

Утверждаю
Зам.директора ЭЛТИ по МР
А.Н. Дудкин

“_____” _____ 200 г.

Расчетно-графические работы
по теоретическим основам электротехники
Часть 1
Методические указания по самостоятельной работе
для студентов ЭЛТИ

Томск – 2007

УДК 621. 313

Расчетно-графические работы по теоретическим основам электротехники. Часть 1. Методические указания по самостоятельной работе для студентов ЭЛТИ. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 68 с.

Составители: доц., канд. техн. наук
ст. пр., канд. техн. наук
ст.пр.

Г.В. Носов
В.А. Колчанова
Е.О. Кулешова

Рецензент: профессор,
доктор технических наук

Ю.П. Усов

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры теоретической и общей электротехники “ 5 ” октября 2006 г.

Зав. кафедрой
доц., к. т. н.

Г.В.Носов

Одобрено учебно-методической комиссией ЭЛТИ.
Председатель учебно-методической комиссии

В.И. Готман

Требования к оформлению расчетно-графических работ

Расчетно-графические работы представляют собой один из основных видов занятий по курсу “Теоретические основы электротехники”. Его цель закрепление навыков в использовании методов расчета цепей, навыков краткого изложения сущности рассматриваемых явлений в электрических цепях, а также умения краткого анализа полученных результатов.

К представленному на проверку отчету по расчетно-графической работе, выполненному на бумаге формата А4, предъявляются следующие требования:

1. На второй странице (после титульного листа, образец которого прилагается) записывается условие задания, затем схема и табличные данные, соответствующие варианту работы. Записи выполняются на одной стороне листа.
2. Основные этапы решения должны быть достаточно подробно пояснены.
3. Рисунки, графики, схемы должны быть выполнены аккуратно по линейке в удобно читаемом масштабе. Каждая кривая и рисунки должны быть подписаны, страницы пронумерованы.
4. Записывать численные результаты искомых величин нужно, как правило, после округления с четырьмя значащими цифрами. Допускается и с тремя, если первая цифра не 1 или 2. Например, 89,3; 0,01145; 89300.
5. Задание должно быть датировано и подписано студентом.
6. Незачтенное задание должно быть исправлено и сдано на повторную проверку вместе с первоначальным вариантом и замечаниями преподавателя. Если неправильно выполнена не вся работа, а только часть ее, то после переработки исправленный текст нужно написать вблизи первоначального текста, указав, что это исправление ошибок.
7. **Расчетно-графическая работа засчитывается после защиты**, если оно удовлетворяет всем перечисленным требованиям, решение не содержит принципиальных ошибок, а при исправлении выполнены все указания преподавателя.

Дополнительные требования:

1. Все буквенные символы необходимо пояснять словами или обозначать на схемах. Числовому решению должно предшествовать буквенное решение или формула.
2. Не следует менять однажды принятые направления токов, наименования узлов, сопротивлений и т.д. В разных методах одну и ту

же величину следует обозначать одним и тем же символом. Конечные результаты необходимо четко выделять.

3. Масштаб кривых и диаграмм выбирать таким образом, чтобы в одном сантиметре укладывалось целое число единиц физической величины. Градуировку осей выполнять, начиная с нуля, равномерно через один или два сантиметра, указывая численные значения величин слева от вертикальной оси и под горизонтальной осью. Обозначения величин и их единицы измерения указывать обязательно. Для векторных диаграмм оси не градуируются, масштаб указывается в правом верхнем углу, например, $m_v = 10 \text{ В/см}$.

ОБРАЗЕЦ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА

Томский политехнический университет

Расчетно-графическая работа №1

Расчет разветвленной цепи постоянного тока
Вариант № 654

Выполнил:
студент группы 9А52
Иванов А.А.
Проверил преподаватель:
Петров П.П.

Томск 2007

Условия расчетно-графических работ

ЗАДАНИЕ №1

Линейные электрические цепи с постоянными напряжениями и токами

Для заданной схемы с постоянными во времени источниками ЭДС и тока, принимая

$$e_1(t) = E_1, \quad e_2(t) = E_2, \quad e_3(t) = 0, \quad J(t) = J,$$

выполнить следующее.

1. Изобразить схему, достаточную для расчета токов ветвей, соединяющих узлы, помеченные буквами, указав их номера и направления.
2. Определить токи во всех ветвях схемы и напряжение на зажимах источника тока:
 - по законам Кирхгофа,
 - методом контурных токов,
 - методом узловых потенциалов.
3. Составить баланс вырабатываемой и потребляемой мощностей.
4. Определить ток в ветви **ab**:
 - методом наложения,
 - методом преобразований.
5. Рассматривая цепь относительно сопротивления **R** ветви **ab** как активный двухполюсник, заменить его эквивалентным генератором, определить параметры эквивалентного генератора и рассчитать ток в ветви **ab**, построить внешнюю характеристику эквивалентного генератора и по ней графически определить ток в ветви **ab**.
6. Для любого контура без источника тока построить потенциальную диаграмму.
7. Определить показание вольтметра.
8. Сравнить результаты вычислений, оценить трудоемкость методов расчета и сформулировать выводы по выполненным пунктам задания.

ЗАДАНИЕ №2

Линейные электрические цепи с гармоническими напряжениями и токами

Для заданной схемы с источниками гармонических ЭДС и тока

$$e_1(t) = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1); \quad e_2(t) = \sqrt{2}E_2 \sin(\omega t + \alpha_2); \\ e_3(t) = 0; \quad J(t) = \sqrt{2}J \sin(\omega t + \beta),$$

принимая $\omega = 314$ рад/с и $M=L/2$, выполнить следующее.

1. Записать систему независимых уравнений по законам Кирхгофа для мгновенных значений токов.
2. Рассчитать без учета **M** комплексные сопротивления ветвей, соединяющих узлы, помеченные на схеме буквами и изобразить комплексную схему замещения с этими сопротивлениями для расчета комплексов действующих значений токов ветвей (номера и направления токов сохранить согласно заданию №1, причем параллельное соединение **R** и **C** представить в виде одного комплексного сопротивления).
3. Не исключая индуктивной связи, определить комплексы действующих значений токов всех ветвей и напряжение на зажимах источника тока:
 - по законам Кирхгофа,
 - методом контурных токов.
4. Записать мгновенные значения тока в ветви **ab** и напряжения на зажимах источника тока.
5. Рассчитать балансы активной и реактивной мощностей.
6. Построить лучевую диаграмму токов и совмещенную с ней топографическую диаграмму напряжений.
7. Определить показание вольтметра.
8. Сделать развязку индуктивной связи и по методу эквивалентного генератора относительно сопротивления **R** ветви **ab** определить комплексное сопротивление активного двухполюсника (эквивалентного генератора) $\underline{Z}_Г = Z_Г \cdot e^{j\varphi_Г}$, ЭДС генератора $\dot{E}_Г$ и ток \dot{I}_{ab} в ветви **ab**, а затем при изменении сопротивления **R** ветви **ab** от 0 до $10 \cdot Z_Г$ рассчитать и построить зависимость для активной мощности $P_{ab} = f(R)$.
9. Проанализировать результаты вычислений и сформулировать выводы по заданию.

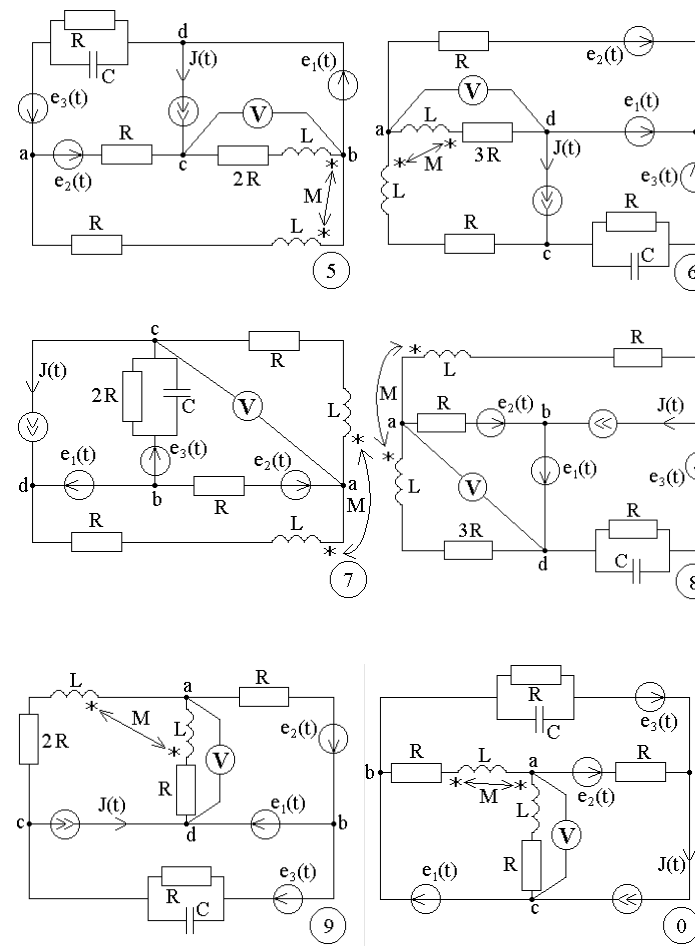
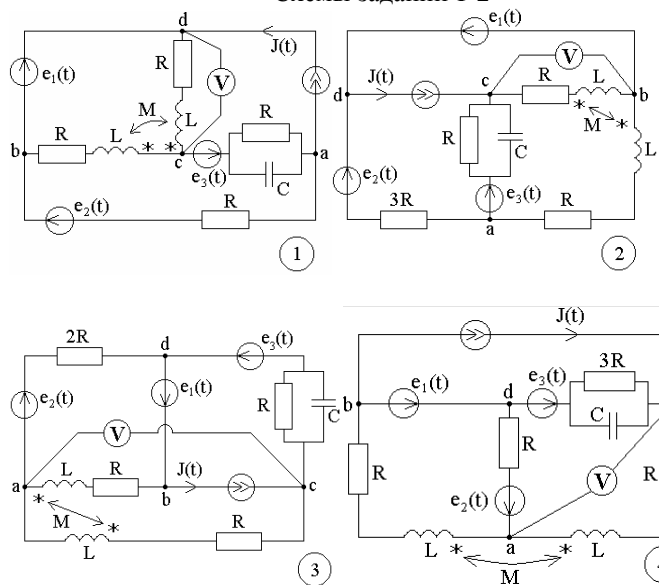
Таблица 1

№	E_1	E_2	α_1	α_2
-	В	В	град	град
1	110	200	0	-90
2	120	190	30	-60
3	130	180	45	-45
4	140	170	60	-30
5	150	160	90	-120
6	160	150	120	0
7	170	140	150	30
8	180	130	180	45
9	190	120	210	60
0	200	110	240	90

Таблица 2

№	J	β	R	L	C
-	А	град	Ом	мГн	мкФ
1	1	120	10	31.85	318.4
2	2	135	20	63.69	159.2
3	3	150	30	95.54	106.1
4	4	180	40	127.39	79.6
5	5	60	50	159.24	63.6
6	1	-90	60	191.08	53
7	2	-60	70	222.93	45.4
8	3	-45	80	254.78	39.8
9	4	-30	90	286.62	35.3
0	5	0	100	318.47	31.8

Схемы заданий 1-2



Примечание: объем задания определяет лектор;

1-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 1;

2-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 2;

3-ья цифра номера задания – номер схемы.

ЗАДАНИЕ № 3

Динамическая трехфазная цепь с местной несимметрией

Для динамической трехфазной цепи с симметричной системой ЭДС $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ генератора и двигателем при заданной местной несимметрии для комплексов действующих значений напряжений и токов выполнить следующее.

1. Для особой фазы рассчитать симметричные составляющие напряжений и токов.
2. Определить напряжения и токи трехфазной цепи.
3. Рассчитать балансы активной и реактивной мощностей.
4. Построить совмещенные векторные диаграммы для всех напряжений трехфазной цепи и токов генератора (один из векторов напряжения или тока представить в виде суммы векторов прямой, обратной и нулевой последовательностей).
5. Проанализировать полученные результаты и сформулировать выводы по работе.

Таблица 1

№	\dot{E}_A	Z_N	Z_n
-	В	Ом	Ом
1	$380e^{j45^\circ}$	∞	$-j10$
2	$127e^{-j45^\circ}$	10	$-j10$
3	$220e^{j0^\circ}$	$-j20$	10
4	$380e^{-j90^\circ}$	$-j20$	∞
5	$220e^{-j60^\circ}$	$-j20$	$-j10$
6	$127e^{-j30^\circ}$	∞	$-j20$
7	$220e^{j90^\circ}$	20	$-j20$
8	$127e^{j60^\circ}$	$-j20$	20
9	$380e^{j30^\circ}$	$-j25$	∞
0	$220e^{j45^\circ}$	$-j20$	$-j20$

Таблица 2

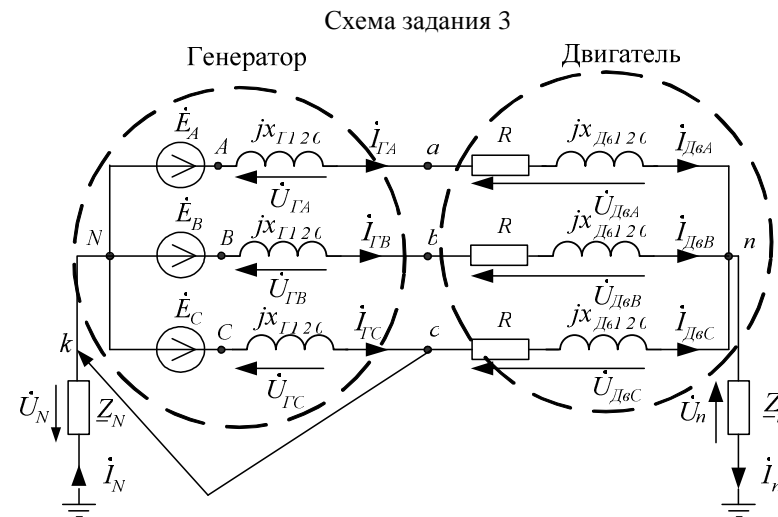
№	$X_{Г1}$	$X_{Г2}$	$X_{Г0}$	R	$X_{Дe1}$	$X_{Дe2}$	$X_{Дe0}$
-	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
1	10	5	3	20	20	10	6
2	20	10	5	40	40	20	10
3	30	15	10	60	60	30	20
4	40	20	15	80	80	40	30
5	50	25	20	100	100	50	40
6	60	30	25	120	120	60	50
7	70	35	30	140	140	70	60
8	80	40	35	160	160	80	70
9	90	45	40	180	180	90	80
0	100	50	45	200	200	100	90

Таблица 3

№	Вид несимметрии
1	Обрыв фазы a
2	К.з. фазы a на «землю»
3	К.з. фаз a и b на «землю»
4	К.з. между фазами a и c
5	Обрыв фазы b
6	К.з. фазы b на N
7	К.з. фаз b и c на N
8	К.з. фазы c на n
9	К.з. фаз a и c на n
0	К.з. между фазами a и b

Примечание:

- 1-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 1;
 2-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 2;
 3-ья цифра номера задания – номер строки в таблице 3.



Методические указания к заданию № 1.

