9 лекция

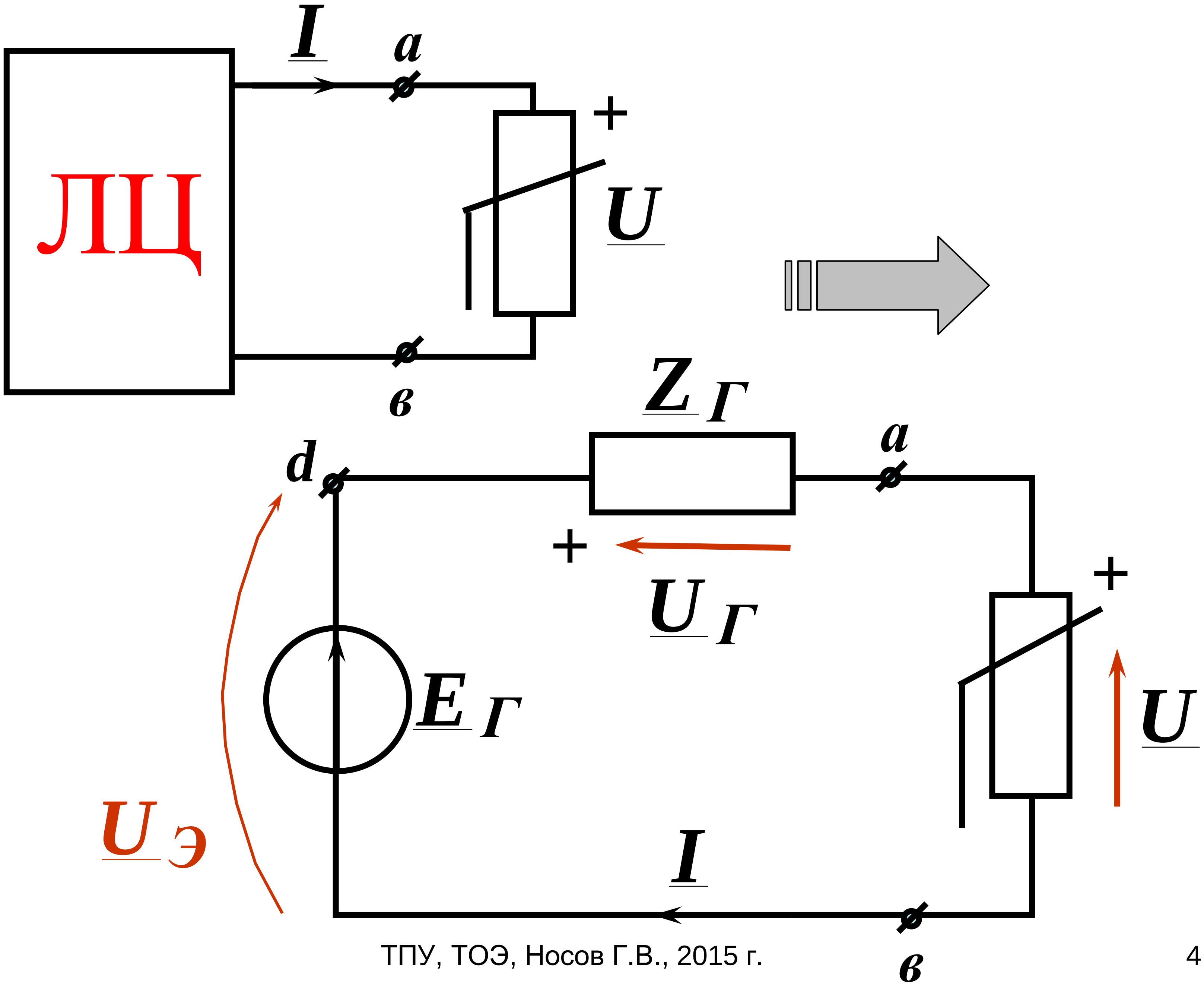
Расчет нелинейных цепей методом эквивалентных синусоид

1. Метод эквивалентного генератора – применяется для цепей с **одним** нелинейным элементом:

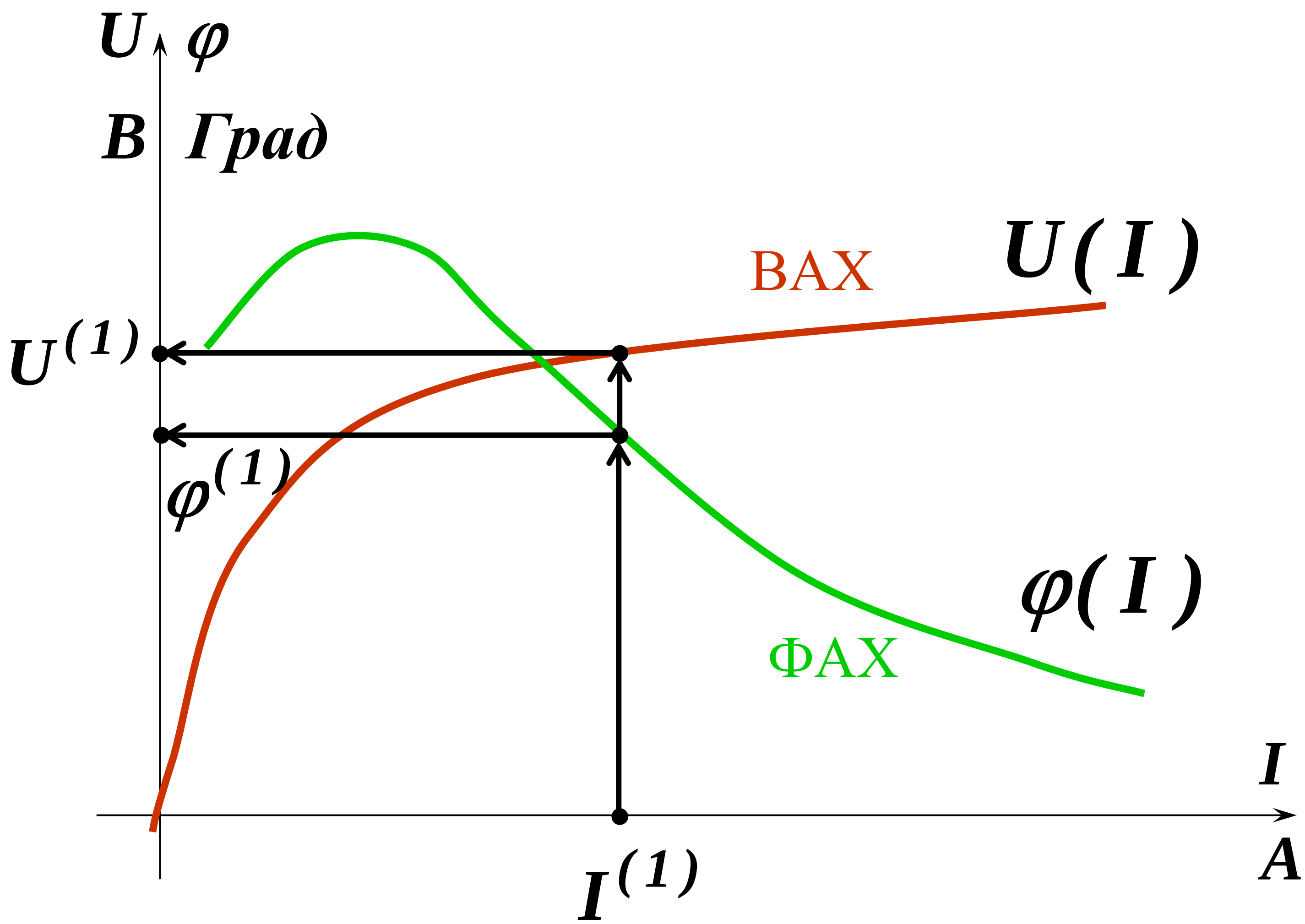
для линейной цепи (ЛЦ) определяются параметры эквивалентного генератора

$$\underline{E}_{Г} = E_{Г} e^{j\alpha_{Г}} \, (В)$$

$$\underline{Z}_{Г} = Z_{Г} e^{j\varphi_{Г}} \, (Ом)$$


ЛЦ
I
a
в
+
U
Z Г
d
E Г
U Г
U Э

Задаемся $\underline{I}^{(1)} = I^{(1)} e^{j0°}$ и по известным $U(I)$ и $\varphi(I)$ НЭ находим $U^{(1)}$ и $\varphi^{(1)}$:

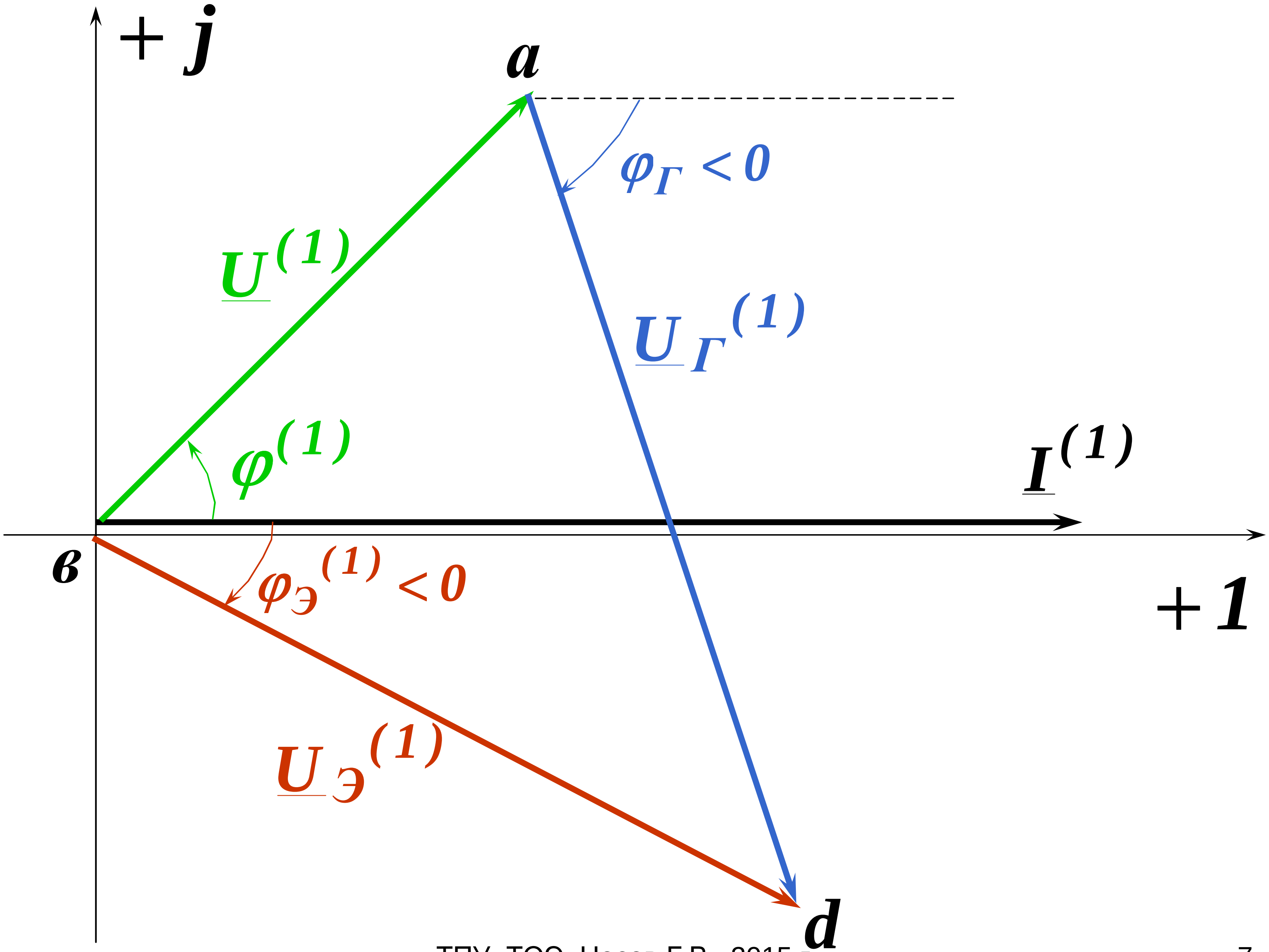


Рассчитываем $\underline{U}_{Г}^{(1)} = \underline{Z}_{Г} \cdot \underline{I}^{(1)}$ и по 2 закону Кирхгофа определяем эквивалентное напряжение

$$\underline{U}_{Э}^{(1)} = U_{Э}^{(1)} \cdot e^{j\varphi_{Э}^{(1)}} = \underline{U}_{Г}^{(1)} + U^{(1)} \cdot e^{j\varphi^{(1)}}$$

