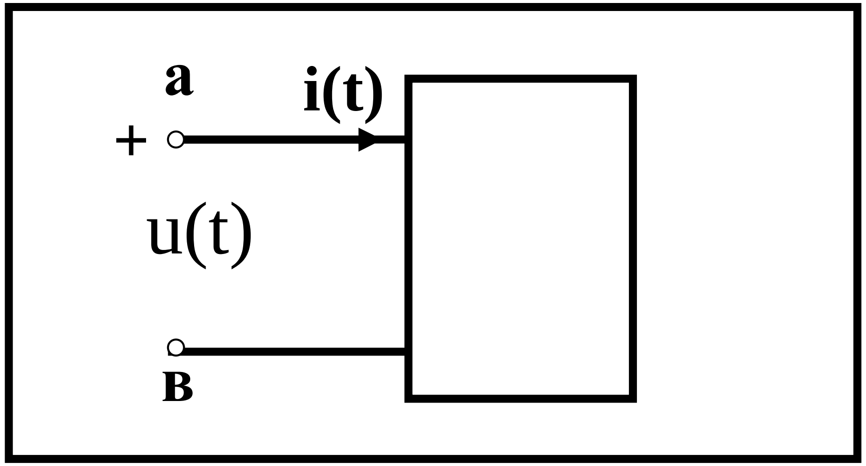
4 лекция

МОЩНОСТЬ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЯХ И ТОКАХ

Пассивный двухполюсник:



$$u(t) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \alpha),\ (\text{В})$$

$$i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \beta),\ (\text{А})$$

Мощность в функции времени:

$$P(t) = u(t)\,i(t) = P - S\cdot\cos(2\omega t + \alpha + \beta),\ (\text{Вт})$$

$P = UI\cos\varphi$, (Вт) - средняя или активная мощность;

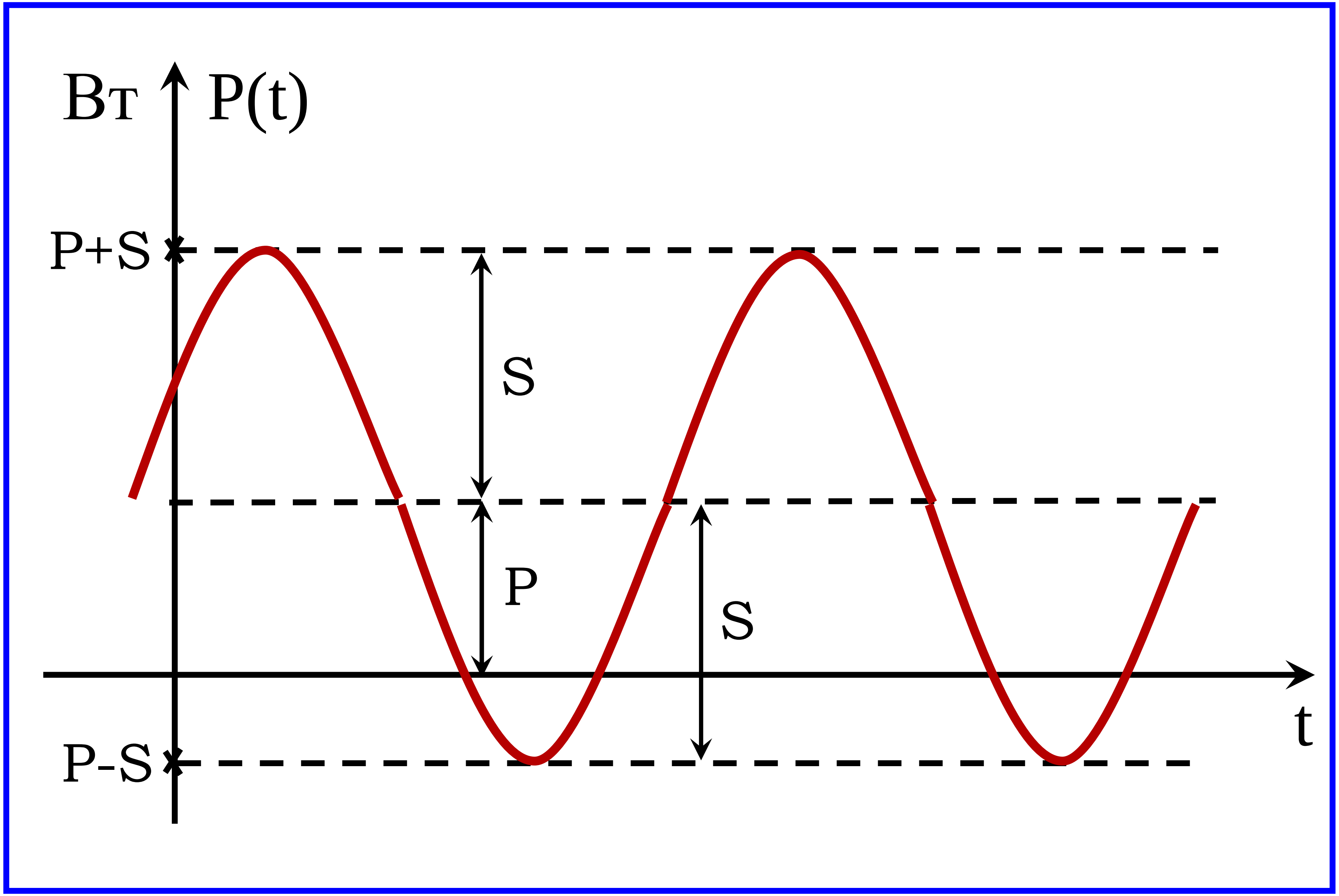
$S = UI$, (ВА) -амплитуда гармонической составляющей мощности или полная мощность;

$\varphi = \alpha - \beta$, (град) - угол сдвига фаз между напряжением и током;

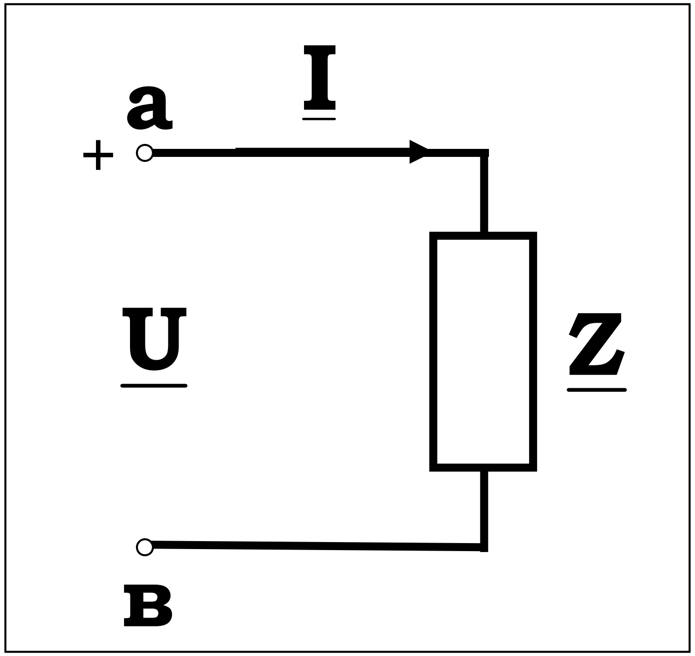
$\cos\varphi = \dfrac{P}{S} \le 1$, т.е. $S \ge P$ - коэффициент мощности;

$P(t) > 0$ - энергия поступает в двухполюсник;

$P(t) < 0$ - энергия поступает из двухполюсника во внешнюю цепь.


Вт
P(t)
P+S
S
P
S
P-S
t

Пусть задано:



$$\underline{U} = Ue^{j\alpha}, \text{(В)}$$

$$\underline{I} = Ie^{j\beta}, \text{(А)}$$

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + jX, \text{(Ом)}$$

При $$\boxed{\overset{*}{\underline{I}} = Ie^{-j\beta}}$$ **находим**

$$\boxed{\underline{S} = \underline{U}\,\overset{*}{\underline{I}} = P + jQ, (BA)}$$

- комплекс полной мощности

где $$\boxed{\overset{*}{\underline{I}} = Ie^{-j\beta}}$$ **-сопряженное значение тока**

Т.к. $\boxed{\underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{Z}}\underline{\mathbf{I}}}$, то

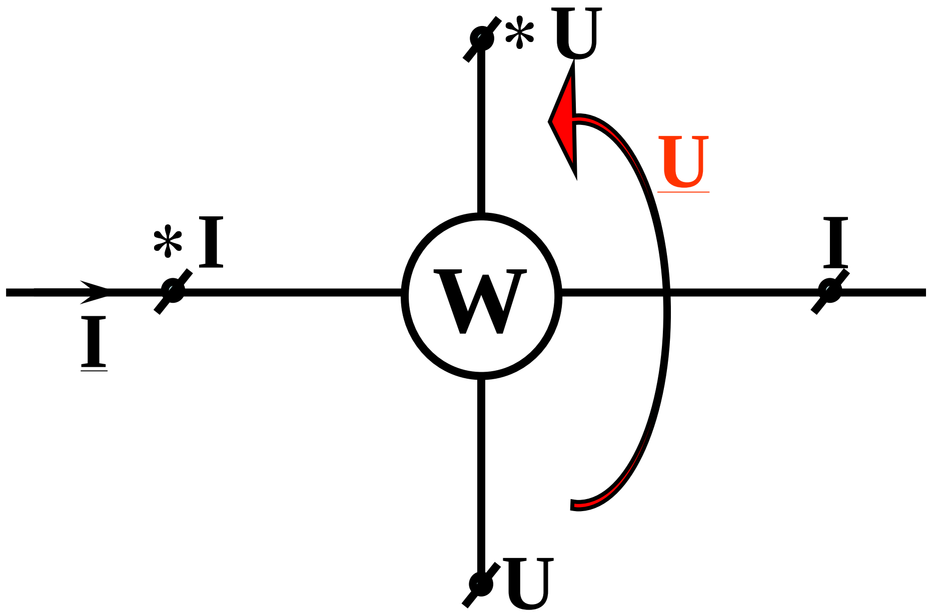
$$\boxed{\begin{aligned} &\underline{S} = \underline{U}\overset{*}{\underline{I}} = (\underline{Z}\underline{I})\overset{*}{\underline{I}} = \\ &= \underline{Z}I^2 = I^2R + jI^2X, (BA) \end{aligned}}$$

Таким образом
активная мощность:

$$\boxed{P = UI\cos\varphi = I^2R,\ (\text{Вт})}$$

- это средняя мощность преобразования электромагнитной энергии в тепло или другую энергию

Измерение активной мощности $P=P_W$ осуществляется ваттметром, который имеет две обмотки: токовую обмотку (I) с малым сопротивлением и обмотку напряжения (U) с большим сопротивлением:



$$\boxed{P_W = U \cdot I \cdot \cos\varphi,\ Вт}$$

где
$$\underline{I} = I \cdot e^{j\beta},\ А$$
$$\underline{U} = U \cdot e^{j\alpha},\ В$$
$$\varphi = \alpha - \beta$$