Для заданной схемы дано:

$$e_1(t) = E_1, \text{ В;}$$

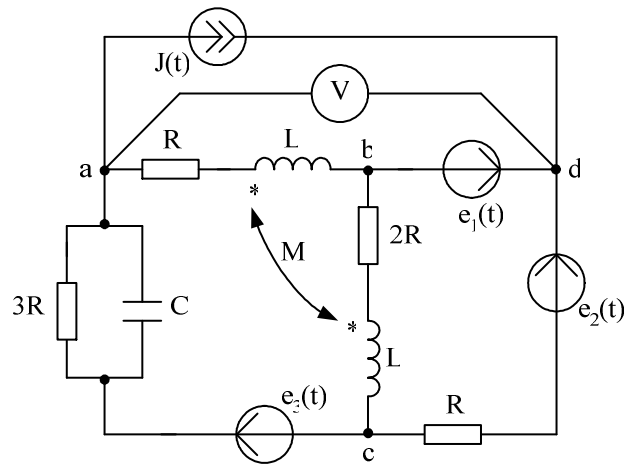
$$e_2(t) = E_2, \text{ В;}$$

$$e_3(t) = 0, \text{ В;}$$

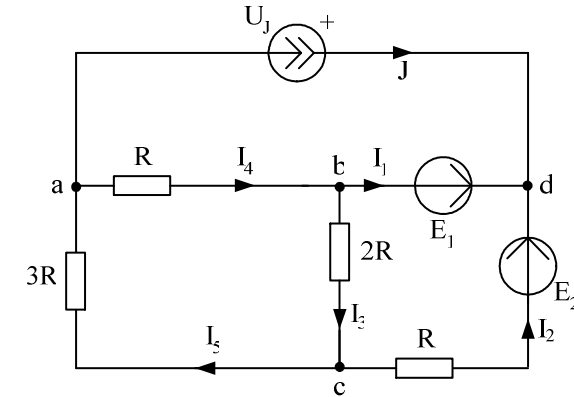
$$J(t) = J, \text{ А.}$$

E_1	E_2	J	α_1	α_2	β	R	L	C	ω	M
В	В	А	град	град	град	Ом	мГн	мкФ	рад/с	мГн
100	200	2	30	45	-60	100	318,47	31,8	314	$L/2$

Схема:

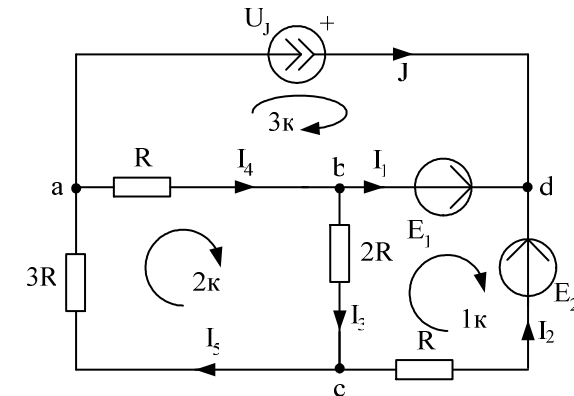


1. Изображаем схему, достаточную для расчета постоянных токов ветвей, соединяющих узлы, помеченные буквами. При этом учитываем, что индуктивный элемент L для постоянного тока является “закороткой”, а емкостный элемент C при постоянном напряжении представляет собой “разрыв” ветви, причем взаимная индуктивность M влияния на постоянные токи не оказывает. Указываем произвольно номера и направления токов в ветвях схемы. Данная схема имеет: $n_y = 4$ узла, $n_e = 6$ ветвей, $n_i = 5$ неизвестных токов.



2. Определяем токи во всех ветвях схемы и напряжение на зажимах источника тока.

2.1. Используем законы Кирхгофа.



Рассчитаем число уравнений, которые необходимо составить: $n_1 = n_y - 1 = 3$ уравнений по первому закону Кирхгофа, $n_2 = n_e - n_1 = 3$ уравнений по второму закону Кирхгофа.

Выбираем 3 узла (например, a, b, c) и составляем уравнения по первому закону Кирхгофа:

$$\text{узел } a: J + I_4 - I_5 = 0,$$

$$\text{узел } b: I_1 + I_3 - I_4 = 0,$$

$$\text{узел } c: I_2 - I_3 + I_5 = 0.$$

Для трех элементарных контуров составляем уравнения по второму закону Кирхгофа

$$1 \text{ контур: } -R \cdot I_2 - 2R \cdot I_3 = E_1 - E_2,$$

$$2 \text{ контур: } 2R \cdot I_3 + R \cdot I_4 + 3R \cdot I_5 = 0,$$

$$3 \text{ контур: } -R \cdot I_4 = U_J - E_1.$$

Полученные $n = n_1 + n_2 = n_6 = 6$ уравнений записываем совместно в матричном виде т.е.

$$\begin{matrix} a \\ b \\ c \\ 1k \\ 2k \\ 3k \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -R & -2R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2R & R & 3R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R & 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ U_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J \\ 0 \\ 0 \\ E_1 - E_2 \\ 0 \\ -E_1 \end{bmatrix} \text{ или } A \times X = B,$$

которые решаем на ЭВМ при помощи программы *MathCad*. Для этого в программу вводим матрицу коэффициентов при заданном $R = 100$ Ом:

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -100 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 200 & 100 & 300 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Затем вводим в программу матрицу правой части уравнений при $E_1 = 100$ В; $E_2 = 200$ В; $J = 2$ А:

$$B := \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ -100 \\ 0 \\ -100 \end{bmatrix}.$$

Далее вводим в программу уравнение $X := A^{-1} \cdot B$ и получаем решение:

$$X = \begin{bmatrix} -2.143 \\ 0.143 \\ 0.429 \\ -1.714 \\ 0.286 \\ 271.429 \end{bmatrix}.$$

Таким образом значения токов и напряжения на источнике тока получились следующие:

$$I_1 = -2.143 \text{ А}; \quad I_2 = 0.143 \text{ А}; \quad I_3 = 0.429 \text{ А}; \quad I_4 = -1.714 \text{ А}; \quad I_5 = 0.286 \text{ А}; \\ U_J = 271.429 \text{ В}.$$

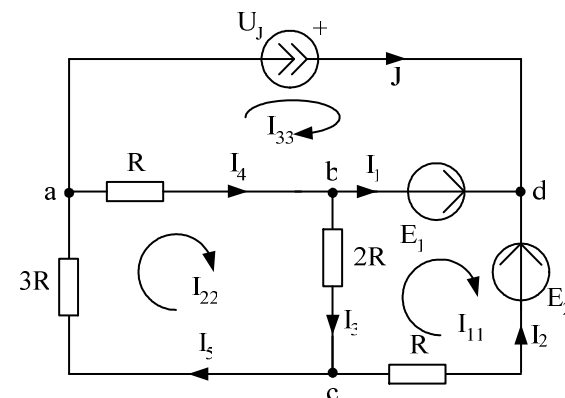
Для предварительной проверки полученных результатов подставляем найденные токи и напряжение U_J в одно из уравнений, составленное по первому закону Кирхгофа, и в одно уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа.

Например:

$$a: J + I_4 - I_5 = -1.714 - 0.286 + 2 = 0,$$

$$3 \text{ контур: } -R \cdot I_4 = -100 \cdot (-1.714) = 171.4 = U_J - E_1 = 271.429 - 100 = 171.429, \text{ т.е. уравнения выполняются.}$$

2.2. Используем метод контурных токов.



Рассчитываем число контурных токов, которые необходимо направить в схеме - $n_{km} = n_6 - n_y + 1 = 3$, и число контурных уравнений, которые необходимо будет решить - $n_{kv} = n_l - n_y + 1 = 2$.

Обозначаем $n_{\text{кн}} = 3$ контурных тока как I_{11}, I_{22}, I_{33} и направляем их в независимых контурах, которые отличаются друг от друга наличием хотя бы одной новой ветви, причем, через источник тока должен проходить один контурный ток, например, I_{33} , тогда $I_{33} = J$.

Для двух неизвестных контурных токов I_{11} и I_{22} составляем $n_{\text{кн}} = 2$ уравнения

$$\text{для } I_{11}: (R+2R) \cdot I_{11} - 2R \cdot I_{22} - 0 \cdot I_{33} = E_1 - E_2;$$

$$\text{для } I_{22}: -2R \cdot I_{11} + (R+2R+3R) \cdot I_{22} - R \cdot I_{33} = 0.$$

Полученные контурные уравнения можно записать в матричном виде ($I_{33} = J$)

$$\begin{bmatrix} 3R & -2R \\ -2R & 6R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - E_2 \\ R \cdot J \end{bmatrix}$$

и решить на ЭВМ при помощи программы *MathCad* как в п.2.1. Эти уравнения можно решить также методами подстановки, Крамера или Гаусса.

Например, для решения системы из двух контурных уравнений

$$\begin{bmatrix} 300 & -200 \\ -200 & 600 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

используем метод Крамера. Найдем определители системы уравнений:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 300 & -200 \\ -200 & 600 \end{vmatrix} = 300 \cdot 600 - (-200) \cdot (-200) = 140000;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -100 & -200 \\ 200 & 600 \end{vmatrix} = (-100) \cdot 600 - 200 \cdot (-200) = -200000;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 300 & -100 \\ -200 & 200 \end{vmatrix} = 300 \cdot 200 - (-100) \cdot (-200) = 40000.$$

$$\text{Тогда } I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -0.143 \text{ А}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 0.286 \text{ А}.$$

Далее находим реальные токи в ветвях схемы с учетом контурных токов, проходящих в этих ветвях:

$$I_1 = I_{11} - I_{33} = -2.143 \text{ А}; \quad I_2 = -I_{11} = 0.143 \text{ А}; \quad I_3 = I_{22} - I_{11} = 0.429 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{22} - I_{33} = -1.714 \text{ А}; \quad I_5 = I_{22} = 0.286 \text{ А}.$$

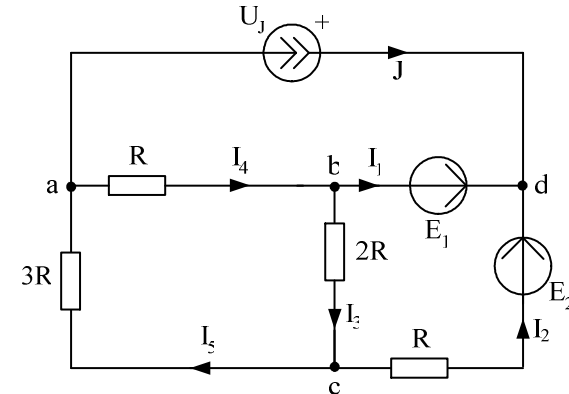
Напряжение на зажимах источника тока найдем при помощи второго закона Кирхгофа для контура с I_{33} :

$$U_J - E_1 = -R \cdot I_4,$$

$$\text{тогда } U_J = E_1 - R \cdot I_4 = 271.4 \text{ В}.$$

Найденные токи в ветвях схемы и напряжение на зажимах источника тока совпадают с результатами п.2.1.

2.3. Используем метод узловых потенциалов.



Потенциал одного из узлов принимаем равным нулю. Таким узлом будет один из узлов ветви без сопротивления, например, $\varphi_b = 0$. Тогда, учитывая $E_1 = \varphi_d - \varphi_b$, находим $\varphi_d = E_1 + \varphi_b = E_1 = 100 \text{ В}$.

Для неизвестных потенциалов φ_a и φ_c составляем расчетные уравнения:

$$\text{для } \varphi_a: \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \right) \cdot \varphi_a - \frac{1}{3R} \cdot \varphi_c - \frac{1}{R} \cdot \varphi_b = -J;$$

$$\text{для } \varphi_c: -\frac{1}{3R} \cdot \varphi_a + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} \right) \cdot \varphi_c - \frac{1}{2R} \cdot \varphi_b - \frac{1}{R} \cdot \varphi_d = -\frac{1}{R} E_2;$$

Полученные уравнения можно записать в матричном виде ($\varphi_d = E_1$):

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \right) & \left(-\frac{1}{3R} \right) \\ \left(-\frac{1}{3R} \right) & \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} \right) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J \\ \frac{1}{R} \cdot E_1 - \frac{1}{R} \cdot E_2 \end{bmatrix}$$

и решить на ЭВМ при помощи программы *MathCad* как в п.2.1. или методами подстановки, Крамера или Гаусса.

Например, для решения системы из двух уравнений

$$\begin{bmatrix} 0.01333 & -0.00333 \\ -0.00333 & 0.01833 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

используем метод Гаусса. Для этого перепишем эти уравнения следующим образом

$$\begin{cases} \varphi_a - \frac{0.00333}{0.01333} \cdot \varphi_c = -\frac{2}{0.01333}; \\ -\varphi_a + \frac{0.01833}{0.00333} \cdot \varphi_c = -\frac{1}{0.00333}. \end{cases}$$

Складываем эти уравнения

$$\cancel{\varphi_a} - \cancel{\varphi_a} + \frac{0.01833}{0.00333} \cdot \varphi_c - \frac{0.00333}{0.01333} \cdot \varphi_c = -\frac{2}{0.01333} - \frac{1}{0.00333}, \quad \text{тогда}$$

$$\varphi_c = \frac{-\frac{2}{0.01333} - \frac{1}{0.00333}}{\frac{0.01833}{0.00333} - \frac{0.00333}{0.01333}} = -85.7 \text{ В.}$$

Затем находим

$$\varphi_a = \frac{0.00333}{0.01333} \cdot \varphi_c - \frac{2}{0.01333} = -171.4 \text{ В.}$$

Далее используем обобщенный закон Ома и первый закон Кирхгофа:

$$I_2 = \frac{\varphi_c - \varphi_d + E_2}{R} = 0.143 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_b^0 - \varphi_c}{2R} = 0.429 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_a - \varphi_b^0}{R} = -1.714 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_c - \varphi_a}{3R} = 0.286 \text{ А};$$

$$I_1 = -J - I_2 = -2.143 \text{ А};$$

$$U_J = \varphi_d - \varphi_a = 271.447 \text{ В.}$$

Таким образом, найденные токи и напряжение на зажимах источника тока совпадают с результатами п.2.1. и п.2.2.

3. Для проверки правильности расчетов составляем баланс вырабатываемой P_g и потребляемой P_n мощности:

$$P_g = E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_J J = 357.192 \text{ Вт};$$

$$P_n = I_2^2 \cdot R + I_3^2 \cdot 2R + I_4^2 \cdot R + I_5^2 \cdot 3R = 357.217 \text{ Вт.}$$

Таким образом, получаем допустимую относительную погрешность расчетов

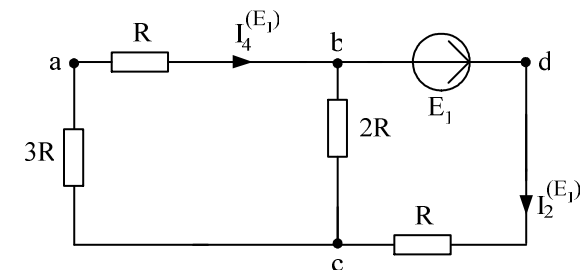
$$\delta_p \% = \frac{|P_g - P_n|}{P_g} \cdot 100 = 0.0069\% \leq 3\% .$$

4. Определяем ток в ветви **ab** тремя методами.

4.1. Используем метод наложения.

Для расчета тока I_4 , который протекает в ветви **ab**, исходную схему с постоянными токами разобьем на три подсхемы с одним источником ЭДС или тока.

4.1.1. Расчет подсхемы с ЭДС E_1 .

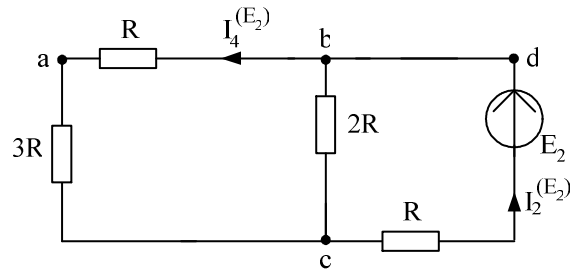


По закону Ома: $I_2^{(E_1)} = \frac{E_1}{R + \frac{2R \cdot (3R + R)}{2R + (3R + R)}} = 0.428 \text{ А}$, тогда по

правилу разброса находим частичный искомый ток, создаваемый ЭДС E_1 :

$$I_4^{(E_1)} = I_2^{(E_1)} \frac{2R}{2R + (3R + R)} = 0.143 \text{ А.}$$

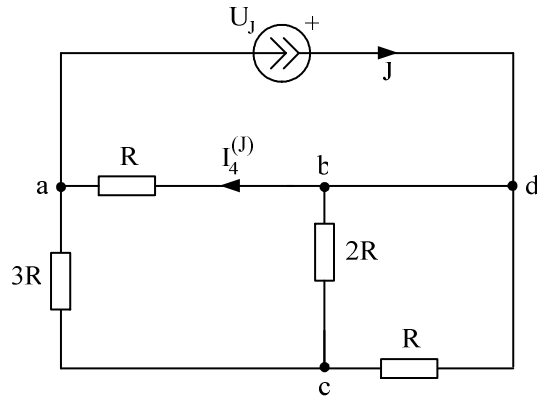
4.1.2. Расчет подсхемы с ЭДС E_2 .



По закону Ома: $I_2^{(E_2)} = \frac{E_2}{R + \frac{2R \cdot (3R + R)}{2R + (3R + R)}} = 0.857 \text{ A}$, тогда

$$I_4^{(E_2)} = I_2^{(E_2)} \cdot \frac{2R}{2R + (3R + R)} = 0.286 \text{ A}.$$

4.1.3. Расчет подсхемы с источником тока J .



Узлы b и d объединяем, тогда по правилу разброса

$$I_4^{(J)} = J \cdot \frac{3R + \frac{2R \cdot R}{2R + R}}{R + \left(3R + \frac{2R \cdot R}{2R + R}\right)} = 1.571 \text{ A}.$$

4.1.4. Находим результирующий ток I_4 , как алгебраическую сумму частичных токов (частичный ток, совпадающий по направлению с результирующим током, берем со знаком “+”):

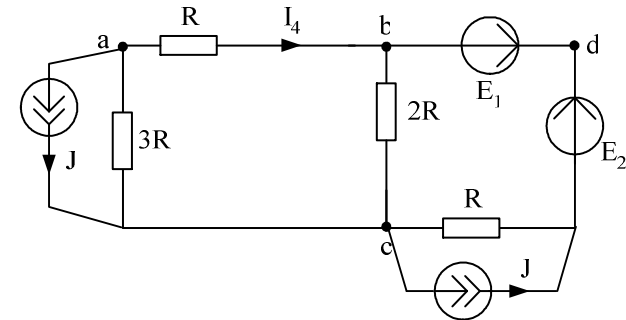
$$I_4 = I_4^{(E_1)} - I_4^{(E_2)} - I_4^{(J)} = 0.143 - 0.286 - 1.571 = -1.714 \text{ A}.$$

Рассчитанный ток I_4 совпадает с током I_4 , найденным в п.2.

