

ТОЭ – часть 1
практическое занятие 12

Несимметричный режим
трехфазных цепей

Несимметричный режим обусловлен различной нагрузкой

(разными сопротивлениями)

фаз или (и) несимметричной системой напряжений трехфазного источника, причем в этом режиме напряжения и токи фаз не образуют симметричные системы.

Несимметричный режим рассчитывается известными методами в комплексной форме, причем в этом режиме ток и напряжение в нулевом проводе могут быть не равны нулю.

Задача 1

Дано:

Симметричный источник

$$E_{\Phi}=400 \text{ (В)};$$

$$\underline{Z}_1 = -j100 \text{ (Ом)};$$

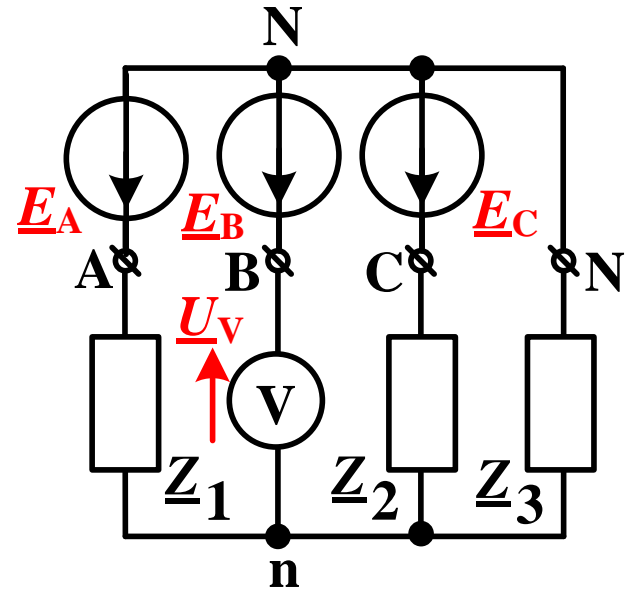
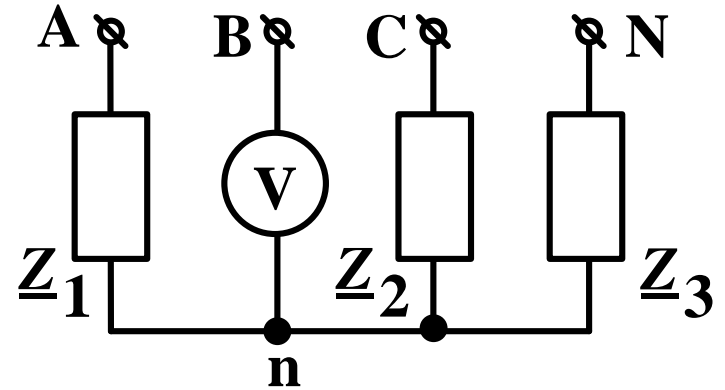
$$\underline{Z}_2 = 100 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_3 = j100 \text{ (Ом)}.$$

Найти: $U_V = ?$ (В)

Фазные ЭДС источника:

$$\underline{E}_A, \underline{E}_B = a^2 \underline{E}_A, \underline{E}_C = a \underline{E}_A$$



Примем фазные ЭДС при $E_{\Phi}=400$ (В):

$$\underline{E}_A = E_{\Phi} e^{j0^\circ}; \underline{E}_B = E_{\Phi} e^{-j120^\circ}; \underline{E}_C = E_{\Phi} e^{j120^\circ}$$

По методу узловых потенциалов, когда

$$\underline{\varphi}_N = 0; \underline{\varphi}_A = \underline{E}_A; \underline{\varphi}_B = \underline{E}_B; \underline{\varphi}_C = \underline{E}_C$$

получаем при $\underline{Z}_V = \infty$:

$$\underline{\varphi}_n = \frac{(\underline{E}_A / \underline{Z}_1) + (\underline{E}_B / \underline{Z}_V) + (\underline{E}_C / \underline{Z}_2)}{(1 / \underline{Z}_1) + (1 / \underline{Z}_V) + (1 / \underline{Z}_2) + (1 / \underline{Z}_3)} = 772,7 e^{j105^\circ} \text{ (В)}$$

Напряжения вольтметра:

Показание вольтметра:

$$\underline{U}_V = \underline{\varphi}_B - \underline{\varphi}_n = 1093 e^{-j90^\circ} \text{ (В)}$$

$$U_V = 1093 \text{ (В)}$$

Задача 2

Дано:

