10 лекция

© 2015 Томский политехнический университет, автор Носов Геннадий Васильевич

Переходные процессы в нелинейных цепях

Расчет переходных процессов в нелинейных цепях имеет ряд особенностей, обусловленных зависимостью параметров нелинейных элементов от величин напряжений и токов:

1. Для нелинейных цепей неприменим метод наложения, поэтому классический метод и интеграл Дюамеля нельзя использовать.

2. Нелинейные цепи характеризуются нелинейными дифференциальными уравнениями, поэтому операторный метод нельзя использовать.

3. Для расчета переходных процессов в нелинейных цепях используют приближенные методы и численные расчеты на ЭВМ.

Метод условной линеаризации

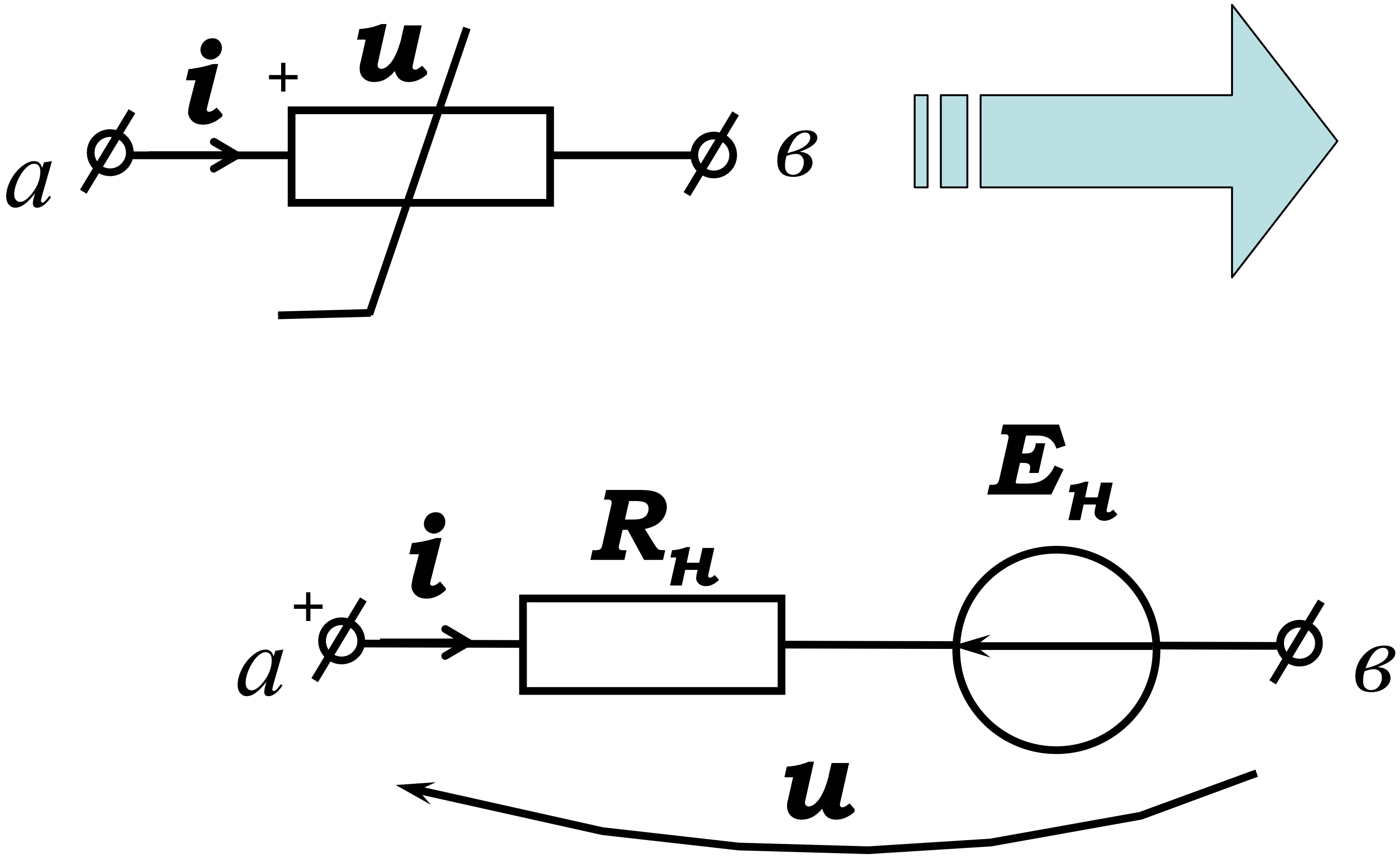
Этот метод дает ориентировочное решение и заключается в условной замене нелинейных элементов линейными элементами.

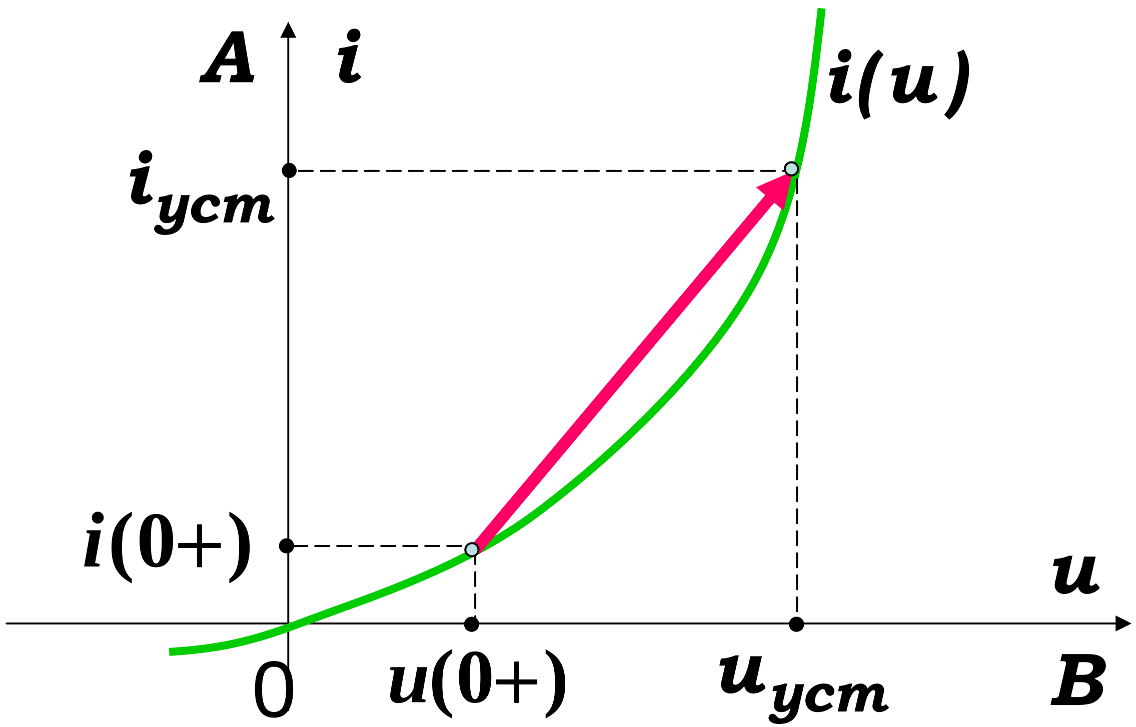
Напряжения и токи переходного процесса находятся в виде приближенных функций времени классическим или операторным методом.

Этот метод наиболее удобно применять для нелинейных цепей с постоянными источниками.

Замена нелинейных элементов линейными осуществляется следующим образом:

Резистивный элемент

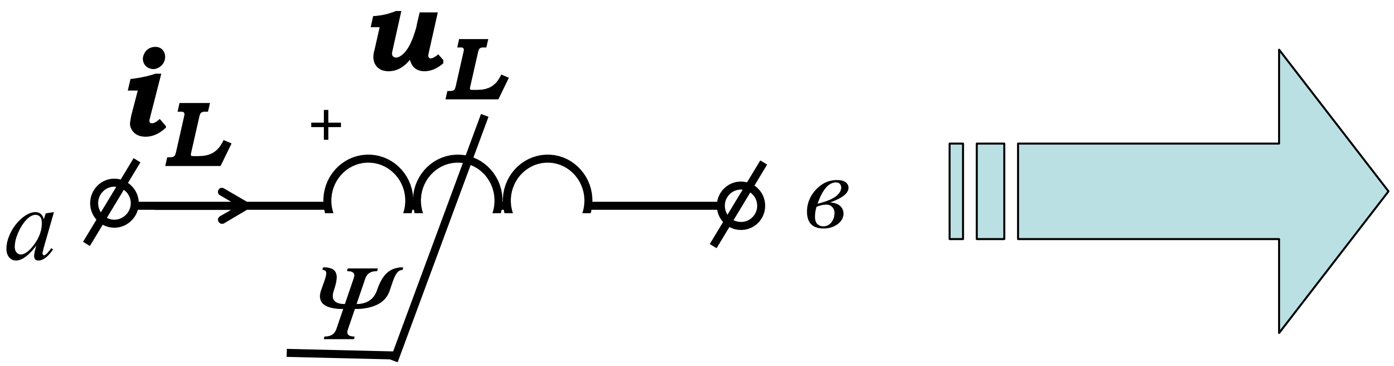


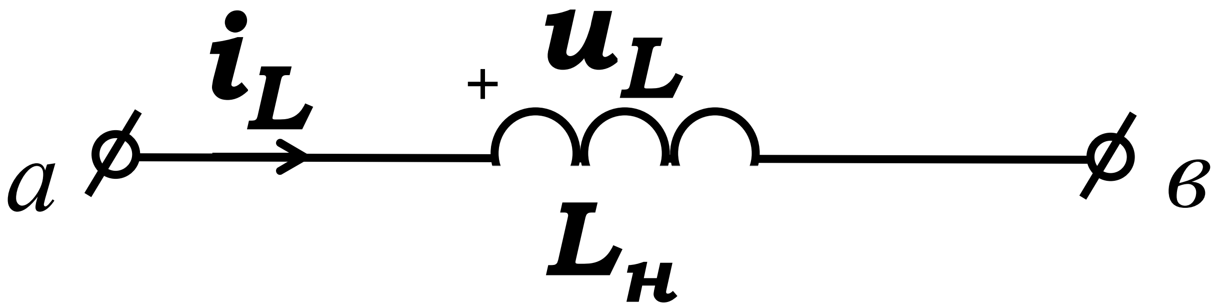


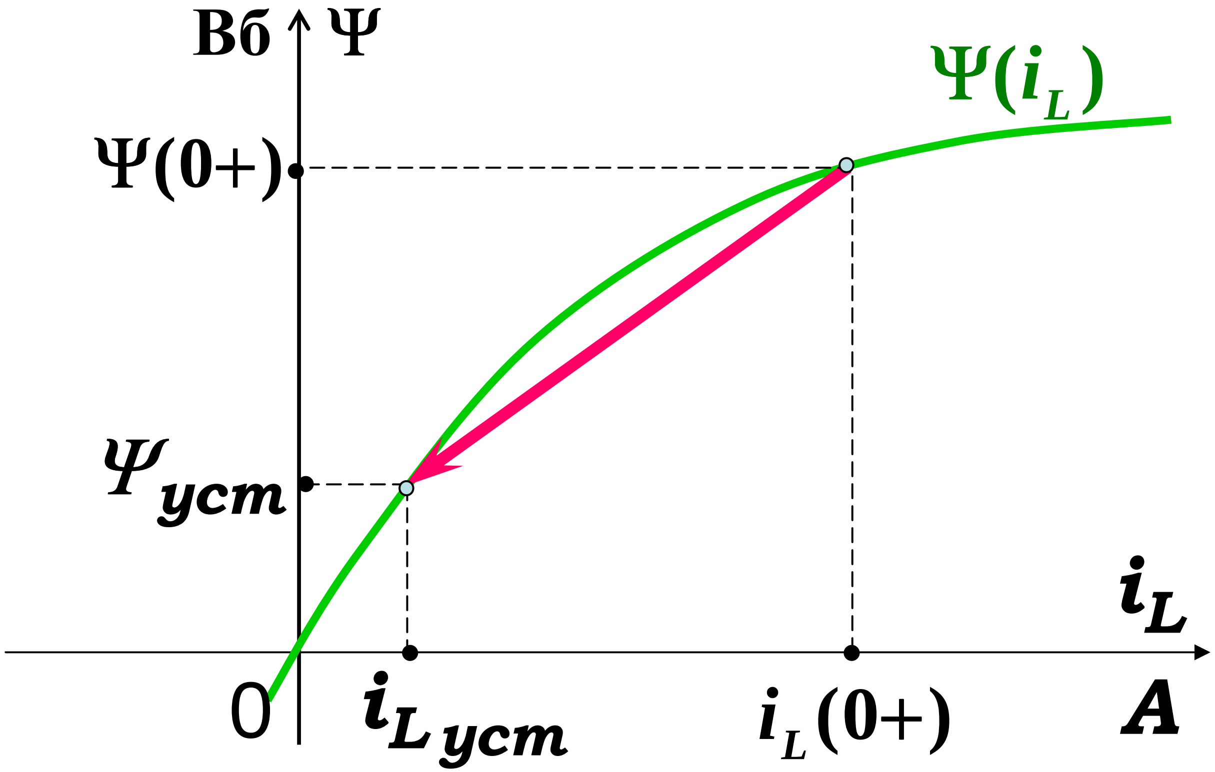
$$R_н = \frac{u_{уст} - u(0+)}{i_{уст} - i(0+)},\ \text{Ом}$$

