

ТОЭ – часть 1

практическое занятие 10

Резонанс

Резонанс – это такой режим пассивной цепи, содержащей емкости (C) и индуктивности (L), при котором синусоидальные входной ток и входное напряжение совпадают по фазе.

Различают резонансы:

- а) напряжений – L и C последовательные;
- б) токов – L и C параллельные;
- в) в сложной цепи – L и C непараллельные и непоследовательные.

Задача 1

Дано:

Резонанс

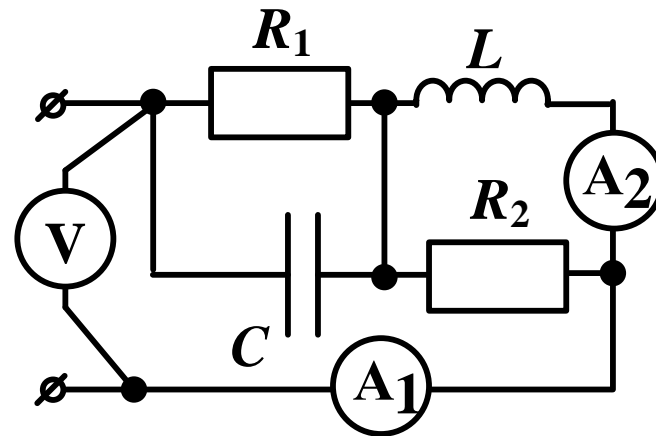
$$R_1 = 200 \text{ (Ом)};$$

$$R_2 = 300 \text{ (Ом)};$$

$$L = 100 \text{ (мГн)} = 0,1 \text{ (Гн)};$$

$$C = 10 \text{ (мкФ)} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)};$$

$$U_V = 142,86 \text{ (В)}.$$



Найти: $\omega = ?$ $\underline{Z}_{bx} = ?$ $I_{A1} = ?$ $I_{A2} = ?$

Резонанс в сложной цепи

1. Входное сопротивление $\underline{Z}_{bx} = ?$

$$X_L = \omega L; \quad X_C = 1/\omega C; \quad \rho = \sqrt{L/C} = 100 \text{ (Ом)}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{bx} &= \frac{R_1(-jX_C)}{R_1 - jX_C} + \frac{R_2 jX_L}{R_2 + jX_L} = \frac{R_1(-jX_C)(R_1 + jX_C)}{(R_1 - jX_C)(R_1 + jX_C)} + \\ &+ \frac{R_2 jX_L(R_2 - jX_L)}{(R_2 + jX_L)(R_2 - jX_L)} = \frac{R_1 X_C^2 - jR_1^2 X_C}{R_1^2 + X_C^2} + \frac{R_2 X_L^2 + jR_2^2 X_L}{R_2^2 + X_L^2} = \\ &= \frac{R_1 X_C^2}{R_1^2 + X_C^2} + \frac{R_2 X_L^2}{R_2^2 + X_L^2} + j \left(-\frac{R_1^2 X_C}{R_1^2 + X_C^2} + \frac{R_2^2 X_L}{R_2^2 + X_L^2} \right) = R_{bx} + jX_{bx} \end{aligned}$$

При резонансе $X_{bx}=0$, тогда

$$-\frac{R_1^2 X_C}{R_1^2 + X_C^2} + \frac{R_2^2 X_L}{R_2^2 + X_L^2} = 0 \quad \text{ИЛИ} \quad \frac{R_1^2 C}{1 + R_1^2 \omega^2 C^2} = \frac{R_2^2 L}{R_2^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{R_2 \rho}{R_1 L} \sqrt{\frac{R_1^2 - \rho^2}{R_2^2 - \rho^2}} \approx 918,56 \text{ (1/с)} \quad \Rightarrow \begin{aligned} X_L &= 91,86 \text{ (Ом);} \\ X_C &= 108,87 \text{ (Ом);} \\ \underline{Z}_{bx} &= 71,43 \text{ (Ом)} \end{aligned}$$

2. Показания амперметров: $I_{A1}=? I_{A2}=?$

По закону **Ома** для действующих значений при $\underline{Z}_{bx}=\underline{R}_{bx}=71,43$ (Ом):

$$I_{A1} = \frac{U_V}{R_{bx}} = 2(\text{A})$$

По правилу **разброса** для действующих значений при $R_2=300$ (Ом); $X_L=91,86$ (Ом):

$$I_{A2} = I_{A1} \left| \frac{R_2}{R_2 + jX_L} \right| = \frac{R_2 I_{A1}}{\sqrt{R_2^2 + X_L^2}} \approx 1,91(\text{A})$$