Симметричный источник

$$E_{\Phi}=400 \text{ (В);}$$

$$\underline{Z}_1=j100 \text{ (Ом);}$$

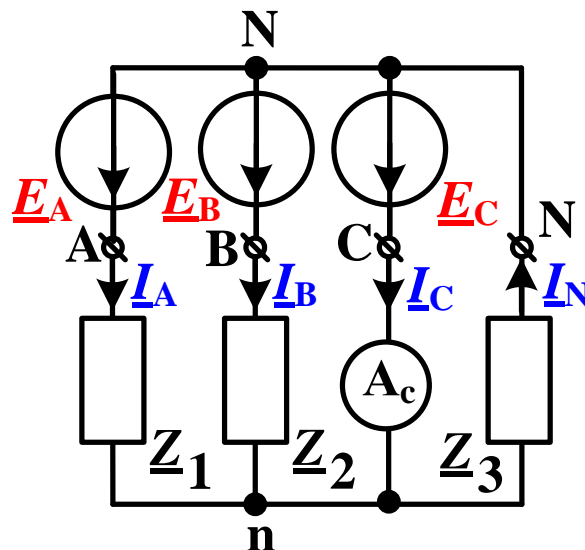
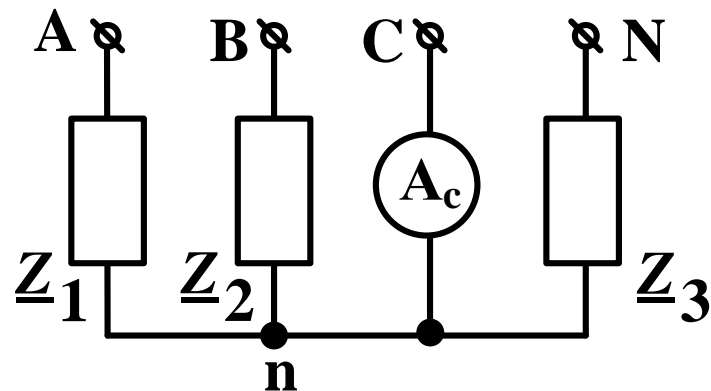
$$\underline{Z}_2=-j100 \text{ (Ом);}$$

$$\underline{Z}_3=100 \text{ (Ом).}$$

Найти: $I_{A_c}=?$ (А)

Фазные ЭДС источника:

$$\underline{E}_A, \underline{E}_B=a^2\underline{E}_A, \underline{E}_C=a\underline{E}_A$$



Примем фазные ЭДС при $E_{\Phi}=400$ (В):

$$\underline{E}_A = E_{\Phi} e^{j0^\circ}; \underline{E}_B = E_{\Phi} e^{-j120^\circ}; \underline{E}_C = E_{\Phi} e^{j120^\circ}$$

Потенциалы узлов при $\underline{Z}_{Ac}=0$:

$$\underline{\varphi}_N = 0; \underline{\varphi}_A = \underline{E}_A; \underline{\varphi}_B = \underline{E}_B; \underline{\varphi}_C = \underline{E}_C; \underline{\varphi}_n = \underline{\varphi}_C = \underline{E}_C$$

Тогда находим токи:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{\varphi}_A - \underline{\varphi}_n}{\underline{Z}_1} = 6,93 e^{-j120^\circ} \text{ (A)}; \underline{I}_B = \frac{\underline{\varphi}_B - \underline{\varphi}_n}{\underline{Z}_2} = 6,93 e^{j0^\circ} \text{ (A)};$$

$$\underline{I}_N = \frac{\underline{\varphi}_n - \underline{\varphi}_N}{\underline{Z}_3} = 4 e^{j120^\circ} \text{ (A)}; \underline{I}_C = \underline{I}_N - \underline{I}_A - \underline{I}_B = 10,93 e^{j120^\circ} \text{ (A)}.$$

Показание амперметра: $I_{Ac} = |\underline{I}_C| = 10,93$ (А)

Задача 3

Дано:

Симметричный источник

$$U_{\text{Л}}=400 \text{ (В)};$$

$$\underline{Z}_1=j100 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_2=-j100 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_3=100 \text{ (Ом)};$$

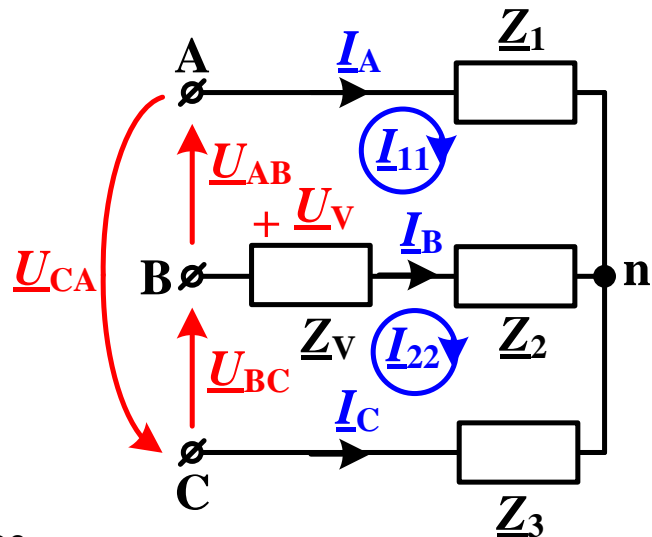
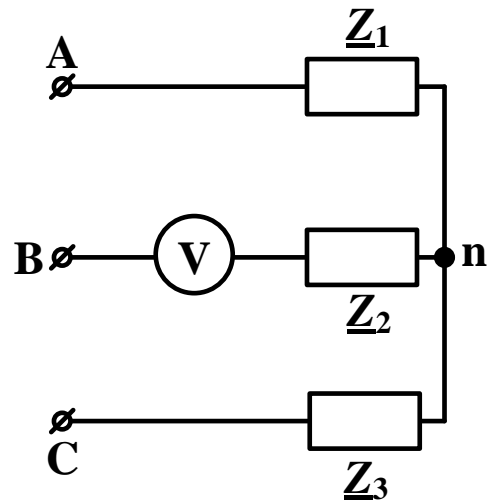
$$\underline{Z}_V=1000 \text{ (Ом)}; \infty .$$

