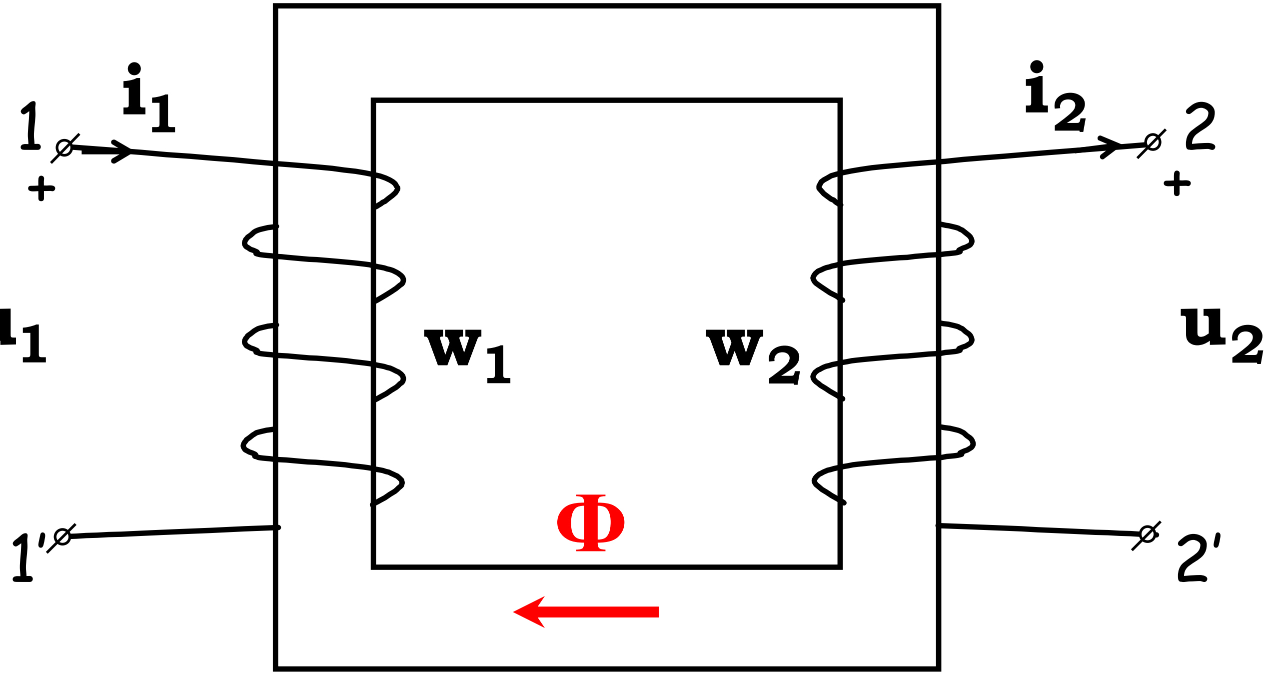
9 лекция

ТРАНСФОРМАТОР В ЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

Трансформаторы предназначены для преобразования величин переменных напряжений и токов. Простейший трансформатор – это две индуктивно связанные катушки, помещенные на ферромагнитный сердечник (магнитопровод)