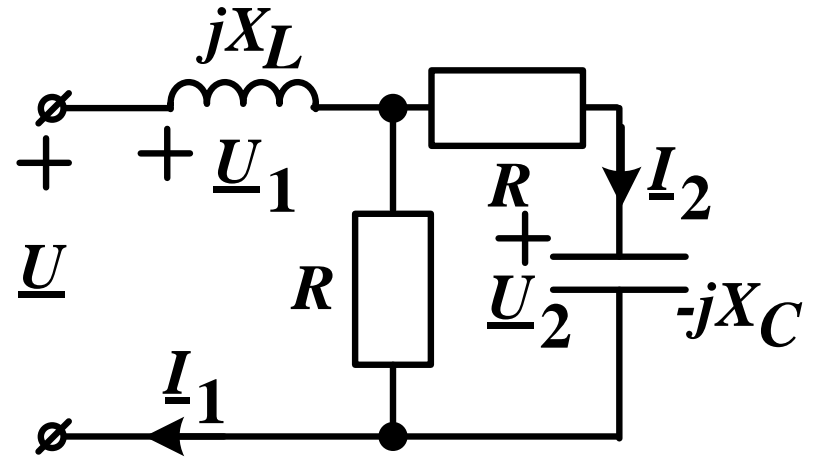
Задача 2

Дано:

Резонанс

$$X_C = R$$

Найти: $K = \underline{U}_2 / \underline{U} = ?$



Резонанс в сложной цепи

1. Входное сопротивление $\underline{Z}_{bx} = ?$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{bx} &= jX_L + \frac{R(R - jX_C)}{2R - jX_C} = jX_L + \frac{R(R - jX_C)(2R + jX_C)}{(2R - jX_C)(2R + jX_C)} = \\ &= jX_L + \frac{2R^3 + RX_C^2 - jR^2X_C}{4R^2 + X_C^2} = 0,6R + j(X_L - 0,2R) = R_{bx} + jX_{bx} \end{aligned}$$

При резонансе $X_{bx}=0$, тогда $X_L=0,2R$; $Z_{bx}=0,6R$.

Примем $\underline{U}=Ue^{j0^\circ}$, тогда по закону Ома:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{Z_{bx}} = 1,667 \frac{U}{R} e^{j0^\circ}.$$

По правилу разброса:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \frac{R}{R + R - jX_C} = 1,667 \frac{U}{R} e^{j0^\circ} \cdot \frac{1}{2 - j} \approx 0,746 \frac{U}{R} e^{j26,6^\circ}.$$

По закону Ома:

$$\underline{U}_2 = (-jX_C) \underline{I}_2 = (-jR) 0,746 \frac{U}{R} e^{j26,6^\circ} = 0,746 \cdot U e^{-j63,4^\circ}.$$

Комплексный коэффициент:

$$\underline{K} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}} = 0,746 e^{-j63,4^\circ}.$$

Задача 3

Дано:

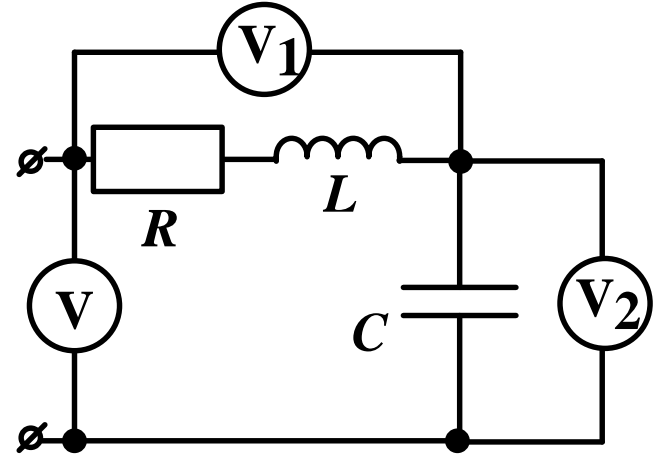
Резонанс

$$q = X_L / R = 1$$

$$U_{V1} = 100 \text{ (В)}$$

По векторной
диаграмме найти:

$$U_V = ? \quad U_{V2} = ?$$



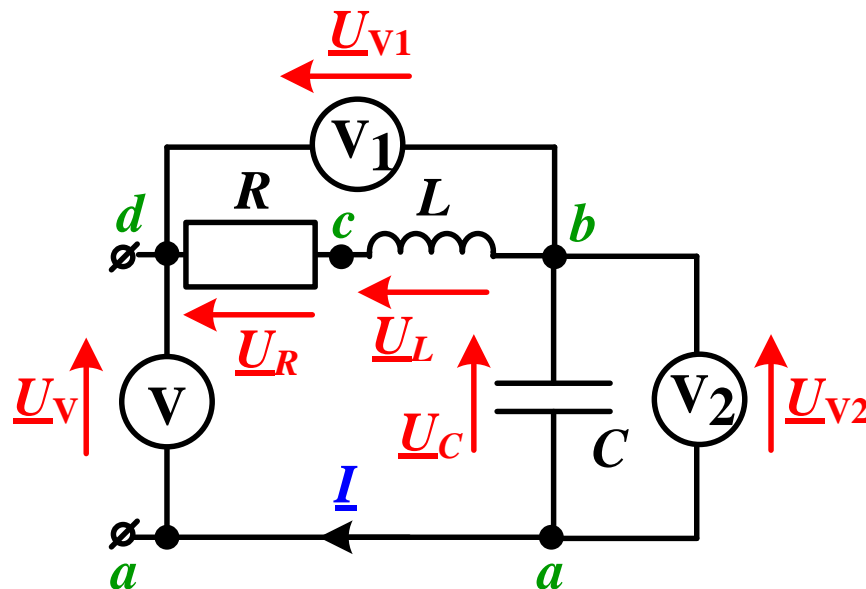
Резонанс напряжений

Решение

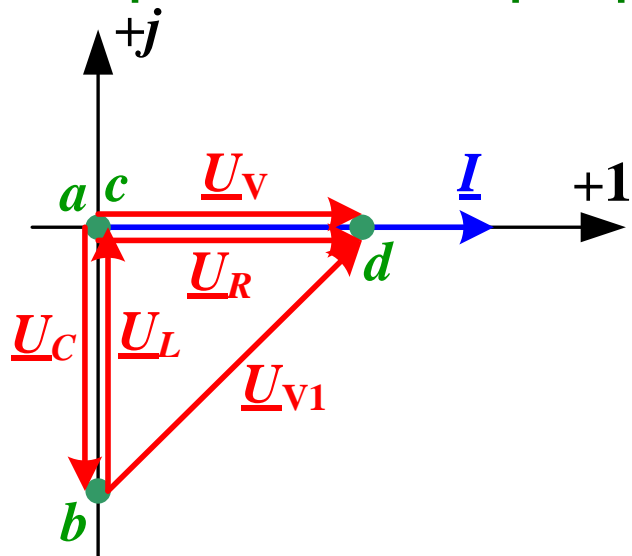
Добротность:

$$q = \omega L / R = U_L / U_R = 1,$$

тогда $U_L = U_R$, причем при резонансе напряжений $U_L = U_C$.



Вектор тока \underline{I} направляем по вещественной оси и строим топографическую диаграмму напряжений:



тогда

$$\begin{aligned} U_V &= U_{V2} = U_R = U_C = \\ &= \frac{U_{V1}}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70,7 \text{ (В)} \end{aligned}$$

Задача 3

Дано:

Резонанс

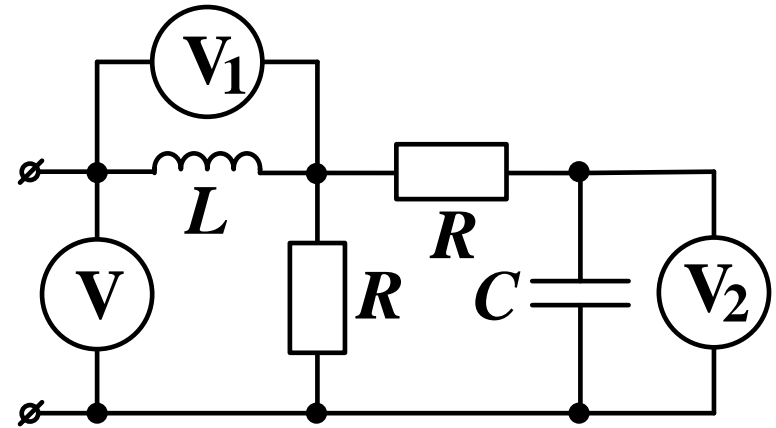
$$R = X_C = 1/\omega C;$$

$$U_V = 134 \text{ (В)};$$

$$U_{V_1} = 45 \text{ (В)}$$

По векторной
диаграмме найти:

$$U_{V_2} = ?$$



Резонанс в сложной цепи

Решение

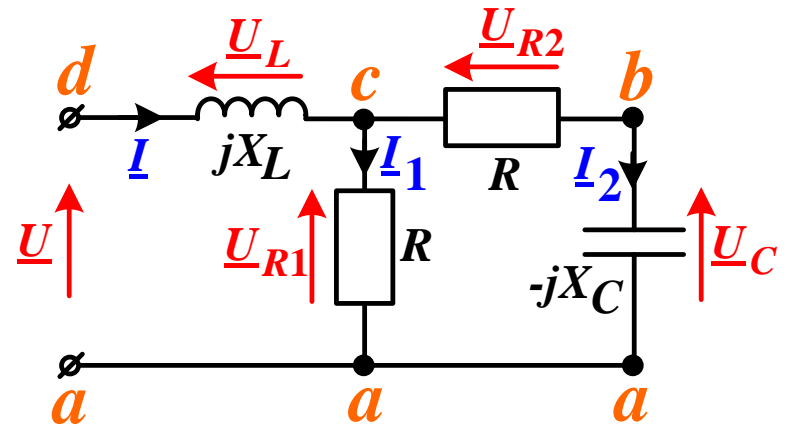
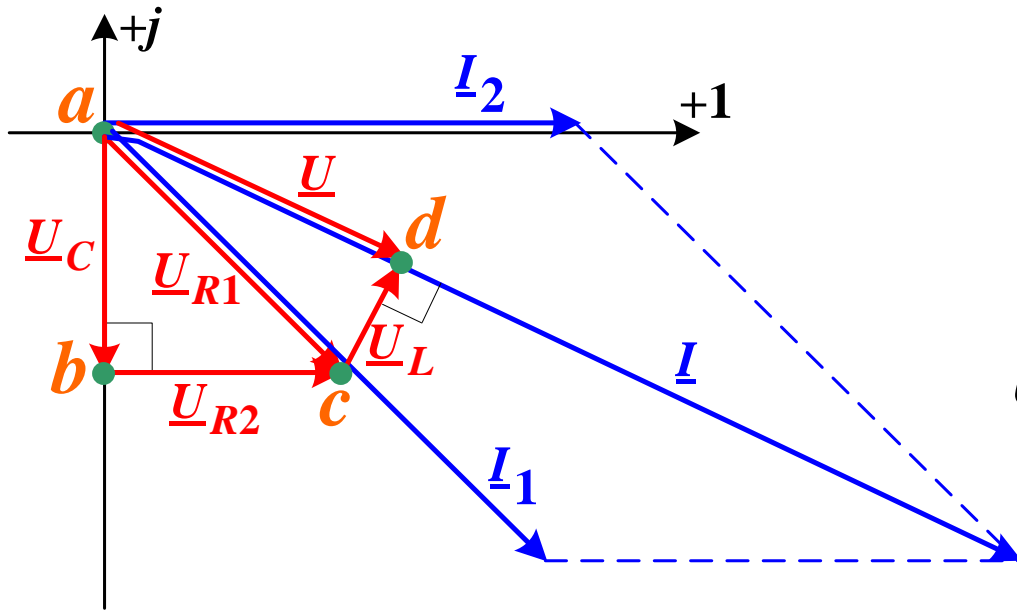
Так как $R=X_C$, то

$$U_C = X_C I_2 = U_{R2} = R I_2 = U_{V2}.$$

Строится вектор \underline{I}_2 ,

затем \underline{U}_C , \underline{U}_{R2} , \underline{U}_{R1} , \underline{I}_1 ,

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2, \underline{U}_L, \underline{U}:$$



Тогда при $U_V=U$,
 $U_{V1}=U_L$, $U_{V2}=U_C$
 получаем:

$$U_{V2} = \frac{\sqrt{U_V^2 + U_{V1}^2}}{\sqrt{2}} \approx 100 \text{ (В)}$$

Задача 4

Дано:

Резонанс

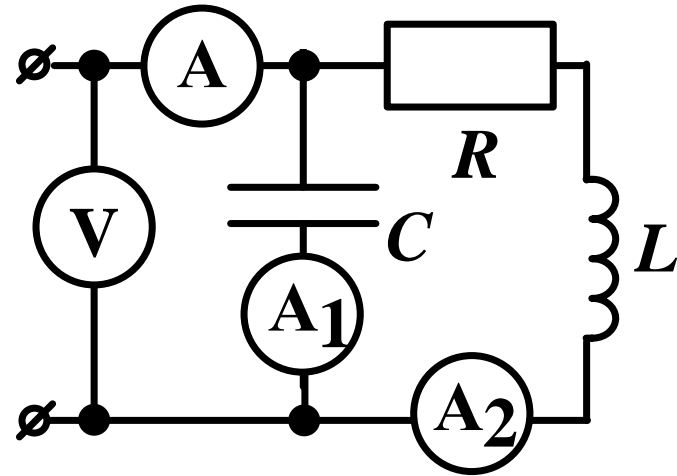
$$q = X_L / R = 3;$$

$$R = 10 \text{ (Ом)};$$

$$U_V = 100 \text{ (В)}.$$

Найти:

$$I_A = ? \quad I_{A1} = ? \quad I_{A2} = ?$$



Резонанс токов

1. Входная проводимость $\underline{Y}_{bx} = ?$

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{bx} &= \frac{1}{(-jX_C)} + \frac{1}{R + jX_L} = \frac{j}{X_C} + \frac{R - jX_L}{R^2 + X_L^2} = \\ &= \frac{R}{R^2 + X_L^2} - j \left(\frac{X_L}{R^2 + X_L^2} - \frac{1}{X_C} \right) = G_{bx} - jB_{bx} \end{aligned}$$

При резонансе $B_{bx}=0$, тогда при $X_L=qR=3R=30$ (Ом)

имеем $Y_{bx}=G_{bx}=1/10R=0,01$ (См);

$X_C=(R^2+X_L^2)/X_L=10R/3=33,33$ (Ом).

Показания амперметров:

$$I_A = U_V \cdot G_{bx} = 1 \text{ (A)}$$

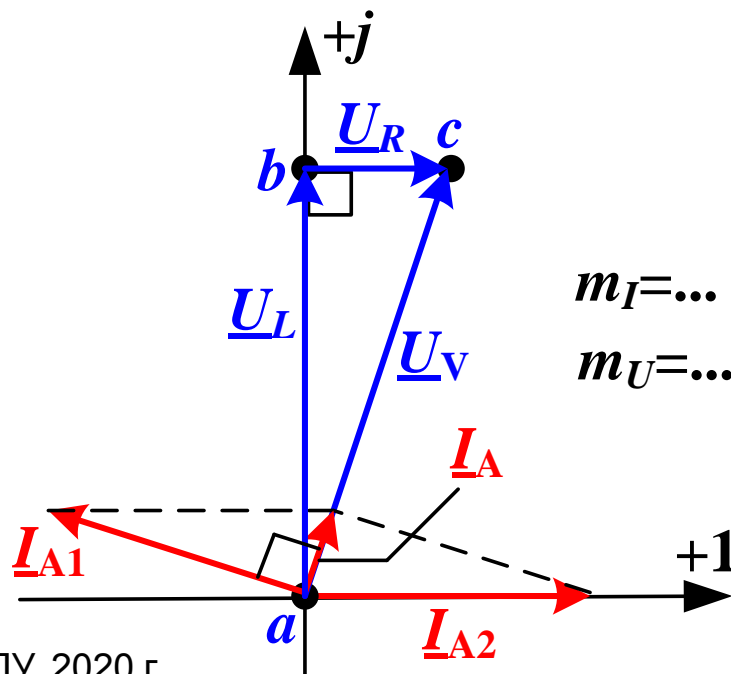
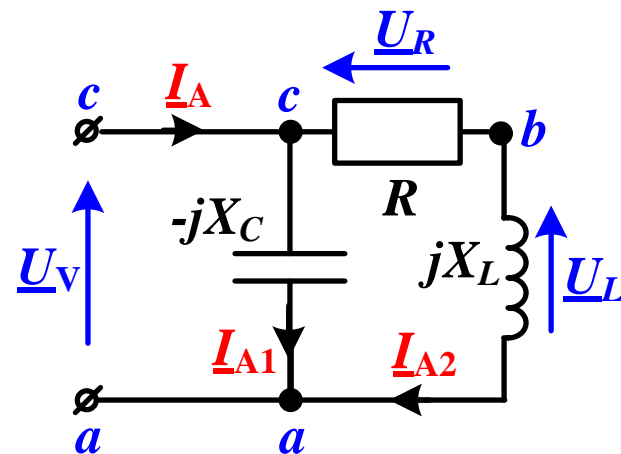
$$I_{A1} = U_V / X_C = 3 \text{ (A)}$$

$$I_{A2} = \frac{U_V}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = 3,16 \text{ (A)}$$

