$$e_A(t) = 240\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ) +$$

$$+ 80\sqrt{2} \sin(3\omega t + 30^\circ) + 169,5\sqrt{2} \sin(5\omega t), \text{ В};$$

$$\omega L = 50 \text{ (Ом)}; 1/\omega C = 150 \text{ (Ом)};$$

$$R = 240 \text{ (Ом)}.$$



-----  
Найти показания приборов  
электродинамической системы.

Действующие значения ЭДС и сопротивления  
для гармоник  $k=1,3,5$ :

$$E_1 = 240 \text{ (В)}; E_3 = 80 \text{ (В)}; E_5 = 169,5 \text{ (В)};$$

$$X_L^{(1)} = 50 \text{ (Ом)}; X_L^{(3)} = 150 \text{ (Ом)}; X_L^{(5)} = 250 \text{ (Ом)};$$

$$X_C^{(1)} = 150 \text{ (Ом)}; X_C^{(3)} = 50 \text{ (Ом)}; X_C^{(5)} = 30 \text{ (Ом)}.$$



Расчет симметричного режима будем вести для действующих значений на одну фазу для каждой гармоники отдельно, преобразуя треугольник в звезду, причем 3-х гармоник токов и напряжений нет:

1. Первая гармоника (прямая последовательность):  $k=1$

$$I_{A1}^{(1)} = \frac{E_1}{\sqrt{R^2 + [X_L^{(1)} - X_C^{(1)} / 3]^2}} = 1 \text{ (A)}; U_{V1}^{(1)} = I_{A1}^{(1)} \sqrt{R^2 + [X_L^{(1)}]^2} \approx 245 \text{ (B)};$$

$$I_{A2}^{(1)} = I_{A1}^{(1)} / \sqrt{3} \approx 0,577 \text{ (A)}; U_{V2}^{(1)} = X_C^{(1)} I_{A2}^{(1)} \approx 86,55 \text{ (B)}.$$

2. Пятая гармоника (обратная последовательность):  $k=5$

$$I_{A1}^{(5)} = \frac{E_5}{\sqrt{R^2 + [X_L^{(5)} - X_C^{(5)} / 3]^2}} = 0,5 \text{ (A)}; U_{V1}^{(5)} = I_{A1}^{(5)} \sqrt{R^2 + [X_L^{(5)}]^2} \approx 173 \text{ (B)};$$

$$I_{A2}^{(5)} = I_{A1}^{(5)} / \sqrt{3} \approx 0,289 \text{ (A)}; U_{V2}^{(5)} = X_C^{(5)} I_{A2}^{(5)} \approx 8,66 \text{ (B)}.$$

## Показания приборов (действующие значения):

$$I_{A1} = \sqrt{[I_{A1}^{(1)}]^2 + [I_{A1}^{(5)}]^2} = \sqrt{1^2 + 0,5^2} \approx 1,12(\text{A});$$

$$I_{A2} = \sqrt{[I_{A2}^{(1)}]^2 + [I_{A2}^{(5)}]^2} = \sqrt{0,577^2 + 0,289^2} \approx 0,645(\text{A});$$

$$U_{V1} = \sqrt{[U_{V1}^{(1)}]^2 + [U_{V1}^{(5)}]^2} = \sqrt{245^2 + 173^2} \approx 300(\text{В});$$

$$U_{V2} = \sqrt{[U_{V2}^{(1)}]^2 + [U_{V2}^{(5)}]^2} = \sqrt{86,55^2 + 8,66^2} \approx 87(\text{В}).$$

# Задача 3

Дано:

Симметричная цепь;

$$e_{AB}(t) = e_{BC}(t + T/3) = e_{CA}(t - T/3); T = 2\pi/\omega;$$

$$e_{AB}(t) = 300\sqrt{2}\sin(\omega t) + 150\sqrt{2}\sin(3\omega t + 90^\circ) + 100\sqrt{2}\sin(5\omega t - 60^\circ), \text{ В};$$

$$\omega L = 50 \text{ (Ом)}; 1/\omega C = 150 \text{ (Ом)};$$

$$R = 133,33 \text{ (Ом)}.$$

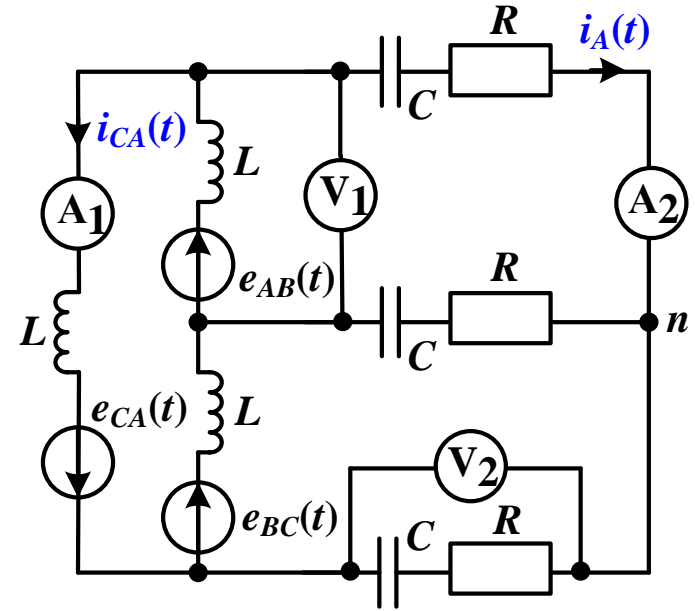
-----  
Найти показания приборов  
электродинамической системы.