Ф – магнитный поток, Вб

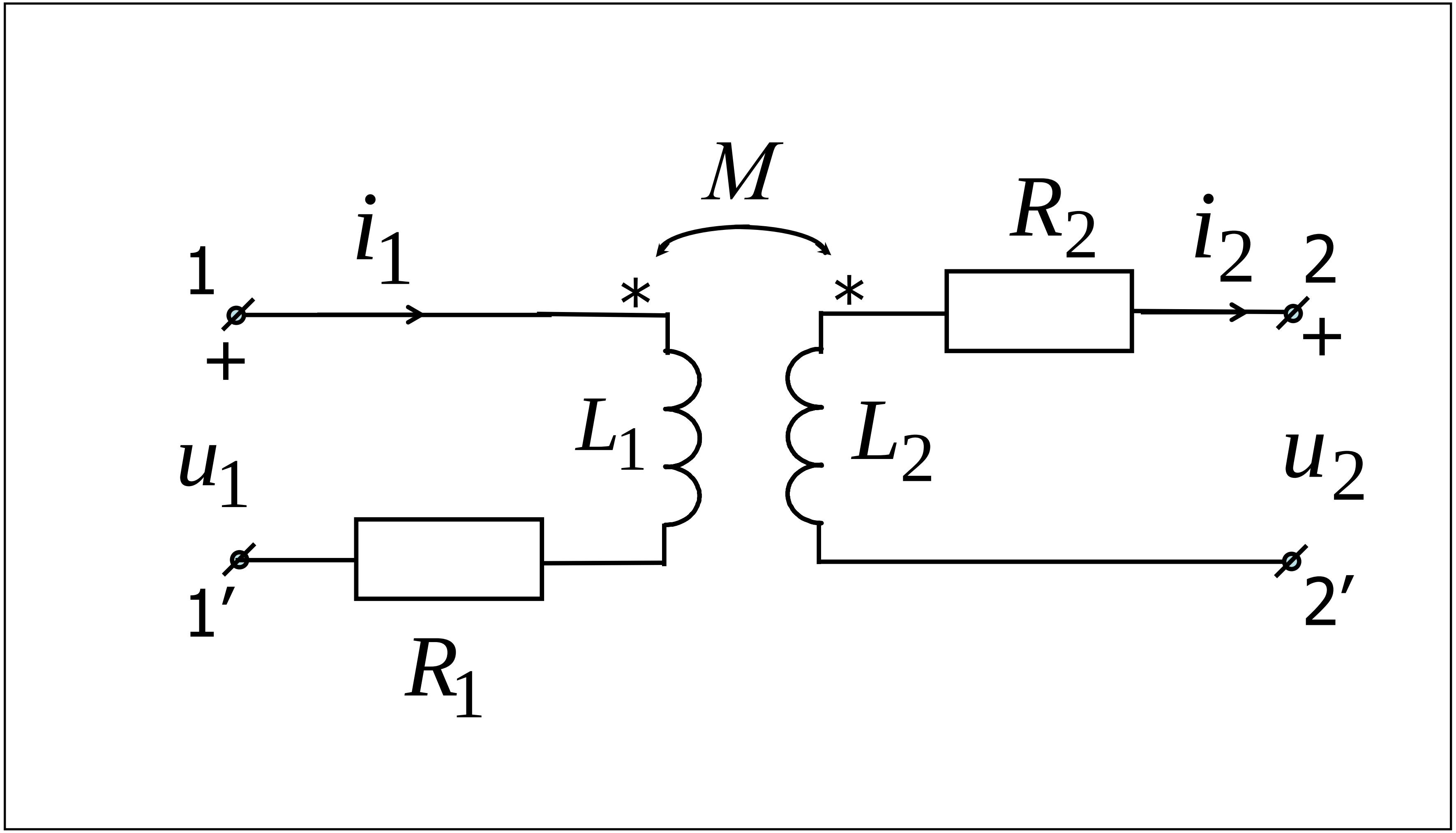
В линейном режиме магнитопровод ненасыщен или отсутствует (воздушный трансформатор), а индуктивности и сопротивления катушек трансформатора постоянны

Передача энергии из одной катушки в другую осуществляется за счет взаимной индукции.