4.2. Используем метод преобразований.

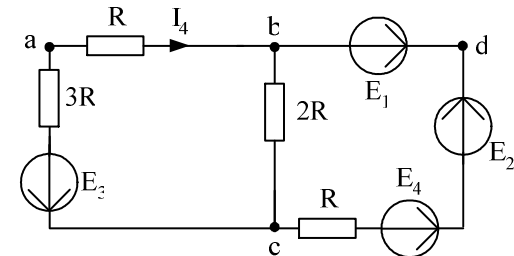
Для расчета тока I_4 исходную схему относительно ветви ab преобразуем до одноконтурной схемы, в которой будет протекать искомый ток I_4 .

Для этого преобразования проведем в несколько этапов. Вначале перенесем источник тока J на сопротивления ветвей ac и cd :



Затем преобразуем источники тока в ЭДС:

$$E_3 = 3R \cdot J = 600 \text{ В} \text{ и } E_4 = R \cdot J = 200 \text{ В}.$$

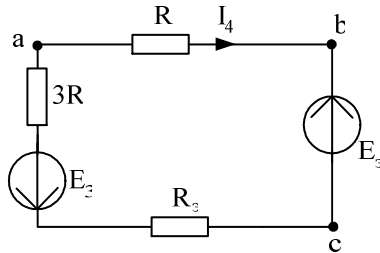


Далее преобразуем параллельное соединение ЭДС и сопротивления ветвей bc и cdb :

$$R_3 = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{R}} = 66.666 \text{ Ом};$$

$$E_3 = \left(\frac{E_2 + E_4 - E_1}{R} \right) \cdot R_3 = 200 \text{ В}.$$

В результате получаем одноконтурную схему с искомым током I_4 :



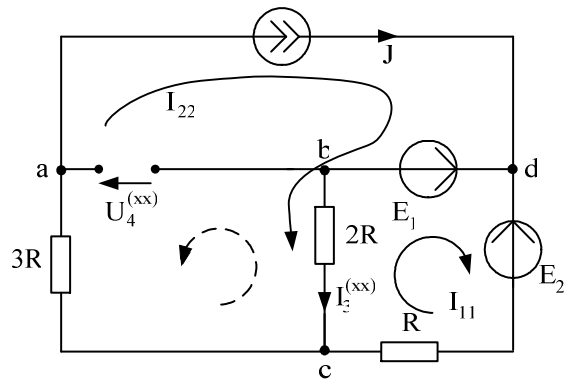
Тогда по закону Ома:

$$I_4 = \frac{-E_3 - E_2}{R + 3R + R_3} = -1.714 \text{ А}.$$

Найденный ток I_4 совпадает с результатами п.2. и п.4.1.4.

5. Определяем ток в ветви **ab** методом эквивалентного генератора.

5.1. Находим напряжение холостого хода $U_4^{(xx)}$ в ветви **ab**.



По методу контурных токов:

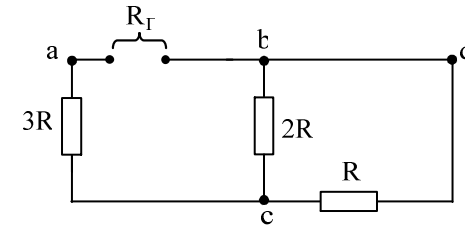
$$I_{22} = J;$$

$$(2R + R) \cdot I_{11} - 2R \cdot I_{22} = E_1 - E_2,$$

тогда $I_{11} = \frac{E_1 - E_2 + 2R \cdot I_{22}}{2R + R} = 1 \text{ А}; I_3^{(xx)} = I_{22} - I_{11} = 2 - 1 = 1 \text{ А}.$

По 2 закону Кирхгофа: $U_4^{(xx)} = -3R \cdot J - 2R \cdot I_3^{(xx)} = -800 \text{ В}$, тогда ЭДС эквивалентного генератора равна $E_{\Gamma} = U_4^{(xx)} = -800 \text{ В}.$

5.2. Находим сопротивление эквивалентного генератора R_{Γ} :



$$R_{\Gamma} = 3R + \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = 366.666 \text{ Ом}.$$

5.3. Находим ток короткого замыкания $I_4^{(кз)}$ эквивалентного генератора:

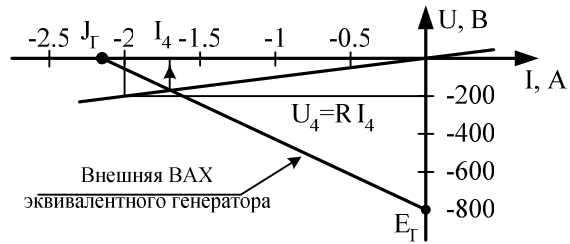
$$I_4^{(кз)} = J_{\Gamma} = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} = -2.182 \text{ А}.$$

5.4. Находим ток в ветви **ab** аналитически по двум формулам:

$$I_4 = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R} = -1.714 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{J_{\Gamma}}{1 + R/R_{\Gamma}} = -1.714 \text{ А}.$$

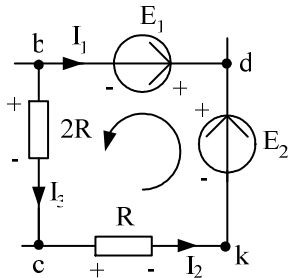
5.5. Находим ток в ветви **ab** графически:



Точка пересечения внешней ВАХ эквивалентного генератора с ВАХ резистора $R=100$ Ом ($U_4=R \cdot I_4=100 \cdot I_4$ В) дает решение: $I_4 \approx -1.7$ А.

Аналитический и графический расчет методом эквивалентного генератора позволяет найти ток I_4 , который совпадает с результатами п.2. и п.4.

6. Для контура без источника тока, например, **bcdk** строим потенциальную диаграмму. При этом обозначаем промежуточную точку **k** и принимаем потенциал точки **b**, как и в методе узловых потенциалов, равным нулю, т.е. $\phi_b = 0$.



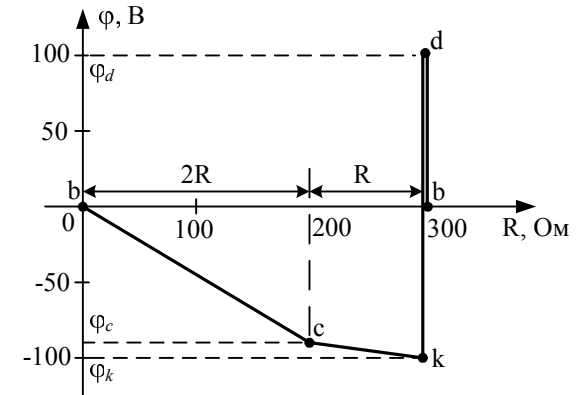
Тогда при принятом обходе выбранного контура против часовой стрелки, проводим расчет потенциалов точек:

$$\begin{aligned} \phi_c &= \phi_b - 2R \cdot I_3 = 0 - 200 \cdot 0.429 = -85.8 \text{ В}; \\ \phi_k &= \phi_c - R \cdot I_2 = -85.8 - 100 \cdot 0.143 = -100.1 \text{ В}; \\ \phi_d &= \phi_k + E_2 = -100.1 + 200 = 99.9 \text{ В}; \\ \phi_b &= \phi_d - E_1 = 99.9 - 100 = -0.1 \approx 0, \end{aligned}$$

т.е. расчеты проведены верно, т.к. получилось $\phi_b \approx 0$ и потенциалы точек ϕ_c и ϕ_d совпали с ранее найденными значениями в методе узловых потенциалов.

Следует отметить, что при расчете потенциалов точек напряжения и ЭДС берутся со знаком “+” в том случае, когда при обходе контура перемещаемся от “-” к “+”.

Строим потенциальную диаграмму:

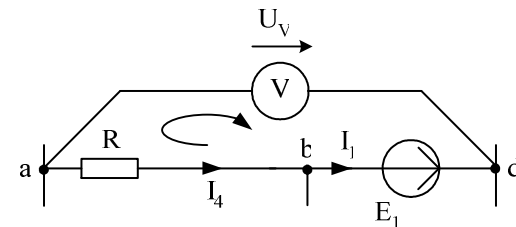


7. Определяем показание вольтметра двумя методами, который включен между узлами **d** и **a**.

7.1. Как разность потенциалов узлов схемы, которые найдены в методе узловых потенциалов:

$$U_V = \phi_d - \phi_a = 100 - (-171.447) = 271.447 \text{ В.}$$

7.2. По 2 закону Кирхгофа:



$$U_V - E_1 = -R \cdot I_4 \text{ или } U_V = E_1 - R \cdot I_4 = 100 - 100 \cdot (-1.714) = 271.4 \text{ В.}$$

Т.е. результаты расчета показания вольтметра двумя методами совпали между собой.

8. Необходимо сформулировать вывод по выполненным пунктам задания, в котором сравнить результаты вычислений и оценить трудоемкость методов расчета.

Расчет РГР №1 при помощи программы MathCad осуществляется следующим образом:

$$\text{ORIGIN} := 1$$

Дано:

$$E1 := 100 \quad E2 := 200 \quad E3 := 0 \quad J := 2$$

$$R := 100$$

1. Метод законов Кирхгофа

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -R & -2R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2R & R & 3R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} -J \\ 0 \\ 0 \\ E1 - E2 \\ 0 \\ -E1 \end{pmatrix}$$

1.1. Решение матричного уравнения: $X := A^{-1} \cdot B$

$$X = \begin{pmatrix} -2.143 \\ 0.143 \\ 0.429 \\ -1.714 \\ 0.286 \\ 271.429 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} I1 := X_1 & I2 := X_2 \\ I3 := X_3 & I4 := X_4 \\ I5 := X_5 & UJ := X_6 \end{matrix}$$

1.2. Значения токов и напряжения на источнике тока:

$$I1 = -2.143$$

$$I2 = 0.143$$

$$I3 = 0.429$$

$$I4 = -1.714$$

$$I5 = 0.286$$

$$UJ = 271.429$$

2. Метод контурных токов

2.1. Определение значений контурных токов и напряжения на источнике тока:

$$J_{33} := J$$

$$A1 := \begin{pmatrix} 3R & -2R & 0 \\ -2R & 6R & 0 \\ 0 & R & 1 \end{pmatrix} \quad B1 := \begin{pmatrix} E1 - E2 \\ J_{33} \cdot R \\ E1 + J_{33} \cdot R \end{pmatrix}$$

$$X1 := A1^{-1} \cdot B1$$

$$X1 = \begin{pmatrix} -0.143 \\ 0.286 \\ 271.429 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} J11 := X1_1 \\ J22 := X1_2 \\ UJk := X1_3 \end{matrix}$$

2.2. Значения контурных токов и напряжения на источнике тока:

$$J11 = -0.143$$

$$J22 = 0.286$$

$$UJk = 271.429$$

2.3. Определение токов в ветвях:

$$I1k := J11 - J33 \quad I1k = -2.143$$

$$I2k := -J11 \quad I2k = 0.143$$

$$I3k := J22 - J11 \quad I3k = 0.429$$

$$I4k := J22 - J33 \quad I4k = -1.714$$

$$I5k := J22 \quad I5k = 0.286$$

3. Метод узловых потенциалов

3.1. Определение значений потенциалов узлов **a** и **c**:

$$\varphi_b := 0$$

$$\varphi_d := E1 + \varphi_b \quad \varphi_d = 100$$

$$A2 := \begin{pmatrix} \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} & -\frac{1}{3R} \\ -\frac{1}{3R} & \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} \end{pmatrix} \quad B2 := \begin{pmatrix} -J \\ \frac{1}{R} \cdot E1 - \frac{1}{R} \cdot E2 \end{pmatrix}$$

$$X2 := A2^{-1} \cdot B2$$

$$X2 = \begin{pmatrix} -171.429 \\ -85.714 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \varphi_a := X2_1 \\ \varphi_c := X2_2 \end{matrix}$$

3.2. Значения узловых потенциалов:

$$\varphi_a = -171.429$$

$$\varphi_c = -85.714$$

3.3. Значения токов в ветвях и напряжения на источнике тока:

$$I2 := \frac{\varphi_c - \varphi_d + E2}{R} \quad I2 = 0.143$$

$$I3 := \frac{\varphi_b - \varphi_c}{2R} \quad I3 = 0.429$$

$$I4 := \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R} \quad I4 = -1.714$$

$$I5 := \frac{\varphi_c - \varphi_a}{3R} \quad I5 = 0.286$$

$$I1 := -J - I2 \quad I1 = -2.143$$

$$UJ := \varphi_d - \varphi_a \quad UJ = 271.429$$

4. Баланс мощности

4.1. Вырабатываемая мощность

$$P_v := E1 \cdot I1 + E2 \cdot I2 + UJ \cdot J$$

$$P_v = 357.143$$

4.2. Потребляемая мощность

$$P_p := I_2^2 \cdot R + I_3^2 \cdot 2R + I_4^2 \cdot R + I_5^2 \cdot 3R$$

$$P_p = 357.143$$

4.3. Погрешность

$$\delta := \frac{|P_v - P_p|}{P_v} \cdot 100 \quad \delta = 0$$

5. Определение тока в ветви **ab** I_4

5.1. Метод наложения

5.1.1. Расчет подсхемы с ЭДС E_1

$$I_2' := \frac{E_1}{R + \frac{2R \cdot (3R + R)}{2R + (3R + R)}} \quad I_2' = 0.429$$

$$I_4' := I_2' \cdot \frac{2R}{2R + (3R + R)} \quad I_4' = 0.143$$

5.1.2. Расчет подсхемы с ЭДС E_2

$$I_2'' := \frac{E_2}{R + \frac{2R \cdot (3R + R)}{2R + (3R + R)}} \quad I_2'' = 0.857$$

$$I_4'' := I_2'' \cdot \frac{2R}{2R + (3R + R)} \quad I_4'' = 0.286$$

5.1.3. Расчет подсхемы с источником тока J

$$I_4''' := J \cdot \frac{3R + \frac{2R \cdot R}{2R + R}}{R + \left(3R + \frac{2R \cdot R}{2R + R} \right)} \quad I_4''' = 1.571$$

5.1.4. Расчет результирующего тока I_4

$$I_4 := I_4' - I_4'' - I_4''' \quad I_4 = -1.714$$

5.2. Метод преобразований (упрощаем исходную схему до одноконтурной)

$$I_4 := \frac{2E_1 - 2E_2 - 11 \cdot R \cdot J}{14 \cdot R} \quad I_4 = -1.714$$

5.3. Метод эквивалентного генератора

5.3.1. По методу контурных токов определяем токи XX

$$I_{22} := J$$

$$I_{11} := \frac{E_1 - E_2 + 2R \cdot I_{22}}{2R + R} \quad I_{11} = 1$$

$$I_{3xx} := I_{22} - I_{11} \quad I_{3xx} = 1$$

$$U_{4xx} := -3R \cdot J - 2R \cdot I_{3xx} \quad E_g := U_{4xx} \quad E_g = -800$$

5.3.2. Определяем сопротивление эквивалентного генератора R_g

$$R_g := 3R + \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} \quad R_g = 366.667$$

5.3.3. Определяем ток эквивалентного генератора I_g

$$I_g := \frac{E_g}{R_g} \quad I_g = -2.182$$

5.3.4. Определяем ток I_4

$$I_4 := \frac{E_g}{R_g + R} \quad I_4 = -1.714$$

или

$$I_4 := \frac{I_g}{1 + \frac{R}{R_g}} \quad I_4 = -1.714$$

6. Находим ток I_4 графически

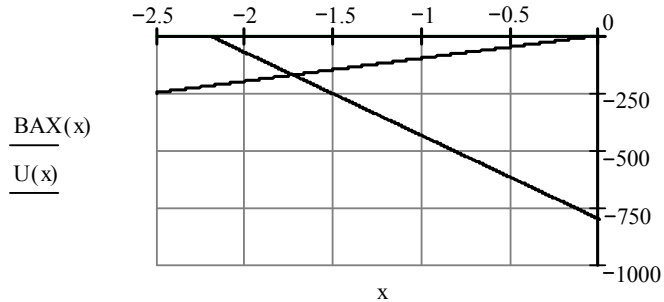
стоим внешнюю характеристику генератора

$$BAX_g := \begin{pmatrix} I_g & 0 \\ 0 & E_g \end{pmatrix} \quad BAX(x) := \text{linterp}(BAX_g^{(1)}, BAX_g^{(2)}, x)$$

$$\text{BAXg} := \begin{pmatrix} I_g & 0 \\ 0 & E_g \end{pmatrix} \quad \text{BAX}(x) := \text{linterp}(\text{BAXg}^{(1)}, \text{BAXg}^{(2)}, x)$$

строим график ВАХ резистора

$$U(x) := R \cdot x$$



$$x := -2$$

Given

$$\text{BAX}(x) - U(x) = 0$$

$$x1 := \text{Find}(x)$$

т.е. $I4 := x1 \quad I4 = -1.714$

7. Построение потенциальной диаграммы

$$\varphi_b := 0 \quad \varphi_b = 0$$

$$\varphi_c := \varphi_b - 2R \cdot I4 \quad \varphi_c = -85.714$$

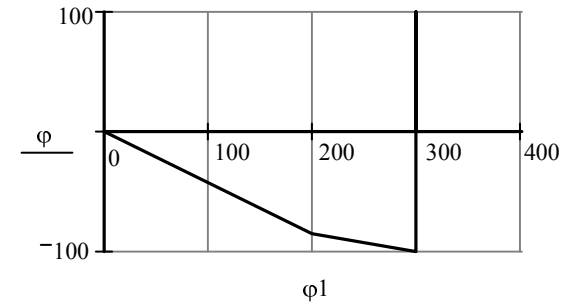
$$\varphi_k := \varphi_c - R \cdot I4 \quad \varphi_k = -100$$

$$\varphi_d := \varphi_k + E2 \quad \varphi_d = 100$$

$$\varphi_{bb} := \varphi_d - E1 \quad \varphi_{bb} = 0$$

потенциал φ_{bb} должен быть равен φ_b

$$\begin{pmatrix} \varphi_b \\ \varphi_c \\ \varphi_k \\ \varphi_d \\ \varphi_{bb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2R \\ 3R \\ 3R \\ 3R \end{pmatrix}$$



Построенные график и диаграмму рекомендуется скопировать в графический редактор, например, Microsoft Visio и сделать соответствующие подписи.