Реактивная мощность:

$$Q = UI\sin\varphi = I^2X, (\text{вар})$$

- пропорциональна максимальной энергии, запасаемой в электромагнитном поле:

$$I^2X = \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 (\omega L - 1/\omega C) = \omega\left(\frac{LI_m^2}{2} - \frac{CU_m^2}{2}\right)$$

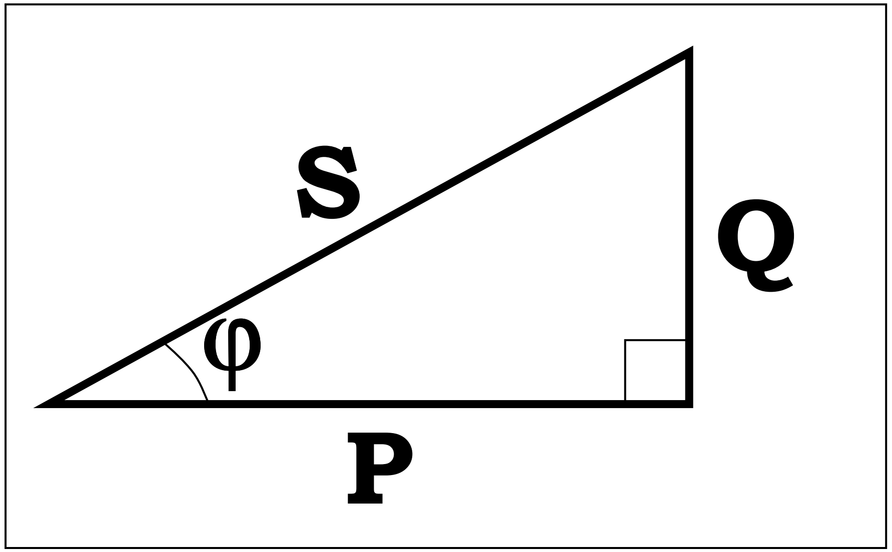
Полная мощность:

$$\boxed{S = UI = \frac{P}{\cos\varphi},\ (\text{ВА})}$$

–это максимально возможная активная мощность

при $\boxed{\cos\varphi = 1}$

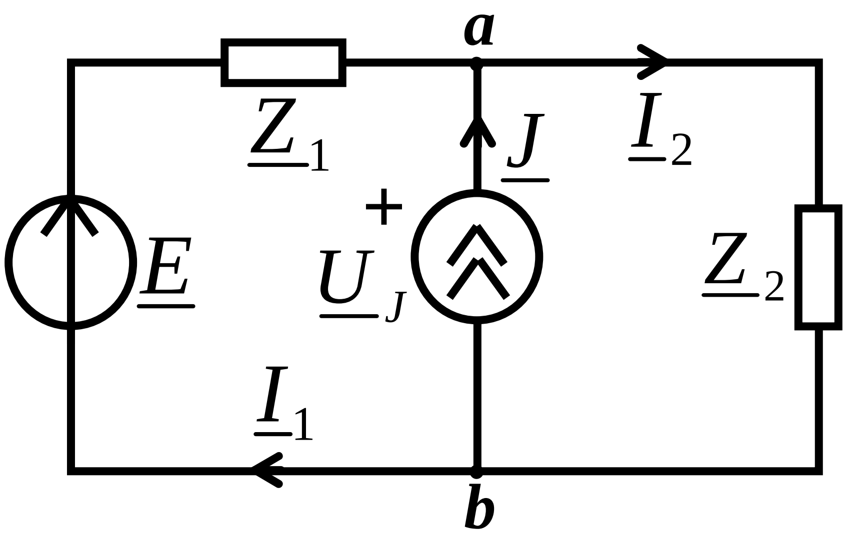
Прямоугольный треугольник мощностей:



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

Для проверки расчетов составляется баланс мощностей:



Дано: $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1;\ \underline{Z}_2 = R_2 - jX_2;$

$$\underline{E} = Ee^{j\alpha_1};\ \underline{U}_J = U_J e^{j\alpha_2};$$

$$\underline{J} = Je^{j\beta};\ \underline{I}_1 = I_1 e^{j\beta_1};\ \underline{I}_2 = I_2 e^{j\beta_2}.$$

Полная вырабатываемая мощность:

$$\underline{S}_B = \underline{E}\overset{*}{\underline{I}}_1 + \underline{U}_J \overset{*}{\underline{J}} =$$

$$= Ee^{j\alpha_1} I_1 e^{-j\beta_1} + U_J e^{j\alpha_2} Je^{-j\beta} = P_B + jQ_B, (\mathbf{ВА})$$

$P_B > 0\,(\mathbf{Вт})$ **-активная вырабатыв. мощность;**

$Q_B\,(\mathbf{вар})$ **-реактивная вырабатыв. мощность.**

Активная потребляемая мощность:

$$P_\Pi = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2, (\mathbf{Вт})$$

Реактивная потребляемая мощность:

$$Q_\Pi = I_1^2 X_1 - I_2^2 X_2, (\mathbf{вар})$$

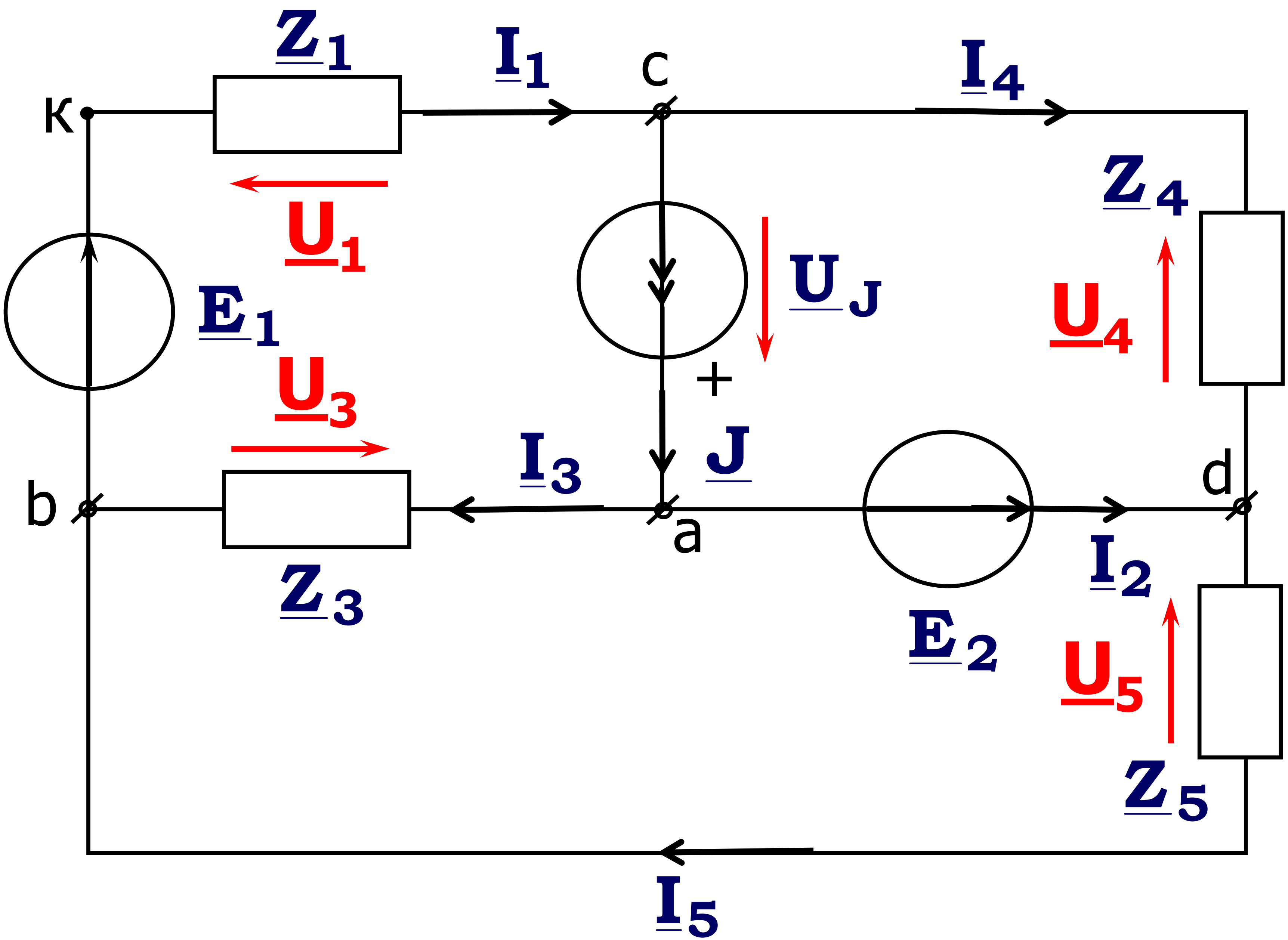
Погрешности:

$$\delta_P = \frac{|P_B - P_\Pi|}{P_B}100 < 3\%;\quad \delta_Q = \frac{|Q_B - Q_\Pi|}{|Q_B|}100 < 3\%.$$

ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ И ЛУЧЕВИЕ ВЕКТОРНЫЕ ДИАГРАММЫ

Векторные диаграммы строятся для графической проверки правильности расчетов, причем построение начинается с лучевой диаграммы токов и затем совмещенной с ней строится топографическая диаграмма напряжений.

Эти диаграммы строятся совмещенными на комплексной плоскости в масштабах напряжения и тока.