Записываем $U_{Э}^{(1)}$ и $\varphi_{Э}^{(1)}$, соответствующие току $I^{(1)}$

Для иллюстрации строим векторную диаграмму


+ j
a
φ_Г < 0
U^(1)
U_Г^(1)
φ^(1)
I^(1)
в
φ_Э^(1) < 0
+ 1
U_Э^(1)
d

Задаемся другим значением $\underline{I}^{(2)} = I^{(2)} e^{j0^\circ}$

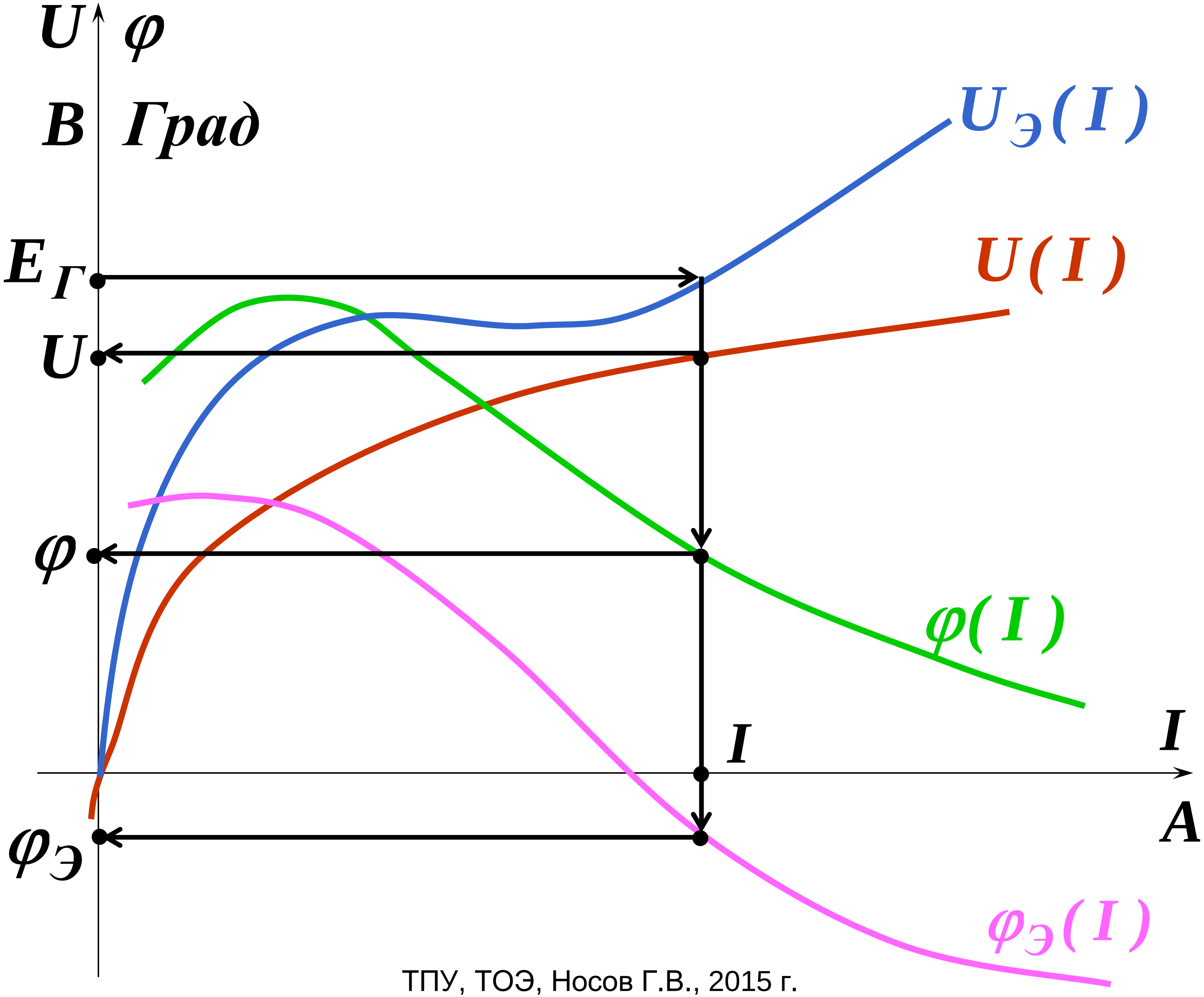
и аналогично определяем

$U_Э^{(2)}$ и $\varphi_Э^{(2)}$, и т.д.

Строим эквивалентные характеристики

$U_Э(I)$ и $\varphi_Э(I)$, по которым при

$U_Э = E_Г$ графически находим $I, \varphi_Э, \varphi, U$



U
φ
B
Град
$E_Г$
U
φ
$φ_Э$
$U_Э(I)$
$U(I)$
$φ(I)$
$φ_Э(I)$
I
I
A

В результате $\underline{I} = Ie^{j\beta}$ $\underline{U} = Ue^{j(\beta+\varphi)}$

где $\beta = \alpha_Г - \varphi_Э$

Рассчитываем

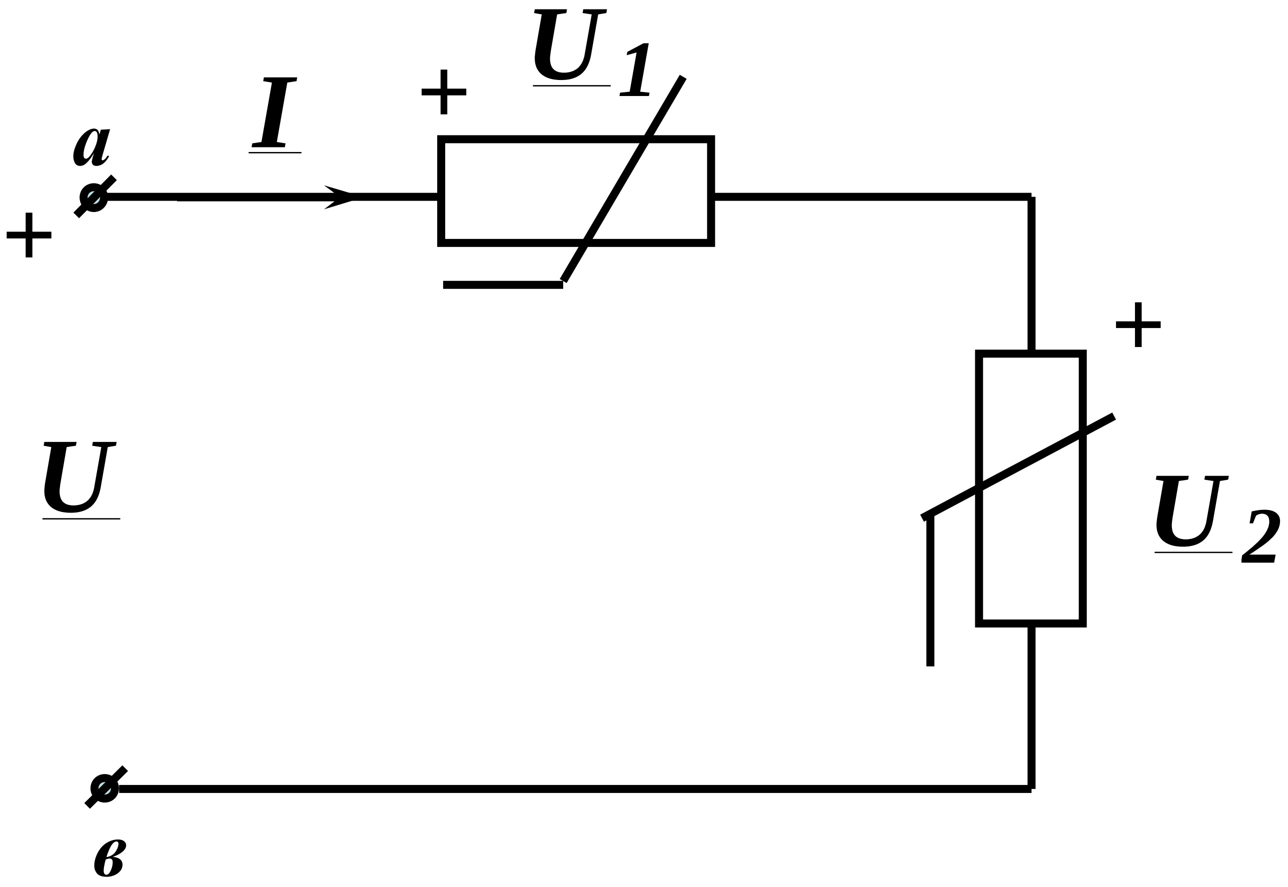
$$P = E_Г I \cos\varphi_Э, \ Вт$$

$$\underline{Z}_н = \frac{U}{I} e^{j\varphi}, \ Ом$$

При найденном сопротивлении НЭ $\underline{Z}_н$ рассчитываем линейную цепь (ЛЦ).