8. Определяем показания вольтметра

$$U_v := |U_j| \quad U_v = 271.429$$

$$\text{или } U_v := |\varphi_d - \varphi_a| \quad U_v = 271.429$$

$$\text{или } U_v := E1 - R \cdot I4 \quad U_v = 271.429$$

Методические указания к работе № 2.

Для заданной схемы дано:

$$e_1(t) = \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega t + \alpha_1), \text{ В;}$$

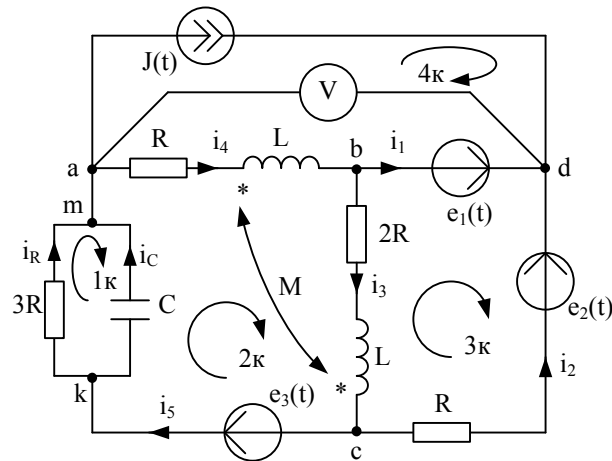
$$e_2(t) = \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega t + \alpha_2), \text{ В;}$$

$$e_3(t) = 0, \text{ В;}$$

$$J(t) = \sqrt{2} \cdot J \cdot \sin(\omega t + \beta), \text{ А.}$$

E_1	E_2	J	α_1	α_2	β	R	L	C	ω	M
В	В	А	град	град	град	Ом	мГн	мкФ	рад/с	мГн
100	200	2	90	0	-60	100	318,47	31,8	314	$L/2$

Схема:



1. Записываем систему независимых уравнений по законам Кирхгофа для мгновенных значений токов (функций времени). Для этого указываем номера и направления токов в ветвях схемы аналогично заданию 1. Так как $e_3(t) = 0$, то узлы a и m , k и c объединяем. В результате полученная схема будет иметь: $n_y = 4$ узла, $n_e = 7$ ветвей; $n_1 = n_y - 1 = 3$ уравнений по первому закону Кирхгофа, $n_2 = n_e - n_1 = 4$ уравнений по второму закону Кирхгофа.

Выбираем 3 узла (например, a , b , d) и 4 контура, для которых составляем уравнения по законам Кирхгофа, учитывая, что индуктивно связанные элементы включены встречно:

$$\text{узел } a: J(t) + i_4 - i_R - i_C = 0,$$

$$\text{узел } b: i_1 + i_3 - i_4 = 0,$$

$$\text{узел } d: -i_1 - i_2 - J(t) = 0,$$

$$1 \text{ контур: } 3R \cdot i_R - \frac{1}{C} \int i_C \cdot dt = 0,$$

$$2 \text{ контур: } \frac{1}{C} \int i_C dt + Ri_4 + \left(L \frac{di_4}{dt} - M \frac{di_3}{dt} \right) + \left(L \frac{di_3}{dt} - M \frac{di_4}{dt} \right) + 2Ri_3 = 0,$$

$$3 \text{ контур: } -R \cdot i_2 - 2R \cdot i_3 - \left(L \frac{di_3}{dt} - M \frac{di_4}{dt} \right) = e_1(t) - e_2(t),$$

$$4 \text{ контур: } -R \cdot i_4 - \left(L \frac{di_4}{dt} - M \frac{di_3}{dt} \right) = u_J(t) - e_1(t).$$

Найти токи из этих дифференциальных уравнений весьма трудно. Поэтому используем символический метод, позволяющий дифференциальные уравнения с синусоидальными напряжениями и токами преобразовать к алгебраическим уравнениям с комплексными величинами, решить которые значительно проще.

2. Рассчитываем без учета взаимной индуктивности M комплексные сопротивления ветвей, соединяющих узлы a , b , c , d , причем,

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 318,47 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ Ом; } X_M = \frac{X_L}{2} = 50 \text{ Ом;}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 31,8 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_1 = 0 \text{ Ом; } \underline{Z}_2 = R = 100 = 100 \cdot e^{j0^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_3 = 2R + jX_L = 200 + j100 = \sqrt{200^2 + 100^2} \cdot e^{j \arctg \frac{100}{200}} = 223,6 \cdot e^{j26,6^\circ} \text{ Ом;}$$

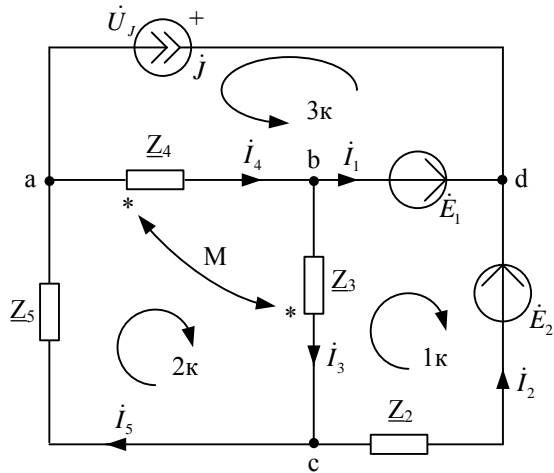
$$\underline{Z}_4 = R + jX_L = 100 + j100 = 141,4 \cdot e^{j45^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_5 = \frac{3R \cdot (-jX_C)}{3R - jX_C} = \frac{300 \cdot (-j100)}{300 - j100} = \frac{3 \cdot 10^4 e^{-j90^\circ}}{\sqrt{300^2 + 100^2} e^{j \arctg \frac{-100}{300}}} =$$

$$= \frac{3 \cdot 10^4 e^{-j90^\circ}}{316.2 e^{-j18.4^\circ}} = 94.88 e^{-j71.6^\circ} = 30 - j90 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_M = jX_M = j\omega M = j\omega \frac{L}{2} = j50 = 50 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом.}$$

Изображаем комплексную схему замещения с этими сопротивлениями и комплексами действующих значений:



$$\dot{E}_1 = E_1 \cdot e^{j\alpha_1} = 100 \cdot e^{j90^\circ} = j100 \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = E_2 \cdot e^{j\alpha_2} = 200 \cdot e^{j0^\circ} = 200 \text{ В};$$

$$\dot{J} = J \cdot e^{j\beta} = 2 \cdot e^{-j60^\circ} = 1 - j1.73 \text{ А};$$

встречное включение.

3. Не исключая индуктивной связи, определяем комплексы действующих значений токов всех ветвей и напряжение на зажимах источника тока.

3.1. Используем законы Кирхгофа в комплексной форме ($n_y = 4$ - число узлов, $n_e = 6$ - число ветвей, $n_1 = n_y - 1 = 3$ - число уравнений по первому закону Кирхгофа, $n_2 = n_e - n_1 = 3$ - число уравнений по второму закону Кирхгофа):

$$\text{узел } a: \dot{J} + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0,$$

$$\text{узел } b: \dot{I}_1 + \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0,$$

$$\text{узел } c: \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{I}_5 = 0,$$

$$1 \text{ контур: } \underline{Z}_2 \cdot \dot{I}_2 + (\underline{Z}_3 \cdot \dot{I}_3 - \underline{Z}_M \cdot \dot{I}_4) = -\dot{E}_1 + \dot{E}_2,$$

$$2 \text{ контур: } (\underline{Z}_3 \cdot \dot{I}_3 - \underline{Z}_M \cdot \dot{I}_4) + (\underline{Z}_4 \cdot \dot{I}_4 - \underline{Z}_M \cdot \dot{I}_3) + \underline{Z}_5 \cdot \dot{I}_5 = 0,$$

$$3 \text{ контур: } (\underline{Z}_4 \cdot \dot{I}_4 - \underline{Z}_M \cdot \dot{I}_3) = -\dot{U}_J + \dot{E}_1.$$

Полученные $n = n_1 + n_2 = n_e = 6$ уравнений записываем совместно в матричном виде т.е.

$$\begin{matrix} a \\ b \\ c \\ 1k \\ 2k \\ 3k \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2 & \underline{Z}_3 & -\underline{Z}_M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_3 - \underline{Z}_M & \underline{Z}_4 - \underline{Z}_M & \underline{Z}_5 & 0 \\ 0 & 0 & -\underline{Z}_M & \underline{Z}_4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \\ \dot{U}_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{E}_1 + \dot{E}_2 \\ 0 \\ \dot{E}_1 \end{bmatrix} \text{ или}$$

$A \times X = B$, которые решаем на ЭВМ при помощи программы *MathCad*. В результате:

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 100 & 200+100i & -50i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 200+50i & 100+50i & 30-90i & 0 \\ 0 & 0 & -50i & 100+100i & 0 & 1 \end{bmatrix}; B := \begin{bmatrix} -1+1.73i \\ 0 \\ 0 \\ 200-100i \\ 0 \\ 100i \end{bmatrix}.$$

Далее вводим в программу уравнение $X := A^{-1} \cdot B$ и получаем решение в алгебраической форме:

$$X = \begin{bmatrix} -0.795 + 2.223i \\ -0.205 - 0.493i \\ 0.408 - 0.554i \\ -0.387 + 1.668i \\ 0.613 - 0.062i \\ 233.298 - 7.703i \end{bmatrix}.$$

Переводим найденные значения в показательную форму, причем для этого можно использовать *MathCad*:

$$\dot{I}_1 = -0.795 + j2.223 = 2.361e^{j109.7^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_2 = -0.205 - j0.493 = 0.534e^{-j112.5^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = 0.408 - j0.554 = 0.688e^{-j53.6^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_4 = -0.387 + j1.668 = 1.713e^{j103^\circ} \text{ A};$$

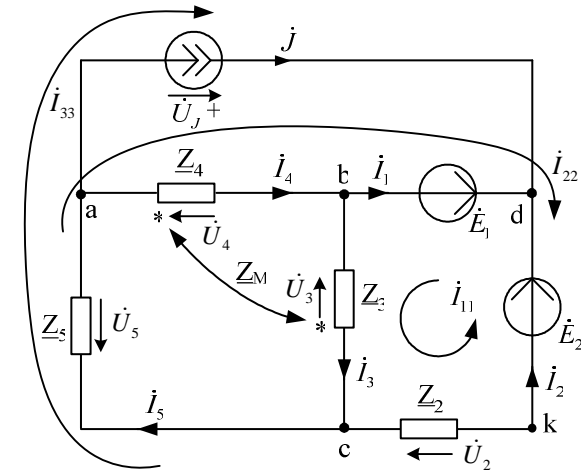
$$\dot{I}_5 = 0.613 - j0.062 = 0.616e^{-j5.7^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{U}_J = 233.298 - j7.703 = 233.425e^{-j1.9^\circ} \text{ В},$$

где, например, при расчетах на *MathCad* имеем:

$$|-0.795 + 2.223i| = 2.361; \frac{\arg(-0.795 + 2.223i)}{\text{deg}} = 109.7.$$

3.2. Используем метод контурных токов в комплексной форме ($n_y = 4$ - число узлов, $n_e = 6$ - число ветвей, $n_i = 5$ - число неизвестных токов, $n_{km} = n_e - n_y + 1 = 3$ - число контурных токов, $n_{ky} = n_i - n_y + 1 = 2$ - число контурных уравнений):



Контурные токи направляем так, чтобы через источник тока проходил один контурный ток и через каждое индуктивно связанное сопротивление проходил один свой контурный ток.

В результате получим следующие уравнения для контурных токов (встречное включение):

$$\begin{cases} \dot{I}_{33} = \dot{J} = 1 - j1.73 \\ \dot{I}_{11} \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \dot{I}_{22} \cdot \underline{Z}_2 - \dot{I}_{33} \cdot \underline{Z}_2 - \dot{I}_{22} \cdot \underline{Z}_M = -\dot{E}_1 + \dot{E}_2 \\ \dot{I}_{22} \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \dot{I}_{11} \cdot \underline{Z}_2 + \dot{I}_{33} \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5) - \dot{I}_{11} \cdot \underline{Z}_M = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \end{cases}.$$

Группируем слагаемые и записываем уравнения в матричном виде:

$$\left[\begin{array}{c|c} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) & -(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_M) \\ \hline -(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_M) & (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) \end{array} \right] \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{J} \cdot \underline{Z}_2 \\ \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{J} \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5) \end{bmatrix}.$$

Эти уравнения можно решить подстановкой, методом Крамера или на ЭВМ при помощи программы *MathCad*. Для этого в программу вводим матрицы с числовыми значениями комплексных коэффициентов в алгебраической форме:

$$A := \left[\begin{array}{c|c} (300+100i) & -(100+50i) \\ \hline -(100+50i) & (230+10i) \end{array} \right] \quad B := \left[\begin{array}{c} 300-273i \\ \hline -174.3+414.9i \end{array} \right]$$

Далее вводим а программу уравнение $X := A^{-1} \cdot B$ и получаем решение в алгебраической форме:

$$X = \left[\begin{array}{c} 0.408-0.554i \\ \hline -0.387+1.668i \end{array} \right],$$

т.е. $\dot{I}_{11} = 0.408 - j0.554$ А; $\dot{I}_{22} = -0.387 + j1.668$ А.

В результате токи в ветвях схемы будут следующими:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{22} - \dot{I}_{11} = -0.795 + j2.223 \text{ А};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} - \dot{I}_{33} = -0.205 - j0.493 \text{ А};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{11} = 0.408 - j0.554 \text{ А};$$

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_{22} = -0.387 + j1.668 \text{ А};$$

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_{22} + \dot{I}_{33} = 0.613 - j0.062 \text{ А}.$$

Напряжение на зажимах источника тока найдем по 2 закону Кирхгофа в комплексной форме (контур **adba**):

$$\dot{U}_J - \dot{E}_1 = -(\underline{Z}_4 \cdot \dot{I}_4 - \underline{Z}_M \cdot \dot{I}_3), \text{ тогда}$$

$$\dot{U}_J = \dot{E}_1 - (\underline{Z}_4 \cdot \dot{I}_4 - \underline{Z}_M \cdot \dot{I}_3) = 233.298 - j \cdot 7.703 \text{ В}.$$

Таким образом, полученные результаты полностью совпали с результатами, найденными при помощи законов Кирхгофа.

4. Записываем мгновенные значения тока в ветви **ab** и напряжения на зажимах источника тока:

$$i_{ab}(t) = i_4(t) = \sqrt{2} \cdot 1.713 \cdot \sin(314t + 103^\circ) \text{ А};$$

$$u_J(t) = \sqrt{2} \cdot 233.425 \cdot \sin(314t - 1.9^\circ) \text{ В}.$$

5. Рассчитываем балансы активной и реактивной мощностей.