$$E_н = u(0+) - R_н \cdot i(0+),\ \text{В}$$

Индуктивный элемент

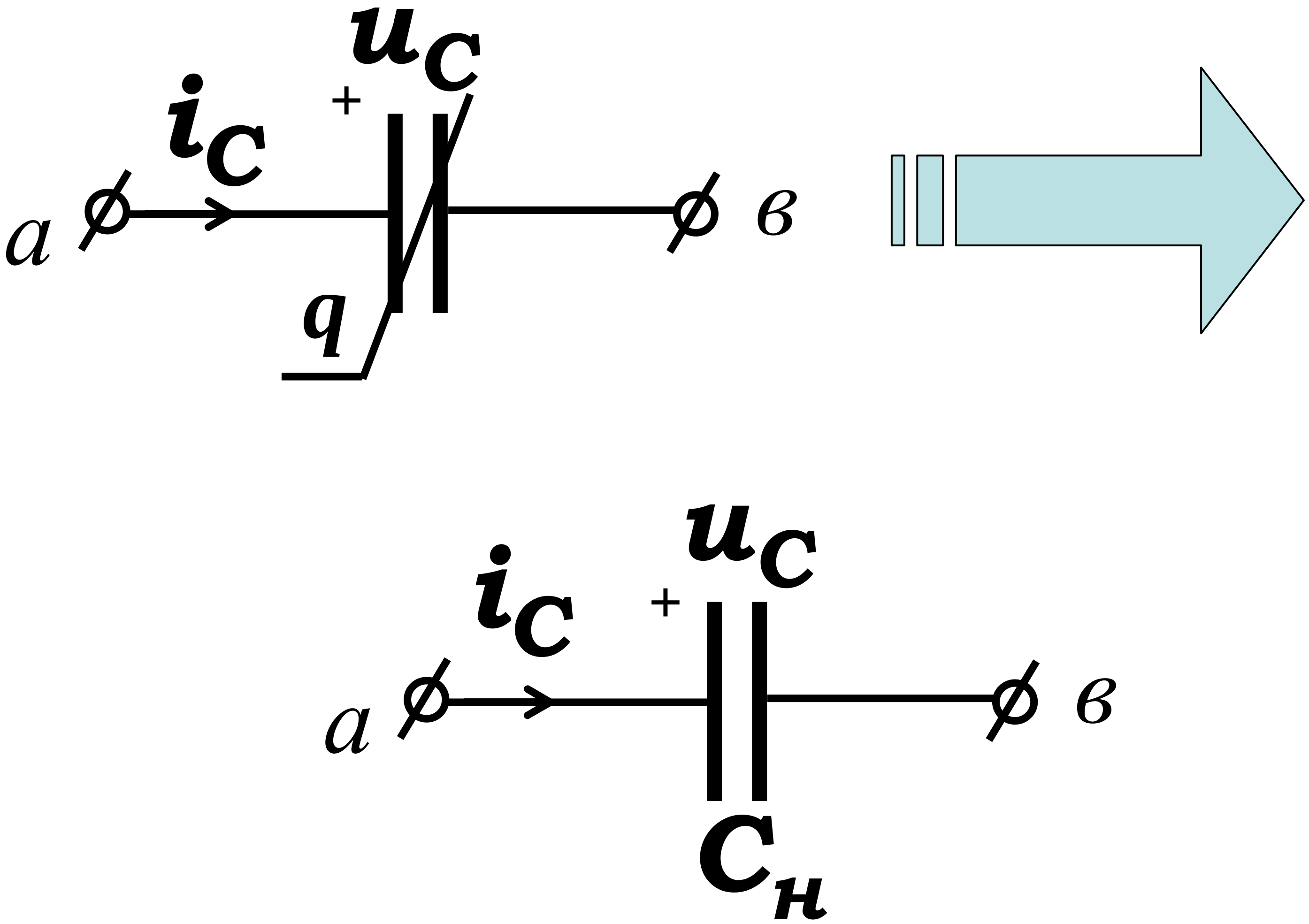


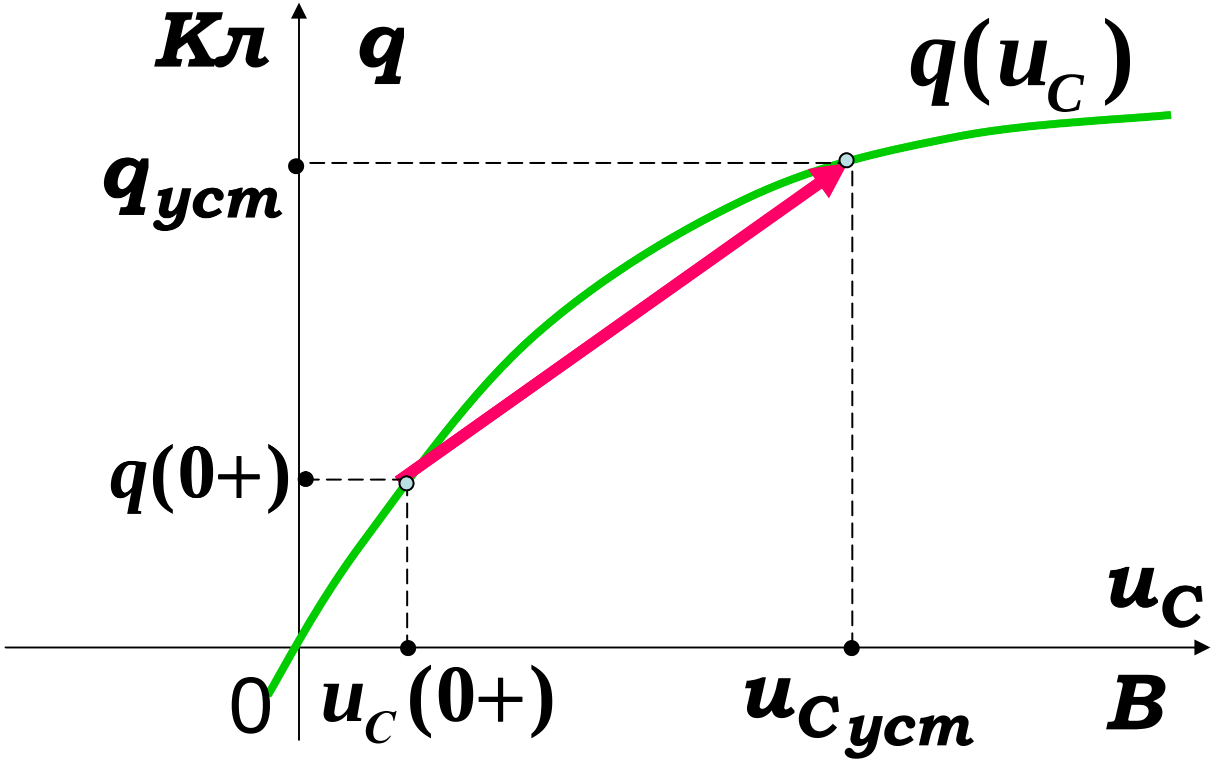




$$L_н = \frac{\Psi_{уст} - \Psi(0+)}{i_{L\,уст} - i_L(0+)},\ \text{Гн}$$

Емкостный элемент





$$C_H = \frac{q_{уст} - q(0+)}{u_{C\,уст} - u_C(0+)},\ \Phi$$

Порядок расчета методом условной линеаризации с использованием классического метода

1. Из расчета схемы до коммутации находим ННУ:

$$i_L(0-) = i_L(0+) = ?$$

$$u_C(0-) = u_C(0+) = ?$$

2. Из расчета схемы после коммутации при $t = 0+$ находим ЗНУ

3. Из расчета установившегося режима после коммутации при $t = \infty$ находим установившиеся значения

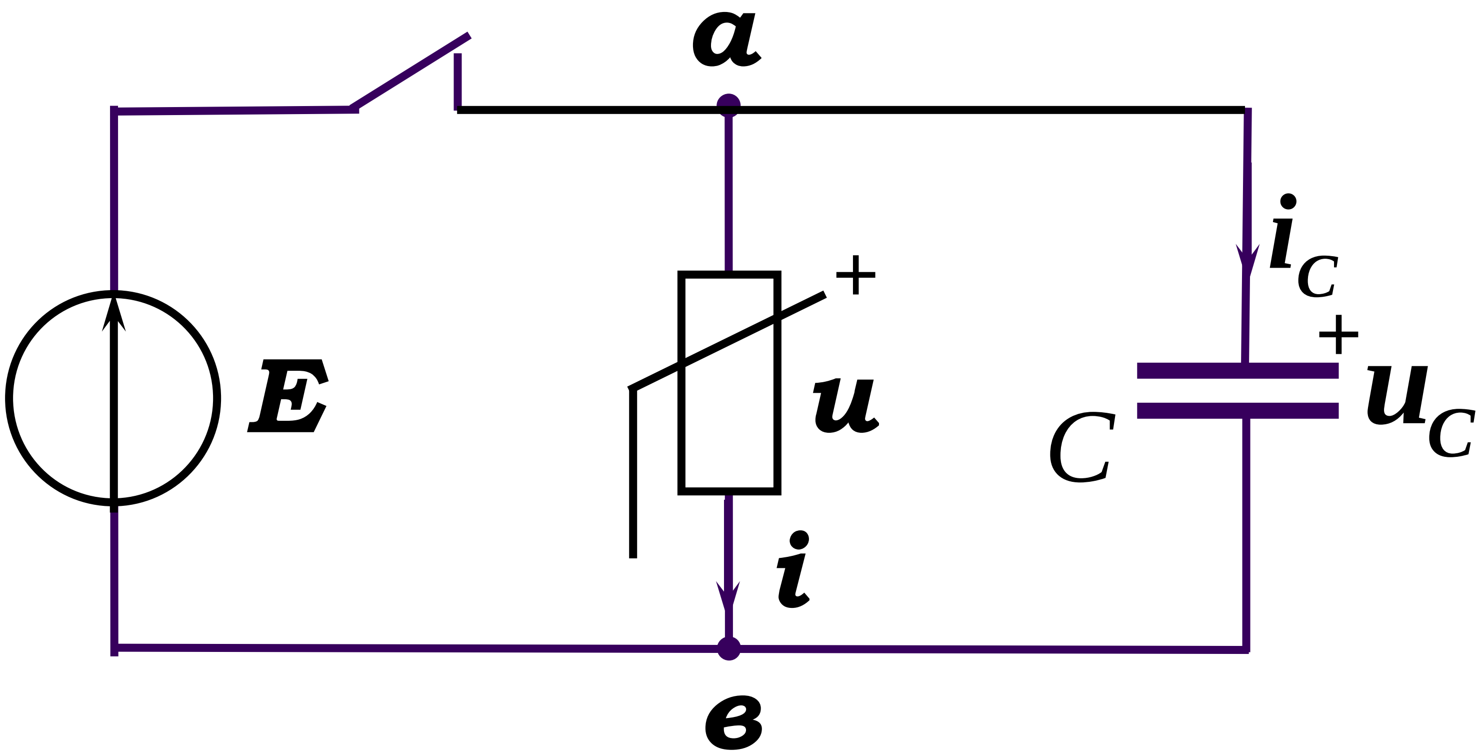
4. Линеаризуем участок характеристики НЭ и определяем его условно линейные параметры

5. По $\boldsymbol{Z(p) = 0}$ находим корни характеристического уравнения

6. Находим постоянные интегрирования

7. Записываем окончательный результат

Пример 1



Дано:

$$E = const, \quad C = \dots \Phi,$$

ВАХ $\boldsymbol{i(u)}$ ***НРЭ***

Определить: $\boldsymbol{i(t) = ?}$

1. Определяем ННУ:

$$u_C(0-) = u_C(0+) = E$$

C - **разрыв**

2. Определяем ЗНУ:

$$u(0+) = u_C(0+) = E$$

$i(0+)$ находим

по $i(u)$ и $u(0+)$

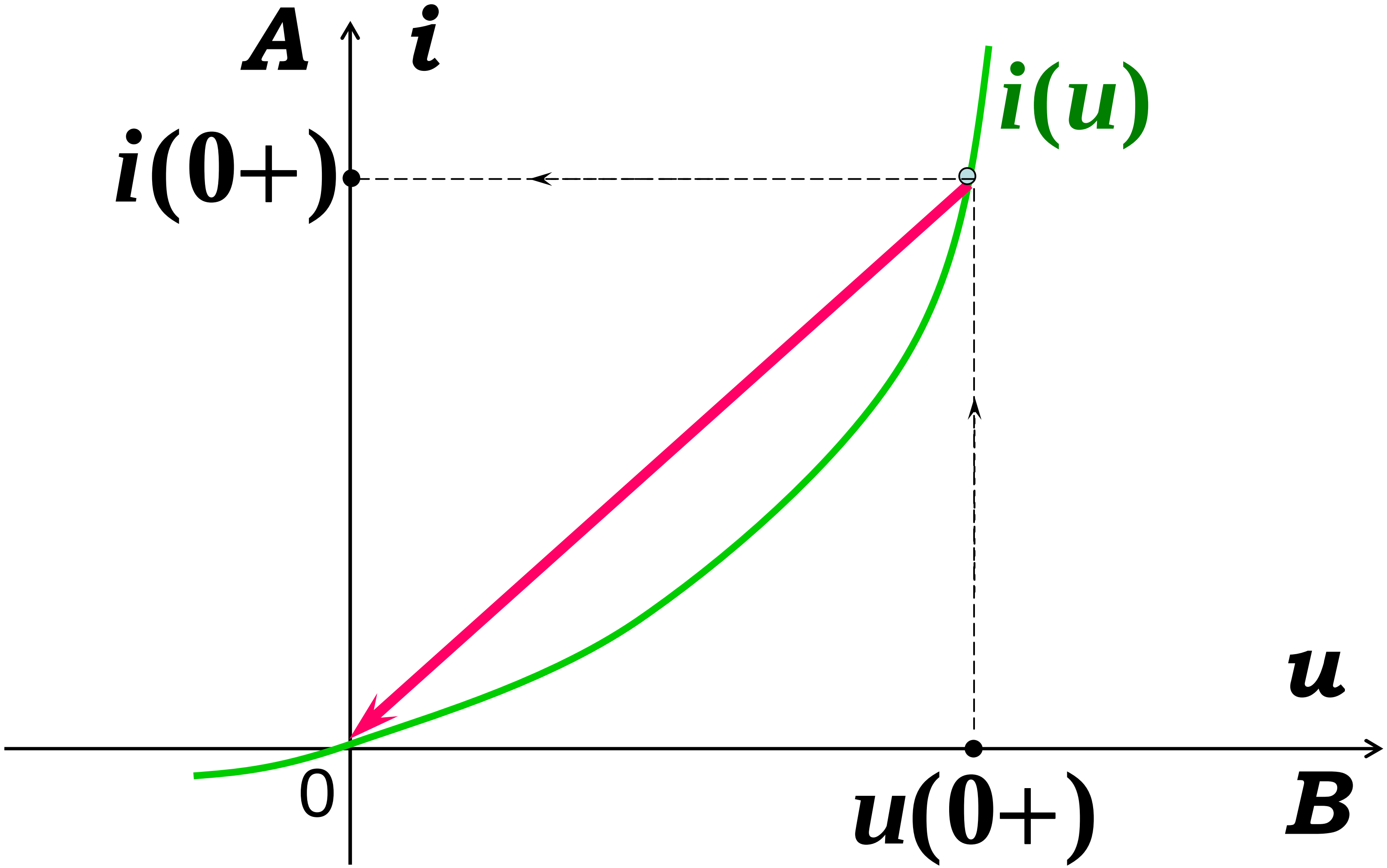
3. Определяем установившиеся значения:

$$i_{уст} = 0$$

$$u_{уст} = 0$$

C - разрыв

4. Линеаризуем ВАХ $i(u)$ НРЭ

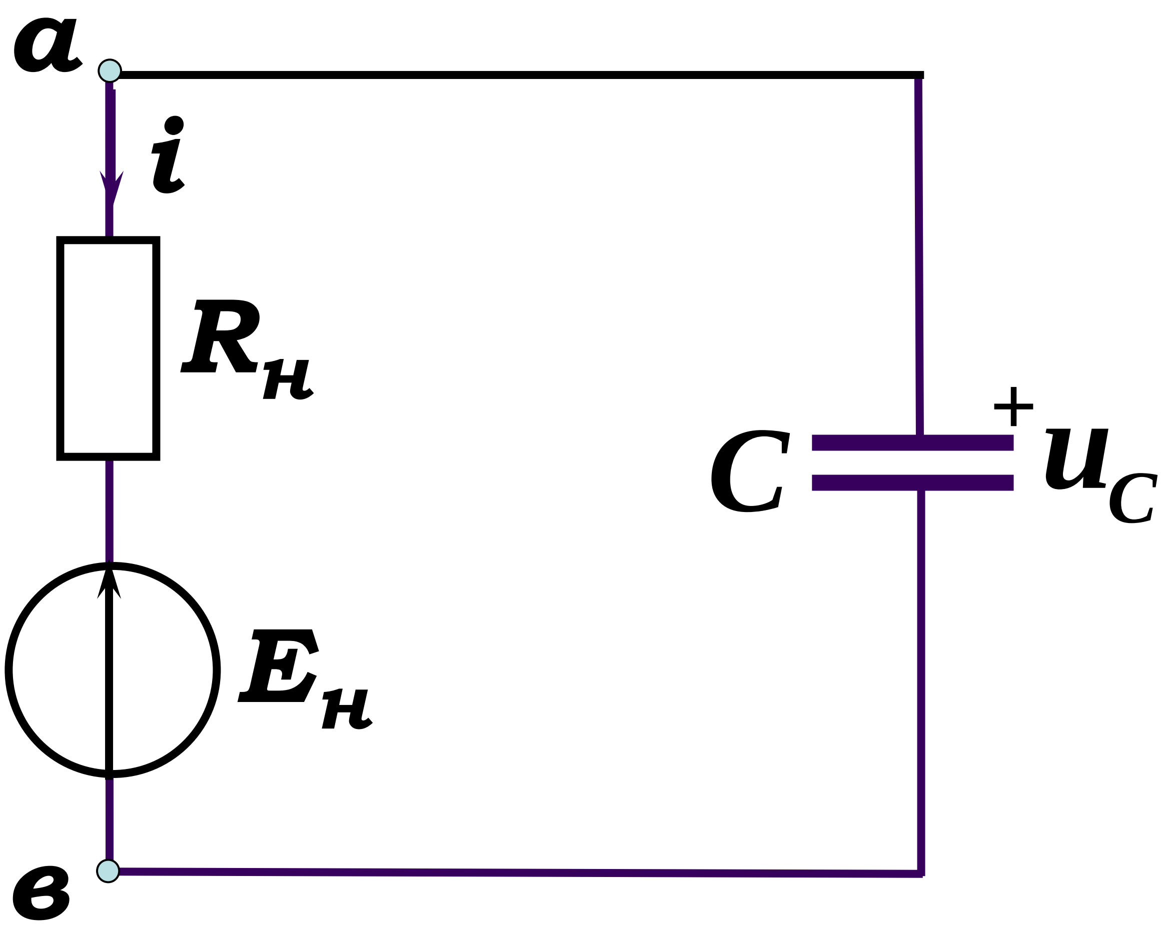


Тогда

$$R_н = \frac{\cancelto{0}{u_{уст}} - u(0+)}{\cancelto{0}{i_{уст}} - i(0+)} = \ldots, \ \text{Ом}$$

$$E_н = u(0+) - R_н \cdot i(0+) = 0$$

В результате при $t>0$:



5. Определяем корень характеристического уравнения

$$Z(p) = R_н + \frac{1}{pC} = 0$$

$$\Rightarrow \quad p = -\frac{1}{R_н C} = \ldots, \ {}^{1}\!/_{c}$$

6. Находим постоянную интегрирования

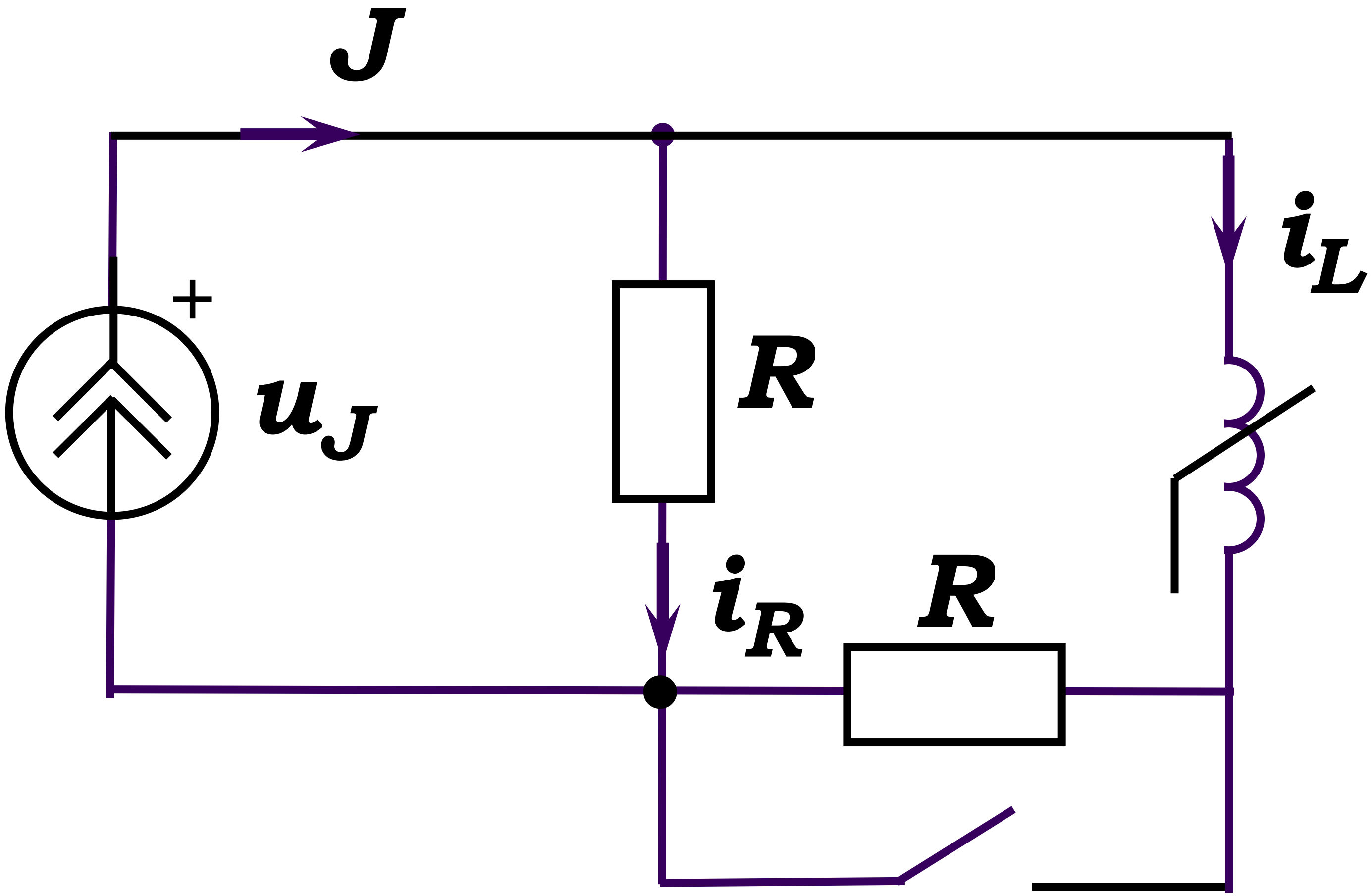
$$A = i(0+) - \cancelto{0}{i_{уст}} = \dots$$