2. Для упрощения схем и определения напряжений и токов группы линейных и нелинейных элементов при помощи законов Кирхгофа в комплексной форме могут быть заменены эквивалентными НЭ с эквивалентными ВАХ $\boldsymbol{U(I)}$ и ФАХ $\boldsymbol{\varphi(I)}$

а) последовательное соединение



Дано:

$$\underline{U} = Ue^{j\alpha}$$

$$U_1(I),\ \varphi_1(I)$$

$$U_2(I),\ \varphi_2(I)$$

Определить:

$$\underline{I} = Ie^{j\beta}$$

Задаемся током $\underline{\boldsymbol{I}}^{(1)} = \boldsymbol{I}^{(1)} \cdot \boldsymbol{e}^{j0°}$

по характеристикам нелинейных элементов находим $\boldsymbol{U_1}^{(1)},\ \boldsymbol{\varphi_1}^{(1)}$ и $\boldsymbol{U_2}^{(1)},\ \boldsymbol{\varphi_2}^{(1)}$

По 2 закону Кирхгофа определяем входное напряжение

$$\underline{U}^{(1)} = U^{(1)} \cdot e^{j\varphi^{(1)}} =$$

$$= U_1^{(1)} \cdot e^{j\varphi_1^{(1)}} + U_2^{(1)} \cdot e^{j\varphi_2^{(1)}}$$

Задаемся другим значением тока

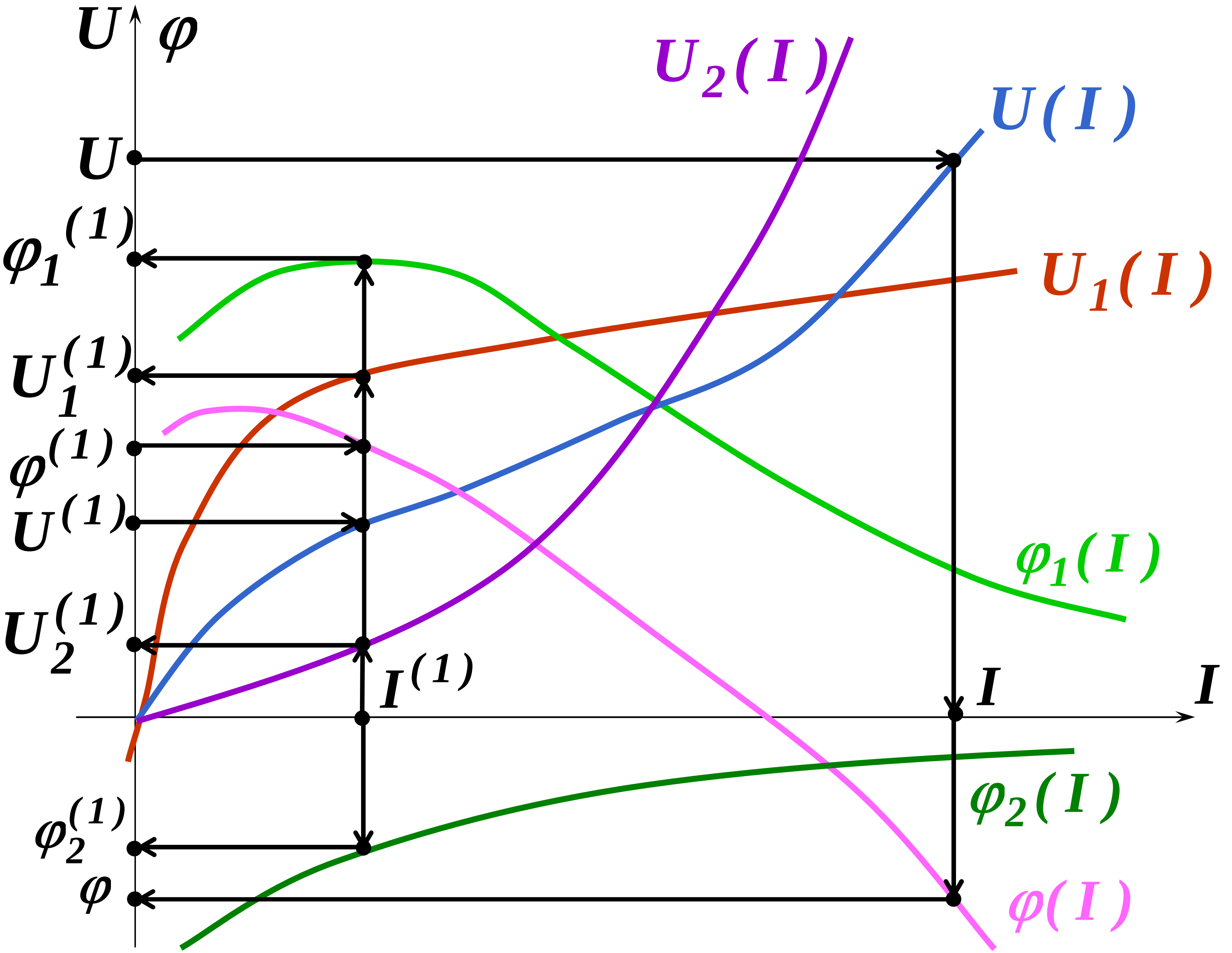
$\underline{I}^{(2)} = I^{(2)} \cdot e^{j0°}$, повторяем

расчет и находим

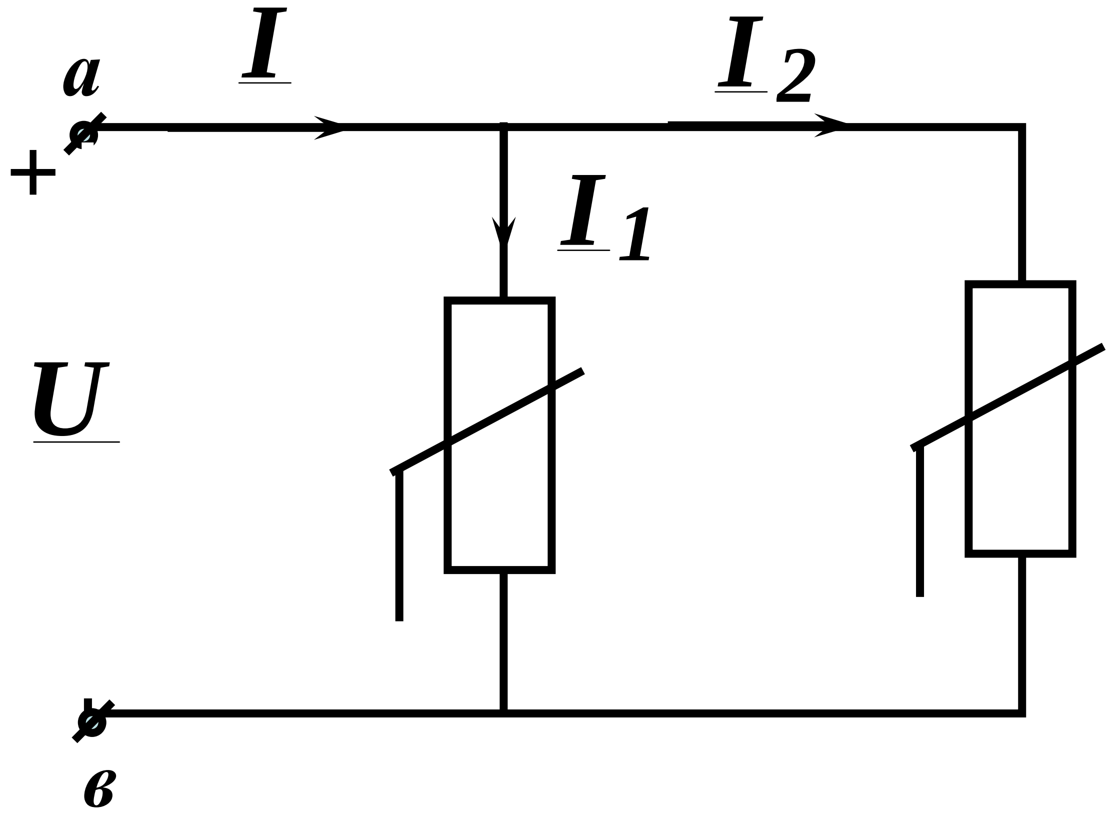
$$\underline{U}^{(2)} = U^{(2)} \cdot e^{j\varphi^{(2)}}$$

Строим эквивалентные характеристики $U(I)$ и $\varphi(\mathrm{I})$, по которым графически находим I и φ , тогда

$$\underline{I} = Ie^{j(\alpha-\varphi)}$$


U φ
U₂(I)
U(I)
U
φ₁(1)
U₁(I)
U₁(1)
φ(1)
U(1)
φ₁(I)
U₂(1)
I(1)
I
I
φ₂(I)
φ₂(1)
φ
φ(I)

б) параллельное соединение



Дано:

$$\underline{I} = Ie^{j\beta}$$

$$U(I_1),\ \varphi_1(I_1)$$

$$U(I_2),\ \varphi_2(I_2)$$

Определить:

$$\underline{U} = Ue^{j\alpha}$$

Задаемся $\underline{U}^{(1)} = U^{(1)} \cdot e^{j0^\circ}$
по характеристикам нелинейных элементов находим $I_1^{(1)},\ \varphi_1^{(1)}$ и $I_2^{(1)},\ \varphi_2^{(1)}$

По 1 закону Кирхгофа определяем входной ток

$$\underline{I}^{(1)} = I^{(1)} \cdot e^{-j\varphi^{(1)}} =$$

$$= I_1^{(1)} \cdot e^{-j\varphi_1^{(1)}} + I_2^{(1)} \cdot e^{-j\varphi_2^{(1)}}$$

Задаемся другим напряжением

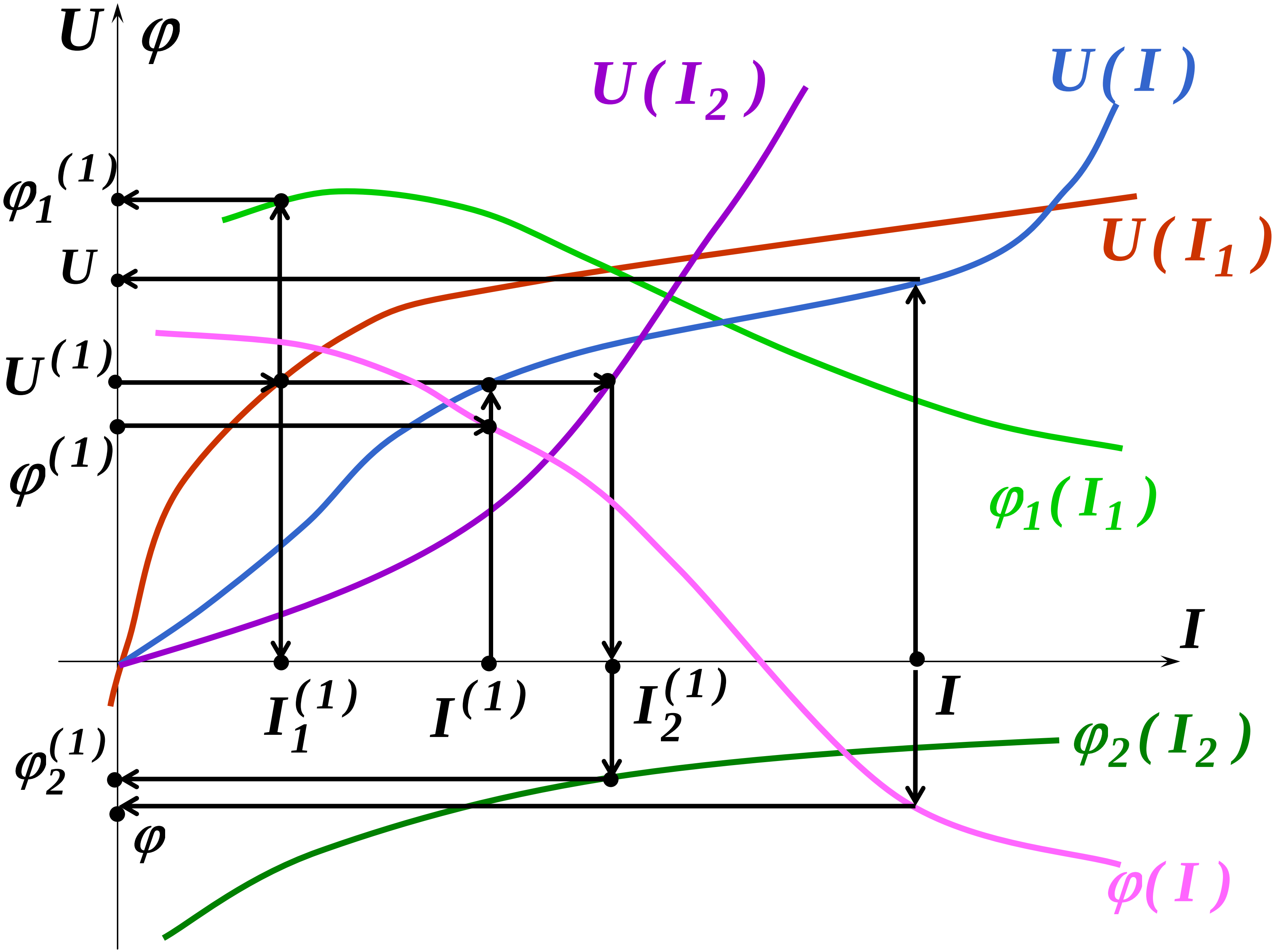
$$\underline{U}^{(2)} = U^{(2)} \cdot e^{j0^{\circ}}$$