Ток пассивной нагрузки $i_2(t)$**, согласно правилу Ленца, выбирает такое направление, что катушки будут включенными встречно**

Если пренебречь потерями энергии в магнитопроводе, то тогда схема замещения трансформатора в линейном режиме будет следующей

Схема замещения:



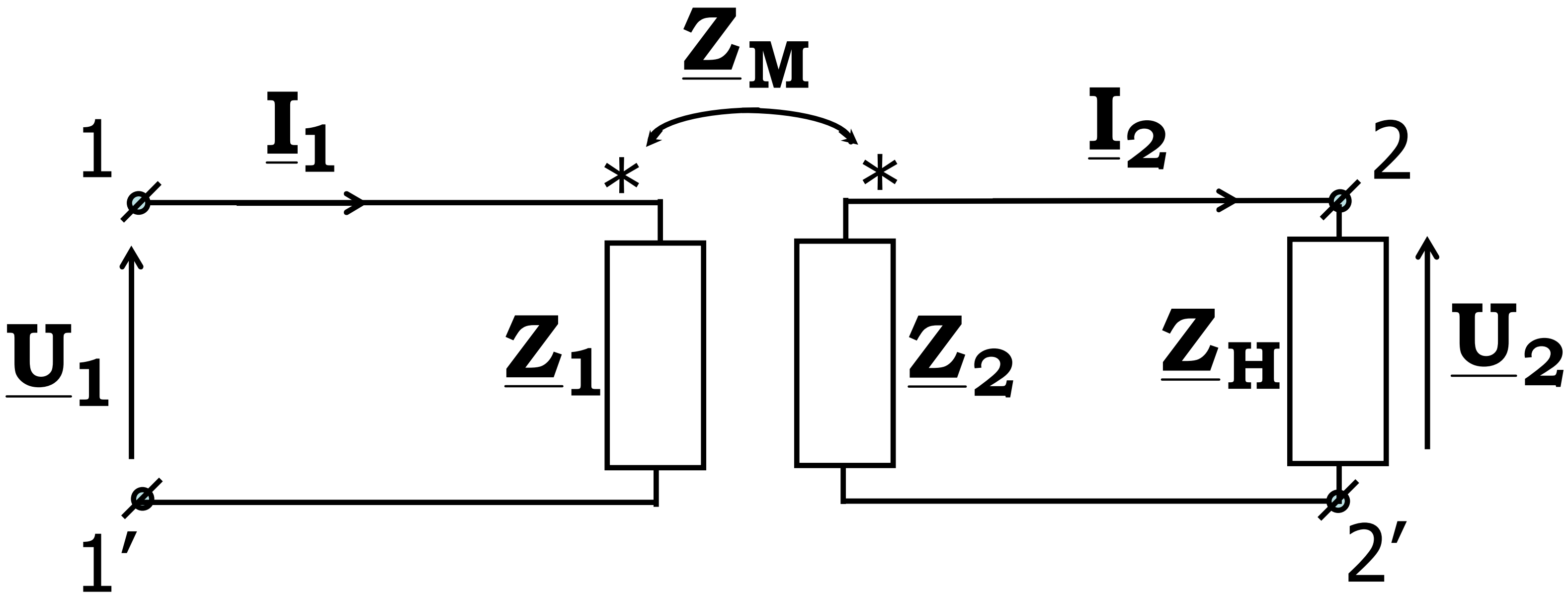
Если u_1 является напряжением источника, а u_2 – напряжением пассивной нагрузки, то тогда получаем

Уравнения по 2 закону Кирхгофа:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$0 = u_2 + R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Комплексная схема замещения:



Уравнения по 2 закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{Z}_M \underline{I}_2 \\ 0 = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_н)\underline{I}_2 - \underline{Z}_M \underline{I}_1 \end{cases} \qquad (*)$$