Z1
I1
c
I4
к
Z4
U1
E1
UJ
U4
U3
+
J
I3
d
b
a
Z3
I2
E2
U5
Z5
I5

Дано:

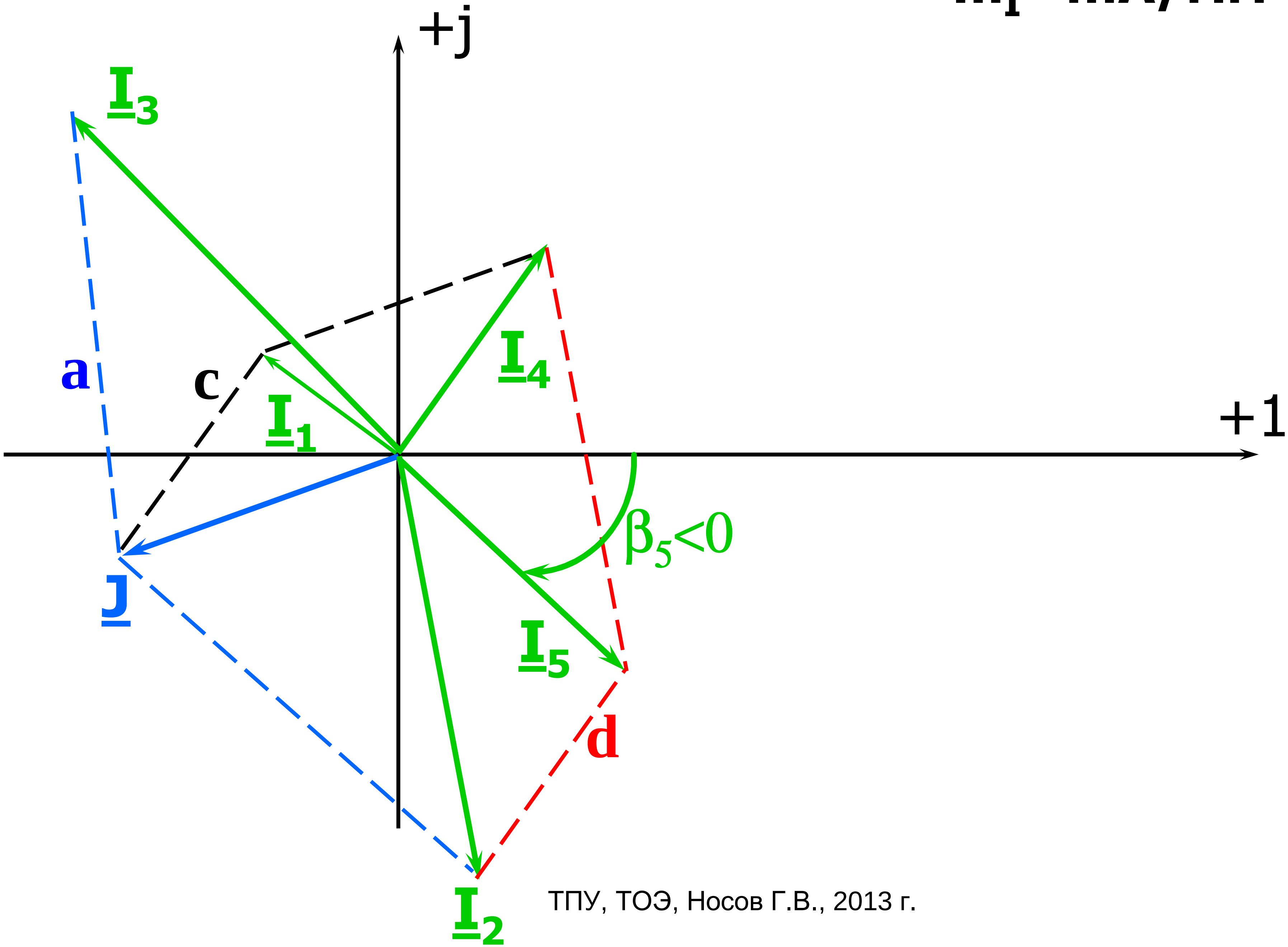
$\underline{E}_1$, $\underline{E}_2$, $\underline{J}$

$\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_3$, $\underline{Z}_4$, $\underline{Z}_5$, $\underline{Z}_M$

$\underline{U}_J$, $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$, $\underline{I}_4$, $\underline{I}_5$

1. **Выбираем масштаб тока (m_I=…А/мм) и строим лучевую диаграмму токов: вектора токов направлены из начала координат под своими углами, при этом проверяем первый закон Кирхгофа для узлов рассматриваемой схемы.**

m_I=…А/мм


+j
+1
$\underline{I}_3$
$\underline{I}_4$
$\underline{I}_1$
$\underline{I}_5$
$\underline{I}_2$
$\underline{J}$
a
c
d
$\beta_5<0$

2. Выбираем масштаб напряжения (m_U=…В/мм) и строим в тех же осях топографическую диаграмму напряжений. При этом проверяем второй закон Кирхгофа для контуров рассматриваемой схемы :

а) рассчитываем напряжения

$$\underline{U}_1=\underline{Z}_1\underline{I}_1;\ \underline{U}_3=\underline{Z}_3\underline{I}_3;\ \underline{U}_4=\underline{Z}_4\underline{I}_4;\ \underline{U}_5=\underline{Z}_5\underline{I}_5$$

б) рассчитываем комплексные потенциалы точек схемы:

$\underline{\varphi}_b=0$ **– принимаем произвольно;**

$\underline{\varphi}_k=\underline{\varphi}_b+\underline{E}_1$;

$\underline{\varphi}_c=\underline{\varphi}_k-\underline{U}_1$;

$\underline{\varphi}_a=\underline{\varphi}_b+\underline{U}_3=\underline{\varphi}_c+\underline{U}_J$ - **проверка**;

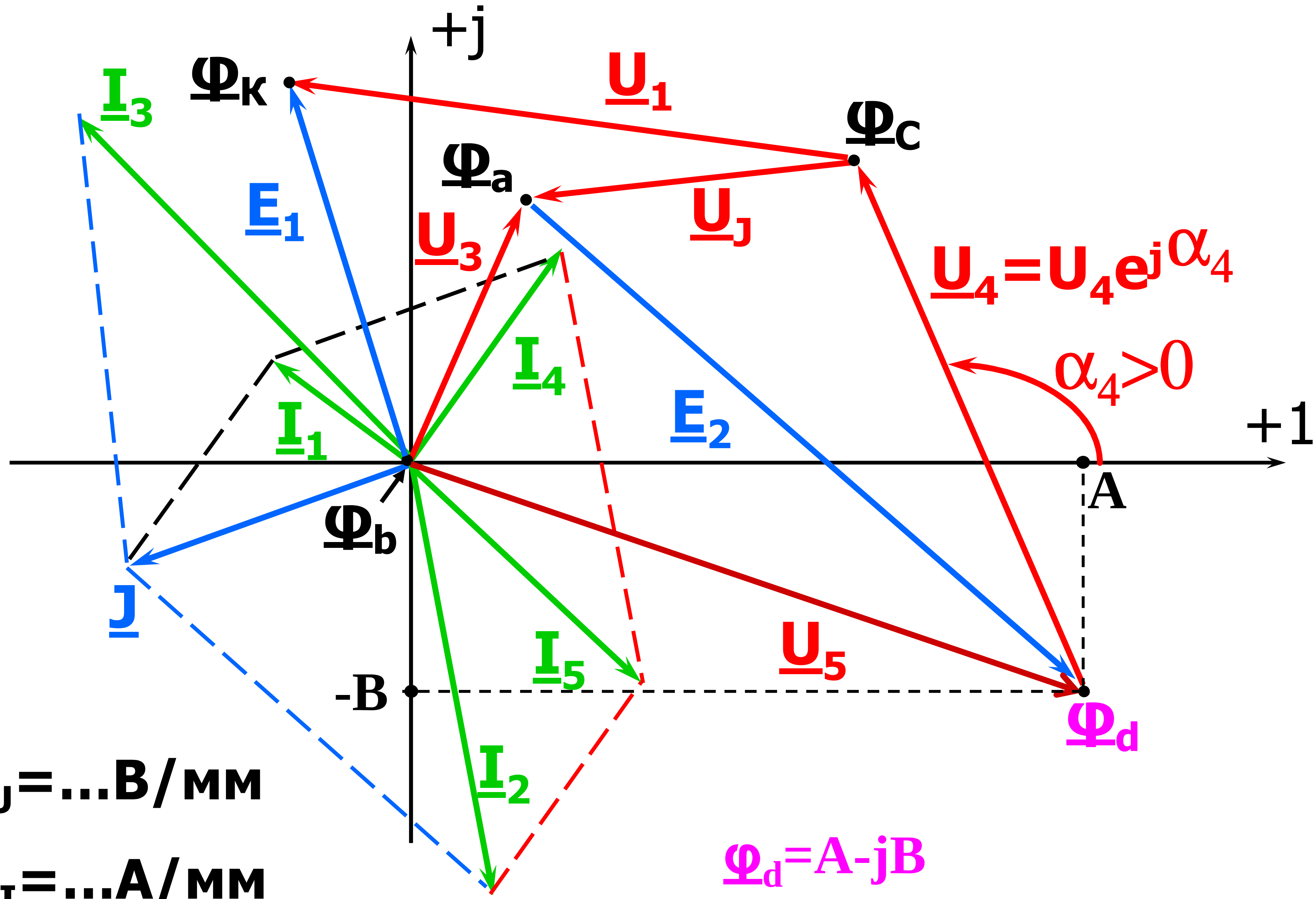
$\underline{\varphi}_d=\underline{\varphi}_c-\underline{U}_4=\underline{\varphi}_a+\underline{E}_2$ - **проверка**;

$\underline{\varphi}_b=\underline{\varphi}_d-\underline{U}_5=0$ - **проверка**

в) в одинаковом по осям (+j и +1) масштабе напряжения m_U на комплексной плоскости размещаем в алгебраической форме комплексные потенциалы точек;

г) согласно схеме между потенциалами точек проводим стрелки напряжений и ЭДС, проверяя их длину и углы;

д) по векторной диаграмме находим показание вольтметра.


+j
$\underline{\varphi}_к$
$\underline{U}_1$
$\underline{\varphi}_c$
$\underline{I}_3$
$\underline{\varphi}_a$
$\underline{E}_1$
$\underline{U}_3$
$\underline{U}_J$
$\underline{U}_4=U_4e^{j\alpha_4}$
$\alpha_4>0$
$\underline{I}_4$
$\underline{E}_2$
+1
$\underline{I}_1$
A
$\underline{\varphi}_b$
$\underline{J}$
$\underline{U}_5$
-B
$\underline{I}_5$
$\underline{\varphi}_d$
$\underline{I}_2$
$\underline{\varphi}_d=A-jB$

m_U=…В/мм

m_I=…А/мм

ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

Трехфазные цепи образуются тремя электрически связанными фазами (цепями) A, B, C, которые запитаны переменными фазными ЭДС e_A, e_B, e_C одинакового периода T, имеющие сдвиг по фазе относительно друг друга равный 120º

В нормальном режиме фазные ЭДС генераторов и трансформаторов

e_A, e_B, e_C

образуют симметричную систему, т.е. имеют одинаковую гармоническую форму, одинаковые частоту и амплитуду и сдвинуты по фазе относительно друг друга на 120 градусов