повторяем расчет и находим

$$\underline{I}^{(2)} = I^{(2)} \cdot e^{-j\varphi^{(2)}}$$

Строим эквивалентные характеристики $\boldsymbol{U(I)}$ и $\boldsymbol{\varphi(I)}$, по которым графически находим

$\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{\varphi}$, тогда $\underline{U} = Ue^{j(\beta+\varphi)}$


U φ
U(I₂)
U(I)
U(I₁)
φ₁(I₁)
φ₂(I₂)
φ(I)
I
φ₁⁽¹⁾
U
U⁽¹⁾
φ⁽¹⁾
φ₂⁽¹⁾
φ
I₁⁽¹⁾
I⁽¹⁾
I₂⁽¹⁾
I

Резонансные явления в нелинейных цепях

Резонансные явления возможны при периодических напряжениях и токах и наличии индуктивного и емкостного элементов.

Резонансные явления в нелинейных цепях сопровождаются рядом особенностей, которые обусловлены зависимостью параметров цепи от величин напряжений и токов:

А) Резонанс может наступать при изменении величины напряжения или тока источника питания.

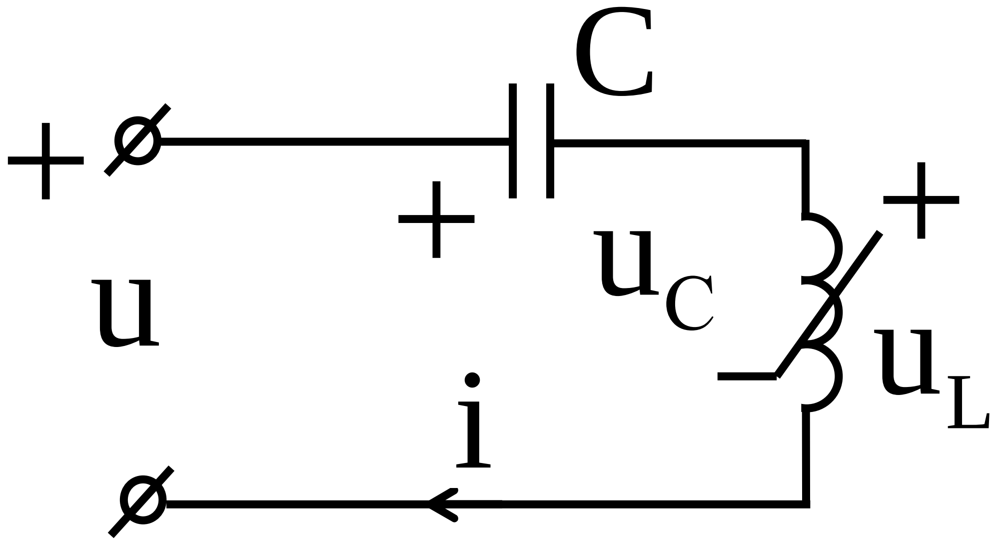
Б) Напряжения или токи негармонические, поэтому резонанс возможен на первой или других гармониках.

В) Возможны скачки амплитуд напряжений и токов (релейный эффект) при изменении знака угла сдвига фаз φ (опрокидывание фазы).

Ограничимся рассмотрением феррорезонанса напряжений, т.е. резонансных явлений при последовательном соединении катушки с ферромагнитным сердечником и конденсатора

Для упрощения анализа представим напряжения и токи эквивалентными синусоидами и будем использовать характеристики для действующих значений

Рассмотрим без учета потерь энергии:



Эквивалентные синусоиды

$$i = \sqrt{2}\,I\,\mathbf{sin}(\omega t + \beta)$$

$$u_L = \sqrt{2}\,U_L\,\mathbf{sin}(\omega t + \beta + 90^\circ)$$

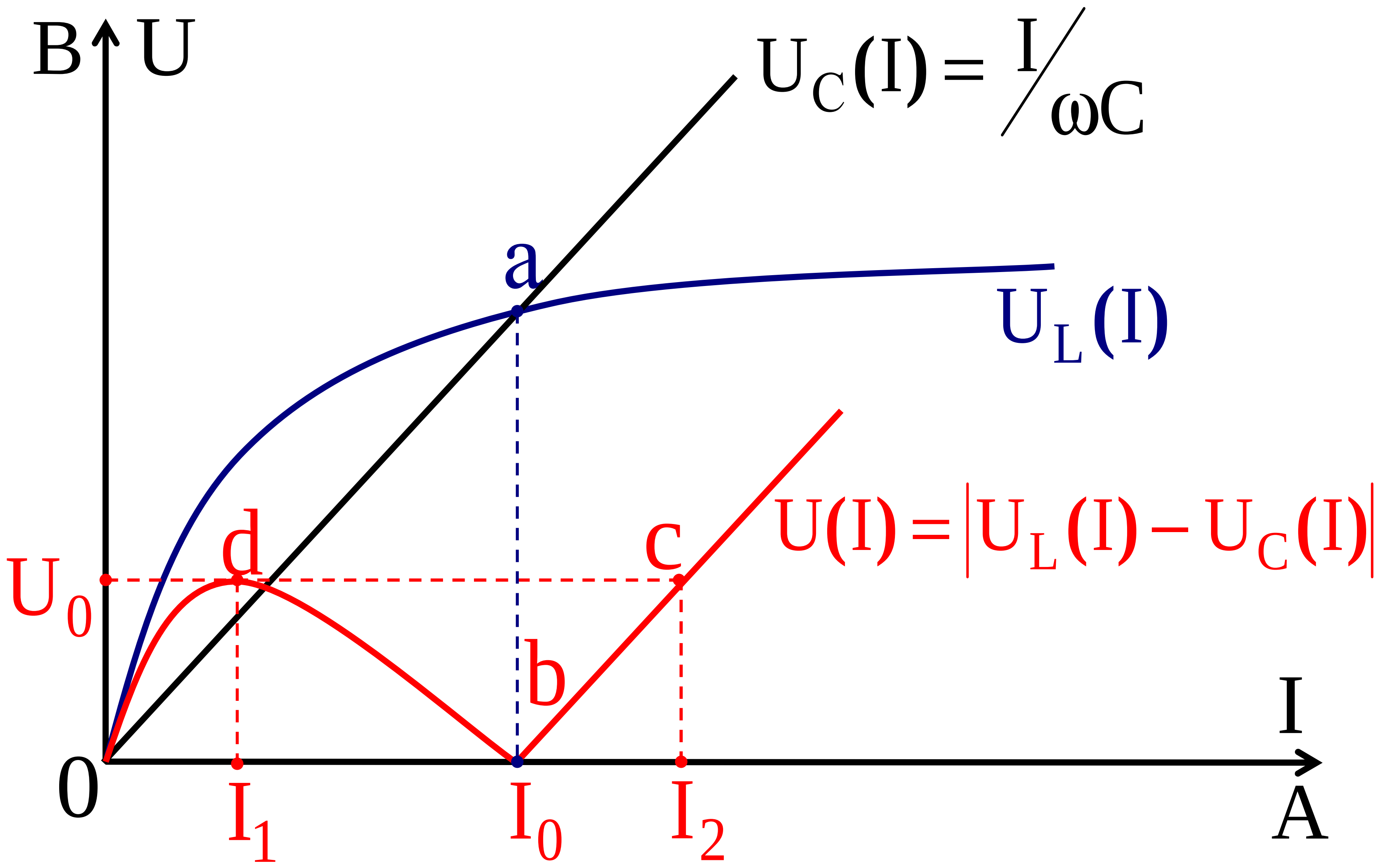
$$u_C = \sqrt{2}\,U_C\,\mathbf{sin}(\omega t + \beta - 90^\circ)$$

По 2 закону Кирхгофа

$$u = u_C + u_L =$$

$$= \sqrt{2}\,U\mathbf{sin}(\omega t + \beta \pm 90^{\circ}),$$

где $$U = \left| U_L - U_C \right|$$



В
U
$U_C(I) = I/\omega C$
a
$U_L(I)$
$U(I) = |U_L(I) - U_C(I)|$
d
c
U_0
b
I
0
I_1
I_0
I_2
A