5.1. Полная вырабатываемая мощность всех источников:

$$\underline{S}_g = \dot{E}_1 \dot{I}_1^* + \dot{E}_2 \dot{I}_2^* + \dot{U}_J \dot{J}^* = 100e^{j90^\circ} \cdot 2.361e^{-j109.7^\circ} + 200e^{j0^\circ} \cdot 0.534e^{j112.5^\circ} + 233.425e^{-j1.9^\circ} \cdot 2e^{j60^\circ} = 427.979 + j414.93 \text{ ВА, где } \dot{J}^* = 2e^{j60^\circ} \text{ А};$$

$\dot{I}_1^* = 2.361e^{-j109.7^\circ}$ А; $\dot{I}_2^* = 0.534e^{j112.5^\circ}$ А - сопряженные значения токов источников.

5.2. Активная потребляемая мощность:

$$P_n = I_1^2 \cdot \text{Re}(\underline{Z}_1) + I_2^2 \cdot \text{Re}(\underline{Z}_2) + I_3^2 \cdot \text{Re}(\underline{Z}_3) + I_4^2 \cdot \text{Re}(\underline{Z}_4) + I_5^2 \cdot \text{Re}(\underline{Z}_5) = 0.534^2 \cdot 100 + 0.688^2 \cdot 200 + 1.713^2 \cdot 100 + 0.616^2 \cdot 30 = 427.979 \text{ Вт};$$

где I_1, I_2, \dots, I_5 - действующие значения (модули) токов.

5.3. Реактивная потребляемая мощность:

$$Q_n = I_1^2 \cdot \text{Im}(\underline{Z}_1) + I_2^2 \cdot \text{Im}(\underline{Z}_2) + I_3^2 \cdot \text{Im}(\underline{Z}_3) + I_4^2 \cdot \text{Im}(\underline{Z}_4) + I_5^2 \cdot \text{Im}(\underline{Z}_5) - 2X_M I_3 I_4 \cos(\beta_3 - \beta_4) = 0 + 0.534^2 \cdot 0 + 0.688^2 \cdot 100 + 1.713^2 \cdot 100 + 0.616^2 \cdot (-90) - 2 \cdot 50 \cdot 0.688 \cdot 1.713 \cdot \cos(-53.6^\circ - 103^\circ) = 414.93 \text{ вар};$$

где I_3, I_4 и β_3, β_4 - действующие значения и фазы (углы) индуктивно связанных токов.

5.4. Погрешности расчетов.

- По активной мощности:

$$\delta_P \% = \frac{|P_g - P_n|}{P_g} \cdot 100 = 0 \leq 3\% .$$

- По реактивной мощности:

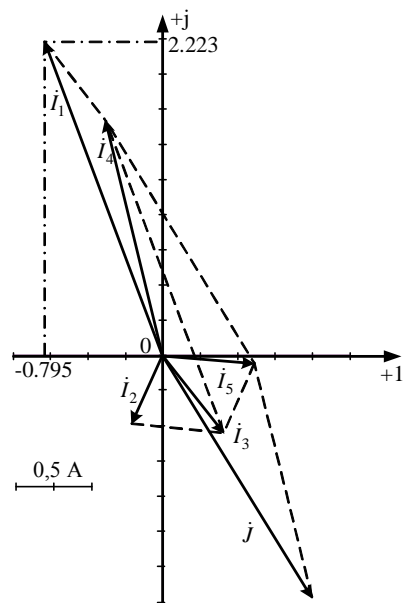
$$\delta_Q \% = \frac{|Q_g - Q_n|}{Q_g} \cdot 100 = 0 \leq 3\%$$

Строим лучевую векторную диаграмму токов и совмещенную с ней топографическую векторную диаграмму напряжений. Для этого принимаем масштаб векторов тока $m_I = 0.05$ А/мм и на комплексной плоскости строим векторы токов, которые выходят из начала координат каждый под своим углом. Для упрощения построения векторов можно откладывать вещественную и мнимую составляющие по вещественной и мнимой осям соответственно в принятом масштабе m_I , например,

$$\dot{I}_1 = -0.795 + j2.223 = 2.361e^{j109.7^\circ} \text{ А}.$$

После построения векторов токов проверяем первый закон Кирхгофа. Для этого достраиваем для узлов пунктирными линиями параллелограммы таким образом, чтобы ток равный сумме двух других токов являлся диагональю параллелограмма. Например, для узла **a**

имеем $\dot{I}_5 = \dot{I}_4 + \dot{J}$, т.е. \dot{I}_5 является диагональю параллелограмма, образованного токами \dot{I}_4 и \dot{J} .



Для упрощения построения топографической диаграммы напряжений на комплексной схеме расставляем стрелки напряжений $\dot{U}_2, \dot{U}_3, \dot{U}_4, \dot{U}_5$ навстречу направлениям токов. Далее, используя закон Ома и учитывая наличие индуктивной связи, проводим расчет этих напряжений (встречное включение):

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_2 \dot{I}_2 = -20,5 - j49,3 = 53,39e^{-j112,6^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_3 = \underline{Z}_3 \dot{I}_3 - \underline{Z}_M \dot{I}_4 = 220,4 - j50,65 = 226,14e^{-j12,9^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_4 = \underline{Z}_4 \dot{I}_4 - \underline{Z}_M \dot{I}_3 = -233,2 + j107,7 = 256,9e^{-j155,21^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_5 = \underline{Z}_5 \dot{I}_5 = 12,81 - j57,03 = 58,45e^{-j77,3^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_1 = j100 = 100e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = 100 = 200e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_J = 233,3 - j7,7 = 233,4e^{-j1,9^\circ} \text{ В}.$$

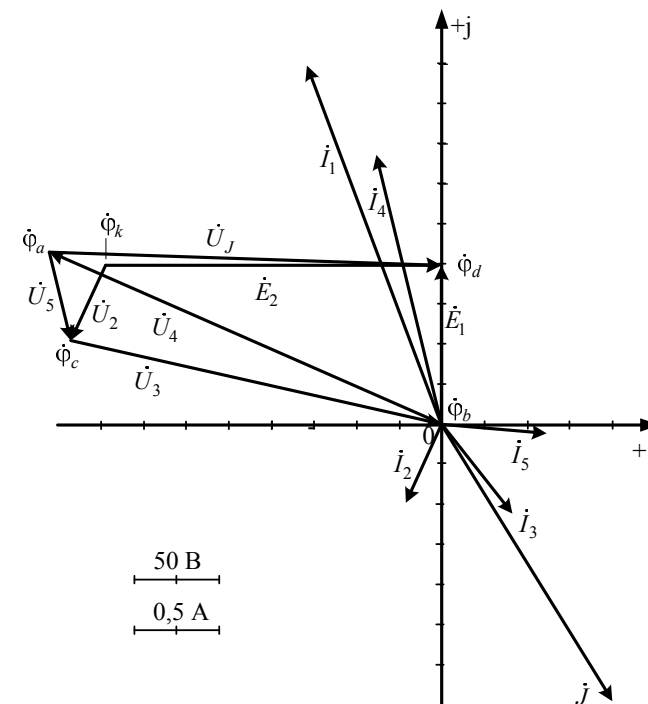
Затем рассчитываем комплексные потенциалы узлов и точки k схемы, предварительно приняв, например, $\phi_b = 0$:

$$\phi_a = \phi_b + \dot{U}_4 = -233,2 + j107,7 \text{ В};$$

$$\phi_d = \phi_b + \dot{E}_1 = j100 \text{ В};$$

$$\phi_c = \phi_b - \dot{U}_3 = -220,4 + j50,65 \text{ В};$$

$$\phi_k = \phi_c - \dot{U}_2 = -199,9 + j99,95 \text{ В}.$$



Принимаем масштаб векторов напряжений и потенциалов узлов, например, $m_U = 50 \text{ В/см}$. На комплексной плоскости, где уже построены векторы токов, отмечаем точками потенциалы узлов и точки k , откладывая их вещественные и мнимые составляющие по вещественной и мнимой осям соответственно, в принятом масштабе m_U . Далее соединяем точки потенциалов векторами напряжений согласно их направлениям на комплексной схеме замещения.

6. Определяем показание вольтметра аналитически и графически, как действующее значение напряжения, между точками включения вольтметра, т.е. между узлами **a** и **d**.

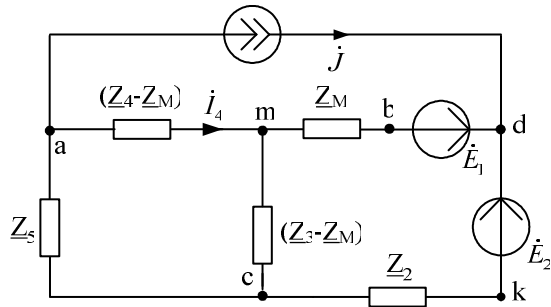
– Аналитически:

$$U_V = |\dot{U}_J| = 233.425 \text{ В или } U_V = |\dot{\phi}_d - \dot{\phi}_a| = |233.2 - j7.7| = 233.425 \text{ В.}$$

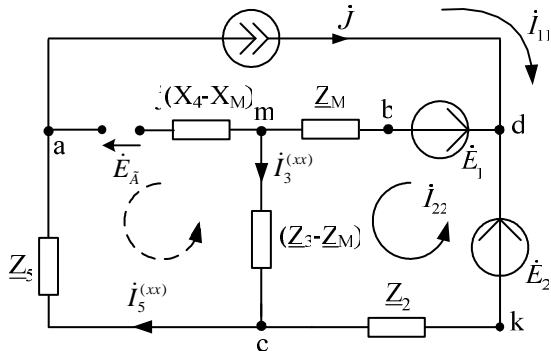
– Графически (по векторной диаграмме):

$$U_V = |\overline{ad}| \cdot m_V = 4.65 \cdot 50 = 232.5 \text{ В.}$$

7. Делаем развязку индуктивной связи и методом эквивалентного генератора находим ток ветви **ab**, т.е. $\dot{I}_{ab} = \dot{I}_4$. При развязке учитываем, что индуктивно связанные сопротивления Z_3 и Z_4 подходят к общему узлу **b** одинаковым образом.



Далее относительно сопротивления R бывшей ветви **ab** (после развязки ветвь **am**) используем метод эквивалентного генератора.



Для определения токов $\dot{I}_3^{(xx)}$ и $\dot{I}_5^{(xx)}$ во вспомогательной схеме применим метод контурных токов:

$$\begin{cases} \dot{I}_{11} = j \\ \dot{I}_{22} (Z_3 - Z_M + Z_M + Z_2) - \dot{I}_{11} \cdot Z_2 = \dot{E}_2 - \dot{E}_1 \end{cases}$$

$$\text{тогда } \dot{I}_{22} = \frac{\dot{E}_2 - \dot{E}_1 + j \cdot Z_2}{Z_2 + Z_3} = 0.627 - j1.119 \text{ А. В результате:}$$

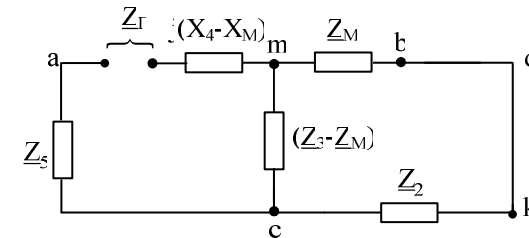
$$\dot{I}_3^{(xx)} = \dot{I}_{22} = 0.627 - j1.119 \text{ А; } \dot{I}_5^{(xx)} = \dot{I}_{11} = j = 1 - j1.73 \text{ А.}$$

Затем по 2 закону Кирхгофа составляем уравнение и находим \dot{E}_r :

$$\dot{E}_r = -(Z_3 - Z_M) \dot{I}_3^{(xx)} - Z_5 \dot{I}_5^{(xx)} = -55.65 + j334.35 = 338.95 e^{j99.45^\circ} \text{ В, т.е.}$$

$$E_r = 338.95 \text{ В, } \alpha_r = 99.45^\circ.$$

Во вспомогательной схеме ветвь с источником тока разрываем, ЭДС \dot{E}_1 и \dot{E}_2 закорачиваем и относительно зажимов сопротивления R ветви **ab** находим Z_r :



$$Z_r = Z_5 + j(X_4 - X_M) + \frac{(Z_3 - Z_M)(Z_2 + Z_M)}{Z_3 - Z_M + Z_2 + Z_M} = 97.5 - j12.5 =$$

$$= 98.3 e^{-j7.3^\circ} \text{ Ом, т.е. } R_r = 97.5 \text{ Ом; } X_r = -12.5 \text{ Ом; } \phi_r = -7.3^\circ;$$

$$Z_r = 98.3 \text{ Ом.}$$

Далее находим ток ветви **ab**:

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{E}_r}{Z_r + R} = -0.387 + j1.668 = 1.713 e^{j103^\circ} \text{ А,}$$

который совпал со значениями, найденными при помощи законов Кирхгофа и метода контурных токов.

Затем изменяя величину сопротивления R ветви ab от 0 до $10Z_{\Gamma} = 983$ Ом рассчитываем мощность P_{ab} , которая выделяется в виде тепла в этом сопротивлении:

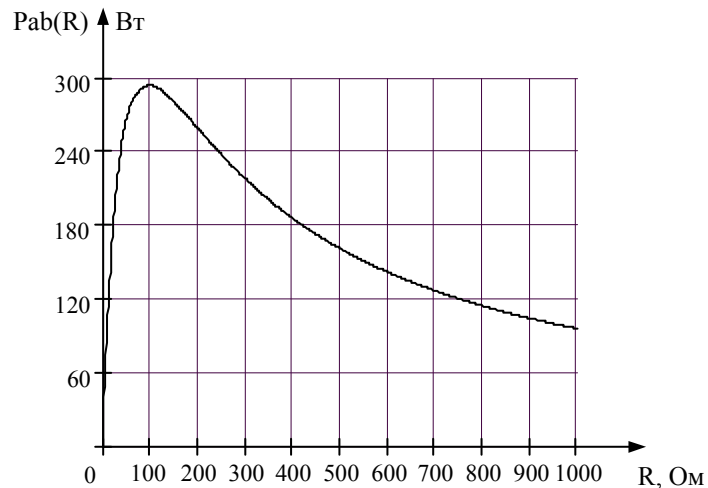
$$P_{ab} = \frac{E_{\Gamma}^2 \cdot R}{(R + R_{\Gamma})^2 + X_{\Gamma}^2}.$$

Результаты расчетов этой мощности вносим в таблицу:

R , Ом	0	98.3	196.6	294.9	393.2	491.5	589.8	688.1	786.4	884.7	983
P_{ab} , Вт	0	293.4	260.7	219.8	187.5	162.7	143.4	128.1	115.6	105.3	96.7

Максимум мощности $P_{ab} = P_m = \frac{E_{\Gamma}^2}{2(R_m + R_{\Gamma})} = 293.4$ Вт наблюдается

при $R = R_m = \sqrt{R_{\Gamma}^2 + X_{\Gamma}^2} = Z_{\Gamma} = 98.3$ Ом. Строим график зависимости $P_{ab} = f(R)$.



8. Необходимо сформулировать вывод по выполненным пунктам задания, в котором сравнить результаты вычислений, оценить трудоемкость методов расчета и проанализировать график мощности п.7.