Фазные ЭДС:

$$e_A = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha)$$

$$e_B = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha - 120°)$$

$$e_C = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha + 120°)$$

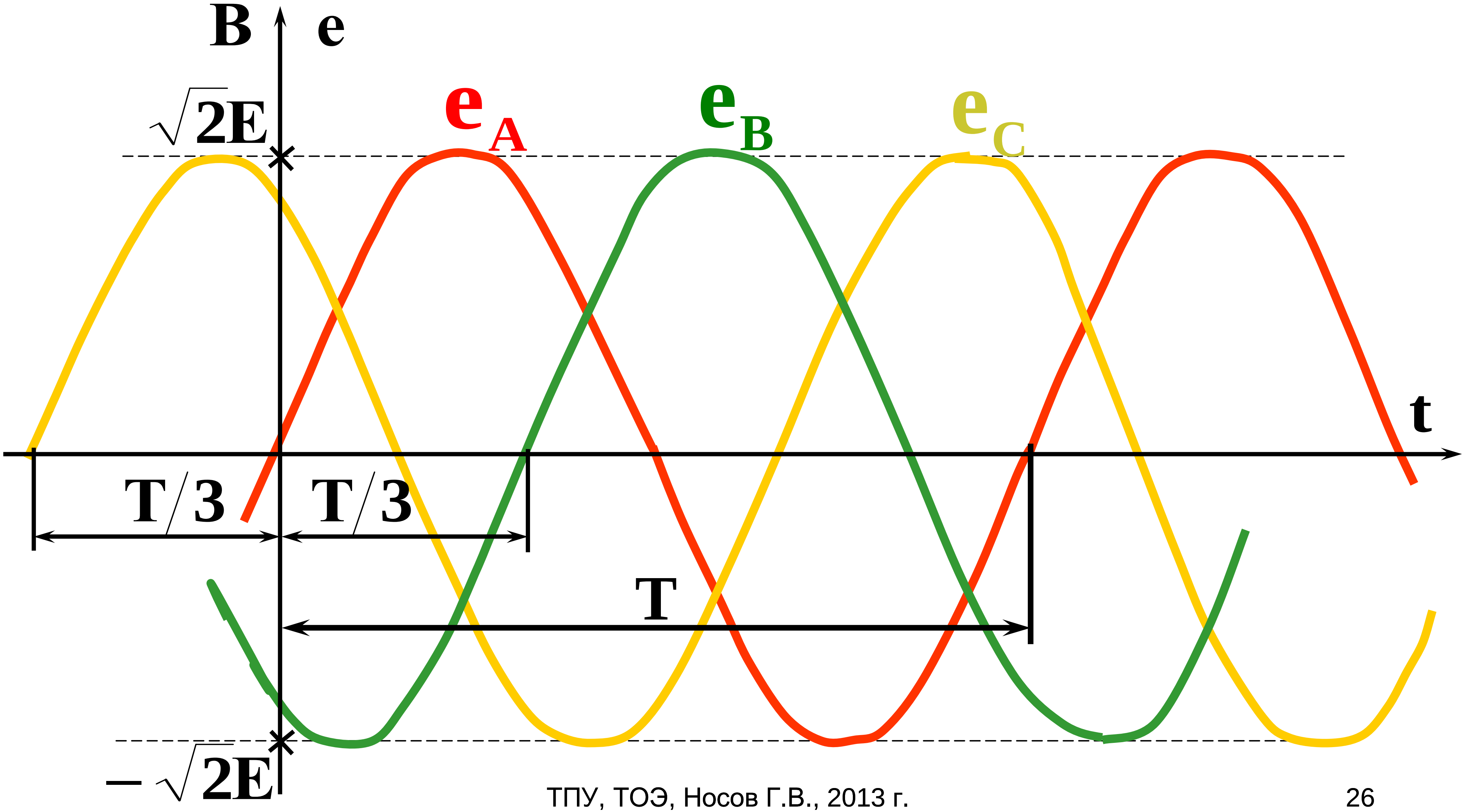
$$\underline{E}_A = Ee^{j\alpha}$$

$$\underline{E}_B = Ee^{j\left(\alpha - 120^o\right)}$$

$$\underline{E}_C = Ee^{j\left(\alpha + 120^o\right)}$$

E **- действующее значение фазных ЭДС**

Волновая диаграмма при $\alpha = 0$



Линейные напряжения-это напряжения между фазами :

$$u_{AB} = e_A - e_B = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t+\alpha+30°)$$

$$u_{BC} = e_B - e_C = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t+\alpha-90°)$$

$$u_{CA} = e_C - e_A = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t+\alpha+150°)$$

$$\underline{U}_{AB} = U_{\Lambda} \cdot e^{j(\alpha+30°)}$$

$$\underline{U}_{BC} = U_{\Lambda} \cdot e^{j(\alpha-90°)}$$

$$\underline{U}_{CA} = U_{\Lambda} \cdot e^{j(\alpha+150°)}$$

$U_{\Lambda} = \sqrt{3}E$ - действующее значение линейного напряжения

Фазовый оператор:

$$a = 1e^{j120°} = -0,5 + j0,866$$

Тогда

$$a^2 = 1e^{j240°} = 1e^{-j120°} = -0,5 - j0,866$$

$$a^3 = 1e^{j360°} = 1$$

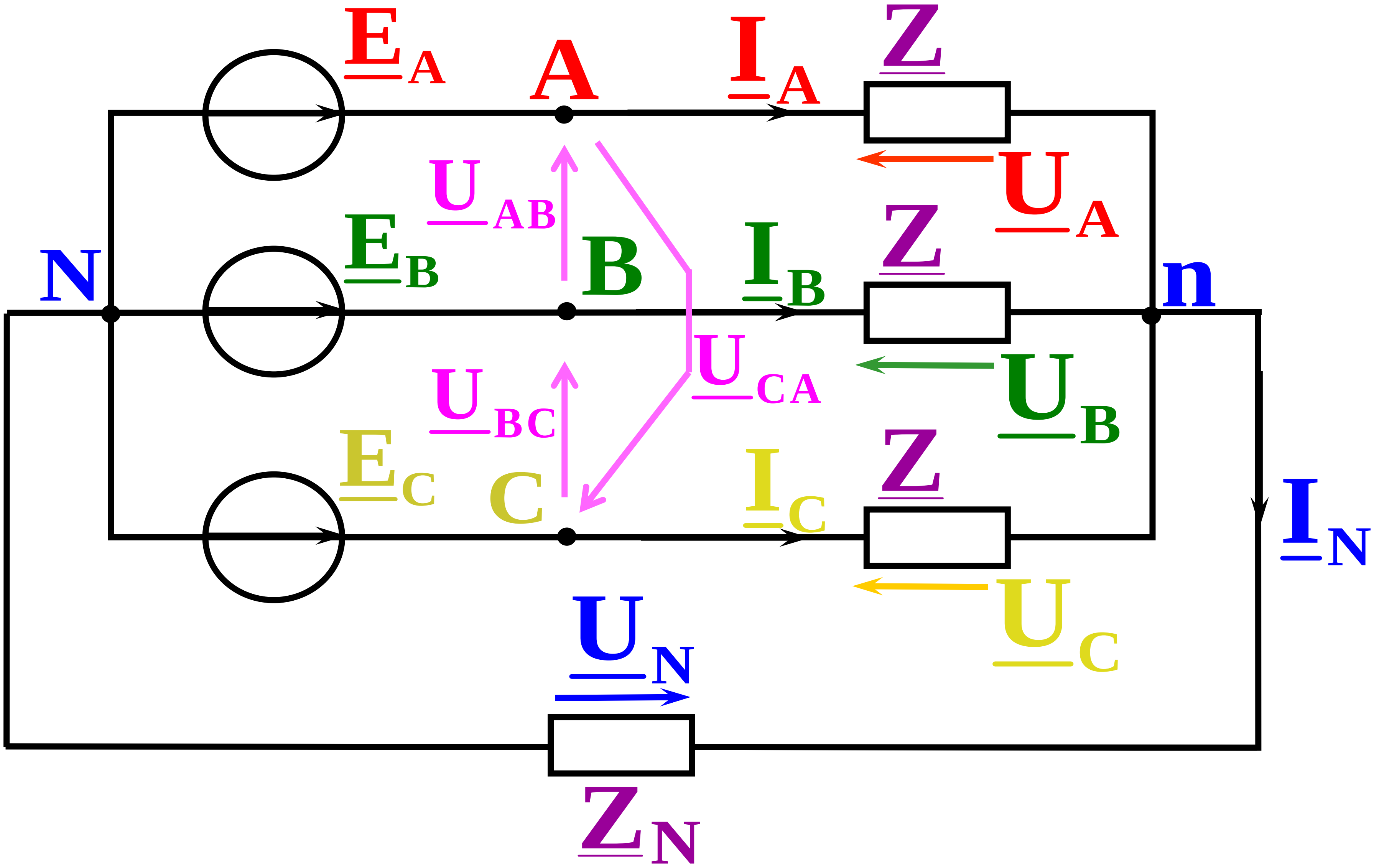
Таким образом

$$1 + a + a^2 = 0$$

Симметричный режим характеризуется симметричной системой фазных ЭДС и напряжений, а также одинаковой нагрузкой (сопротивлениями) фаз.

Трехфазная цепь с одинаковой нагрузкой (сопротивлениями) фаз называется симметричной.

Симметричный режим является нормальным режимом трехфазных цепей и рассчитывается известными методами в комплексной форме.


$\underline{E}_A$
A
$\underline{I}_A$
$\underline{Z}$
$\underline{U}_{AB}$
$\underline{U}_A$
N
$\underline{E}_B$
B
$\underline{I}_B$
$\underline{Z}$
n
$\underline{U}_{CA}$
$\underline{U}_B$
$\underline{U}_{BC}$
$\underline{E}_C$
C
$\underline{I}_C$
$\underline{Z}$
$\underline{I}_N$
$\underline{U}_N$
$\underline{U}_C$
$\underline{Z}_N$

Дано: $\underline{E}_A = Ee^{j\alpha}$; $\underline{E}_B = a^2\underline{E}_A$; $\underline{E}_C = a\underline{E}_A$

$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$ $\underline{Z}_N = Z_N e^{j\varphi_N}$

Где:

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ - линейные токи, равные фазным токам;

$\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ - фазные напряжения между фазами A, B, C и нейтралью n;

$\underline{I}_N$ и $\underline{U}_N$ - ток и напряжение в нулевом проводе.