Найти: $U_V=?$ (В)

Линейные напряжения
источника:

$$\underline{U}_{\text{AB}}, \underline{U}_{\text{BC}}=a^2 \underline{U}_{\text{AB}}, \underline{U}_{\text{CA}}=a \underline{U}_{\text{AB}}$$

причем $\underline{U}_{\text{AB}}+\underline{U}_{\text{BC}}+\underline{U}_{\text{CA}}=0$



Примем линейные напряжения при $U_{\text{Л}}=400$ (В):

$$\underline{U}_{\text{AB}} = U_{\text{Л}} e^{j0^\circ}; \underline{U}_{\text{BC}} = U_{\text{Л}} e^{-j120^\circ}; \underline{U}_{\text{CA}} = U_{\text{Л}} e^{j120^\circ}$$

По методу контурных токов

$$\begin{cases} \underline{I}_{11} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_V) - \underline{I}_{22} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_V) = \underline{U}_{\text{AB}} \\ -\underline{I}_{11} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_V) + \underline{I}_{22} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_V) = \underline{U}_{\text{BC}} \end{cases}$$

находим линейные (фазные) токи при $\underline{Z}_V=1000$ (Ом):

$$\underline{I}_{\text{A}} = \underline{I}_{11} = \frac{\underline{U}_{\text{AB}} \underline{Z}_3 - \underline{U}_{\text{CA}} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_V)}{\underline{Z}_3 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_V) + \underline{Z}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_V)} \approx 2,82 e^{-j103^\circ} \text{ (A)};$$

$$\underline{I}_{\text{B}} = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{11} = \frac{\underline{U}_{\text{BC}} \underline{Z}_1 - \underline{U}_{\text{AB}} \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_V) + \underline{Z}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_V)} \approx 0,14 e^{-j147^\circ} \text{ (A)};$$

$$\underline{I}_{\text{C}} = -\underline{I}_{22} = \frac{\underline{U}_{\text{AB}} \underline{Z}_1 + \underline{U}_{\text{CA}} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_V)}{\underline{Z}_3 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_V) + \underline{Z}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_V)} \approx 2,93 e^{j75^\circ} \text{ (A)}.$$

Напряжение вольтметра при $\underline{Z}_V=1000$ (Ом):

$$\underline{U}_V = \underline{Z}_V \underline{I}_B = \frac{(\underline{U}_{BC} \underline{Z}_1 - \underline{U}_{AB} \underline{Z}_3) \underline{Z}_V}{\underline{Z}_3 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_V) + \underline{Z}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_V)} \approx 139,3 e^{-j147^\circ} \text{ (В)},$$

Показание вольтметра: $U_V=139,3$ (В)

При $\underline{Z}_V = \infty$ получаем:

$$\underline{I}_A = \frac{-\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \approx 2,83 e^{-j105^\circ} \text{ (А)}; \underline{I}_B = 0; \underline{I}_C = -\underline{I}_A \approx 2,83 e^{j75^\circ} \text{ (А)};$$

$$\underline{U}_V = \frac{\underline{U}_{BC} \underline{Z}_1 - \underline{U}_{AB} \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \approx 146,4 e^{-j150^\circ} \text{ (В)}.$$

Показание вольтметра: $U_V=146,4$ (В)

Задача 4

Дано:

Симметричный источник

$$U_{\text{Л}} = 380 \text{ (В)};$$

$$\underline{Z}_A = R_A + jX_A = ? \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_B = R_B = \dots \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_C = R_C = \dots \text{ (Ом)}.$$

Найти по диаграмме:

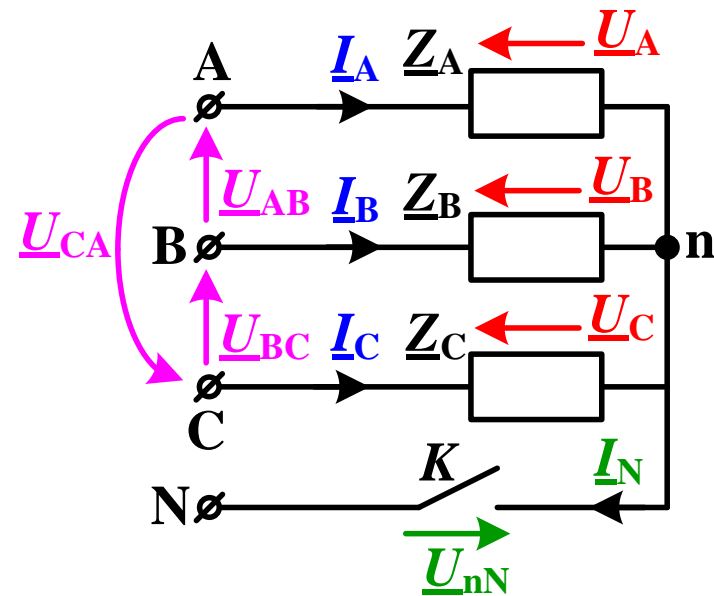
$$U_{\text{nN}} = ? \text{ (В)}; I_{\text{N}} = ? \text{ (А)}; R_A = ? \text{ (Ом)}; X_A = ? \text{ (Ом)}$$