где $\underline{U}_2 = \underline{Z}_H \underline{I}_2$

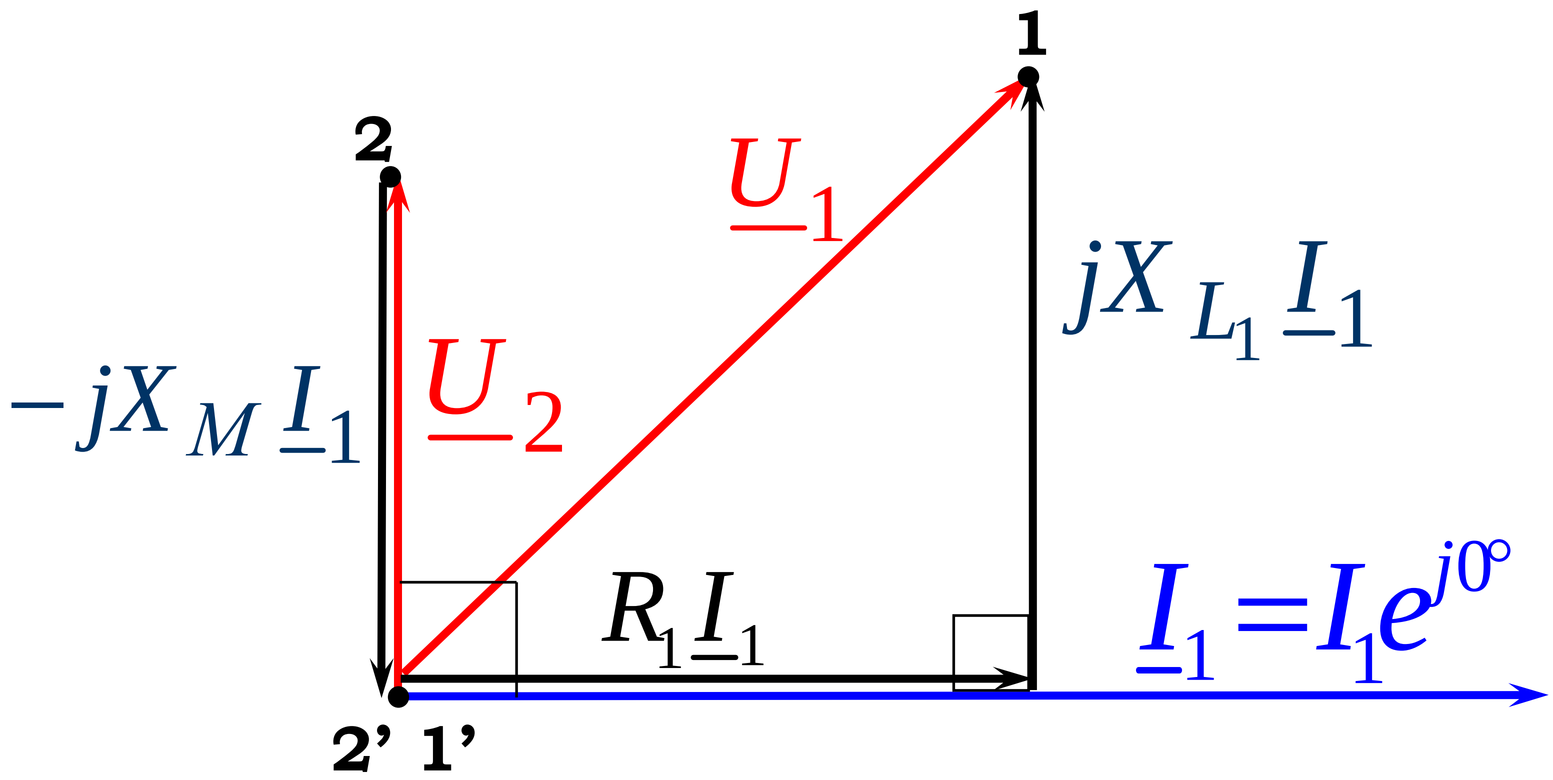
Причем:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1; \quad \underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2;$$

$$\underline{Z}_M = j\omega M; \quad \underline{Z}_H = R_H \pm jX_H \,.$$

Из решения уравнений $(*)$ можно найти токи $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_2$

Векторная диаграмма при холостом ходе ($\underline{I}_2=0$):