По 2-му закону Кирхгофа и закону Ома:

$$\underline{I}_A = (\underline{E}_A - \underline{U}_N)/\underline{Z} = \underline{U}_A \big/ \underline{Z} \qquad \underline{I}_B = (\underline{E}_B - \underline{U}_N)/\underline{Z} = \underline{U}_B \big/ \underline{Z}$$

$$\underline{I}_C = (\underline{E}_C - \underline{U}_N)/\underline{Z} = \underline{U}_C \big/ \underline{Z}$$

Тогда по 1-му закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_N = \underline{U}_N \big/ \underline{Z}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C =$$

$$= \frac{\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C}{\underline{Z}} - 3\underline{U}_N \big/ \underline{Z}$$

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = (1 + a^2 + a)\underline{E}_A = 0$$

Тогда $\underline{U}_N \left(1/\underline{Z}_N + 3/\underline{Z} \right) = 0$

Таким образом $\boxed{\underline{U}_N = 0}$ $\boxed{\underline{I}_N = \underline{U}_N / \underline{Z}_N = 0}$

$$\underline{I}_A = \underline{E}_A / \underline{Z} = I_A e^{j(\alpha - \varphi)} \quad \underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A \quad \underline{I}_C = a \underline{I}_A$$

$$\underline{U}_A = \underline{E}_A \quad \underline{U}_B = a^2 \underline{E}_A \quad \underline{U}_C = a \underline{E}_A$$

Комплекс полной вырабатываемой мощности

$$\underline{S}_B = \underline{E}_A \underline{\dot{I}}_A + \underline{E}_B \underline{\dot{I}}_B + \underline{E}_C \underline{\dot{I}}_C =$$

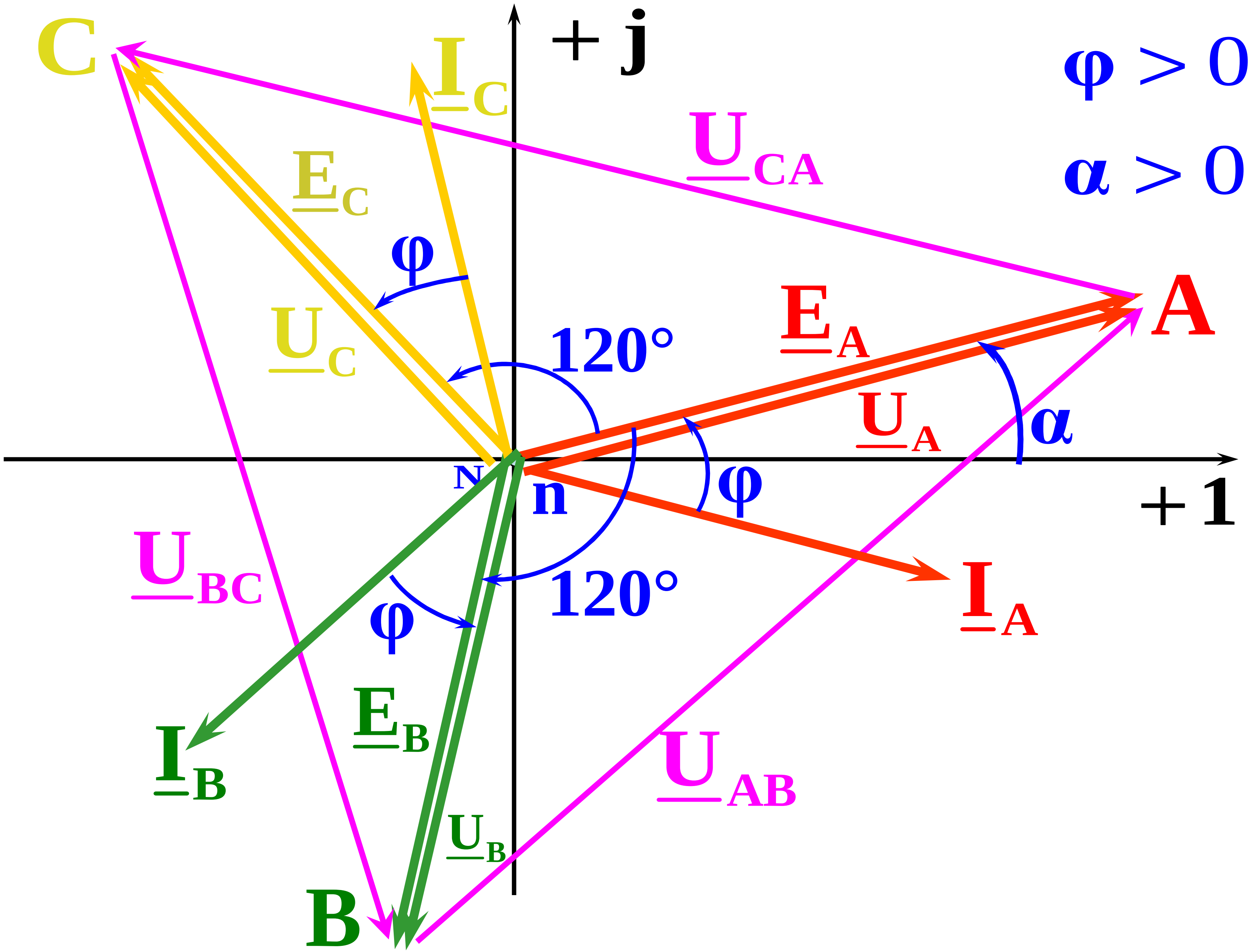
$$= 3 \cdot E \cdot I_\Lambda e^{j\varphi} = P_B + jQ_B, \text{ (ВА)}$$

а) активная мощность (Вт)

$$P_B = 3 \cdot E \cdot I_\Lambda \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_\Lambda \cdot I_\Lambda \cos\varphi = P_\Pi = 3 \cdot I_\Lambda^2 \cdot [\mathrm{Re}(\underline{Z})]$$

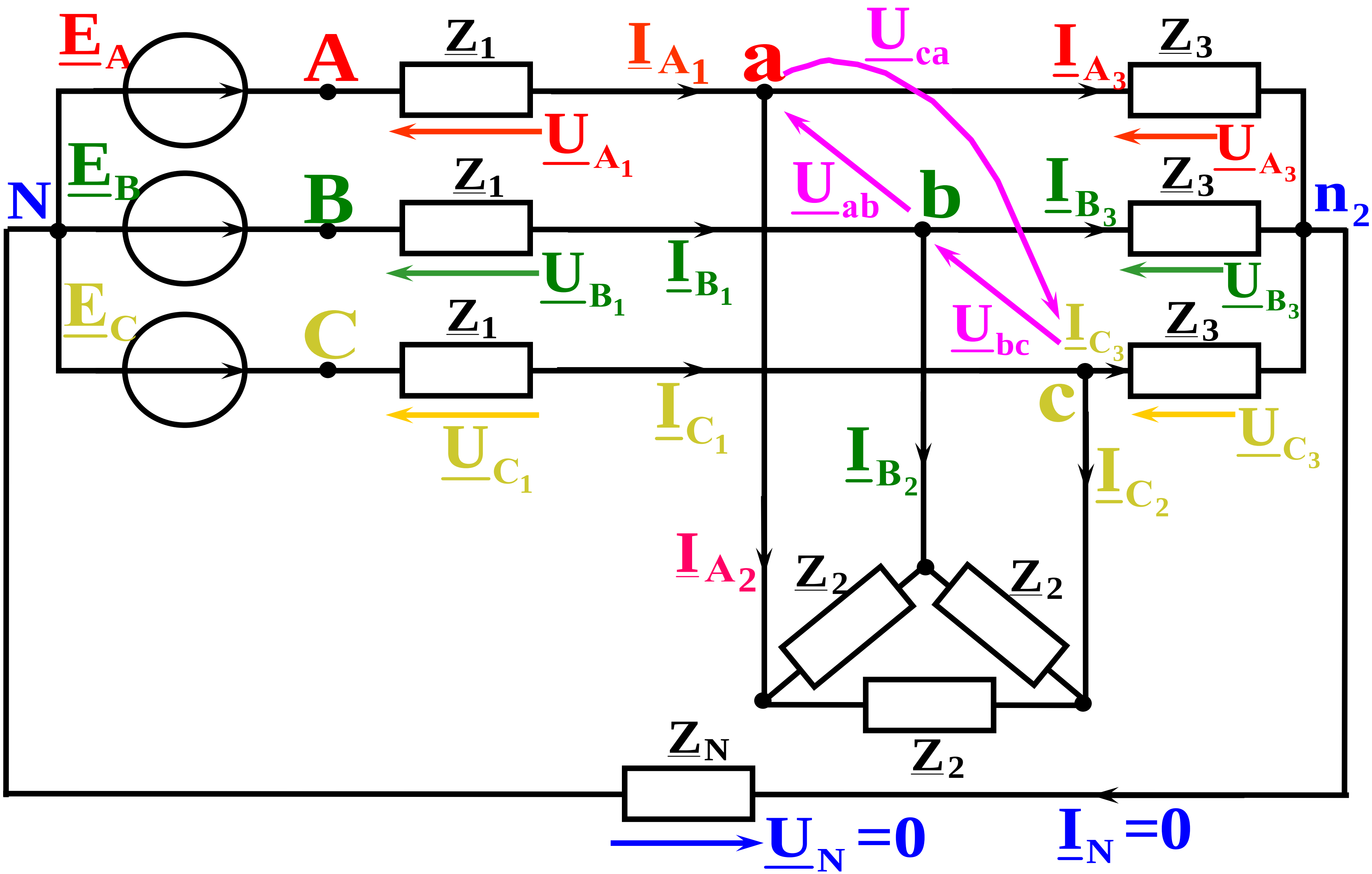
б) реактивная мощность (вар)

$$Q_B = 3 \cdot E \cdot I_\Lambda \sin\varphi = \sqrt{3} \cdot U_\Lambda \cdot I_\Lambda \sin\varphi = P_\Pi = 3 \cdot I_\Lambda^2 \cdot [\mathrm{Im}(\underline{Z})]$$