Линейные напряжения

источника:

$$\underline{U}_{\text{AB}} = U_{\text{Л}} e^{j0}, \underline{U}_{\text{BC}} = a^2 \underline{U}_{\text{AB}}, \underline{U}_{\text{CA}} = a \underline{U}_{\text{AB}}$$

причем $\underline{U}_{\text{AB}} + \underline{U}_{\text{BC}} + \underline{U}_{\text{CA}} = 0$

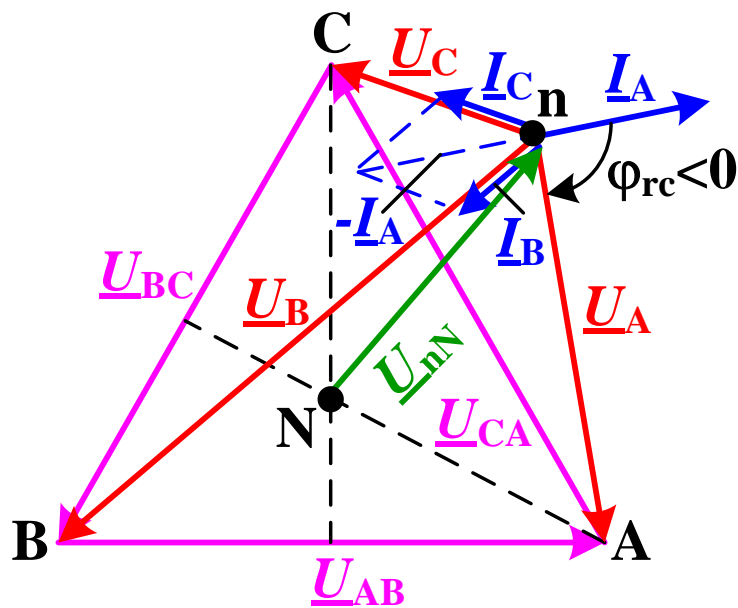


1. Ключ K разомкнут, известны U_A, U_B, U_C :

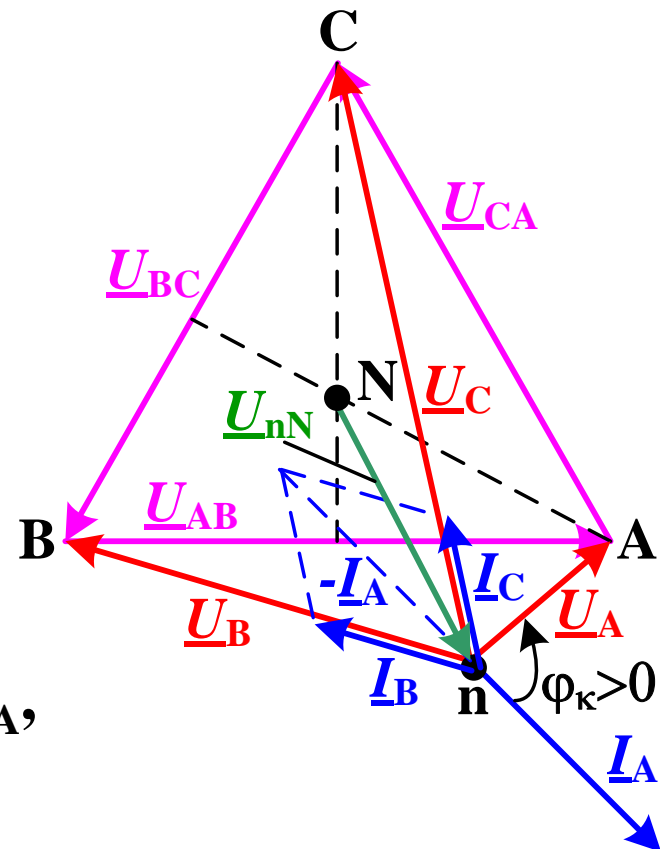
Находим токи: $I_B = U_B / R_B = \dots (\text{A})$; $I_C = U_C / R_C = \dots (\text{A})$

Строим векторные диаграммы: $m_U = \dots (\text{В/мм})$; $m_I = \dots (\text{А/мм})$