Напряжения:

$$U_L = X_L \cdot I_{A2} = 94,8 \text{ (В)}$$

$$U_R = R \cdot I_{A2} = 31,6 \text{ (В)}$$



$m_I = \dots$

$m_U = \dots$

Задача 5

Дано:

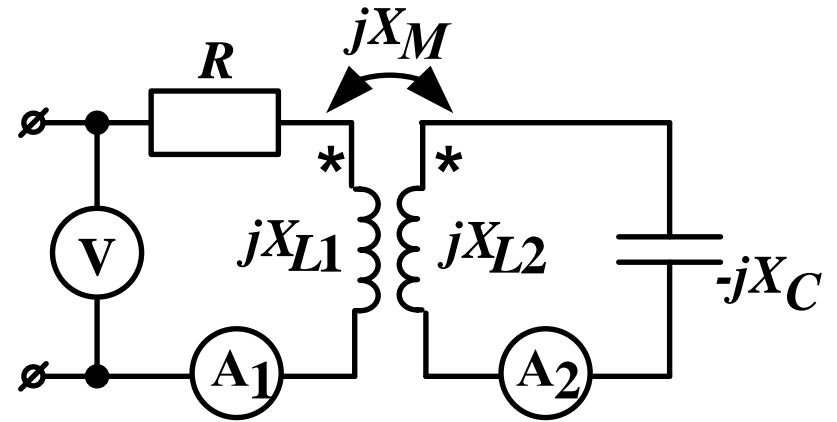
$$I_{A1} = 0 \text{ (A)};$$

$$I_{A2} = 5 \text{ (A)};$$

$$X_{L1} = 10 \text{ (ОМ)}; X_{L2} = 90 \text{ (ОМ)};$$

$$X_M = 30 \text{ (ОМ)}; R = 20 \text{ (ОМ)}.$$

$$X_C = ? \quad U_V = ?$$

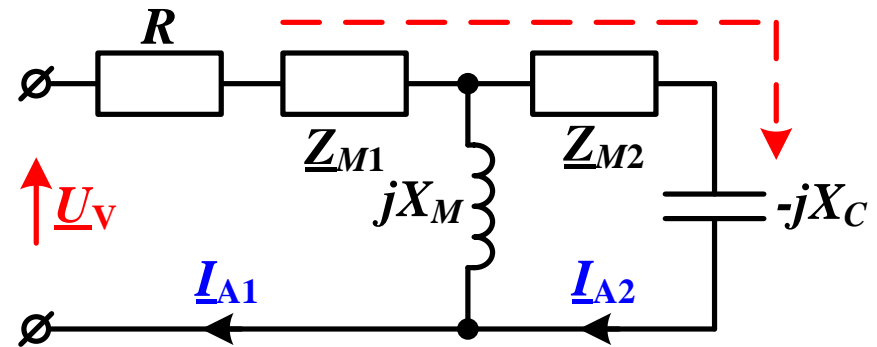


1. Схема замещения трансформатора после развязки:

$$\underline{Z}_{M1} = jX_{L1} - jX_M = -j20 \text{ (ОМ)};$$

$$\underline{Z}_{M2} = jX_{L2} - jX_M = j60 \text{ (ОМ)}.$$

Примем: $\underline{I}_{A1} = 0$; $\underline{I}_{A2} = 5 \text{ (A)}$.



2. По закону Ома: $\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{U}_V}{\underline{Z}_{bx}} = 0,$

тогда входное сопротивление:

$$\underline{Z}_{bx} = R + \underline{Z}_{M1} + \frac{jX_M (\underline{Z}_{M2} - jX_C)}{jX_M + \underline{Z}_{M2} - jX_C} = \infty.$$

В результате: $X_C = X_M + \underline{Z}_{M2}/j = 90(\text{Ом}).$

3. По 2-му закону Кирхгофа:

$$\underline{U}_V = (R + \underline{Z}_{M1}) \underline{I}_{A1} + (\underline{Z}_{M2} - jX_C) \underline{I}_{A2} = 0 - j30 \cdot 5 = 150e^{-j90^\circ} (\text{В}).$$

Показание вольтметра: $U_V = 150 (\text{В})$