Расчет РГР №2 при помощи программы MathCad осуществляется следующим образом:

Дано: $ORIGIN := 1$

$$\begin{aligned} E1 &:= 100 \cdot e^{90 \text{ degi}} & J &:= 2 \cdot e^{-60 \text{ degi}} & L &:= 318.47 \cdot 10^{-3} \\ E2 &:= 200 \cdot e^{0 \text{ degi}} & \omega &:= 314 & C &:= 31.8 \cdot 10^{-6} \\ E3 &:= 0 & R &:= 100 & M &:= \frac{L}{2} \end{aligned}$$

Расчет комплексных сопротивлений :

$$ZL := i \cdot \omega \cdot L \quad ZC := -i \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \quad ZM := \frac{ZL}{2}$$

$$ZL = 100i \quad ZC = -100.148i \quad ZM = 50i$$

$$Z1 := 0 \quad Z2 := R \quad Z3 := 2 \cdot R + ZL \quad Z4 := R + ZL$$

$$Z1 = 0 \quad Z2 = 100 \quad Z3 = 200 + 100i \quad Z4 = 100 + 100i$$

$$Z5 := \frac{3R \cdot ZC}{3R + ZC} \quad Z5 = 30.08 - 90.107i$$

1. Метод законов Кирхгофа

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & Z2 & Z3 & -ZM & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z3 - ZM & Z4 - ZM & Z5 & 0 \\ 0 & 0 & -ZM & Z4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} -J \\ 0 \\ 0 \\ -E1 + E2 \\ 0 \\ E1 \end{pmatrix}$$

1.1. Решение матричного уравнения: $X := A^{-1} \cdot B$

$$X = \begin{pmatrix} -0.795 + 2.224i \\ -0.205 - 0.492i \\ 0.408 - 0.555i \\ -0.387 + 1.67i \\ 0.613 - 0.062i \\ 233.372 - 7.911i \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} I1 &:= X_1 & I2 &:= X_2 \\ I3 &:= X_3 & I4 &:= X_4 \\ I5 &:= X_5 & UJ &:= X_6 \end{aligned}$$

1.2. Значения токов и напряжения на источнике тока в алгебраической форме записи:

$$\begin{aligned} I1 &= -0.795 + 2.224i \\ I2 &= -0.205 - 0.492i \\ I3 &= 0.408 - 0.555i \\ I4 &= -0.387 + 1.67i \\ I5 &= 0.613 - 0.062i \\ UJ &= 233.372 - 7.911i \end{aligned}$$

1.3. Определение модулей и фаз токов и напряжения:

$$\begin{aligned} |I1| &= 2.362 & \arg(I1) &= 109.66\text{deg} \\ |I2| &= 0.533 & \arg(I2) &= -112.644\text{deg} \\ |I3| &= 0.688 & \arg(I3) &= -53.658\text{deg} \\ |I4| &= 1.714 & \arg(I4) &= 103.039\text{deg} \\ |I5| &= 0.616 & \arg(I5) &= -5.797\text{deg} \\ |UJ| &= 233.506 & \arg(UJ) &= -1.942\text{deg} \end{aligned}$$

2. Метод контурных токов

2.1. Определение значений контурных токов и напряжения на источнике тока:

$$\begin{aligned} J33 &:= J \\ A1 &:= \begin{bmatrix} Z2 + Z3 & -(Z2 + ZM) & 0 \\ -(Z2 + ZM) & Z2 + Z4 + Z5 & 0 \\ -Z2 & Z2 + Z5 & -1 \end{bmatrix} \\ B1 &:= \begin{bmatrix} -E1 + E2 + J33 \cdot Z2 \\ E1 - E2 - J33 \cdot (Z2 + Z5) \\ -E2 - J33 \cdot (Z2 + Z5) \end{bmatrix} \\ X1 &:= A1^{-1} \cdot B1 \end{aligned}$$

$$X1 = \begin{pmatrix} 0.408 - 0.555i \\ -0.387 + 1.67i \\ 233.372 - 7.911i \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} J11 &:= X1_1 \\ J22 &:= X1_2 \\ UJk &:= X1_3 \end{aligned}$$

2.2. Значения контурных токов и напряжения на источнике тока в алгебраической форме записи:

$$\begin{aligned} J11 &= 0.408 - 0.555i \\ J22 &= -0.387 + 1.67i \\ UJk &= 233.372 - 7.911i \end{aligned}$$

2.3. Определение токов в ветвях:

$$\begin{aligned} I1k &:= J22 - J11 & I1k &= -0.795 + 2.224i \\ I2k &:= J11 - J22 - J33 & I2k &= -0.205 - 0.492i \\ I3k &:= J11 & I3k &= 0.408 - 0.555i \\ I4k &:= J22 & I4k &= -0.387 + 1.67i \\ I5k &:= J22 + J33 & I5k &= 0.613 - 0.062i \end{aligned}$$

2.3. Рассчитываем напряжения на пассивных элементах с учетом наличия индуктивной связи:

$$\begin{aligned} U2 &:= Z2 \cdot I2 & U2 &= -20.535 - 49.226i \\ U3 &:= Z3 \cdot I3 - ZM \cdot I4 & U3 &= 220.535 - 50.774i \\ U4 &:= Z4 \cdot I4 - ZM \cdot I3 & U4 &= -233.372 + 107.911i \\ U5 &:= Z5 \cdot I5 & U5 &= 12.837 - 57.137i \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} |U2| &= 53.337 & \arg(U2) &= -112.644\text{deg} \\ |U3| &= 226.304 & \arg(U3) &= -12.965\text{deg} \\ |U4| &= 257.114 & \arg(U4) &= 155.184\text{deg} \\ |U5| &= 58.561 & \arg(U5) &= -77.337\text{deg} \end{aligned}$$

3. Баланс мощности

3.1. полная мощность

$$S := E1 \cdot \bar{I1} + E2 \cdot \bar{I2} + UJ \cdot \bar{J} \quad S = 428.436 + 415.287i$$

3.2. активная мощность

$$P := (|I1|)^2 \cdot \text{Re}(Z1) + (|I2|)^2 \cdot \text{Re}(Z2) + (|I3|)^2 \cdot \text{Re}(Z3) \dots \\ + (|I4|)^2 \cdot \text{Re}(Z4) + (|I5|)^2 \cdot \text{Re}(Z5)$$

$$P = 428.436$$

3.3. реактивная мощность

$$Q1 := (|I1|)^2 \cdot \text{Im}(Z1) + (|I2|)^2 \cdot \text{Im}(Z2) + (|I3|)^2 \cdot \text{Im}(Z3) \dots \\ + (|I4|)^2 \cdot \text{Im}(Z4) + (|I5|)^2 \cdot \text{Im}(Z5)$$

$$Q2 := 2 \cdot |I3| \cdot |I4| \cdot \cos(\arg(I3) - \arg(I4)) \cdot \text{Im}(ZM)$$

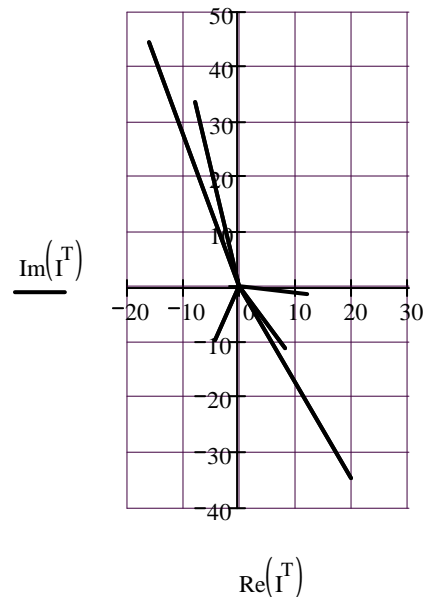
$$Q := Q1 - Q2 \quad Q = 415.287$$

4. Лучевая диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

4.1. лучевая диаграмма токов

$m := 20$ - коэффициент для масштаба тока

$$I := (0 \ J \ 0 \ I1 \ 0 \ I2 \ 0 \ I3 \ 0 \ I4 \ 0 \ I5) \cdot m$$



4.2. Топографическая диаграмма напряжений (строится совместно с лучевой диаграммой токов)

$n := 0.2$ - коэффициент для масштаба напряжения

4.2.1. Контур bacb:

$$\varphi_b := 0$$

$$\varphi_a := \varphi_b + I4 \cdot Z4 - I3 \cdot ZM$$

$$\varphi_c := \varphi_a + I5 \cdot Z5$$

$$\varphi_{bb} := \varphi_c + I3 \cdot Z3 - I4 \cdot ZM \quad \text{потенциал } \varphi_{bb} \text{ должен быть равен } \varphi_b$$

$$\varphi1 := \begin{pmatrix} \varphi_b \\ \varphi_a \\ \varphi_c \\ \varphi_{bb} \end{pmatrix} \cdot n \quad \varphi1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -46.674 + 21.582i \\ -44.107 + 10.155i \\ 0 - 0i \end{pmatrix}$$

4.2.2. Контур bdkcb:

$$\varphi_d := \varphi_b + E1$$

$$\varphi_k := \varphi_d - E2$$

$$\varphi_{cc} := \varphi_k + I2 \cdot Z2 \quad \text{потенциал } \varphi_{cc} \text{ должен быть равен } \varphi_c$$

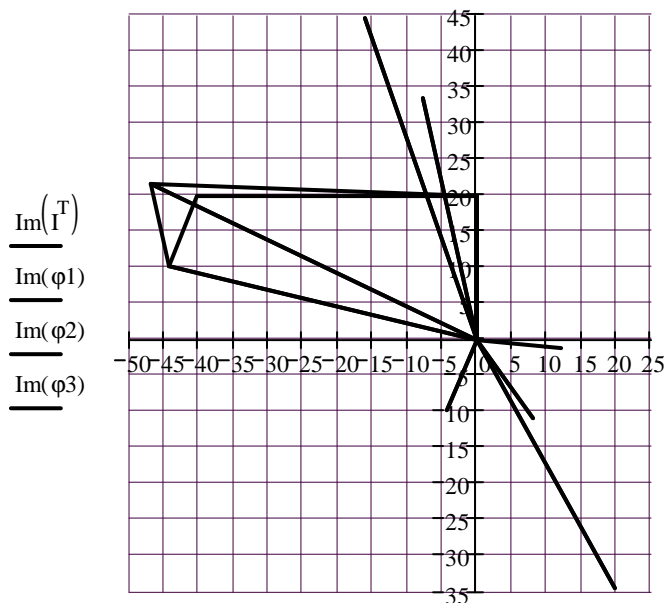
$$\varphi_{bb} := \varphi_{cc} + I3 \cdot Z3 - I4 \cdot ZM \quad \text{потенциал } \varphi_{bb} \text{ должен быть равен } \varphi_b$$

$$\varphi2 := \begin{pmatrix} \varphi_b \\ \varphi_d \\ \varphi_k \\ \varphi_{cc} \\ \varphi_{bb} \end{pmatrix} \cdot n \quad \varphi2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 20i \\ -40 + 20i \\ -44.107 + 10.155i \\ -0 \end{pmatrix}$$

4.2.3. Контур bdab:

$$\varphi_{aa} := \varphi_d - UJ \quad \text{потенциал } \varphi_{aa} \text{ должен быть равен } \varphi_a$$

$$\varphi_3 := \begin{pmatrix} \varphi_b \\ \varphi_d \\ \varphi_{aa} \\ \varphi_b \end{pmatrix} \cdot n \quad \varphi_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 20i \\ -46.674 + 21.582i \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\text{Re}(I^T), \text{Re}(\varphi_1), \text{Re}(\varphi_2), \text{Re}(\varphi_3)$$

Построенные диаграммы рекомендуется скопировать в графический редактор, например, *Microsoft Visio* и проставить индексы узлов и направления стрелок векторов токов и напряжений.

5. Определяем показания вольтметра

$$U_v := |U_j| \quad U_v = 233.506$$

$$\text{или } U_v := |\varphi_d - \varphi_a| \quad U_v = 233.506$$

6. Определяем ток в ветви ab методом эквивалентного генератора

6.1. По методу контурных токов определяем токи XX

$$J_{11} := J \quad J_{11} = 1 - 1.732i$$

$$J_{22} := \frac{E_2 - E_1 + J \cdot Z_2}{Z_2 + Z_3} \quad J_{22} = 0.627 - 1.12i$$

$$I_{3xx} := J_{22} \quad I_{5xx} := J_{11}$$

6.2. ЭДС генератора

$$E_g := -(Z_3 - Z_M) \cdot I_{3xx} - Z_5 \cdot I_{5xx} \quad E_g = -55.351 + 334.79i$$

$$|E_g| = 339.335 \quad \arg(E_g) = 99.388\text{deg}$$

6.3. Сопротивление генератора

$$Z_g := Z_5 + \text{Im}(Z_4 - Z_M) \cdot i + \frac{(Z_3 - Z_M) \cdot (Z_2 + Z_M)}{Z_3 + Z_2}$$

$$Z_g = 97.58 - 12.607i$$

6.4. Определяем ток в ветви ab

$$I_4 := \frac{E_g}{Z_g + R} \quad I_4 = -0.387 + 1.67i$$

7. Расчитываем мощность Pab

$$i := 1..11 \quad R_{r_i} := |Z_g| \cdot (i - 1) \quad P_{ab_i} := \frac{(|E_g|)^2 \cdot R_{r_i}}{(\text{Re}(Z_g) + R_{r_i})^2 + \text{Im}(Z_g)^2}$$

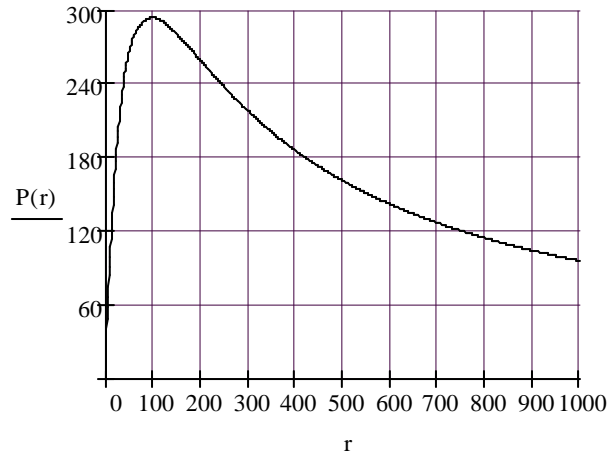
$$T := \text{stack}(R_r^T, P_{ab}^T)$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0.0	98.4	196.8	295.2	393.6	492.0	590.3	688.7	787.1	885.5	983.9
2	0.0	293.8	261.0	220.1	187.7	162.9	143.6	128.2	115.8	105.5	96.9

7.1. Построение зависимости $Pab(R)$

$$i := 1..31 \quad Rr_i := \frac{R}{3} \cdot (i - 1) \quad Pab_i := \frac{(|E_g|)^2 \cdot Rr_i}{(Rr_i + \operatorname{Re}(Z_g))^2 + \operatorname{Im}(Z_g)^2}$$

$$P(r) := \operatorname{interp}(\operatorname{cspline}(Rr, Pab), Rr, Pab, r)$$



Методические указания к заданию № 3 (5).

Для заданной схемы дано:

$$\dot{E}_A = 220 e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_B = a^2 E_A; \dot{E}_C = a E_A;$$

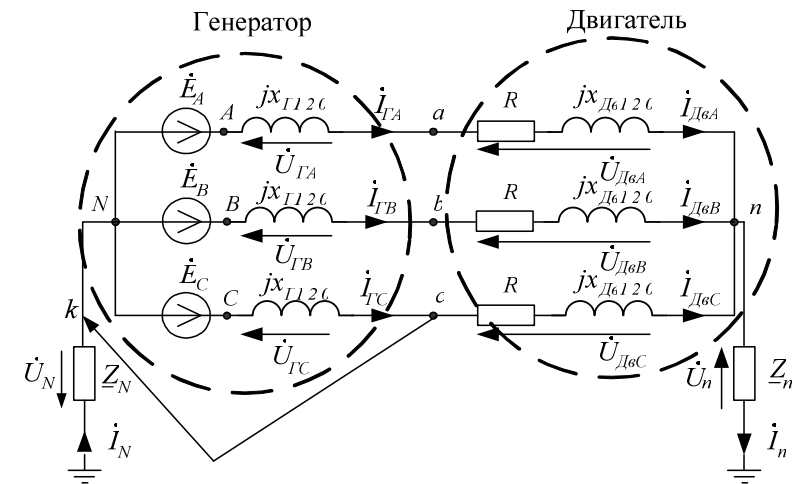
$$X_{\Gamma 1} = X_{\Delta \epsilon 1} = 20 \text{ Ом};$$

$$X_{\Gamma 2} = X_{\Delta \epsilon 2} = 10 \text{ Ом};$$

$$X_{\Gamma 0} = X_{\Delta \epsilon 0} = 5 \text{ Ом};$$

$$R = 20 \text{ Ом};$$

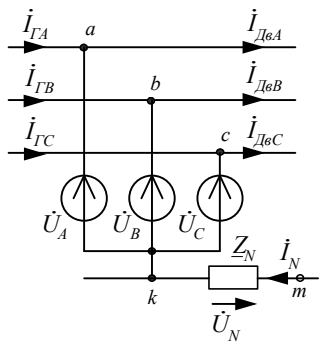
$$Z_n = -j5 \text{ Ом}; Z_N = \infty.$$



1. Короткое замыкание фазы С на нейтраль N генератора.

Для особой фазы С рассчитываем симметричные составляющие напряжений и токов.

1.1. В место повреждения вводим фиктивные ЭДС $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ и записываем условие: $\dot{I}_A = 0; \dot{I}_B = 0; \dot{U}_C = 0$.



В результате:

$$i_C = i_{C1} + i_{C2} + i_{C0};$$

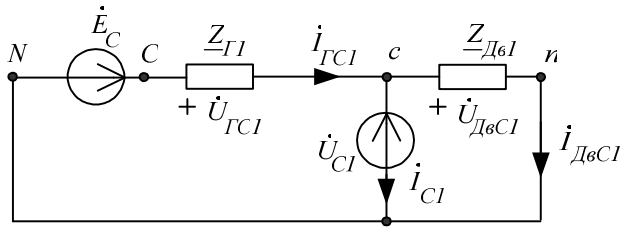
$$i_{C1} = a \frac{i_A + ai_B + a^2 i_C}{3} = \frac{a^3}{3} i_C = \frac{i_C}{3};$$

$$i_{C2} = a^2 \frac{i_A + ai_B + a^2 i_C}{3} = \frac{a^3}{3} i_C = \frac{i_C}{3};$$

$$i_{C0} = \frac{i_A + i_B + i_C}{3} = \frac{i_C}{3},$$

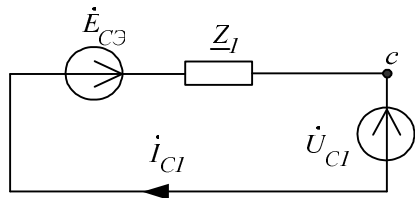
где
 $a = e^{j120^\circ}; a^2 = e^{-j120^\circ}; a^3 = e^{j360^\circ} = 1.$

1.2. Расчётная схема прямой последовательности для особой фазы С:



где $Z_{Г1} = jX_{Г1} = j20$ Ом; $Z_{Дe1} = R + jX_{Дe1} = 20 + j20$ Ом.