а) $X_A < 0$



б) $X_A > 0$



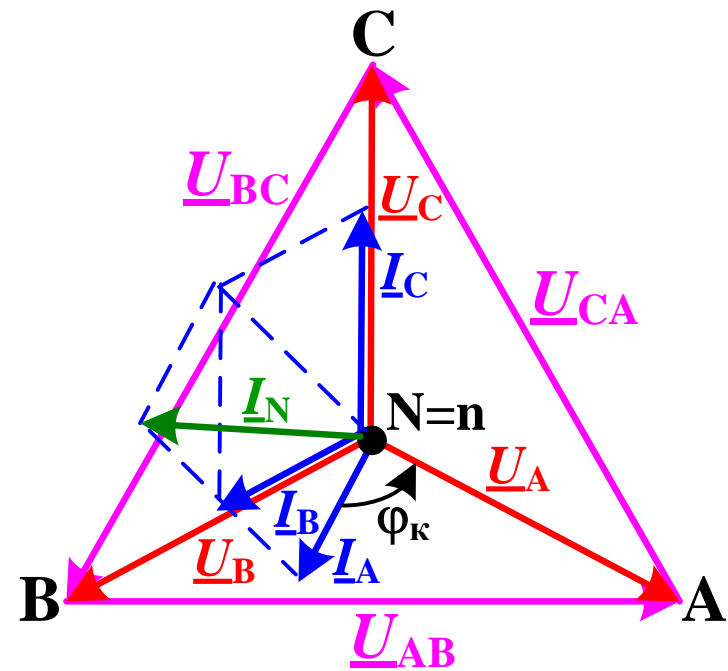
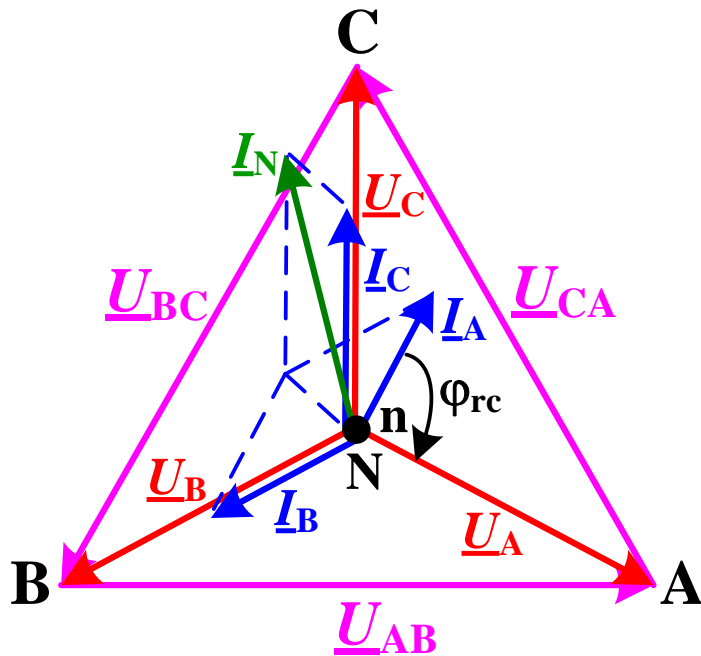
Находим: $I_A, U_{nN}, \varphi_{rc}, \varphi_k, Z_A = U_A / I_A,$

$R_A = Z_A \cos \varphi_{rc(k)}, X_A = Z_A \sin \varphi_{rc(k)}$

2. Ключ K замкнут, известны $I_A, I_B, I_C, \varphi_{rc}, \varphi_K$:

а) $X_A < 0$

б) $X_A > 0$



Находим: $I_N, U_A = U_B = U_C = U_{Л} / \sqrt{3} = 220$ (В)

Задача 5

Дано:

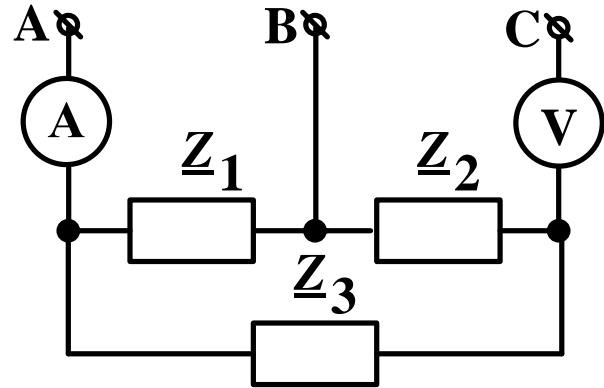
Симметричный источник

$$I_A = 4 \text{ (A)};$$

$$\underline{Z}_1 = j100 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_2 = -j100 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_3 = j200 \text{ (Ом)}.$$