7. Окончательный результат

$$i(t) \approx \cancelto{0}{i_{уст}} + Ae^{pt} =$$

$$= i(0+) \cdot e^{-t/R_н C}, \text{ A}$$

Пример 2



Дано:

$$J = const, \quad R = \ldots \text{Ом},$$

$$\text{ВбАХ} \quad \Psi(i_L) \quad \text{НИЭ}$$

Определить: $u_J(t) = ?$

1. Определяем ННУ:

НИЭ - закоротка

$$i_L(0-) = i_L(0+) = \frac{J \cdot R}{R + R} = J/2$$

$\Psi(0+)$ находим по

$\Psi(i_L)$ и $i_L(0+)$

2. Определяем ЗНУ:

$$i_R(0+) = J - i_L(0+) = J/2$$

$$u_J(0+) = R \cdot i_R(0+) = R \cdot J/2$$

3. Определяем установившиеся значения:

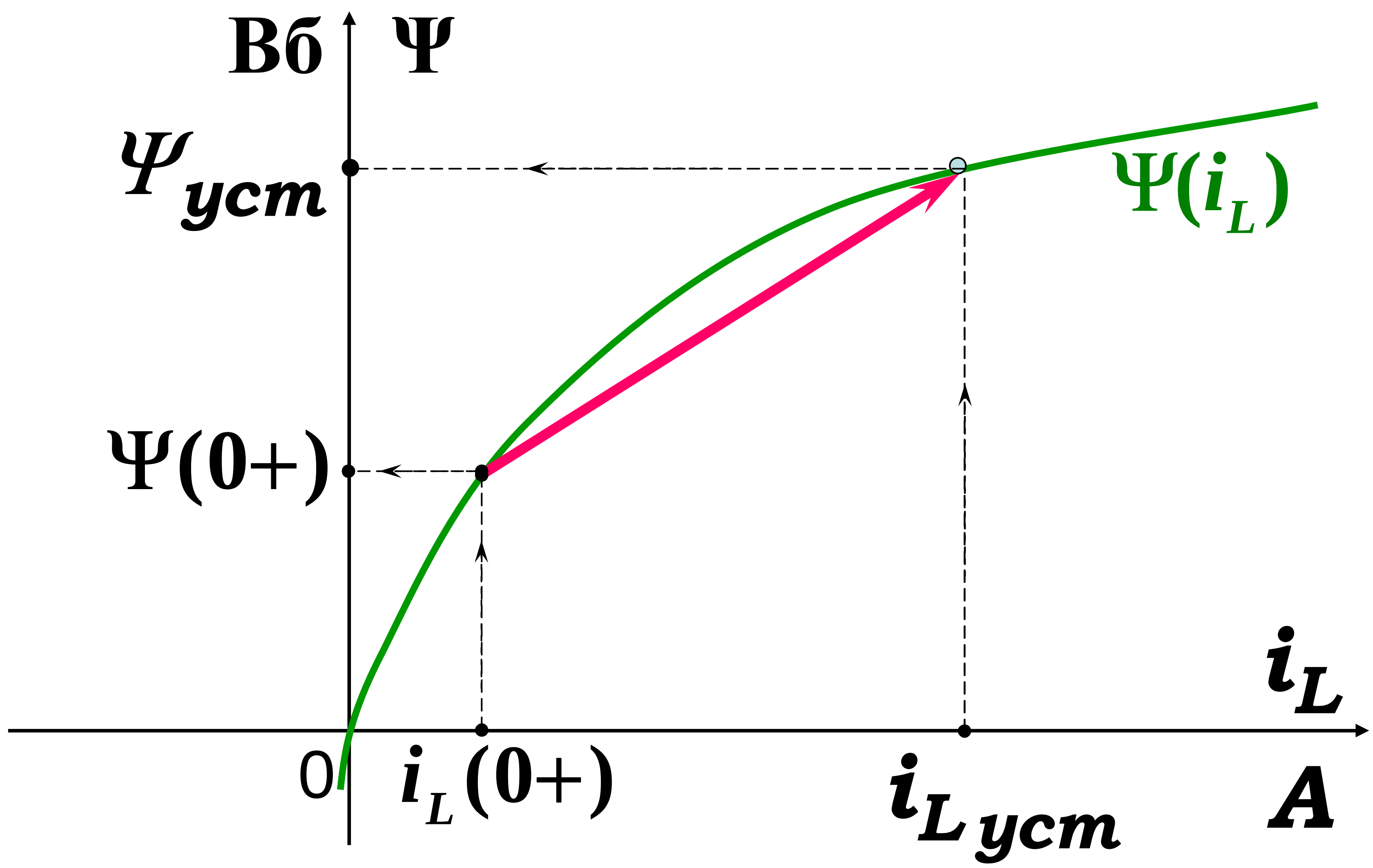
НИЭ - закоротка

$$i_{L\,уст} = J, \qquad u_{J\,уст} = 0$$

$\Psi_{уст}$ находим по

$\Psi(i_L)$ и $i_{L\,уст}$

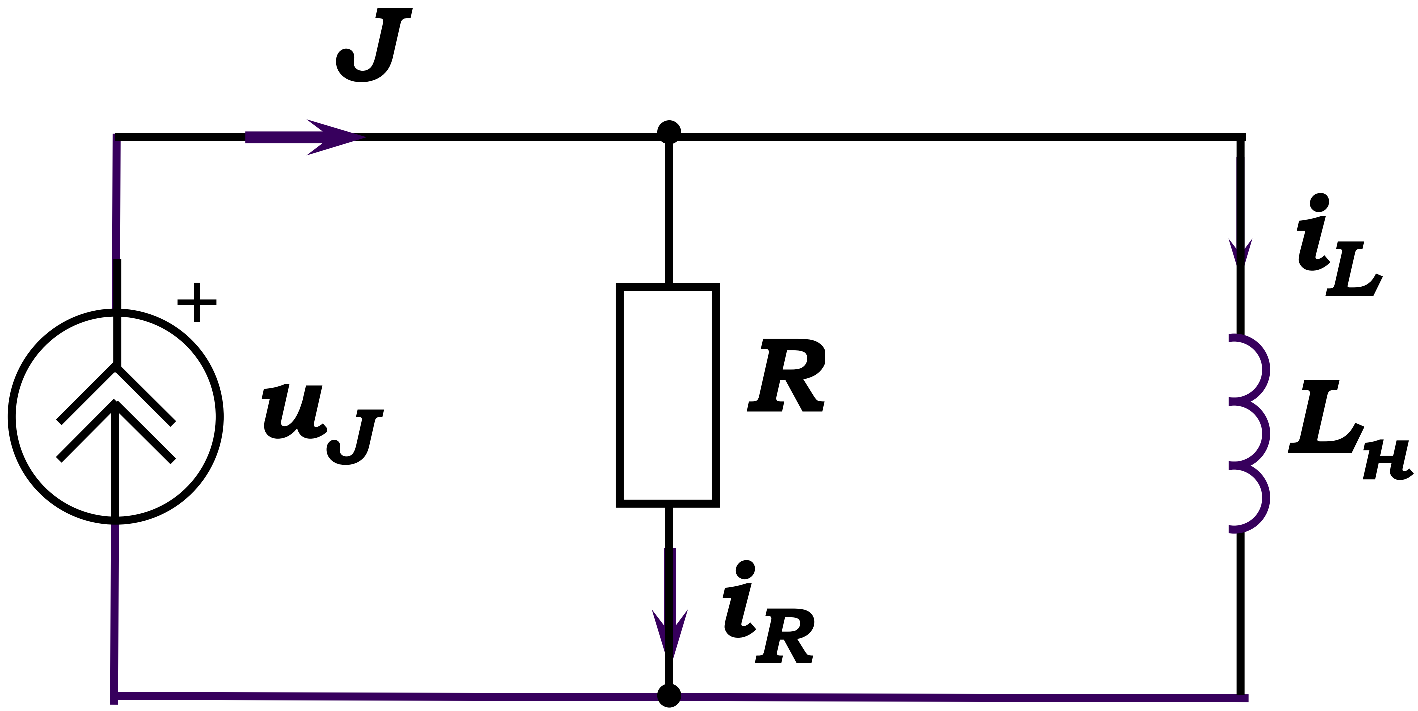
4. Линеаризуем ВбАХ $\Psi(i_L)$ НИЭ



Тогда

$$L_н = \frac{\Psi_{уст} - \Psi(0+)}{i_{L\,уст} - i_L(0+)} = \ldots,\ \text{Гн}$$