Складываем параллельные ветви с $Z_{Г1}$ и $Z_{Дe1}$, получаем эквивалентную схему:



где $Z_1 = \frac{Z_{Г1} \cdot Z_{Дe1}}{Z_{Г1} + Z_{Дe1}} = \frac{j20 \cdot (20 + j20)}{j20 + 20 + j20} = 4 + j12 = 12e^{j71.56^\circ}$ Ом

– эквивалентное сопротивление прямой последовательности;

$$\dot{E}_{CЭ} = \dot{E}_C \frac{Z_1}{Z_{Г1}} = 220e^{j30} \frac{12e^{j71.56}}{j20} = 136 + j27.885 = 139.15e^{j11.56^\circ} \text{ В}$$

– эквивалентная ЭДС фазы С.

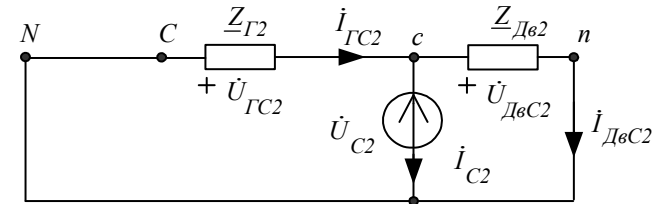
В результате на основании законов Ома и Кирхгофа можно записать расчётные формулы:

$$\dot{U}_{C1} = \dot{E}_{CЭ} - Z_1 i_{C1}; \quad \dot{U}_{ДeC1} = \dot{U}_{C1}; \quad i_{ДeC1} = \dot{U}_{ДeC1} / Z_{Дe1};$$

$$i_{ГC1} = i_{C1} + i_{ДeC1}; \quad \dot{U}_{ГC1} = Z_{Г1} i_{ГC1}.$$

Расчёт по этим формулам будет возможен после определения составляющей тока короткого замыкания прямой последовательности фазы С, т.е. i_{C1} .

1.3. Расчётная схема обратной последовательности для особой фазы С:

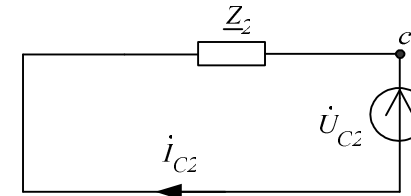


где

$$Z_{Г2} = jX_{Г2} = j10 \text{ Ом};$$

$$Z_{Дe2} = R + jX_{Дe2} = 20 + j10 \text{ Ом}.$$

Складываем параллельные ветви с $Z_{Г2}$ и $Z_{Дe2}$, получаем эквивалентную схему:



$$Z_2 = \frac{Z_{Г2} \cdot Z_{Дe2}}{Z_{Г2} + Z_{Дe2}} = \frac{j10 \cdot (20 + j10)}{j10 + 20 + j10} = 2.5 + j7.5 = 7.906e^{j71.56^\circ} \text{ Ом};$$

– эквивалентное сопротивление обратной последовательности.

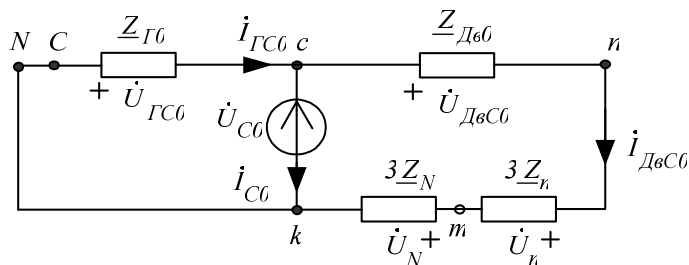
В результате на основании законов Ома и Кирхгофа можно записать расчётные формулы:

$$\dot{U}_{C2} = -Z_2 \dot{I}_{C2}; \quad \dot{U}_{ДвC2} = \dot{U}_{C2}; \quad \dot{I}_{ДвC2} = \dot{U}_{ДвC2} / Z_{Дв2};$$

$$\dot{I}_{ГC2} = \dot{I}_{C2} + \dot{I}_{ДвC2}; \quad \dot{U}_{ГC2} = Z_{Г2} \dot{I}_{ГC2}.$$

Расчёт по этим формулам будет возможен после определения составляющей тока короткого замыкания обратной последовательности фазы С, т.е. \dot{I}_{C2} .

1.4. Расчётная схема нулевой последовательности для особой фазы С:



где

$$Z_0 = \frac{Z_{Г0} \cdot (Z_{Дв0} + 3Z_N + 3Z_n)}{Z_{Г0} + Z_{Дв0} + 3Z_N + 3Z_n} = \frac{j5 \cdot (20 + j5 + \infty - j15)}{j5 + 20 + j5 + \infty - j15} = Z_{Г0} = j5 \text{ Ом} -$$

эквивалентное сопротивление нулевой последовательности.

В результате на основании законов Ома и Кирхгофа можно записать расчётные формулы:

$$\dot{U}_{C0} = -Z_0 \dot{I}_{C0}; \quad \dot{I}_{ДвC0} = \frac{\dot{U}_{C0}}{Z_{Дв0} + 3Z_N + 3Z_n}; \quad \dot{U}_{ДвC0} = \dot{I}_{ДвC0} \cdot Z_{Дв0} = 0;$$

$$\dot{U}_n = 3Z_n \cdot \dot{I}_{ДвC0} = 0; \quad \dot{U}_N = 3Z_N \cdot \dot{I}_{ДвC0} = \dot{U}_{C0}; \quad \dot{I}_{ГC0} = \dot{I}_{C0} + \dot{I}_{ДвC0};$$

$$\dot{U}_{ГC0} = Z_{Г0} \dot{I}_{ГC0} = -\dot{U}_{C0}.$$

Расчёт по этим формулам будет возможен после определения составляющей тока короткого замыкания обратной последовательности фазы С, т.е. \dot{I}_{C0} .

Рассчитываем симметричные составляющие напряжений и токов особой фазы С.

$$\text{Так как } \dot{U}_C = \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2} + \dot{U}_{C0} = (\dot{E}_{C0} - Z_1 \dot{I}_{C1}) + (-Z_2 \dot{I}_{C2}) + (-Z_0 \dot{I}_{C0}) = 0$$

$$\text{и } \dot{I}_C = \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} + \dot{I}_{C0} = \frac{\dot{I}_C}{3} + \frac{\dot{I}_C}{3} + \frac{\dot{I}_C}{3}, \text{ то}$$

$$\dot{I}_C = \frac{3\dot{E}_{C0}}{Z_1 + Z_2 + Z_0} = 3 \frac{139.15 e^{j11.56^\circ}}{(4 + j12) + (2.5 + j7.5) + j5} = 7.328 - j14.749 = 16.47 e^{-j63.58^\circ} \text{ А.}$$

В результате по вышеприведённым формулам находим симметричные составляющие прямой последовательности напряжений и токов фазы С:

$$\dot{I}_{C1} = \frac{\dot{I}_C}{3} = 2.443 - j4.916 \text{ А;}$$

$$\dot{U}_{C1} = \dot{E}_{C0} - Z_1 \dot{I}_{C1} = 136.327 + j27.885 - (4 + j12)(2.443 - j4.916) = 67563 + j18.233 \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{ДвC1} = \dot{U}_{C1} = 67563 + j18.233 \text{ В;}$$

$$\dot{I}_{ДвC1} = \frac{\dot{U}_{ДвC1}}{Z_{Дв1}} = 2.145 - j1.233 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{ГC1} = \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{ДвC1} = (2.443 - j4.916) + (2.145 - j1.233) = 4.588 - j6.149 \text{ А;}$$

$$\dot{U}_{ГC1} = Z_{Г1} \dot{I}_{ГC1} = j20 \cdot (4.588 - j6.149) = 122.98 + j91.76 \text{ В.}$$

Далее находим симметричные составляющие обратной последовательности напряжений и токов фазы С:

$$\dot{I}_{C2} = \frac{\dot{I}_C}{3} = 2.443 - j4.916 \text{ А;}$$

$$\dot{U}_{C2} = -Z_2 \dot{I}_{C2} = -(2.5 + j7.5)(2.443 - j4.916) = -42.968 - j6.032 \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{ДвC2} = \dot{U}_{C2} = -42.968 - j6.032 \text{ В;}$$

$$\dot{I}_{ДвC2} = \frac{\dot{U}_{ДвC2}}{Z_{Дв2}} = \frac{-42.968 - j6.032}{20 + j10} = -1.84 + j0.618 \text{ В;}$$

$$\dot{I}_{ГC2} = \dot{I}_{C2} + \dot{I}_{ДвC2} = 0.603 - j4.298 \text{ А;}$$

$$\dot{U}_{ГC2} = Z_{Г2} \dot{I}_{ГC2} = 42.98 + j6.03 \text{ В,}$$

причём $\dot{U}_{ГC2} = -\dot{U}_{C2}$ - верно.

Затем находим симметричные составляющие нулевой последовательности напряжений и токов фазы С:

$$\dot{I}_{C0} = \frac{\dot{I}_C}{3} = 2.443 - j4.916 \text{ A};$$

$$\dot{U}_{C0} = -\underline{Z}_0 \dot{I}_{C0} = -j5(2.443 - j4.916) = -24.58 - j12.25 \text{ В};$$

$$\dot{U}_n = 0; \dot{U}_N = \dot{U}_{C0} = -24.58 - j12.25 \text{ В};$$

$$\dot{I}_{ДвC0} = 0; \dot{U}_{ДвC0} = 0;$$

$$\dot{I}_{ГC0} = \dot{I}_{C0} = 2.443 - j4.916 \text{ A};$$

$$\dot{U}_{ГC0} = \underline{Z}_{Г0} \dot{I}_{ГC0} = 24.58 + j12.215 \text{ В}.$$

2. Определяем напряжения и токи трёхфазной цепи, используя найденные симметричные составляющие фазы С и фазовый оператор $a = e^{j120^\circ}$:

$$\dot{I}_{ГA} = a^2 \dot{I}_{ГC1} + a \dot{I}_{ГC2} + \dot{I}_{ГC0} = -1.755 - j3.144 = 3.6e^{-j119^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ГB} = a \dot{I}_{ГC1} + a^2 \dot{I}_{ГC2} + \dot{I}_{ГC0} = 1.45 + j3.759 = 4.03e^{j69^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ГC} = \dot{I}_{ГC1} + \dot{I}_{ГC2} + \dot{I}_{ГC0} = 7.634 - j15.363 = 17.15e^{-j64^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ДвA} = a^2 \dot{I}_{ДвC1} + a \dot{I}_{ДвC2} + \dot{I}_{ДвC0} = -1.755 - j3.144 = 3.6e^{-j119^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ДвB} = a \dot{I}_{ДвC1} + a^2 \dot{I}_{ДвC2} + \dot{I}_{ДвC0} = 1.45 + j3.759 = 4.03e^{j69^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ДвC} = \dot{I}_{ДвC1} + \dot{I}_{ДвC2} + \dot{I}_{ДвC0} = 0.305 + j0.615 = 0.686e^{-j64^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{U}_{ГA} = a^2 \dot{U}_{ГC1} + a \dot{U}_{ГC2} + \dot{U}_{ГC0} = 15.848 - j105.956 = 107.135e^{-j81.5^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ГB} = a \dot{U}_{ГC1} + a^2 \dot{U}_{ГC2} + \dot{U}_{ГC0} = -132.64 + j32.6 = 136.588e^{-j166^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ГC} = \dot{U}_{ГC1} + \dot{U}_{ГC2} + \dot{U}_{ГC0} = 190.54 + j110.005 = 220e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ДвA} = a^2 \dot{U}_{ДвC1} + a \dot{U}_{ДвC2} + \dot{U}_{ДвC0} = 8.724 - j101.828 = 102.2e^{-j85^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ДвB} = a \dot{U}_{ДвC1} + a^2 \dot{U}_{ДвC2} + \dot{U}_{ДвC0} = -33.308 + j89.628 = 95.617e^{j110^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ДвC} = \dot{U}_{ДвC1} + \dot{U}_{ДвC2} + \dot{U}_{ДвC0} = 24.585 + j12.2 = 27.446e^{j26^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_n = 3\dot{I}_{ДвC0} = \dot{I}_{ДвA} + \dot{I}_{ДвB} + \dot{I}_{ДвC} = 0 \text{ – верно, т.к. } Z_N = \infty.$$

$$\dot{U}_n = 0; \dot{U}_N = \dot{U}_{C0} = -24.58 - j12.215 = 27.448e^{-j153.6^\circ} \text{ В}.$$

При замыкании фазы С на N и при $Z_N = \infty$ имеем:

$$\dot{U}_{ГC} = \dot{E}_C; \dot{I}_{ГA} = \dot{I}_{ДвA}; \dot{I}_{ГB} = \dot{I}_{ДвB}; \dot{U}_N = -\dot{U}_{ДвC} \text{ – верно}.$$

3. Рассчитываем балансы активной и реактивной мощностей.

3.1. Комплекс полной вырабатываемой мощности:

$$\begin{aligned} \dot{S}_B &= \dot{E}_A \dot{I}_{ГA}^* + \dot{E}_B \dot{I}_{ГB}^* + \dot{E}_C \dot{I}_{ГC}^* = \\ &= 220e^{-j90^\circ} \cdot (3.6e^{j119^\circ}) + 220e^{-j210^\circ} \cdot (4.03e^{-j69^\circ}) + 220e^{j30^\circ} \cdot (17.15e^{j64^\circ}) = \\ &= 568.2 + j5023 \text{ ВА}; \end{aligned}$$

где $P_B = 568.2 \text{ Вт} > 0$ – активная вырабатываемая мощность;

$Q_B = 5023 \text{ вар}$ – реактивная вырабатываемая мощность.

3.2. Потери полной мощности в обмотках генератора:

$$\begin{aligned} \dot{S}_Г &= \dot{U}_{ГA} \dot{I}_{ГA}^* + \dot{U}_{ГB} \dot{I}_{ГB}^* + \dot{U}_{ГC} \dot{I}_{ГC}^* = \\ &= 107.135e^{-j81.5^\circ} \cdot (3.6e^{j119^\circ}) + 136.588e^{-j166^\circ} \cdot (4.03e^{-j69^\circ}) + \\ &+ 220e^{j30^\circ} \cdot (17.15e^{j64^\circ}) = -24.289 + j4545 \text{ ВА}; \\ Q_Г &= 4545 \text{ вар}; P_Г = -24,289 \text{ Вт} \approx 0, \text{ т.к. } R_Г = 0 \text{ и } Q_Г \gg P_Г. \end{aligned}$$

3.3. Потребляемая двигателем полная мощность:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{Дв} &= \dot{U}_{ДвA} \dot{I}_{ДвA}^* + \dot{U}_{ДвB} \dot{I}_{ДвB}^* + \dot{U}_{ДвC} \dot{I}_{ДвC}^* = \\ &= 102.2e^{-j85^\circ} \cdot (3.6e^{j119^\circ}) + 95.617e^{j110^\circ} \cdot (4.03e^{-j69^\circ}) + \\ &+ 27.446e^{j26^\circ} \cdot (0.686e^{j64^\circ}) = 595.837 + j477.37 \text{ ВА}; \\ \text{где } P_{Дв} &= 595.837 \text{ Вт}; Q_{Дв} = 477.37 \text{ вар}. \end{aligned}$$

3.4. Потребляемая в нулевом проводе полная мощность.

$$\dot{S}_0 = \dot{U}_n \dot{I}_n^* + \dot{U}_N \dot{I}_N^* = 0 \cdot 0 + 27.448e^{-j153.6^\circ} \cdot 0 = 0 \text{ ВА};$$

где $P_0 = 0 \text{ Вт}; Q_0 = 0 \text{ вар}$.