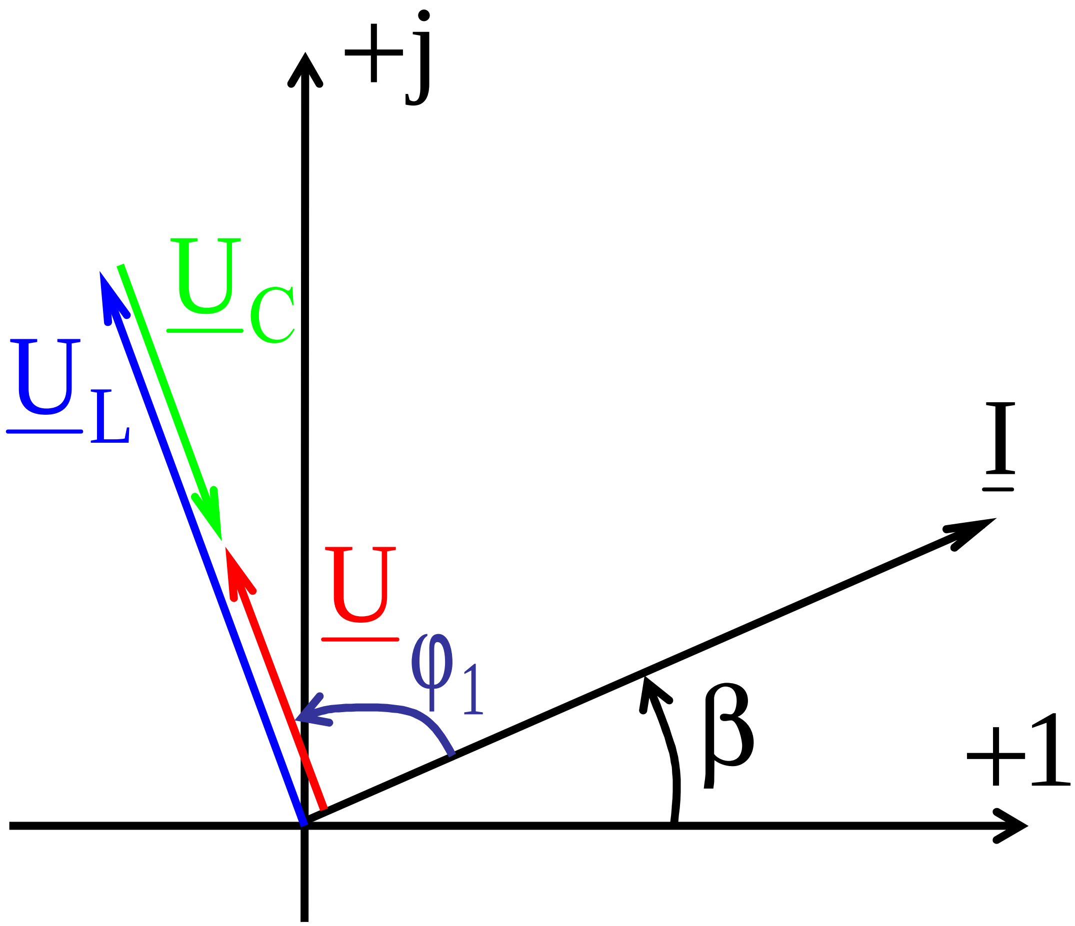
Необходимое условие феррорезонанса напряжений – пересечение $U_L(I)$ и $U_C(I)$.

Поэтому точки a и b – это точки резонанса, когда $U_L = U_C$

a) $0 < I < I_0$

$U_L > U_C$

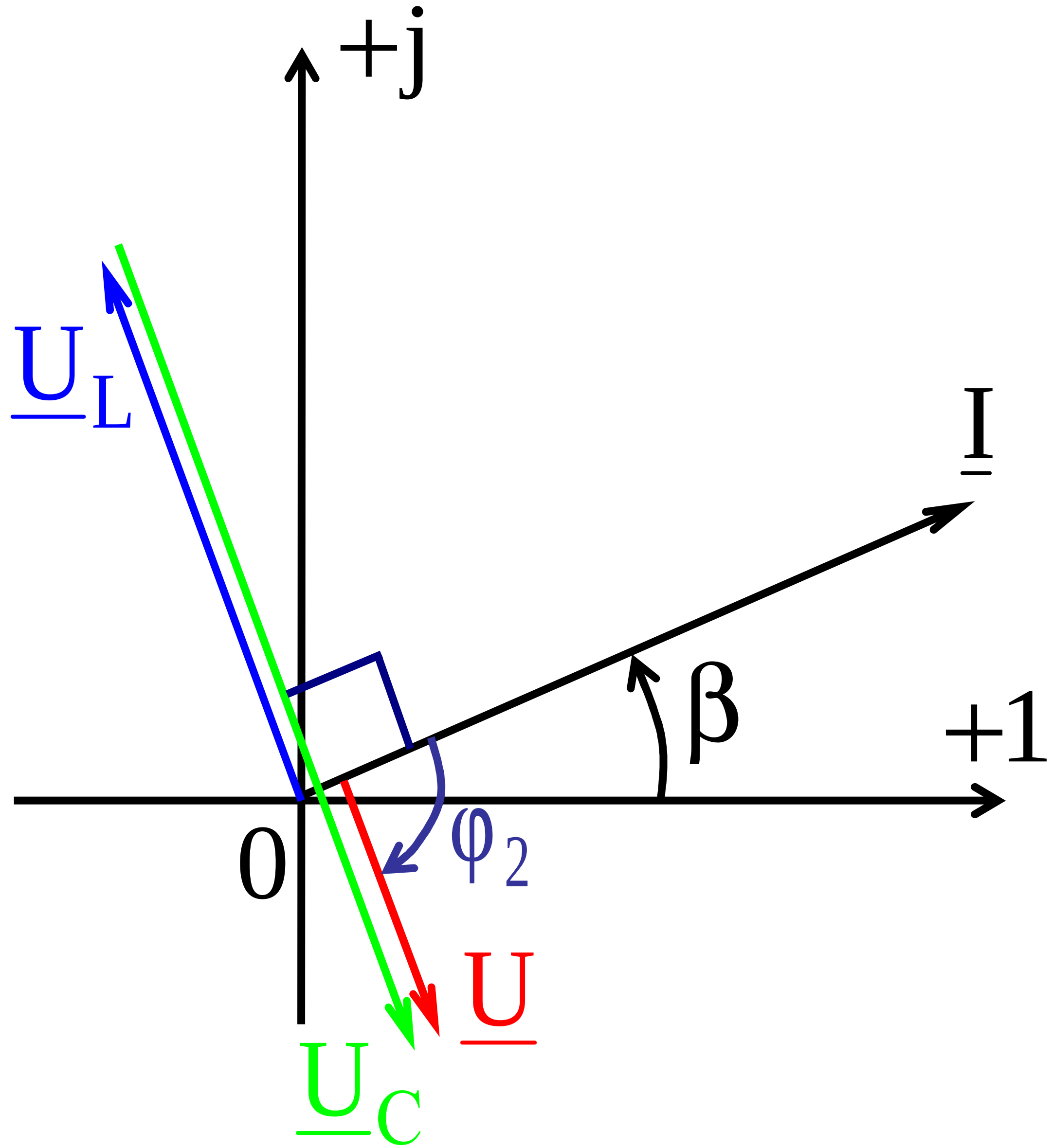
$\varphi = \varphi_1 = 90^\circ$



б) $I > I_0$

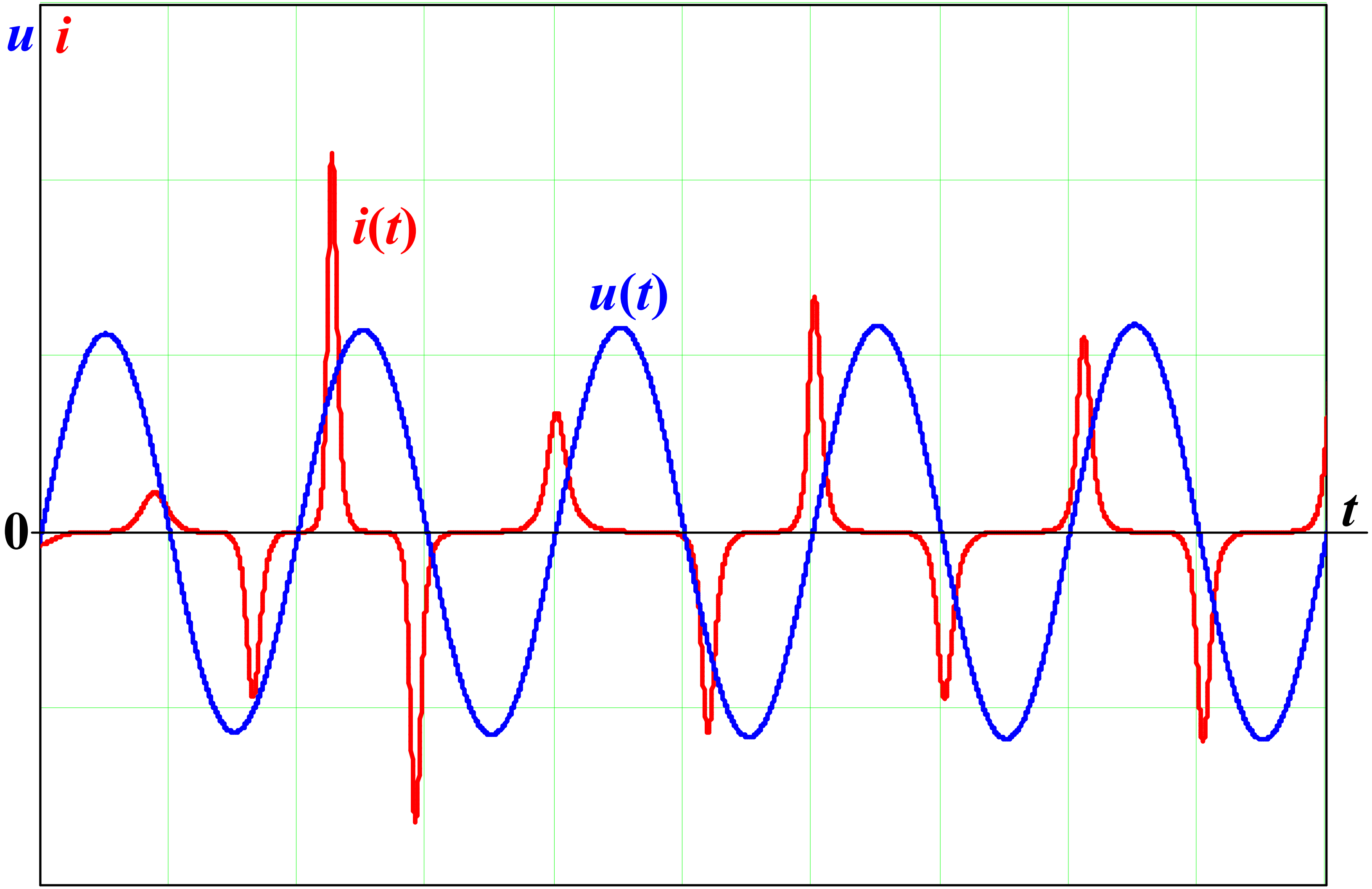
$U_L < U_C$

$\varphi = \varphi_2 = -90^\circ$



При питании от источника с малым внутренним сопротивлением ($Z_И \to 0$) при незначительном изменении напряжения (U) наблюдаются скачки тока (I) а) при плавном **увеличении** $\mathbf{U}$ наблюдается скачок $\mathbf{I}$ от $\mathbf{I_1}$ до $\mathbf{I_2}$ при изменении φ от $\varphi_1 = 90^\circ$ до $\varphi_2 = -90^\circ$.