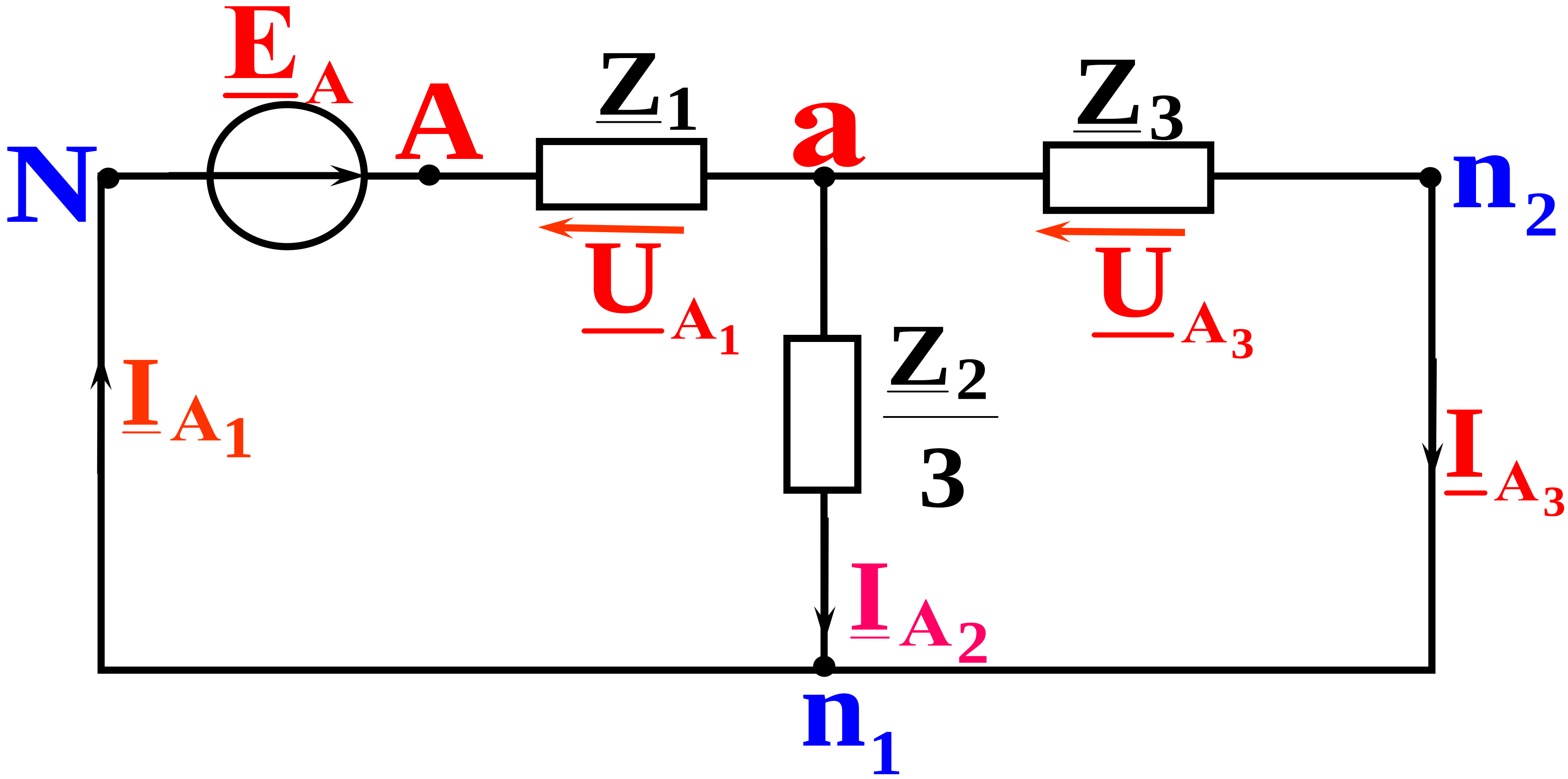

C
I_C
+ j
φ > 0
α > 0
U_CA
E_C
φ
U_C
120°
E_A
A
U_A
α
N
n
φ
+ 1
U_BC
120°
I_A
φ
E_B
I_B
U_AB
U_B
B

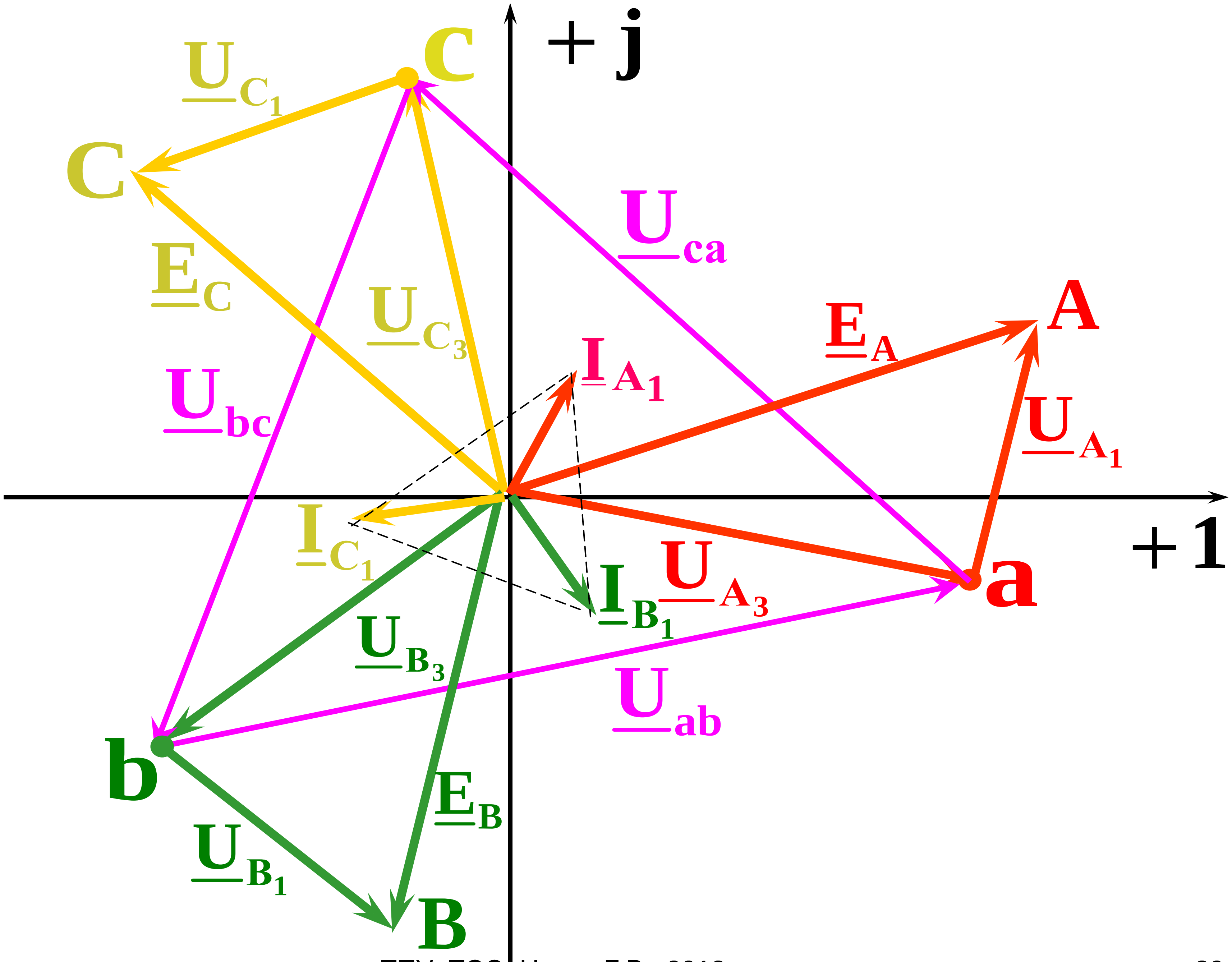
В симметричном режиме ток нулевого провода $\underline{I}_N$ и напряжение смещения нейтралей $\underline{U}_N$ равны нулю, поэтому цепь без нулевого провода рассчитывается аналогично.

После преобразования треугольника в звезду расчет ведется на одну фазу (А) любым методом, затем при помощи фазового оператора ($a=1e^{j120°}$) находятся токи и напряжения других фаз.


$\underline{E}_A$
A
$\underline{Z}_1$
$\underline{I}_{A_1}$
a
$\underline{U}_{ca}$
$\underline{I}_{A_3}$
$\underline{Z}_3$
$\underline{U}_{A_1}$
$\underline{U}_{A_3}$
N
$\underline{E}_B$
B
$\underline{Z}_1$
$\underline{U}_{ab}$
b
$\underline{I}_{B_3}$
$\underline{Z}_3$
n_2
$\underline{U}_{B_1}$
$\underline{I}_{B_1}$
$\underline{U}_{B_3}$
$\underline{E}_C$
C
$\underline{Z}_1$
$\underline{U}_{bc}$
$\underline{I}_{C_3}$
$\underline{Z}_3$
c
$\underline{I}_{C_1}$
$\underline{U}_{C_1}$
$\underline{U}_{C_3}$
$\underline{I}_{B_2}$
$\underline{I}_{C_2}$
$\underline{I}_{A_2}$
$\underline{Z}_2$
$\underline{Z}_2$
$\underline{Z}_2$
$\underline{Z}_N$
$\underline{U}_N = 0$
$\underline{I}_N = 0$

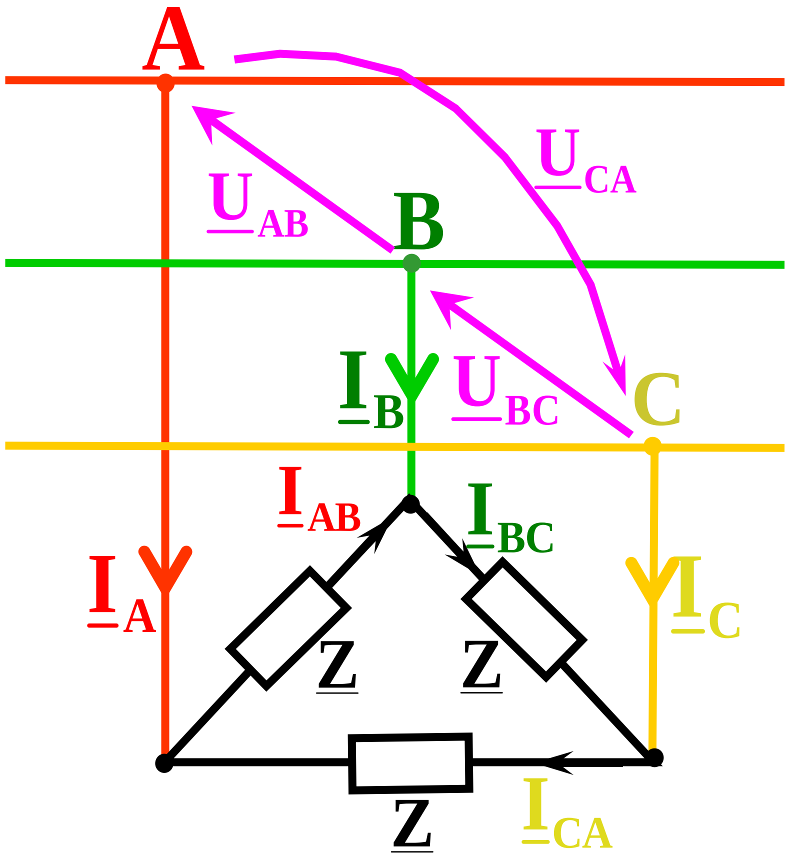
Расчет на одну фазу (А):




+ j
+1
c
C
A
a
b
B
$\underline{U}_{C_1}$
$\underline{E}_C$
$\underline{U}_{C_3}$
$\underline{U}_{bc}$
$\underline{U}_{ca}$
$\underline{E}_A$
$\underline{I}_{A_1}$
$\underline{U}_{A_1}$
$\underline{I}_{C_1}$
$\underline{I}_{B_1}$
$\underline{U}_{A_3}$
$\underline{U}_{B_3}$
$\underline{U}_{ab}$
$\underline{E}_B$
$\underline{U}_{B_1}$

Примечание для Δ: $\underline{U}_{AB} = U_{\Lambda} e^{j\lambda}, \quad \underline{Z} = Z e^{j\varphi}$

Фазные токи: $\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z} = I_{\Phi} e^{j(\lambda-\varphi)}$ $\quad \underline{I}_{BC} = a^2 \underline{I}_{AB}$ $\quad \underline{I}_{CA} = a \underline{I}_{AB}$