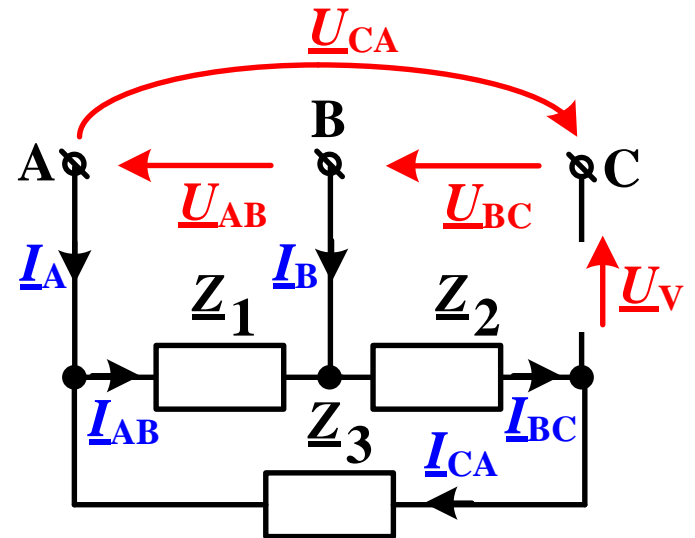


Найти: $U_V = ?$ (В)

Линейные напряжения
источника:

$$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB}, \underline{U}_{CA} = a \underline{U}_{AB}$$

причем $\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0$



Примем линейные напряжения:

$$\underline{U}_{AB} = U_L e^{j0^\circ}; \underline{U}_{BC} = U_L e^{-j120^\circ}; \underline{U}_{CA} = U_L e^{j120^\circ}$$

Токи: $\underline{I}_B = -\underline{I}_A$; $\underline{I}_C = 0$; $\underline{I}_{BC} = \underline{I}_{CA}$, тогда

$$\underline{I}_A = I_A e^{j\alpha} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{U_L e^{j0^\circ}}{|\underline{Z}_{AB}| e^{j\varphi_{AB}}},$$

где
$$\underline{Z}_{AB} = \frac{\underline{Z}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 50 e^{j90^\circ} \text{ (Ом)}$$

В результате:
$$U_L = |\underline{Z}_{AB}| I_A = 50 \cdot 4 = 200 \text{ (В)}.$$

По 2-му закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_{BC} = \frac{-\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 2 e^{j90^\circ} \text{ (А)}; \underline{U}_V = \underline{Z}_2 \underline{I}_{BC} - \underline{U}_{BC} \approx 346,4 e^{j30^\circ} \text{ (В)}.$$

Показание вольтметра:
$$U_V = |\underline{U}_V| = 346,4 \text{ (В)}.$$

Задача 6

Дано:

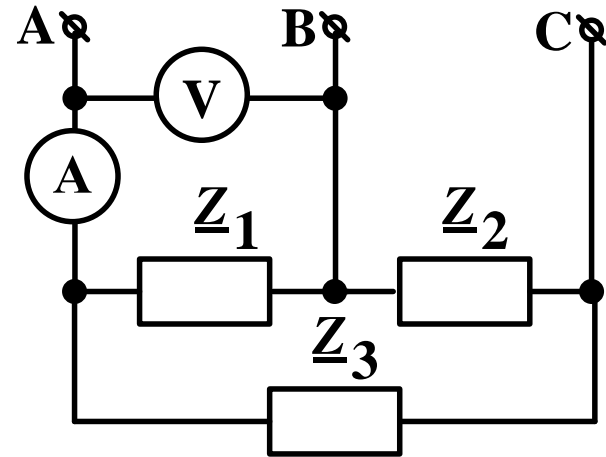
Симметричный источник

$$I_A = 4,36 \text{ (А)};$$

$$\underline{Z}_1 = j100 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_2 = -j200 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_3 = 200 \text{ (Ом)}.$$

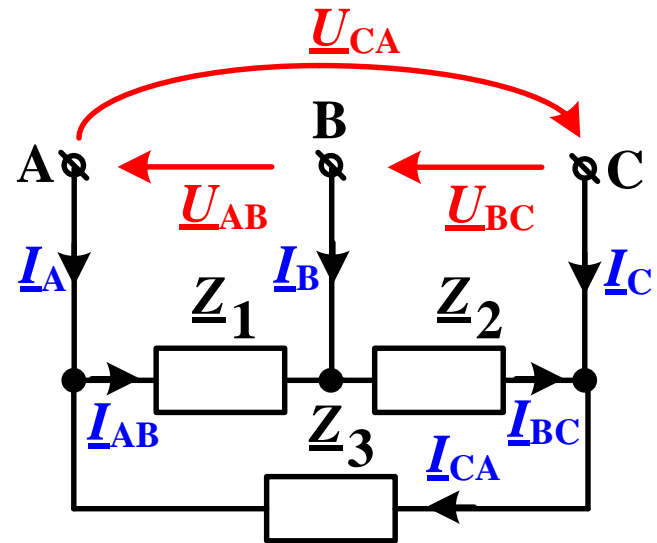


Найти: $U_V = ?$ (В)

Линейные напряжения
источника:

$$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB}, \underline{U}_{CA} = a \underline{U}_{AB}$$

причем $\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0$



Примем линейные напряжения:

$$\underline{U}_{AB} = U_{\text{Л}} e^{j0^\circ}; \underline{U}_{BC} = U_{\text{Л}} e^{-j120^\circ}; \underline{U}_{CA} = U_{\text{Л}} e^{j120^\circ}$$