В результате при $t>0$:



5. Определяем корень характеристического уравнения

$$Z(p) = R + pL_н = 0$$

$$\Rightarrow \quad p = -\frac{R}{L_н} = \dots, {}^{1}\!/_{c}$$

6. Находим постоянную интегрирования

$$B = u_J(0+) - \underbrace{u_{J_{уст}}}_{0} = R \cdot J / 2$$

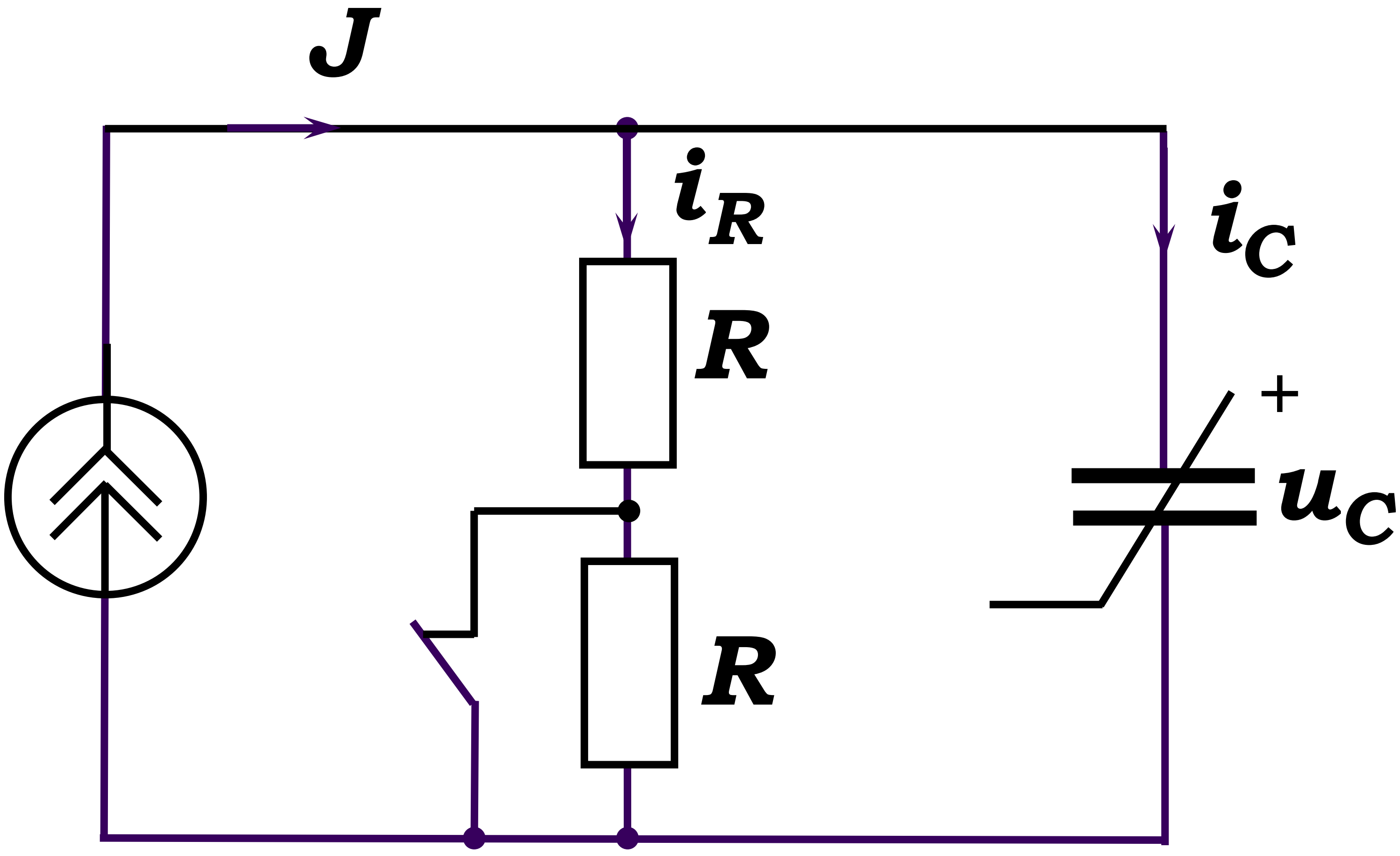
7. Окончательный результат

$$u_J(t) \approx \cancel{u_{J\,уст}}^{\,0} +$$

$$+\left[u_J(0+) - \cancel{u_{J_{уст}}}^{\,0}\right]\cdot e^{pt} =$$

$$= \frac{R\cdot J}{2}\cdot e^{-R\cdot t/L_н}, \; В$$

Пример 3



Дано:

$$J = const, \quad R = \ldots \text{ Ом},$$

$$\text{КВХ} \quad q(u_C) \quad \text{НЕЭ}$$

Определить: $i_R(t) = ?$

1. Определяем ННУ:

НЕЭ - разрыв

$$u_C(0-) = u_C(0+) = J \cdot R$$

2. Определяем ЗНУ:

$$i_R(0+) = \frac{u_C(0+)}{2R} = J/2$$

$q(0+)$ находим по

$q(u_C)$ и $u_C(0+)$

3. Определяем установившиеся значения:

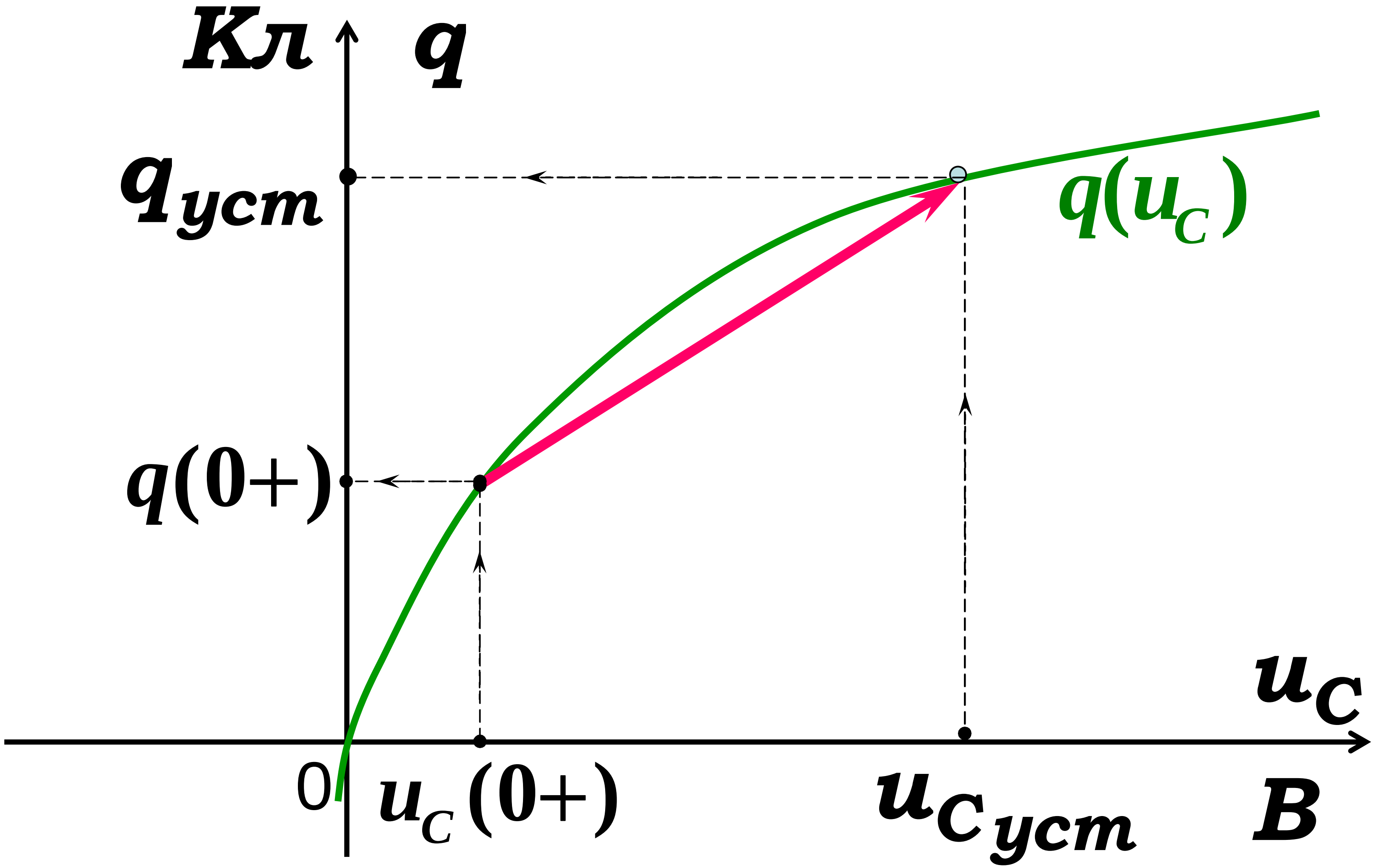
НЕЭ - разрыв

$$i_{R\,уст} = J, \quad u_{C\,уст} = 2R \cdot J$$

$q_{уст}$ находим по

$q(u_C)$ и $u_{C\,уст}$

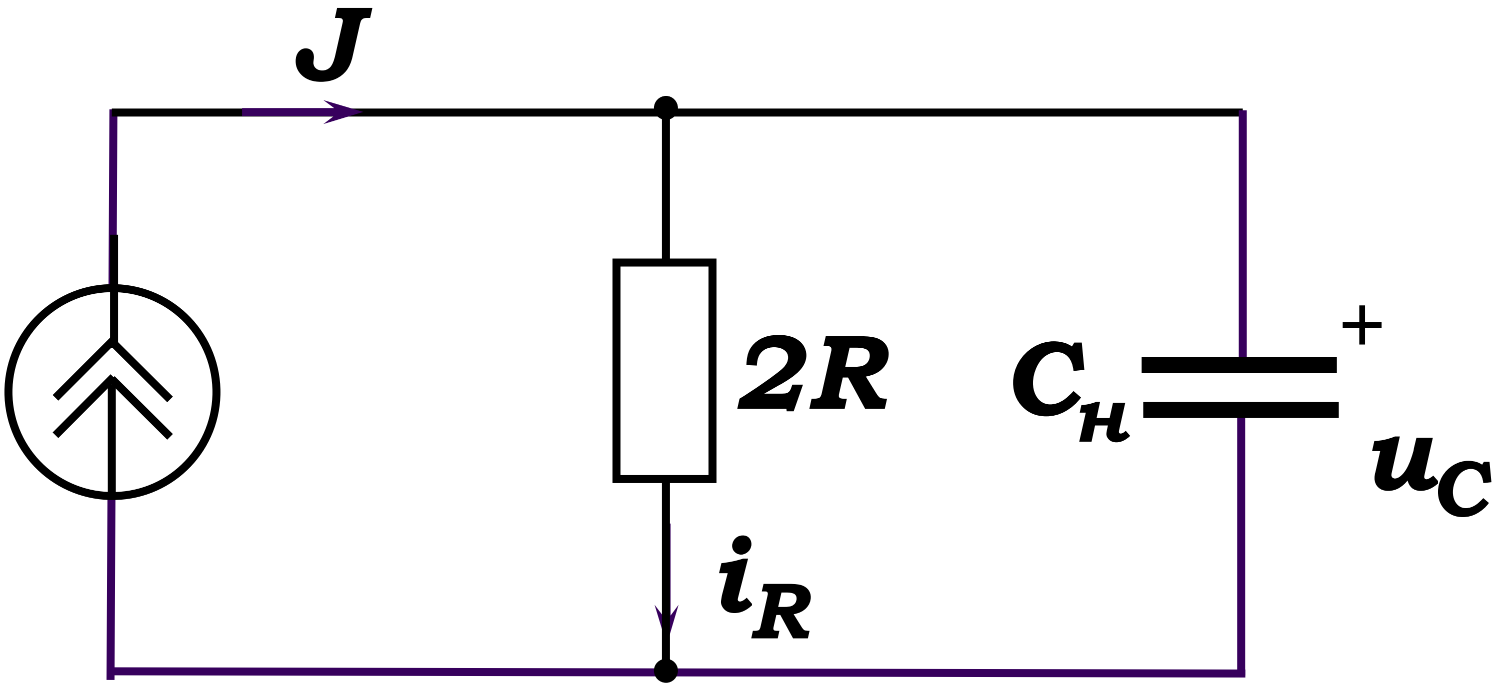
4. Линеаризуем КВХ $q(u_C)$ НЕЭ



Тогда

$$C_{н} = \frac{q_{уст} - q(0+)}{u_{C\,уст} - u_{C}(0+)} = \ldots,\ \Phi$$

В результате при $t>0$:



5. Определяем корень характеристического уравнения

$$Z(p) = 2R + \frac{1}{pC_н} = 0$$

$$\Rightarrow \quad p = -\frac{1}{2RC_н} = \ldots, {}^{1}\!/_{c}$$

6. Находим постоянную интегрирования

$$A = i_R(0+) - i_{R\,уст} = {-J}/{2}$$

7. Окончательный результат

$$i_R(t) \approx i_{R_{уст}} + A \cdot e^{-t/2RC_н} =$$

$$= J - \frac{J}{2} \cdot e^{-t/2RC_н}, \; A$$

Метод последовательных интервалов

Этот метод является приближенным численным методом (Эйлера), заключающимся в замене нелинейных дифференциальных уравнений алгебраическими уравнениями, содержащими конечные приращения исследуемых величин за малые интервалы времени

а) нелинейные элементы

$$u_L = \frac{d\Psi}{dt} \approx \frac{\Delta\Psi}{\Delta t}$$

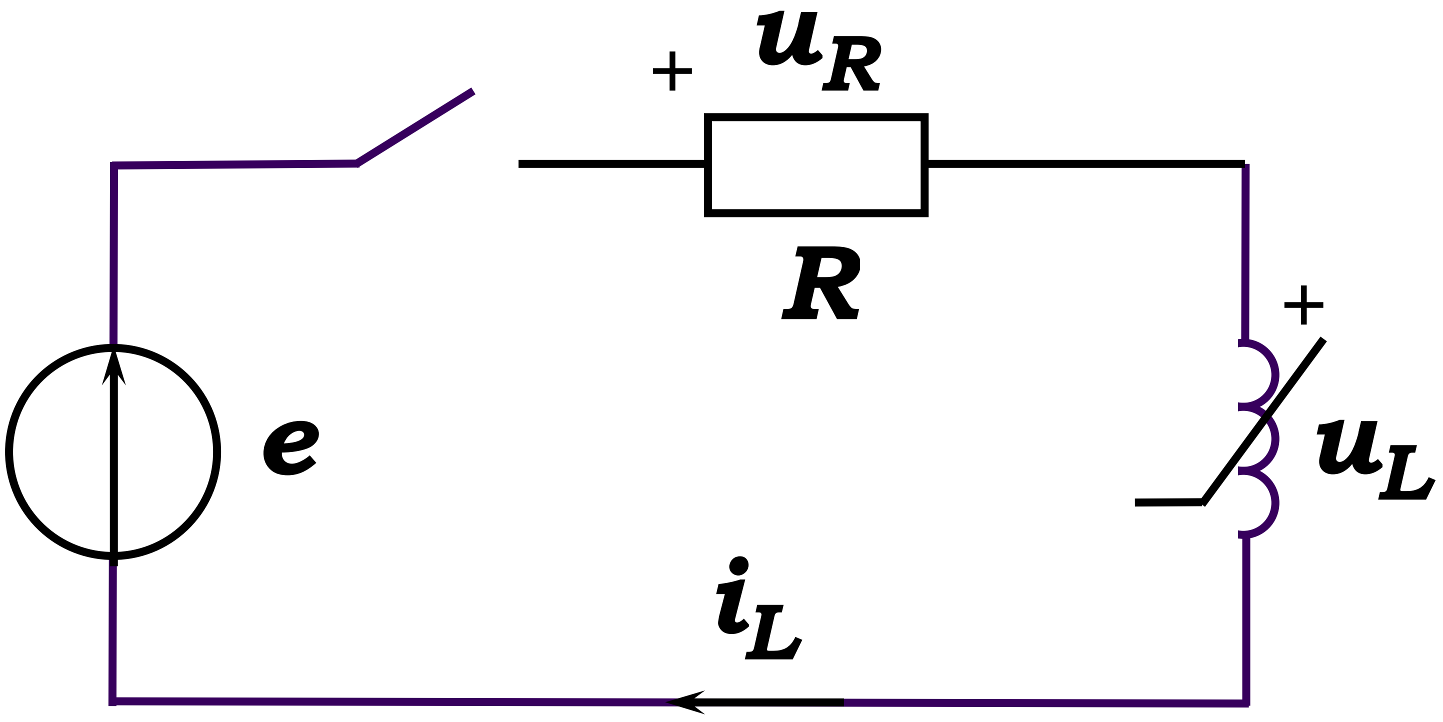
$$i_C = \frac{dq}{dt} \approx \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

б) линейные элементы

$$u_L = L\frac{di_L}{dt} \approx L \cdot \frac{\Delta i_L}{\Delta t}$$

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} \approx C\frac{\Delta u_C}{\Delta t}$$

Пример



Дано:

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha), \quad R = \ldots \text{ Ом},$$

ВбАХ $\Psi(i_L)$ НИЭ

Определить: $i_L(t) = ?$

По 2 закону Кирхгофа

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{u_R} + \boldsymbol{u_L} = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{i_L} + \frac{\boldsymbol{d\Psi}}{\boldsymbol{dt}}$$

Тогда

$$\boldsymbol{E_m} \cdot \sin(\omega \boldsymbol{t_\kappa} + \alpha) \approx$$

$$\approx \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{i_L}^{(\kappa)} + \frac{\Delta\Psi^{(\kappa)}}{\Delta \boldsymbol{t}}$$

Или

$$\Delta\Psi^{(k)} = [\boldsymbol{E_m} \cdot \sin(\omega \boldsymbol{t_к} + \alpha) - \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{i_L^{(к)}}] \cdot \Delta \boldsymbol{t}$$