Линейные токи:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = I_{\Lambda} e^{j(\lambda-\varphi-30^\circ)} =$$

$$= \sqrt{3}\underline{I}_{AB} e^{-j30^o}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = a^2 \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = a \underline{I}_A$$

$$\boxed{I_{\Phi} = \frac{U_{\Lambda}}{Z}} \qquad \boxed{I_{\Lambda} = \sqrt{3} I_{\Phi}}$$

Негармонические периодические напряжения и токи

Негармонические периодические напряжения и токи как функции времени f(t) с периодом T могут быть представлены в виде тригонометрического ряда Фурье:

$$f(t) = A_0 + \sum_{к=1}^{\infty} B_к \sin к\omega t + \sum_{к=1}^{\infty} C_к \cos к\omega t =$$

$$= A_0 + \sum_{к=1}^{\infty} A_{mк} \sin(к\omega t + \Psi_к)$$

Где $$\boxed{A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt}$$

- постоянная составляющая

$$B_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(k\omega t)\,dt$$

- амплитуда синусной составляющей *k* - гармоники

$$C_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(k\omega t)\,dt$$

- амплитуда косинусной составляющей *k* - гармоники

$$\boxed{A_{mk} = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}}$$

Причем $A_{mk} = \left|B_k + jC_k\right|$

- амплитудное значение *k* - гармоники

$$\boxed{\Psi_к = (\pm 180°) + \operatorname{arctg}\frac{C_к}{B_к}}$$

Причем $\Psi_k = \arg\left(B_k + jC_k\right)$

- начальная фаза *k* –гармоники, причем 180 градусов учитывается при $B_k<0$

$$\boxed{к = 1,2,3...\infty}$$

- порядковый номер гармоники

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T},\ {}^{1}\!/\!{}_{c}}$$

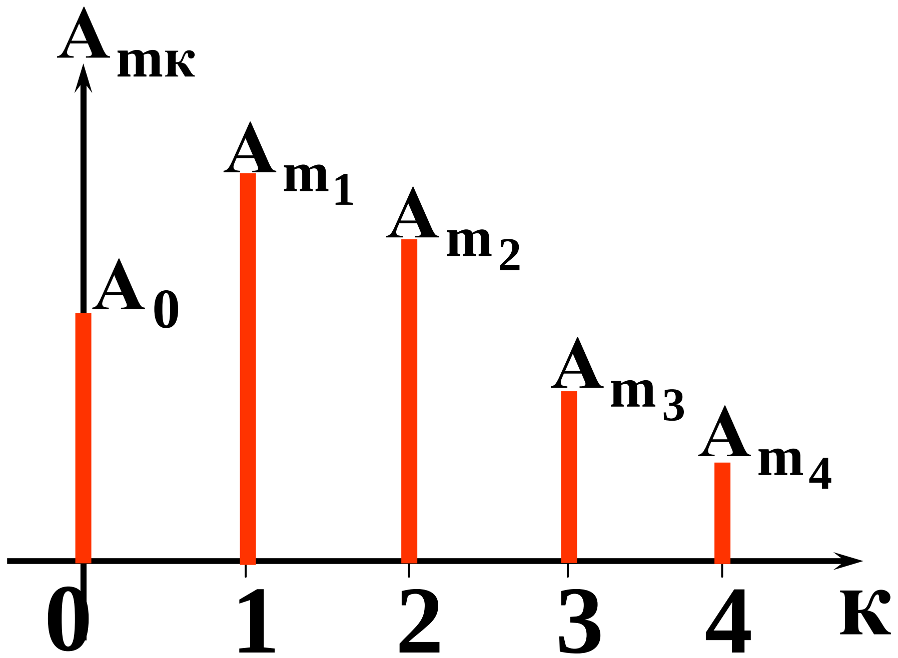
- угловая частота *первой* (основной) гармоники

Гармонический состав f(t) можно задать при помощи дискретных спектров амплитуд и фаз, причем разложение в ряд Фурье f(t) может осуществляться аналитически, приближенно по специальным формулам и программам.

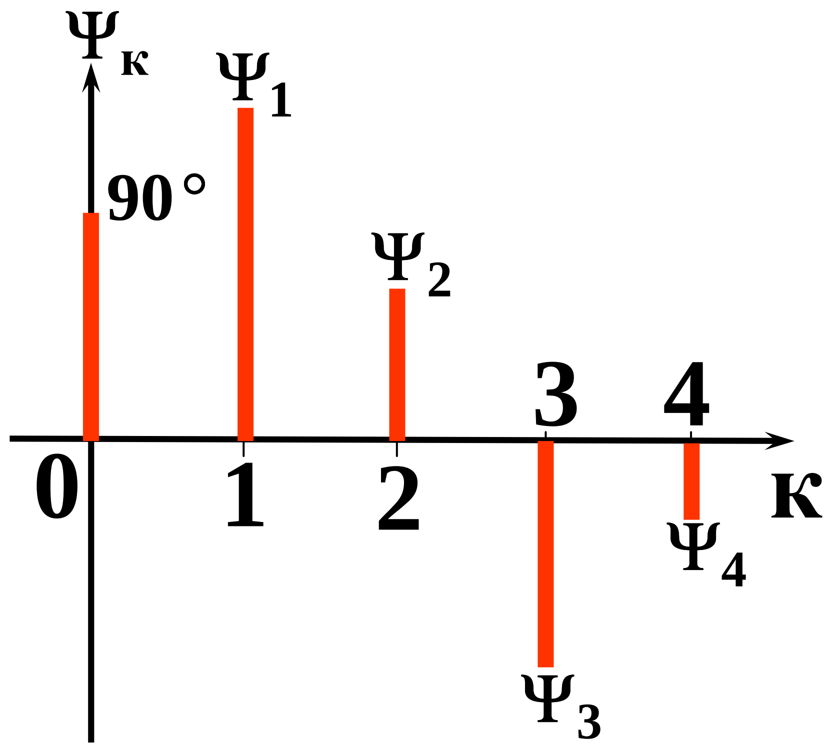
После разложения f(t) в ряд Фурье учитываются постоянная составляющая и несколько наибольших по амплитуде гармоник, а остальные гармоники отбрасываются.

Например:

а) спектр амплитуд



б) спектр фаз



Пример

$$u(t)=1+2\sin\omega t+1\sin(2\omega t+90°),\ \text{В}$$

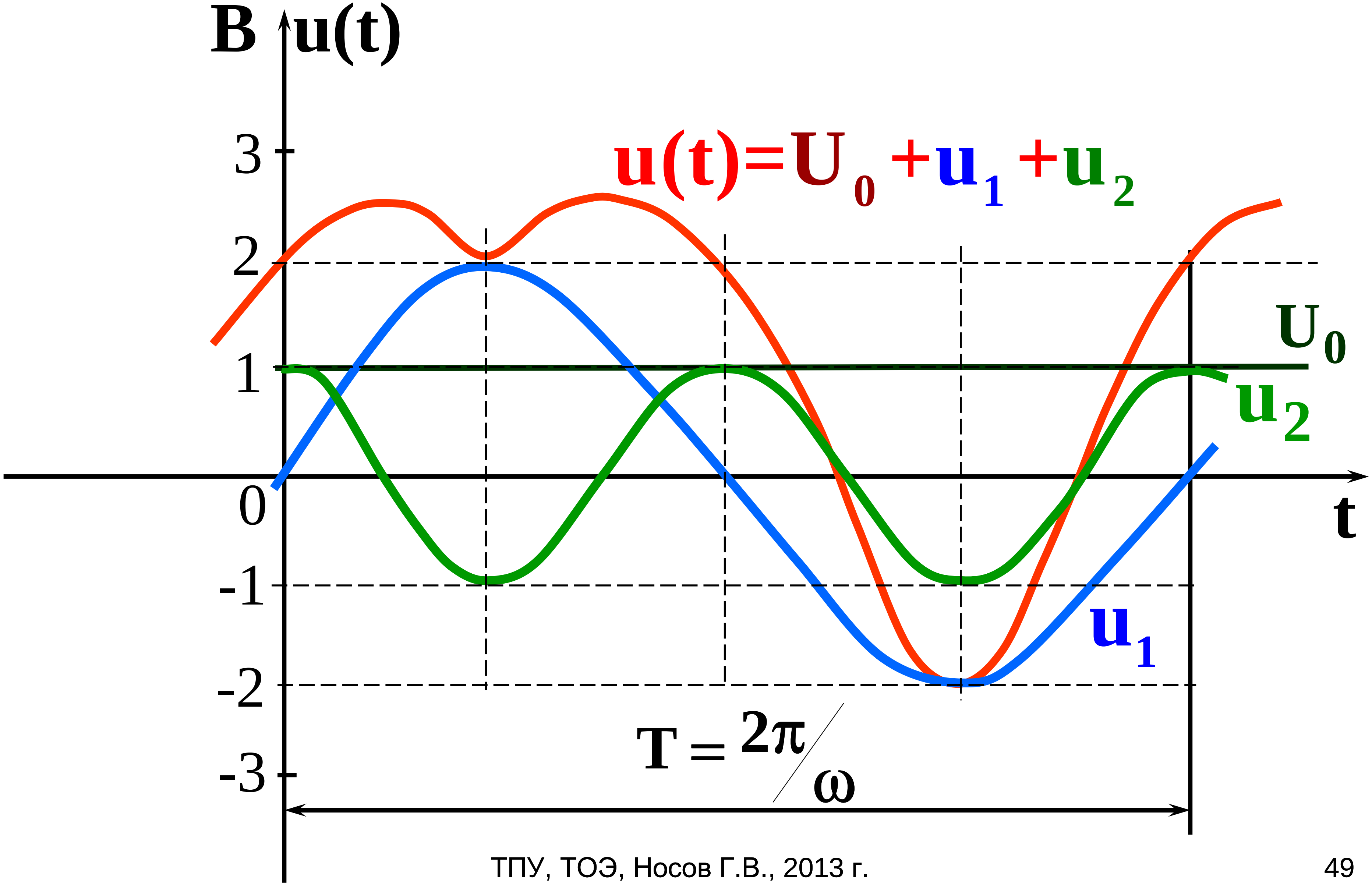
где

$U_0=1$ В $\qquad \Psi_0=90°$

$U_{m_1}=2$ В $\qquad \Psi_1=0$

$U_{m_2}=1$ В $\qquad \Psi_2=90°$

$U_0 = 1 \quad u_1 = 2\sin\omega t \quad u_2 = 1\sin(2\omega t + 90°)$



Действующее значение (A)

- это среднеквадратичное значение f(t) за период T:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt} = \sqrt{A_0^2 + \frac{A_{m1}^2}{2} + \frac{A_{m2}^2}{2} + \ldots} =$$

$$= \sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \ldots}$$

$$A_1 = \frac{A_{m1}}{\sqrt{2}}, \quad A_2 = \frac{A_{m2}}{\sqrt{2}} \ldots$$

- действующие значения отдельных гармоник

Например:

$$i(t) = 6 + 8\sqrt{2}\sin(\omega t + 30°) +$$

$$+7,07\sin(3\omega t - 60°),\ \text{A}$$

$$I = \sqrt{6^2 + 8^2 + \frac{7,07^2}{2}} = 11,18\ \text{A}$$

$$u(t) = 3 + 4\sqrt{2}\sin(\omega t + 90°),\ \text{В}$$

$$\text{U} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ \text{В}$$

Действующие значения тока (**I**) и напряжения (**U**) характеризуют тепловую мощность **P** в сопротивлении **R**:

$$\boxed{P = I^2 R = \frac{U^2}{R},\ \text{Вт}}$$

Действующие значения периодических напряжений (U) и токов (I) измеряются вольтметрами и амперметрами систем: электромагнитной ( ), электродинамической ( ), тепловой ( ), электростатической ( ).