3.5. Потребляемая активная P_{II} и реактивная Q_{II} мощности:

$$P_{II} = P_G + P_{Д6} + P_0 = -24.289 + 595.837 + 0 = 571.548 \text{ Вт};$$

$$Q_{II} = Q_G + Q_{Д6} + Q_0 = 4545 + 477.37 + 0 = 5022.37 \text{ вар}.$$

3.6. Относительные погрешности:

$$\delta_P \% = \frac{|P_B - P_{II}|}{P_{II}} \cdot 100\% = \frac{|568.2 - 571.548|}{568.2} \cdot 100\% = 0.6 < 3\%;$$

$$\delta_Q \% = \frac{|Q_B - Q_{II}|}{Q_{II}} \cdot 100\% = \frac{|5023 - 5022.37|}{5023} \cdot 100\% = 0.01 < 3\% \text{ – верно.}$$

4. Для построения векторной диаграммы напряжений рассчитываем комплексные потенциалы узлов схемы. Для этого примем

$\dot{\varphi}_N = 0$; тогда

$$\dot{\varphi}_A = \dot{\varphi}_N + \dot{E}_A = -j220 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_B = \dot{\varphi}_N + \dot{E}_B = -190.5 + j110 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_C = \dot{\varphi}_N + \dot{E}_C = 190.5 + j110 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_a = \dot{\varphi}_A - \dot{U}_{ГА} = -15.85 - j114 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_b = \dot{\varphi}_B - \dot{U}_{ГВ} = -57.88 - j77.4 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_c = \dot{\varphi}_C - \dot{U}_{ГС} = -0.02 \approx 0 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_n = \dot{\varphi}_a - \dot{U}_{Д6А} = -24.57 - j12.22 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_n = \dot{\varphi}_b - \dot{U}_{Д6В} = -24.57 - j12.22 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_n = \dot{\varphi}_c - \dot{U}_{Д6С} = -24.57 - j12.22 \text{ В};$$

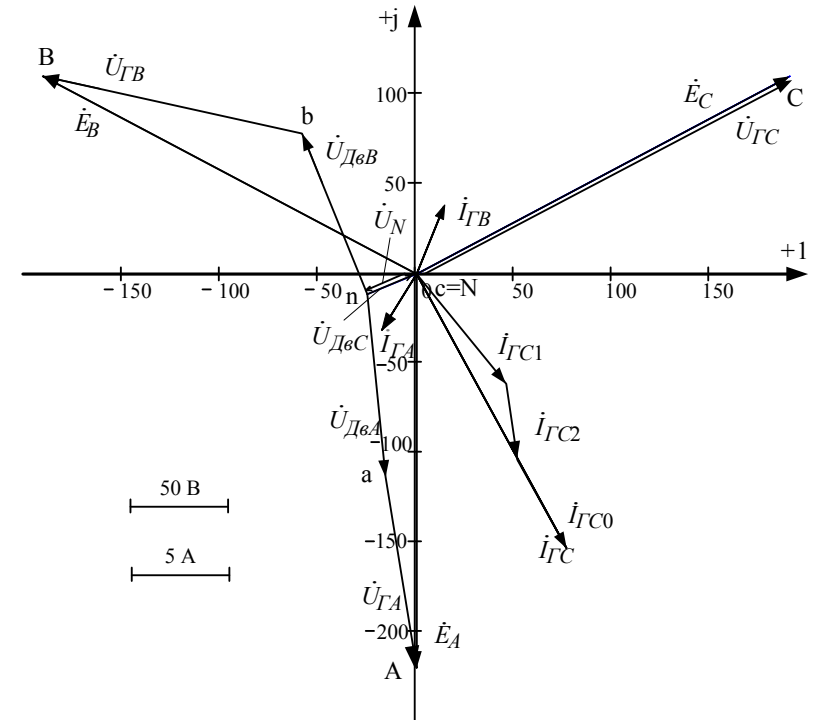
$$\dot{\varphi}_m = \dot{\varphi}_n - \dot{U}_n = -24.57 - j12.22 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_N = \dot{\varphi}_m - \dot{U}_N = 0.008 - j0.018 \approx 0 \text{ В – верно.}$$

Выбираем для вещественной и мнимой осей масштаб напряжений $m_U = 2 \text{ В/мм}$ и рассчитанные потенциалы узлов с учётом этого масштаба наносим на комплексную плоскость. Направляем между полученными точками векторы ЭДС и напряжений. Выбираем масштаб тока $m_I = 0.2 \text{ А/мм}$ и строим лучевую векторную диаграмму для токов генератора $\dot{I}_{ГА}, \dot{I}_{ГВ}, \dot{I}_{ГС}$. Один из векторов токов или напряжений, например $\dot{I}_{ГС}$, представим в виде суммы векторов прямой, обратной и

нулевой последовательностей. Векторная диаграмма представлена на рис. 3.8.

5. Проанализировать полученные результаты и сформулировать выводы по работе, указав при этом какие составляющие токов и напряжений получились наибольшими (по модулю) и наименьшими (по модулю), какие результирующие токи и напряжения получились равными (по модулю) и почему.



Расчет РГР №3 при помощи программы MathCad осуществляется следующим образом:

Короткое замыкание фазы С в нейтраль генератора

Дано:

$$a := e^{120i \text{deg}} \quad R := 20$$

$$E_a := 220e^{-90i \text{deg}} \quad Z_{r1} := 20i \quad Z_{дв1} := R + 20i \quad z_n := -5i$$

$$E_b := a^2 \cdot E_a \quad Z_{r2} := 10i \quad Z_{дв2} := R + 10i \quad z_N := \infty$$

$$E_c := a \cdot E_a \quad Z_{r0} := 5i \quad Z_{дв0} := R + 5i$$

1.1. Эквивалентная ЭДС и эквивалентное сопротивление прямой последовательности

$$z1 := \frac{Z_{r1} \cdot Z_{дв1}}{Z_{r1} + Z_{дв1}} \quad E := E_c \cdot \frac{z1}{Z_{r1}} \quad E = 136.315 + 27.895i$$

$$z1 = 4 + 12i$$

1.2. Эквивалентное сопротивление обратной последовательности

$$z2 := \frac{Z_{r2} \cdot Z_{дв2}}{Z_{r2} + Z_{дв2}} \quad z2 = 2.5 + 7.5i$$

1.3. Эквивалентное сопротивление нулевой последовательности

$$z0 := \frac{[Z_{r0} \cdot [Z_{r0} + (3 \cdot z_n + 3 \cdot z_N)]]}{Z_{r0} + (Z_{дв0} + 3 \cdot z_n + 3 \cdot z_N)} \quad z0 = 5i$$

2. Определим составляющие токов прямой, обратной и нулевой последовательности в ветвях с фиктивными ЭДС соответствующих схем замещения.

Условия для места несимметрии

$$U_c := 0 \quad I_a := 0 \quad I_b := 0$$

$$I_{c1} \cdot z1 + U_{c1} = E \quad U_{c1} + U_{c2} + U_{c0} = 0$$

$$I_{c2} \cdot z2 + U_{c2} = 0 \quad I_a = a^2 \cdot I_{c1} + a \cdot I_{c2} + I_{c0}$$

$$I_{c0} \cdot z0 + U_{c0} = 0 \quad I_b = a \cdot I_{c1} + a^2 \cdot I_{c2} + I_{c0}$$

$$x := \begin{pmatrix} z1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & z2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & z0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a^2 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v := x^{-1} \cdot b$$

$$v = \begin{pmatrix} 2.443 - 4.916i \\ 2.443 - 4.916i \\ 2.443 - 4.916i \\ 67.555 + 18.245i \\ -42.975 - 6.031i \\ -24.579 - 12.214i \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} I_{c1} := v_0 & U_{c1} := v_3 \\ I_{c2} := v_1 & U_{c2} := v_4 \\ I_{c0} := v_2 & U_{c0} := v_5 \end{matrix}$$

3. Определим составляющие токов прямой, обратной и нулевой последовательности в остальных ветвях соответствующих схем замещения.

3.1. Прямая последовательность

$$I_{дв1} := \frac{U_{c1}}{Z_{дв1}} \quad I_{r1} := I_{дв1} + I_{c1} \quad I_{r1} = 4.588 - 6.149i$$

3.2. Обратная последовательность

$$I_{дв2} := \frac{U_{c2}}{Z_{дв2}} \quad I_{r2} := I_{дв2} + I_{c2} \quad I_{r2} = 0.603 - 4.298i$$

3.3. Нулевая последовательность

$$I_{дв0} := 0$$

$$I_{r0} := I_{дв0} + I_{c0} \quad I_{r0} = 2.443 - 4.916i$$

4. Определим составляющие напряжений прямой, обратной и нулевой последовательности в остальных ветвях соответствующих схем замещения.

$$U_{дв1} := I_{дв1} \cdot Z_{дв1} \quad U_{дв1} = 67.555 + 18.245i$$

$$U_{дв2} := I_{дв2} \cdot Z_{дв2} \quad U_{дв2} = -42.975 - 6.031i$$

$$U_{дв0} := I_{дв0} \cdot Z_{дв0} \quad U_{дв0} = 0$$

$$\begin{aligned} U_{r1} &:= I_{r1} \cdot Z_{r1} & U_{r1} &= 122.971 + 91.755i \\ U_{r2} &:= I_{r2} \cdot Z_{r2} & U_{r2} &= 42.975 + 6.031i \\ U_{r0} &:= I_{r0} \cdot Z_{r0} & U_{r0} &= 24.579 + 12.214i \end{aligned}$$

4. Действительные токи в фазах линии передачи и нагрузке

$$\begin{aligned} I_{rC} &:= I_{r1} + I_{r2} + I_{r0} & I_{rC} &= 7.634 - 15.362i \\ I_{rA} &:= I_{r1} \cdot a^2 + I_{r2} \cdot a + I_{r0} & I_{rA} &= -1.756 - 3.144i \\ I_{rB} &:= I_{r1} \cdot a + I_{r2} \cdot a^2 + I_{r0} & I_{rB} &= 1.45 + 3.758i \\ I_{двC} &:= I_{дв1} + I_{дв2} + I_{дв0} & I_{двC} &= 0.305 - 0.614i \\ I_{двA} &:= I_{дв1} \cdot a^2 + I_{дв2} \cdot a + I_{дв0} & I_{двA} &= -1.756 - 3.144i \\ I_{двB} &:= I_{дв1} \cdot a + I_{дв2} \cdot a^2 + I_{дв0} & I_{двB} &= 1.45 + 3.758i \end{aligned}$$

5. Действительные напряжения в фазах линии передачи и нагрузке

$$\begin{aligned} U_{rC} &:= U_{r1} + U_{r2} + U_{r0} & U_{rC} &= 190.526 + 110i \\ U_{rA} &:= U_{r1} \cdot a^2 + U_{r2} \cdot a + U_{r0} & U_{rA} &= 15.845 - 105.957i \\ U_{rB} &:= U_{r1} \cdot a + U_{r2} \cdot a^2 + U_{r0} & U_{rB} &= -132.633 + 32.599i \\ U_{двC} &:= U_{дв1} + U_{дв2} + U_{дв0} & U_{двC} &= 24.579 + 12.214i \\ U_{двA} &:= U_{дв1} \cdot a^2 + U_{дв2} \cdot a + U_{дв0} & U_{двA} &= 8.734 - 101.829i \\ U_{двB} &:= U_{дв1} \cdot a + U_{дв2} \cdot a^2 + U_{дв0} & U_{двB} &= -33.313 + 89.615i \end{aligned}$$

6. Определим ток в нейтрали

$$\begin{aligned} I_n &:= I_{двA} + I_{двB} + I_{двC} & I_n &= 0 \\ U_n &:= U_{c0} & U_n &= -24.579 - 12.214i \end{aligned}$$

7. Составим баланс мощностей

7.1. Вырабатываемая генератором мощность

$$S_B := E_a \cdot \overline{I_{rA}} + E_b \cdot \overline{I_{rB}} + E_c \cdot \overline{I_{rC}} \quad S_B = 593.23 + 5028.327i$$

7.1.1. Потери полной мощности в обмотках генератора

$$\Delta S_r := U_{rA} \cdot \overline{I_{rA}} + U_{rB} \cdot \overline{I_{rB}} + U_{rC} \cdot \overline{I_{rC}} \quad \Delta S_r = 4.548i \times 10^3$$

7.1.2. Потребляемая двигателем полная мощность

$$\Delta S_{дв} := U_{двA} \cdot \overline{I_{двA}} + U_{двB} \cdot \overline{I_{двB}} + U_{двC} \cdot \overline{I_{двC}} \quad \Delta S_{дв} = 593.23 + 480.233i$$

7.1.3. Потери полной мощности в нейтрали генератора и двигателя

$$\Delta S_o := U_n \cdot \overline{I_n} + U_n \cdot \overline{I_n} \quad \Delta S_o = 0$$

7.2. Потребляемая активная мощность

$$\Delta P := \operatorname{Re}(\Delta S_r) + \operatorname{Re}(\Delta S_{дв}) + \operatorname{Re}(\Delta S_o) \quad \Delta P = 593.23$$

7.3. Потребляемая реактивная мощность

$$\Delta Q := \operatorname{Im}(\Delta S_r) + \operatorname{Im}(\Delta S_{дв}) + \operatorname{Im}(\Delta S_o) \quad \Delta Q = 5.028 \times 10^3$$

Относительные погрешности

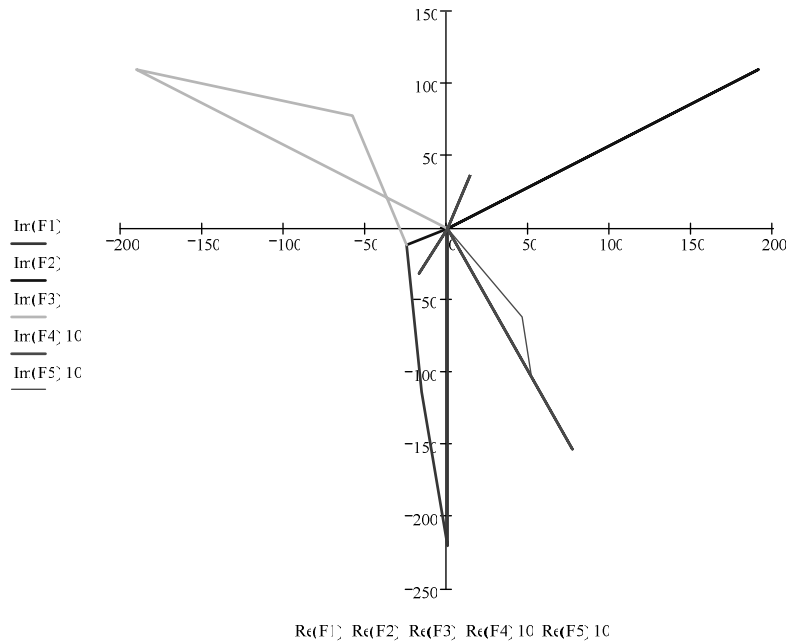
$$\varepsilon_P := \frac{|\operatorname{Re}(S_B) - \Delta P|}{\operatorname{Re}(S_B)} \cdot 100 \quad \varepsilon_P = 0$$

$$\varepsilon_Q := \frac{|\operatorname{Im}(S_B) - \Delta Q|}{\operatorname{Im}(S_B)} \cdot 100 \quad \varepsilon_Q = 0$$

8. Векторная диаграмма напряжений и токов.

$$\begin{aligned} f_A &:= E_a & f_a &:= f_A - U_{rA} & f_n &:= f_a - U_{двA} & f_n &= -24.579 - 12.214i \\ f_C &:= E_c & f_c &:= f_C - U_{rC} & f_{n2} &:= f_c - U_{двC} & f_{n2} &= -24.579 - 12.214i \\ f_B &:= E_b & f_b &:= f_B - U_{rB} & f_{b1} &:= f_b - U_c & f_{n3} &:= f_{b1} - U_{двB} \\ & & & & & & f_{n3} &= -24.579 - 12.214i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F1 &:= \begin{pmatrix} 0 \\ f_A \\ f_a \\ f_n \end{pmatrix} & F2 &:= \begin{pmatrix} 0 \\ f_C \\ f_c \\ f_{n2} \end{pmatrix} & F3 &:= \begin{pmatrix} 0 \\ f_B \\ f_b \\ f_{n3} \end{pmatrix} & F4 &:= \begin{pmatrix} 0 \\ I_{rB} \\ 0 \\ I_{rC} \\ 0 \end{pmatrix} & F5 &:= \begin{pmatrix} 0 \\ I_{r1} \\ I_{r1} + I_{r2} \\ I_{r1} + I_{r2} + I_{r0} \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



Построенный график рекомендуется скопировать в графический редактор, например, в *Microsoft Visio* и проставить индексы узлов и направления стрелок векторов токов и напряжений.

Список литературы

1. Бессонов, Лев Алексеевич. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник / Л. А. Бессонов. — 10-е изд. — М. : Гардарики, 1999. — 638 с.
2. Теоретические основы электротехники : учебник для вузов в 3 т. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. — 4-е изд., доп. для самостоятельного изучения курса. — СПб. : Питер, 2003-. — (Учебник для вузов)
3. Основы теории цепей : учебное пособие / Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. — 5-е изд., перераб. — М. : Энергоатомиздат, 1989. — 528 с.
4. Гурский, Дмитрий Анатольевич. Mathcad для студентов и школьников / Д. А. Гурский, Е. Турбина. — СПб. : Питер, 2005. — 400 с.
5. Кирьянов, Дмитрий Викторович. Mathcad 11 / Д. Кирьянов. — СПб. : БХВ-Петербург, 2003. — 560 с.

Подписано к печати
Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Печать RISO. Усл. печ. л. . Уч.-изд.л. .
Тираж экз. Заказ . Цена свободная.
Издательство ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.