Это **релейный эффект** с опрокидыванием фазы, причем $\mathbf{I_2 >> I_1}$ (действующие значения негармонического тока):

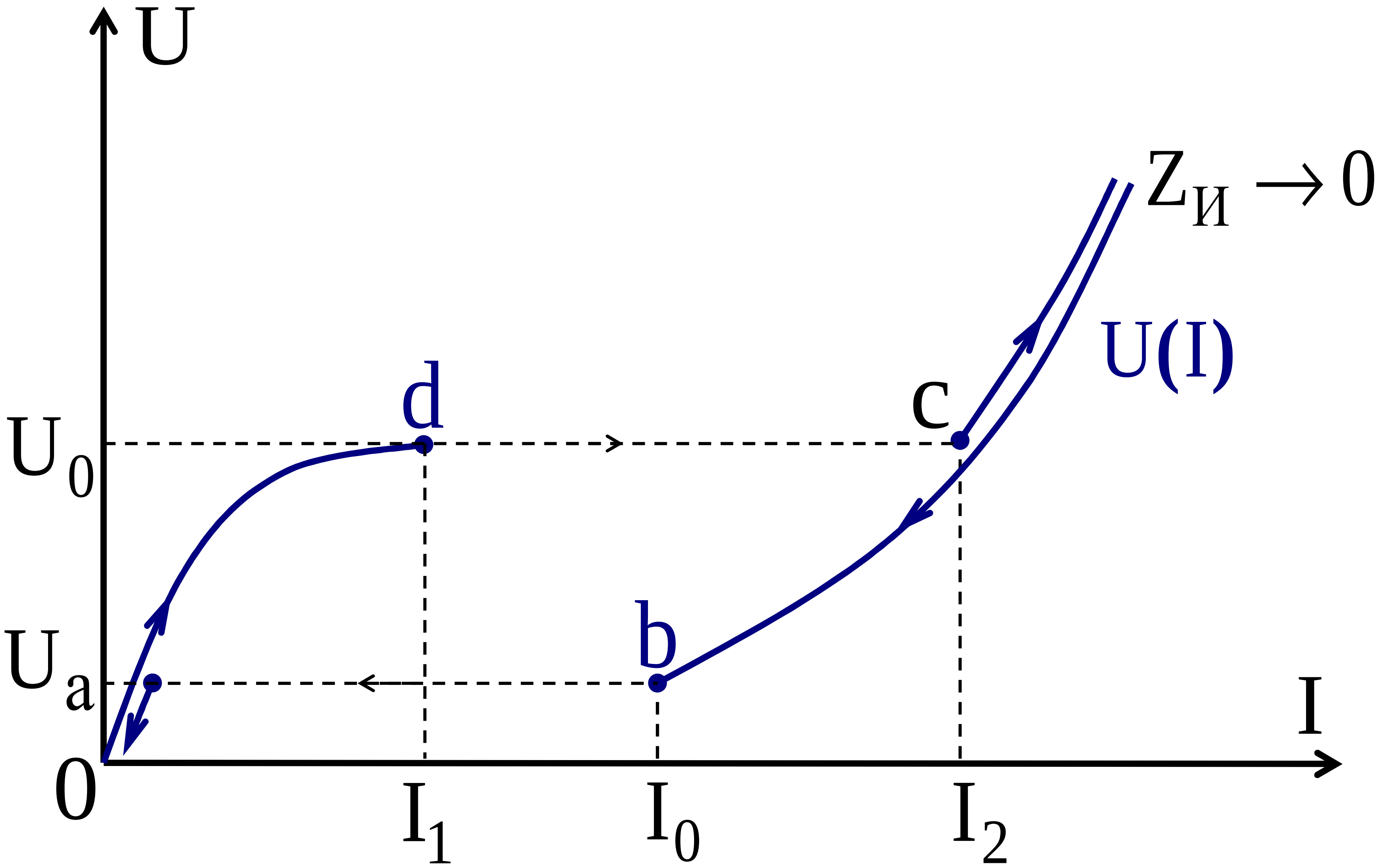

u i
i(t)
u(t)
0
t

б) при плавном уменьшении U

наблюдается скачок I от I_0

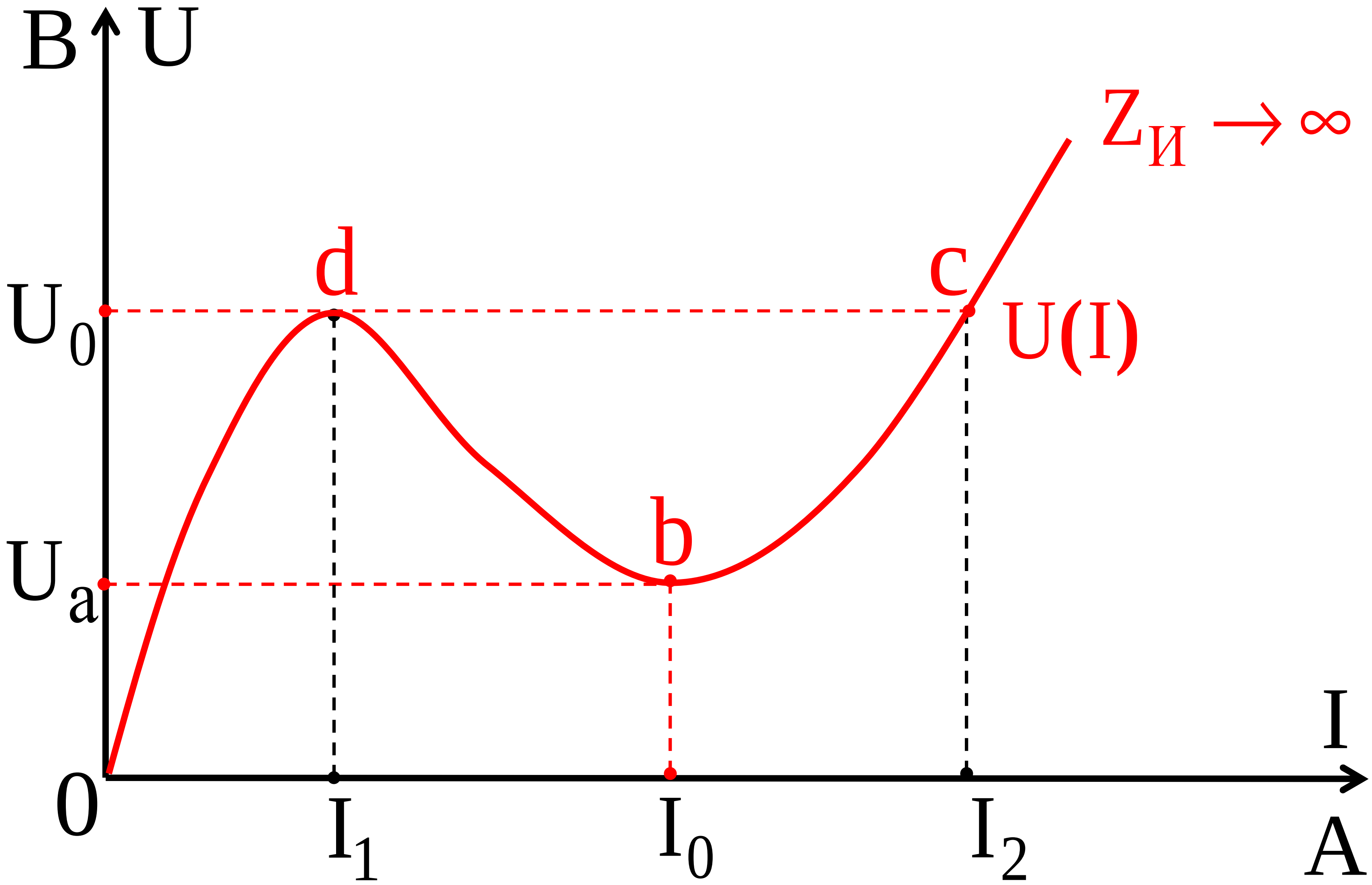
до 0.

При наличии потерь энергии в катушке и $Z_И \rightarrow 0$ также наблюдаются скачки тока I.


U
$Z_И \to 0$
U(I)
d
c
b
U_0
U_a
0
I
I_1
I_0
I_2

Таким образом при $Z_И \to 0$ невозможно экспериментально получить участок db U(I) и достигнуть устойчивый феррорезонанс в точке b

При питании от источника с $Z_И \rightarrow \infty$ можно без скачков снять всю ВАХ $U(I)$ и в точке b получить устойчивый феррорезонанс



B
U
$Z_И \to \infty$
d
c
U_0
U(I)
b
U_a
I
0
I_1
I_0
I_2
A

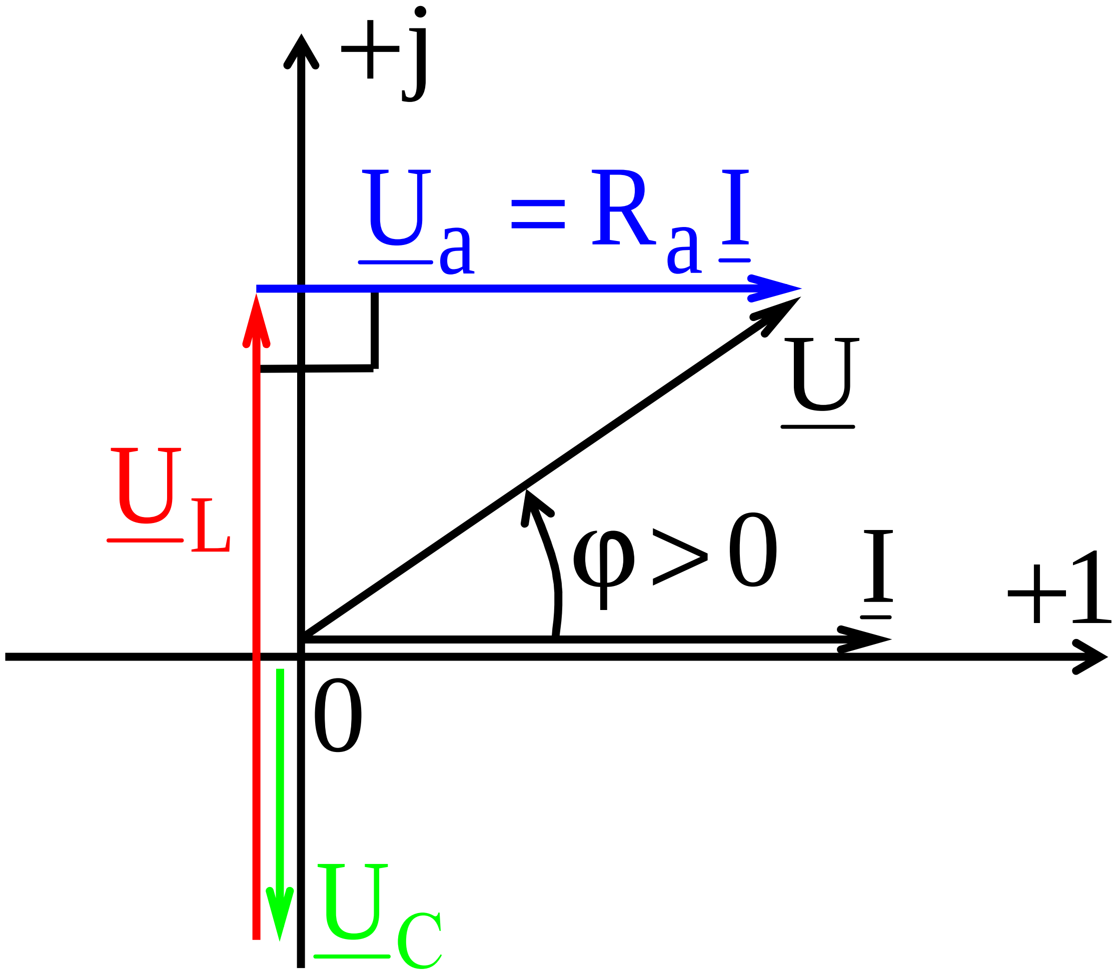
$$R_a \approx U_a / I_0 \quad (\text{Ом}) –$$