При напряжении и токе двухполюсника

$$u(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1) +$$

$$+ \sqrt{2}U_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \ldots$$

$$i(t) = I_0 + \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t + \beta_1) +$$

$$+ \sqrt{2}I_2 \sin(2\omega t + \beta_2) + \ldots$$

Активная мощность P характеризует преобразование электромагнитной энергии W в другие виды энергии: в тепловую энергию, в энергию светового излучения, в механическую энергию и т.д.

$$\boxed{W = P \cdot t = P \cdot n \cdot T, \quad \text{Дж}}$$

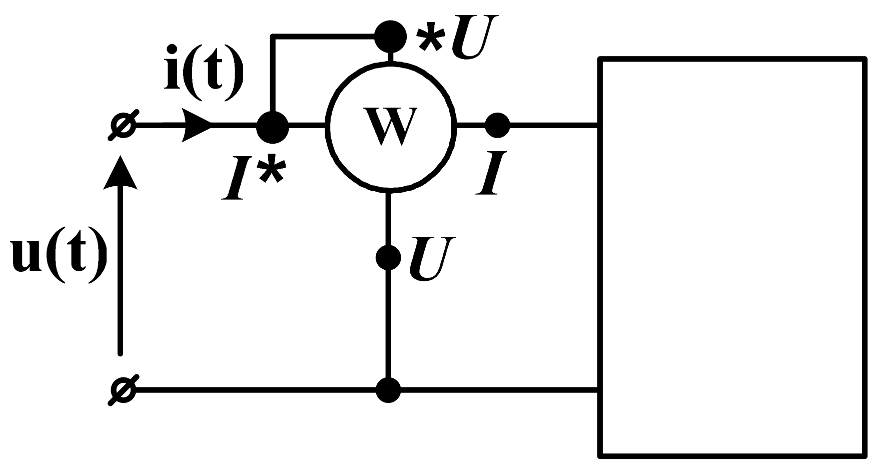
где $\mathbf{n = 1, 2, 3...}$ $\qquad \mathbf{T = \dfrac{2\pi}{\omega}}$

При этом

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \ldots = U_0 I_0 +$$
$$+ U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + \ldots, \ \text{Вт}$$

где $\varphi_1 = \alpha_1 - \beta_1$ $\qquad \varphi_2 = \alpha_2 - \beta_2$

Активная мощность P двухполюсника измеряется ваттметром:

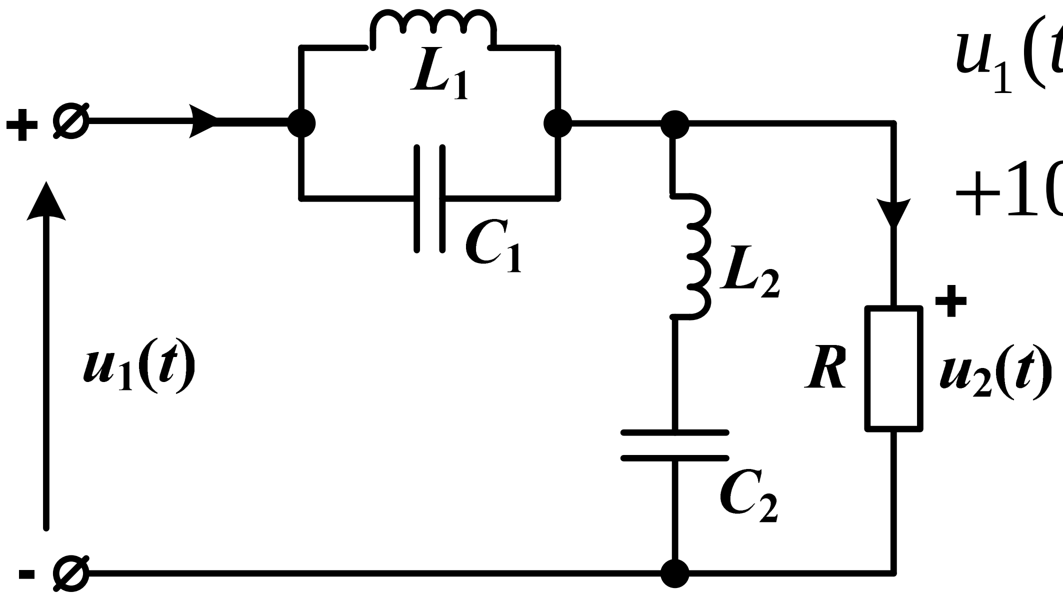


После разложения периодических ЭДС и токов источников тока в ряд Фурье линейную цепь можно рассчитывать методом наложения, т.е. рассчитывать постоянную составляющую и каждую гармонику напряжений и токов по отдельности.

При этом: R=const;

$$X_L^{(к)} = кX_L = к\omega L \qquad X_C^{(к)} = \frac{X_C}{к} = \frac{1}{к\omega C}$$

Пример



$$u_2(t) = ?$$

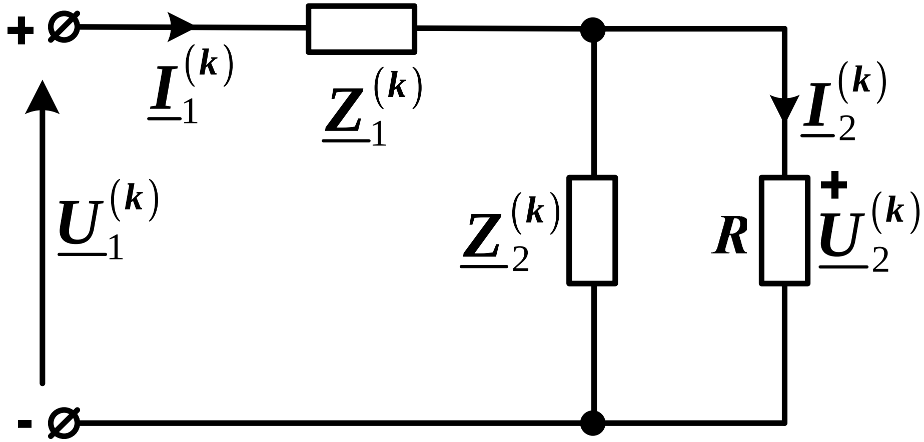
Дано:

$$u_1(t) = 50 + 200\sqrt{2}\sin(100t) + $$
$$+100\sqrt{2}\sin(200t), \text{В};$$
$$R = 50\,(\text{Ом});$$
$$L_1 = 0{,}5\,(\text{Гн});$$
$$C_1 = 200\,(\text{мкФ});$$
$$L_2 = 0{,}25\,(\text{Гн});\ C_2 = 100\,(\text{мкФ}).$$

$$\omega = 100\,(1/\mathbf{c});\ X_{L1}^{(k)} = k\omega L_1 = 50k\,(\mathbf{Ом});\ X_{C1}^{(k)} = 1/k\omega C_1 = 50/k\,(\mathbf{Ом});$$

$$X_{L2}^{(k)} = k\omega L_2 = 25k\,(\mathbf{Ом});\ X_{C2}^{(k)} = 1/k\omega C_2 = 100/k\,(\mathbf{Ом});\ k = 0{,}1{,}2.$$

Комплексная схема для *k*-гармоники:



$$\underline{I}_1^{(k)} = \frac{\underline{U}_1^{(k)}}{\underline{Z}_1^{(k)} + R\underline{Z}_2^{(k)} \Big/ \left[R + \underline{Z}_2^{(k)}\right]};$$

$$\underline{I}_2^{(k)} = \underline{I}_1^{(k)} \frac{\underline{Z}_2^{(k)}}{R + \underline{Z}_2^{(k)}};$$

$$\underline{Z}_1^{(k)} = \frac{jX_{L1}^{(k)}\left[-jX_{C1}^{(k)}\right]}{jX_{L1}^{(k)} - jX_{C1}^{(k)}} = \frac{50k \cdot j}{1 - k^2}, (\textbf{Ом});$$

$$\underline{U}_2^{(k)} = R\underline{I}_2^{(k)}.$$

$$\underline{Z}_2^{(k)} = jX_{L2}^{(k)} - jX_{C2}^{(k)} = \frac{25\left(k^2 - 4\right)j}{k}, (\textbf{Ом}).$$

В результате:

$$\underline{U}_2^{(k)} = \frac{R\underline{Z}_2^{(k)}\underline{U}_1^{(k)}}{\underline{Z}_1^{(k)}\underline{Z}_2^{(k)} + R\left[\underline{Z}_1^{(k)} + \underline{Z}_2^{(k)}\right]}.$$

$а)\ k=0;\ \underline{U}_1^{(0)} = 50(\mathbf{В});\ \underline{Z}_1^{(0)} = 0;\ \underline{Z}_2^{(0)} = \infty;\ \underline{U}_2^{(0)} = 50(\mathbf{В})$

$б)\ k=1;\ \underline{U}_1^{(1)} = 200e^{j0^\circ}(\mathbf{В});\ \underline{Z}_1^{(1)} = \infty;\ \underline{Z}_2^{(1)} = -j75(\mathbf{Ом});\ \underline{U}_2^{(1)} = 0(\mathbf{В})$

$в)\ k=2;\ \underline{U}_1^{(2)} = 100e^{j0^\circ}(\mathbf{В});\ \underline{Z}_1^{(2)} = -j33{,}33(\mathbf{Ом});\ \underline{Z}_2^{(2)} = 0;\ \underline{U}_2^{(2)} = 0(\mathbf{В})$

$$u_2(t) = \underline{U}_2^{(0)} + \left|\underline{U}_2^{(1)}\right|\sqrt{2}\cdot\sin\left\{100t + \arg\left[\underline{U}_2^{(1)}\right]\right\} +$$

$$+\left|\underline{U}_2^{(2)}\right|\sqrt{2}\cdot\sin\left\{200t + \arg\left[\underline{U}_2^{(2)}\right]\right\} = 50,(\mathbf{В}).$$