Действующие значения ЭДС и сопротивления  
для гармоник  $k=1,3,5$ :

$$E_1 = 300 \text{ (В)}; E_3 = 150 \text{ (В)}; E_5 = 100 \text{ (В)};$$

$$X_L^{(1)} = 50 \text{ (Ом)}; X_L^{(3)} = 150 \text{ (Ом)}; X_L^{(5)} = 250 \text{ (Ом)};$$

$$X_C^{(1)} = 150 \text{ (Ом)}; X_C^{(3)} = 50 \text{ (Ом)}; X_C^{(5)} = 30 \text{ (Ом)}.$$



Расчет симметричного режима будем вести для действующих значений для каждой гармоники отдельно, преобразуя треугольник генератора в звезду, причем 3-х гармоник у линейных токов ( $i_A$ ), линейных напряжений ( $u_{V1}$ ) и фазных напряжений ( $u_{V2}$ ) нет:

1. Первая гармоника (прямая последовательность):  $k=1$

$$I_A^{(1)} = \frac{E_1 / \sqrt{3}}{\left| \underline{Z}_A^{(1)} + \underline{Z}_\Gamma^{(1)} / 3 \right|} = \frac{\sqrt{3} E_1}{\left| 3 \underline{Z}_A^{(1)} + \underline{Z}_\Gamma^{(1)} \right|} = \frac{\sqrt{3} E_1}{\left| 3R - j3X_C^{(1)} + jX_L^{(1)} \right|} \approx 0,92 \text{ (A)};$$

$$I_{CA}^{(1)} = \frac{I_A^{(1)}}{\sqrt{3}} \approx 0,53 \text{ (A)}; \quad U_{V2}^{(1)} = \left| \underline{Z}_A^{(1)} \right| I_A^{(1)} = \sqrt{R^2 + \left[ X_C^{(1)} \right]^2} I_A^{(1)} = 184,6 \text{ (В)};$$

$$U_{V1}^{(1)} = \sqrt{3} U_{V2}^{(1)} \approx 320 \text{ (В)}.$$

2. Третья гармоника (нулевая последовательность):  $k=3$

$$I_{CA}^{(3)} = \frac{E_3}{\left| \underline{Z}_\Gamma^{(3)} \right|} = \frac{E_3}{X_L^{(3)}} = \frac{150}{150} = 1 \text{ (A)}.$$

### 3. Пятая гармоника (обратная последовательность): $k=5$

$$I_A^{(5)} = \frac{E_5 / \sqrt{3}}{\left| \underline{Z}_A^{(5)} + \underline{Z}_\Gamma^{(5)} / 3 \right|} = \frac{\sqrt{3} E_5}{\left| 3 \underline{Z}_A^{(5)} + \underline{Z}_\Gamma^{(5)} \right|} = \frac{\sqrt{3} E_5}{\left| 3R - j3X_C^{(5)} + jX_L^{(5)} \right|} \approx 0,4 \text{ (A)};$$

$$I_{CA}^{(5)} = \frac{I_A^{(5)}}{\sqrt{3}} \approx 0,232 \text{ (A)}; U_{V2}^{(5)} = \left| \underline{Z}_A^{(5)} \right| I_A^{(5)} = \sqrt{R^2 + \left[ X_C^{(5)} \right]^2} I_A^{(5)} = 54,9 \text{ (В)};$$

$$U_{V1}^{(5)} = \sqrt{3} U_{V2}^{(5)} \approx 95,2 \text{ (В)}.$$

Показания приборов (действующие значения):

$$I_{A1} = \sqrt{\left[ I_{CA}^{(1)} \right]^2 + \left[ I_{CA}^{(3)} \right]^2 + \left[ I_{CA}^{(5)} \right]^2} = \sqrt{0,53^2 + 1^2 + 0,232^2} \approx 1,16 \text{ (A)};$$

$$I_{A2} = \sqrt{\left[ I_A^{(1)} \right]^2 + \left[ I_A^{(5)} \right]^2} = \sqrt{0,92^2 + 0,4^2} \approx 1 \text{ (A)};$$

$$U_{V1} = \sqrt{\left[ U_{V1}^{(1)} \right]^2 + \left[ U_{V1}^{(5)} \right]^2} = \sqrt{320^2 + 95,2^2} \approx 334 \text{ (В)};$$

$$U_{V2} = \sqrt{\left[ U_{V2}^{(1)} \right]^2 + \left[ U_{V2}^{(5)} \right]^2} = \sqrt{184,6^2 + 54,9^2} \approx 193 \text{ (В)}.$$