Фазные токи:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_1} = \frac{U_{\text{Л}} e^{-j90^\circ}}{100}; \underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_3} = \frac{U_{\text{Л}} e^{j120^\circ}}{200}.$$

Линейный ток:

$$\underline{I}_A = I_A e^{j\alpha} = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = \frac{U_{\text{Л}}}{100} \left(e^{-j90^\circ} - 0,5 e^{j120^\circ} \right) \approx \frac{U_{\text{Л}}}{100} 1,455 e^{-j80^\circ} (\text{A})$$

В результате: $U_{\text{Л}} = \frac{100}{1,455} I_A \approx 300 (\text{В}).$

Показание вольтметра: $U_V = U_{\text{Л}} = 300 (\text{В}).$

Задача 7

Дано:

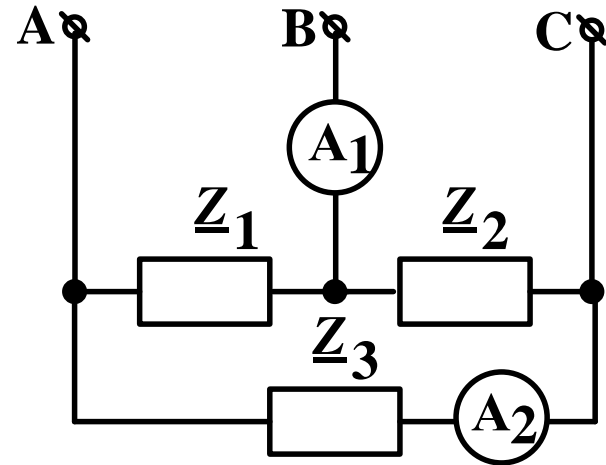
Симметричный источник

$$I_{A1} = 4 \text{ (A)};$$

$$\underline{Z}_1 = j100 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_2 = -j100 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_3 = 100 \text{ (Ом)}.$$

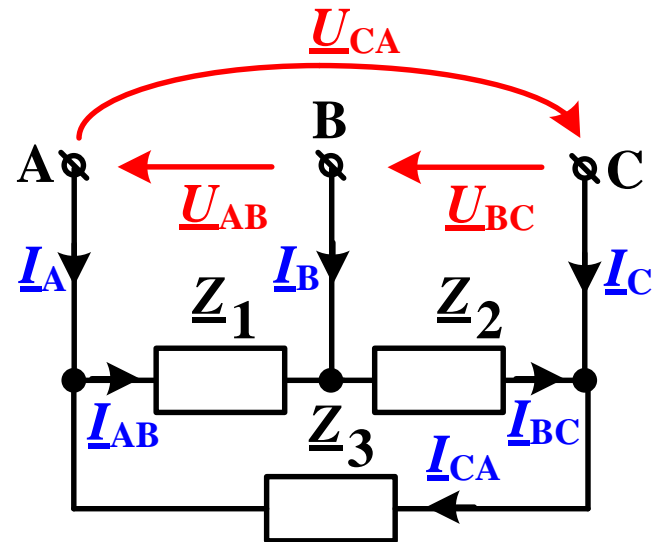


Найти: $I_{A2} = ?$ (A)

Линейные напряжения
источника:

$$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB}, \underline{U}_{CA} = a \underline{U}_{AB}$$

причем $\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0$



Примем линейные напряжения:

$$\underline{U}_{AB} = U_{\text{Л}} e^{j0^\circ}; \underline{U}_{BC} = U_{\text{Л}} e^{-j120^\circ}; \underline{U}_{CA} = U_{\text{Л}} e^{j120^\circ}$$

Фазные токи:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_1} = \frac{U_{\text{Л}} e^{-j90^\circ}}{100}; \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_2} = \frac{U_{\text{Л}} e^{-j30^\circ}}{100}.$$

Линейный ток:

$$\underline{I}_B = I_{A1} e^{j\alpha} = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = \frac{U_{\text{Л}}}{100} \left(e^{-j30^\circ} - e^{-j90^\circ} \right) = \frac{U_{\text{Л}}}{100} 1,0 e^{j30^\circ} \text{ (A)}$$

В результате: $U_{\text{Л}} = \frac{100}{1,0} I_{A1} = 400 \text{ (В)}.$

Показание амперметра: $I_{A2} = I_{CA} = \frac{U_{\text{Л}}}{|\underline{Z}_3|} = 4 \text{ (A)}$

Задача 8

Дано:

Симметричный источник

$$U_{\text{Л}}=380 \text{ (В)}; I_{\text{А}}=\dots; I_{\text{В}}=\dots; I_{\text{С}}=\dots \text{ (А)};$$

$$\underline{Z}_{\text{АВ}}=R_{\text{АВ}}+jX_{\text{АВ}}=? \text{ (ОМ)};$$

$$\underline{Z}_{\text{ВС}}=R_{\text{ВС}}=\dots \text{ (ОМ)};$$

$$\underline{Z}_{\text{СА}}=R_{\text{СА}}=\dots \text{ (ОМ)}.$$

Найти по диаграмме:

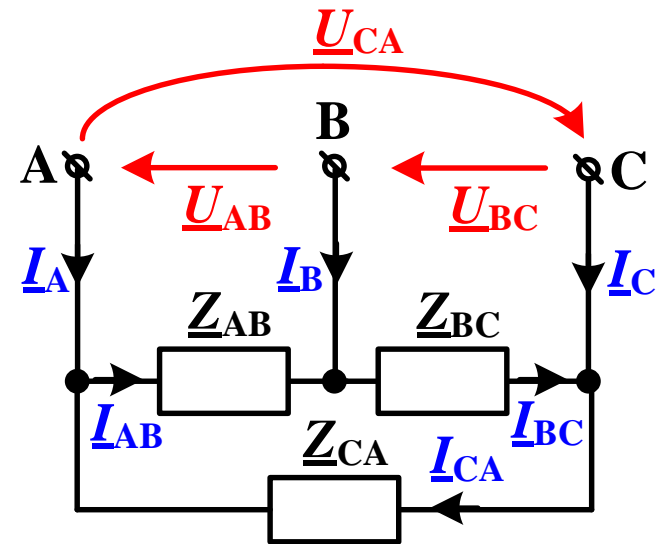
$$I_{\text{АВ}}=? \text{ (А)}; R_{\text{АВ}}=? \text{ (ОМ)}; X_{\text{АВ}}=? \text{ (ОМ)}$$

Линейные напряжения

источника:

$$\underline{U}_{\text{АВ}}=U_{\text{Л}}e^{j0}, \underline{U}_{\text{ВС}}=a^2\underline{U}_{\text{АВ}}, \underline{U}_{\text{СА}}=a\underline{U}_{\text{АВ}}$$

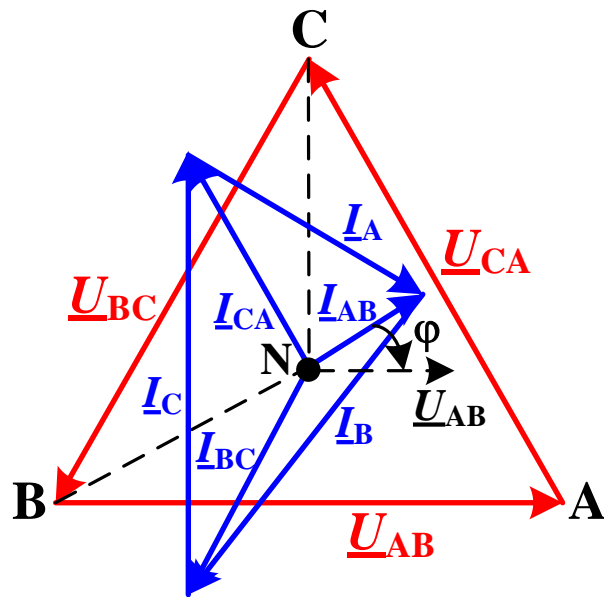
$$\text{причем } \underline{U}_{\text{АВ}}+\underline{U}_{\text{ВС}}+\underline{U}_{\text{СА}}=0$$



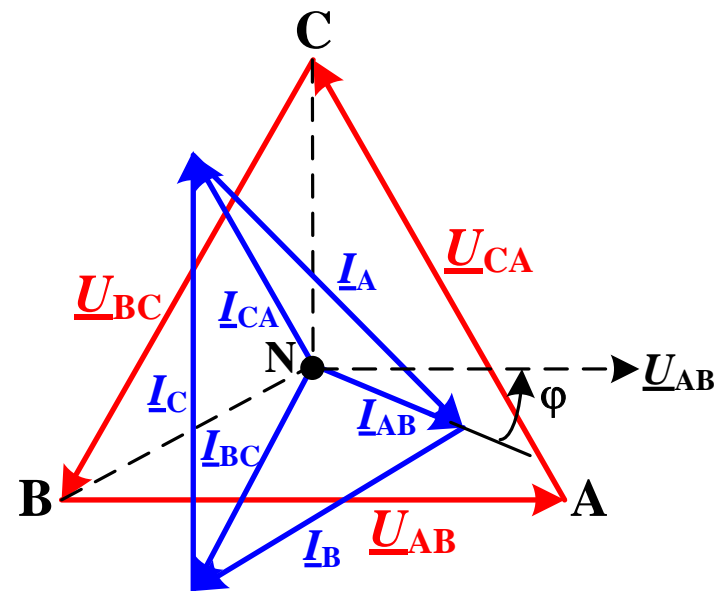
Находим токи: $I_{BC} = U_{Л} / R_{BC} = \dots (A)$; $I_{CA} = U_{Л} / R_{CA} = \dots (A)$

Строим векторные диаграммы: $m_U = \dots (B/мм)$; $m_I = \dots (A/мм)$

а) $X_{AB} < 0, \varphi < 0$



б) $X_{AB} > 0, \varphi > 0$



Находим: $I_{AB}, \varphi, Z_{AB} = U_{Л} / I_{AB}, R_{AB} = Z_{AB} \cos \varphi, X_{AB} = Z_{AB} \sin \varphi$