При этом

$$\Psi^{(\kappa+1)} = \Psi^{(\kappa)} + \Delta\Psi^{(\kappa)}$$

$$t_{\kappa} = \kappa \cdot \Delta t$$

$$\kappa = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots$$

Начальные условия

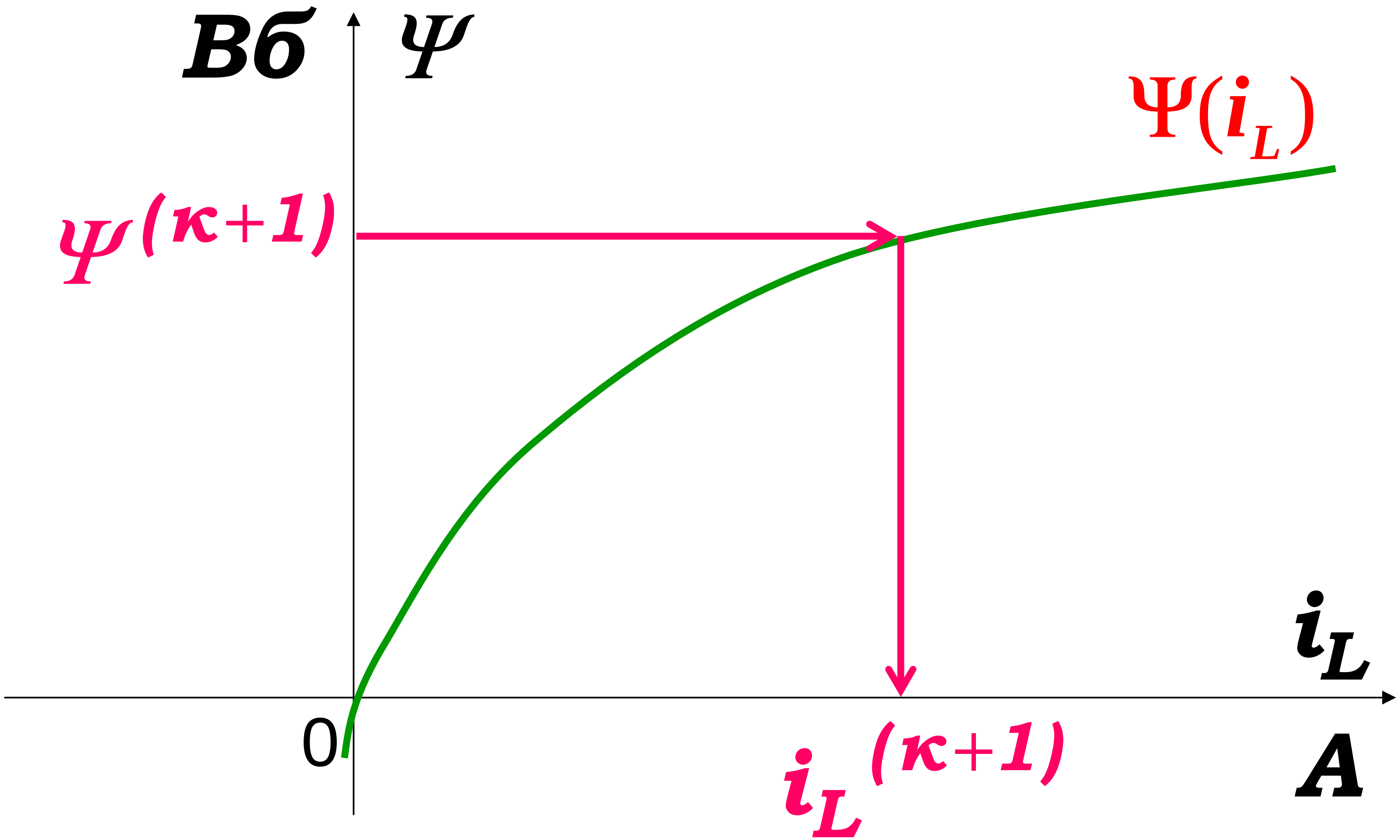
$$i_L(0) = i_L^{(0)} = 0 \qquad (\kappa = 0)$$

$$\Psi_L(0) = \Psi^{(0)} = 0 \qquad (\kappa = 0)$$

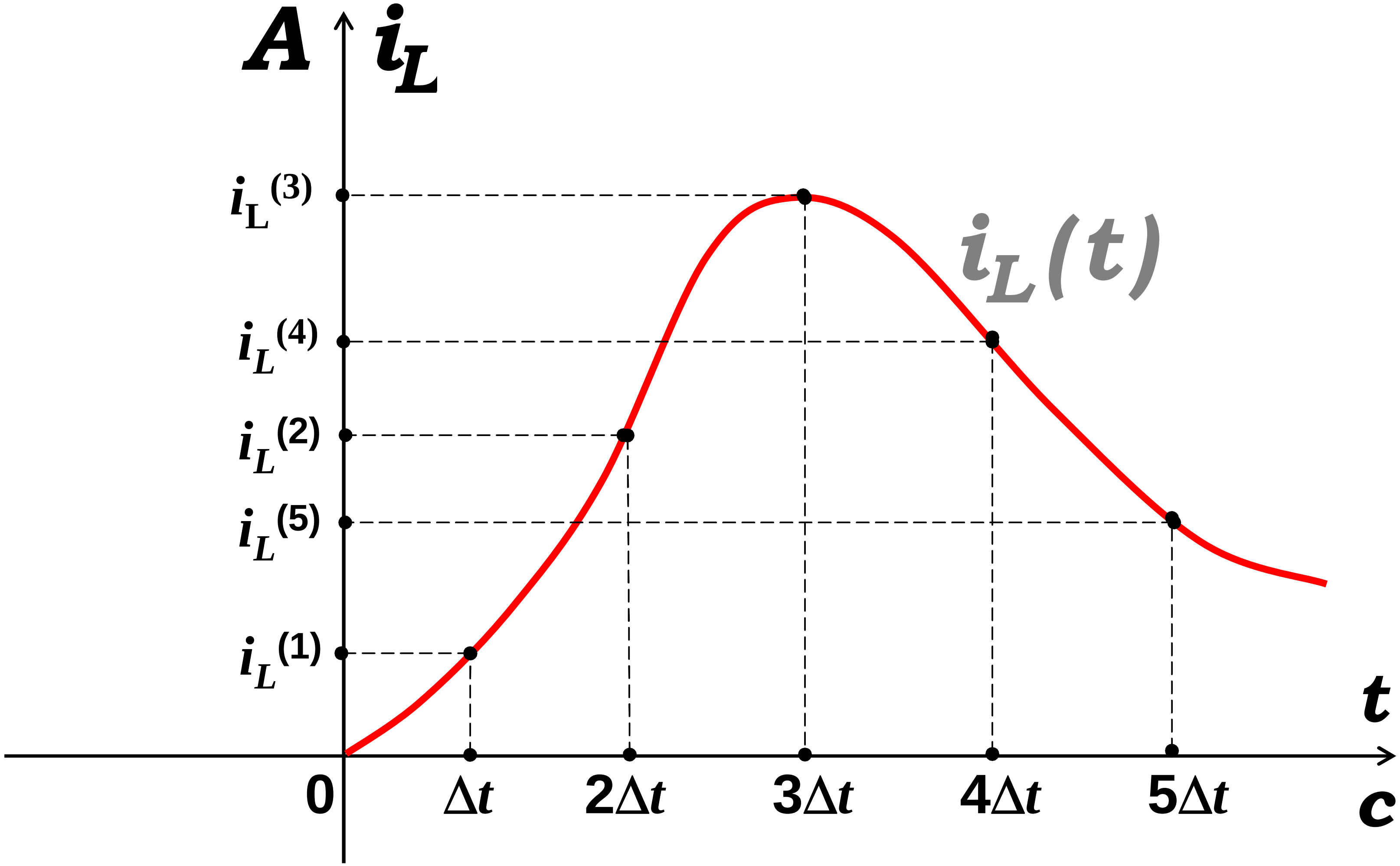
причем $$\Delta t << T = \frac{2\pi}{\omega}$$

к	$t_к$	$\Psi^{(к)}$	$i_L^{(к)}$	$\Delta\Psi^{(к)}$	$\Psi^{(к+1)}$	$i_L^{(к+1)}$ по $\Psi(i_L)$
-	с	Вб	А	Вб	Вб	А
0	0	$\Psi^{(0)}$	$i_L^{(0)}$	$\Delta\Psi^{(0)}$	$\Psi^{(1)}$	$i_L^{(1)}$
1	Δt	$\Psi^{(1)}$	$i_L^{(1)}$	$\Delta\Psi^{(1)}$	$\Psi^{(2)}$	$i_L^{(2)}$
2	$2\cdot\Delta t$	$\Psi^{(2)}$	$i_L^{(2)}$	$\Delta\Psi^{(2)}$	$\Psi^{(3)}$	$i_L^{(3)}$

Ток $i_L^{(к+1)}$ определяется по $\Psi(i_L)$:



По результатам расчета строим график $i_L(t)$:



Недостаток метода – постепенное накопление ошибки при переходе от одного интервала к другому интервалу Δt времени