последовательно включенное активное сопротивление, характеризующее потери энергии в катушке

ВАХ U(I) с учетом потерь энергии, изменяя ток I , можно рассчитать по формуле:

$$U(I)=\sqrt{I^2R_a^2+\left[U_L(I)-I\cdot X_C\right]^2}$$

Которая следует из векторной диаграммы



Феррорезонанс напряжений

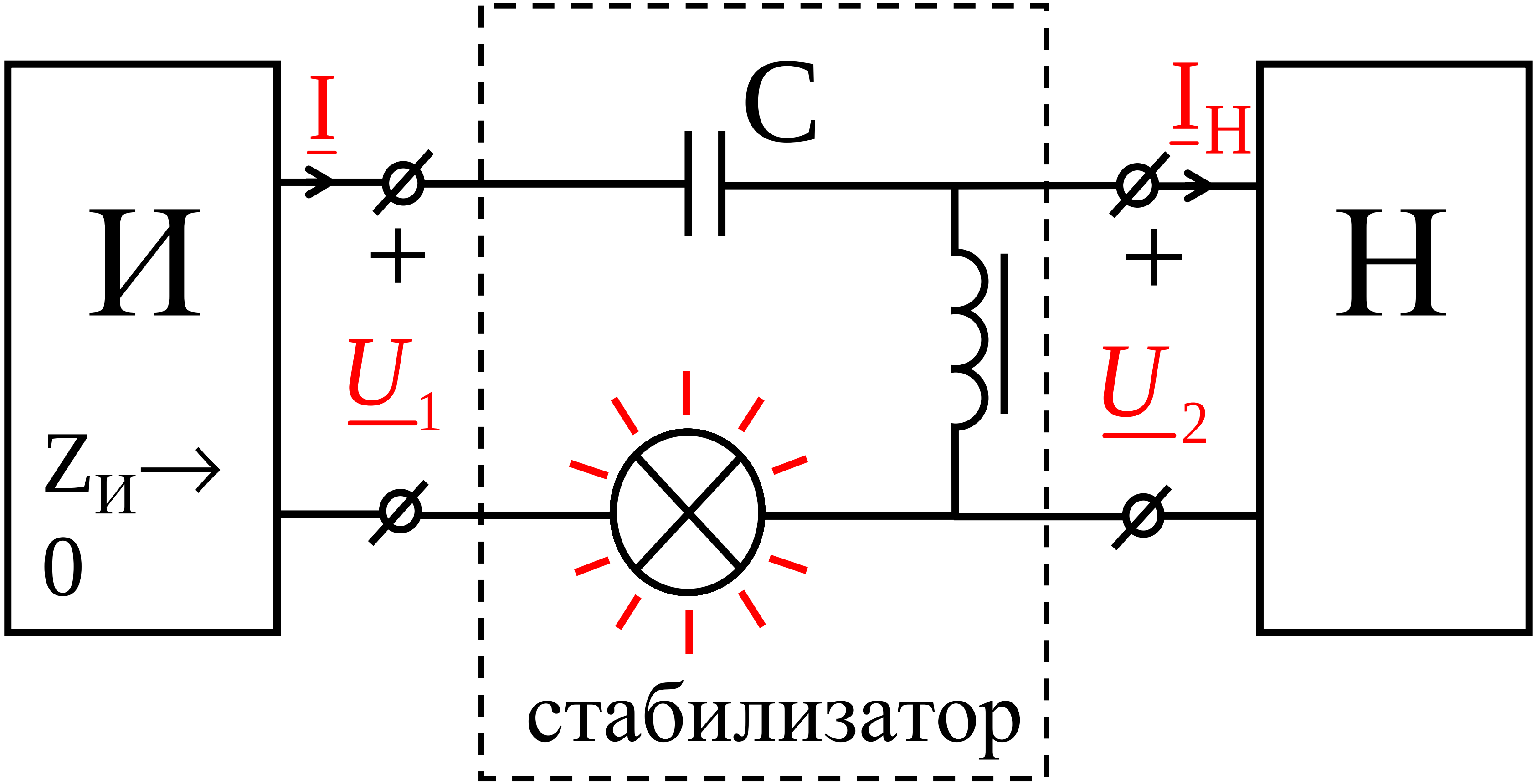
может применяться:

а) для стабилизации

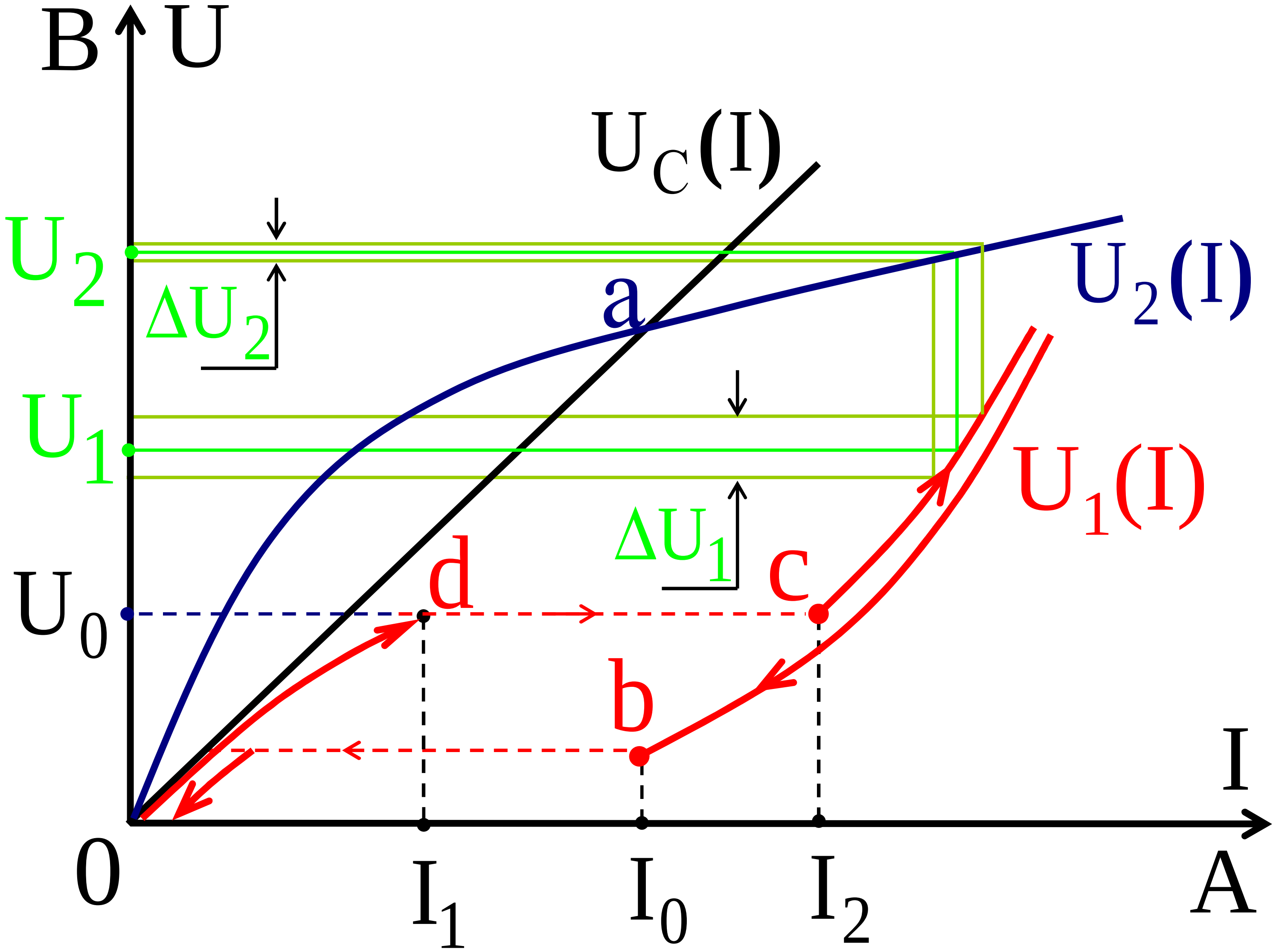
переменного напряжения

источника с $Z_И \to 0$

Сигнальная лампа с малым внутренним сопротивлением



$$I \gg I_Н$$



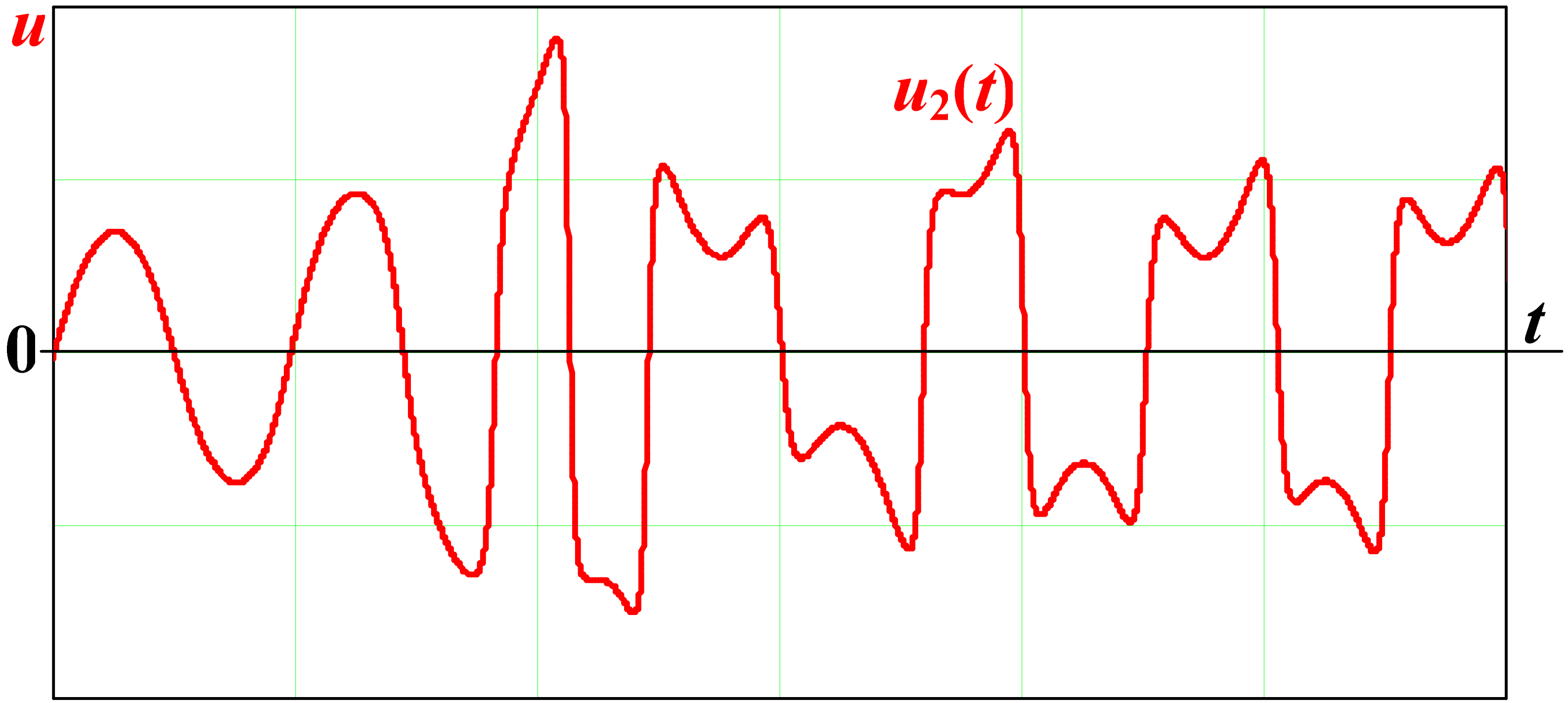
B
U
$U_C(I)$
U_2
ΔU_2
a
$U_2(I)$
U_1
$U_1(I)$
ΔU_1
U_0
d
c
b
I
0
I_1
I_0
I_2
A

Коэффициент стабилизации напряжения, который чем больше, тем лучше стабилизация:

$$K_{CT} = \frac{(\Delta U_1) \cdot U_2}{(\Delta U_2) \cdot U_1} > 1$$

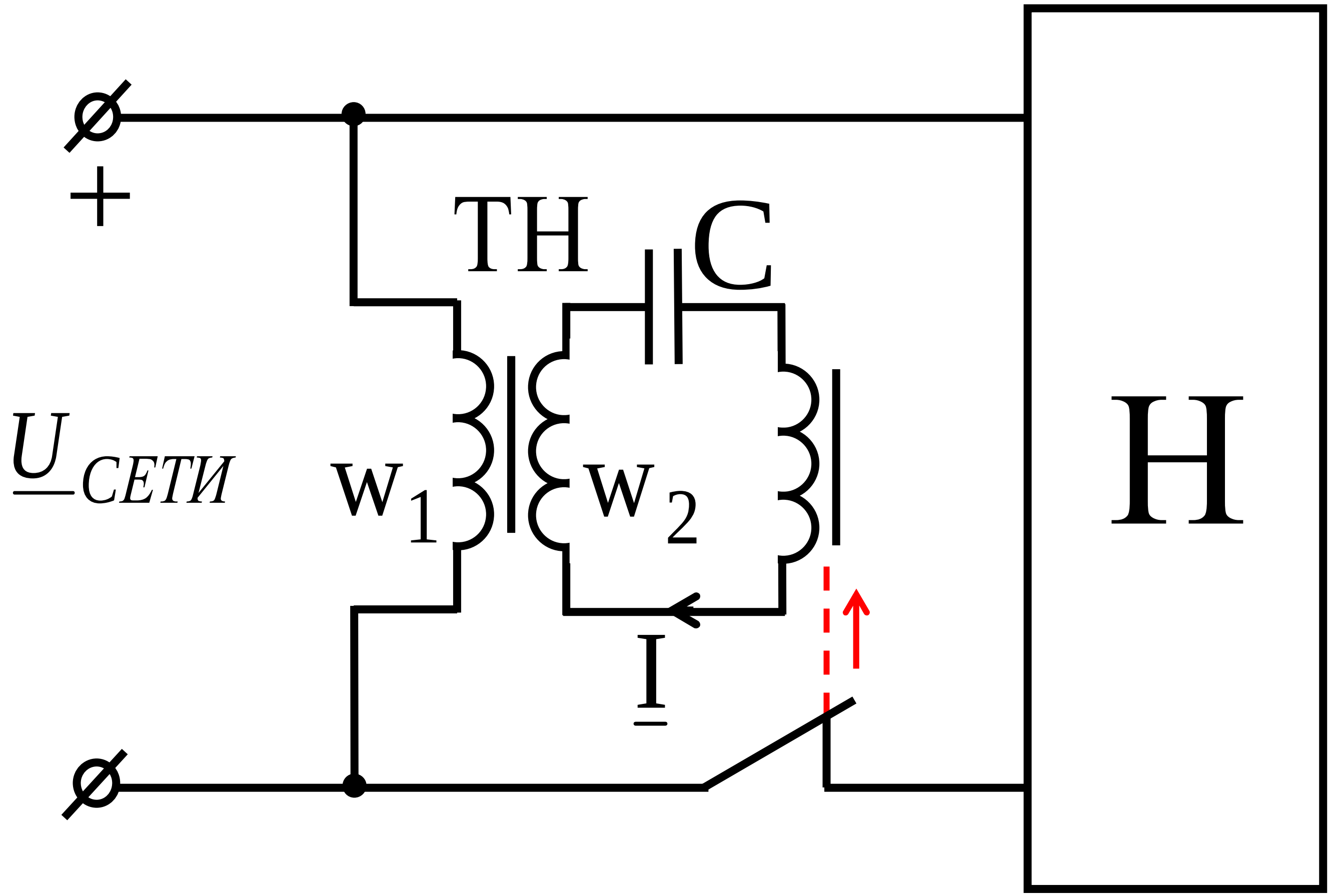
причем $\Delta U_1 > \Delta U_2$

Недостаток такого стабилизатора – **несинусоидальное** выходное напряжение:



б) для защиты от повышения

переменного напряжения сети

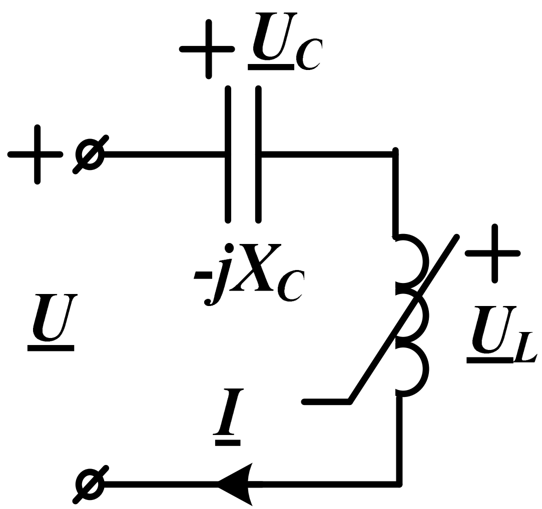


ТН – трансформатор напряжения.

Происходит отключение нагрузки при $U_{СЕТИ} \geq U_0 \cdot {}^{w_1}\!/\!_{w_2}$,

причем w_1, w_2 -количество витков ТН.

Пример:



Задана ВАХ $U_L(I)$ и известно входное напряжение $U=U_0=50$ (В), при котором ток I увеличивается скачком от I_1 до I_2. Определить X_C, I_1, I_2, I_0.

Графическое решение:

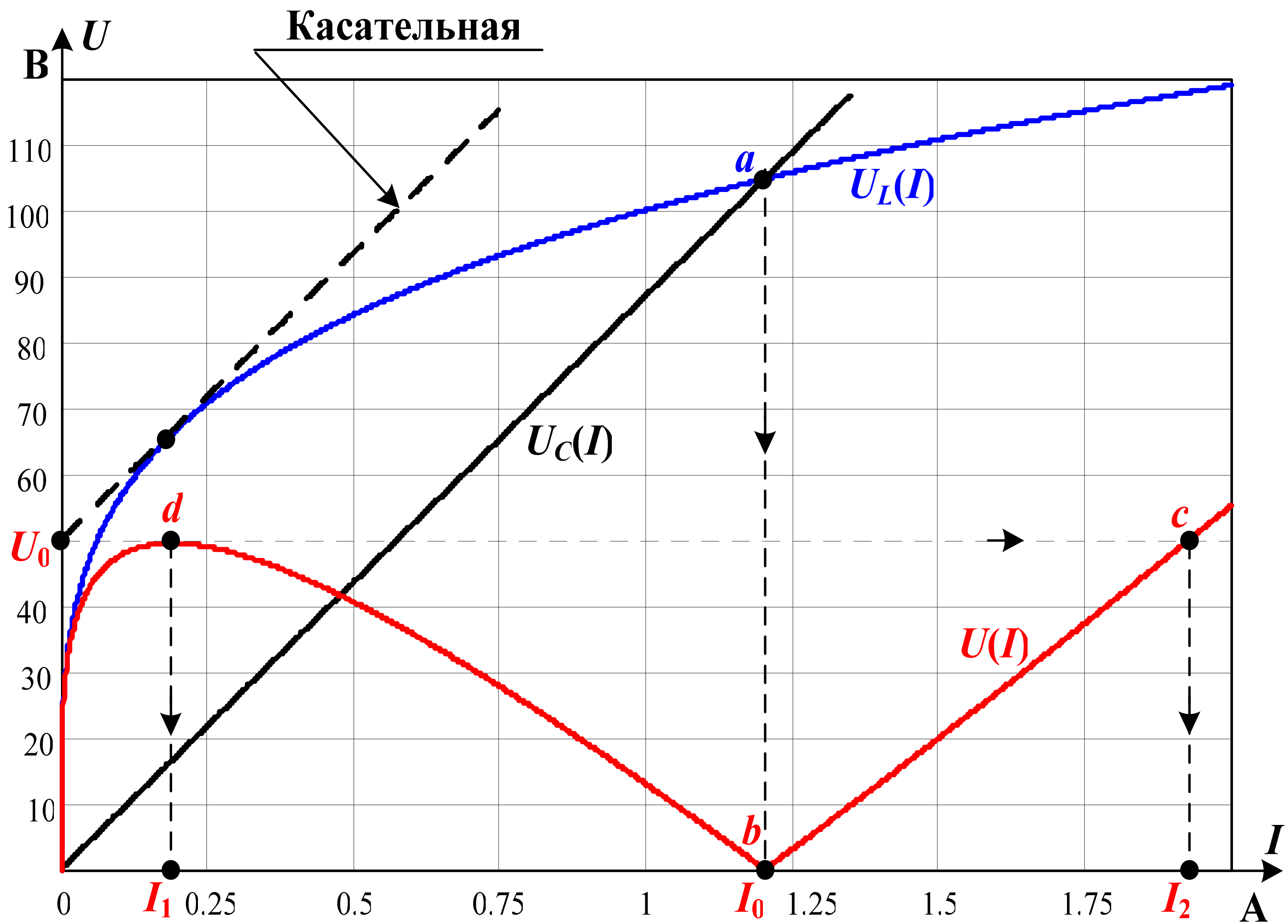
1. Из точки $U=U_0=50$ (В) проводим касательную к $U_L(I)$.

2. Из начала координат параллельно касательной проводим ВАХ $U_C(I)$ и находим:

$X_C=U_C/I=65/0{,}75\approx 87$ (Ом).

3. Строим ВАХ $U(I)=|U_L(I)-U_C(I)|$ и находим токи:

$I_1=0{,}19$ (А); $I_2=1{,}93$ (А); $I_0=1{,}2$ (А).


Касательная
U
В
110
100
90
80
70
60
U_0
40
30
20
10
a
$U_L(I)$
$U_C(I)$
d
c
$U(I)$
b
I
0
I_1
0.25
0.5
0.75
1
I_0
1.25
1.5
1.75
I_2
А