Векторная диаграмма при сопротивлении нагрузки

$$\underline{Z}_{н}=R_{н}+jX_{н}=Z_{н}e^{j\varphi_{н}}$$

$$\varphi_{н}>0$$

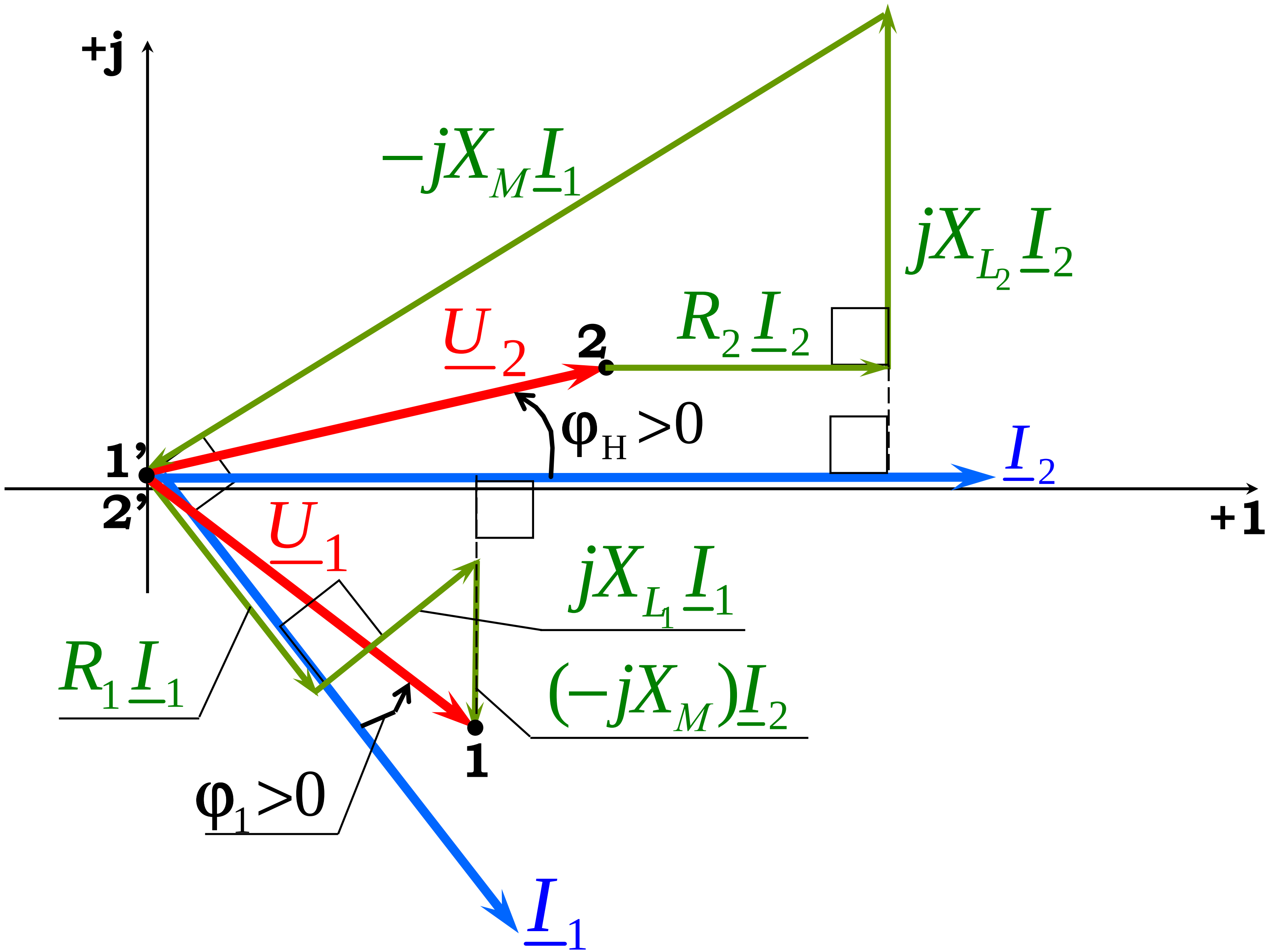
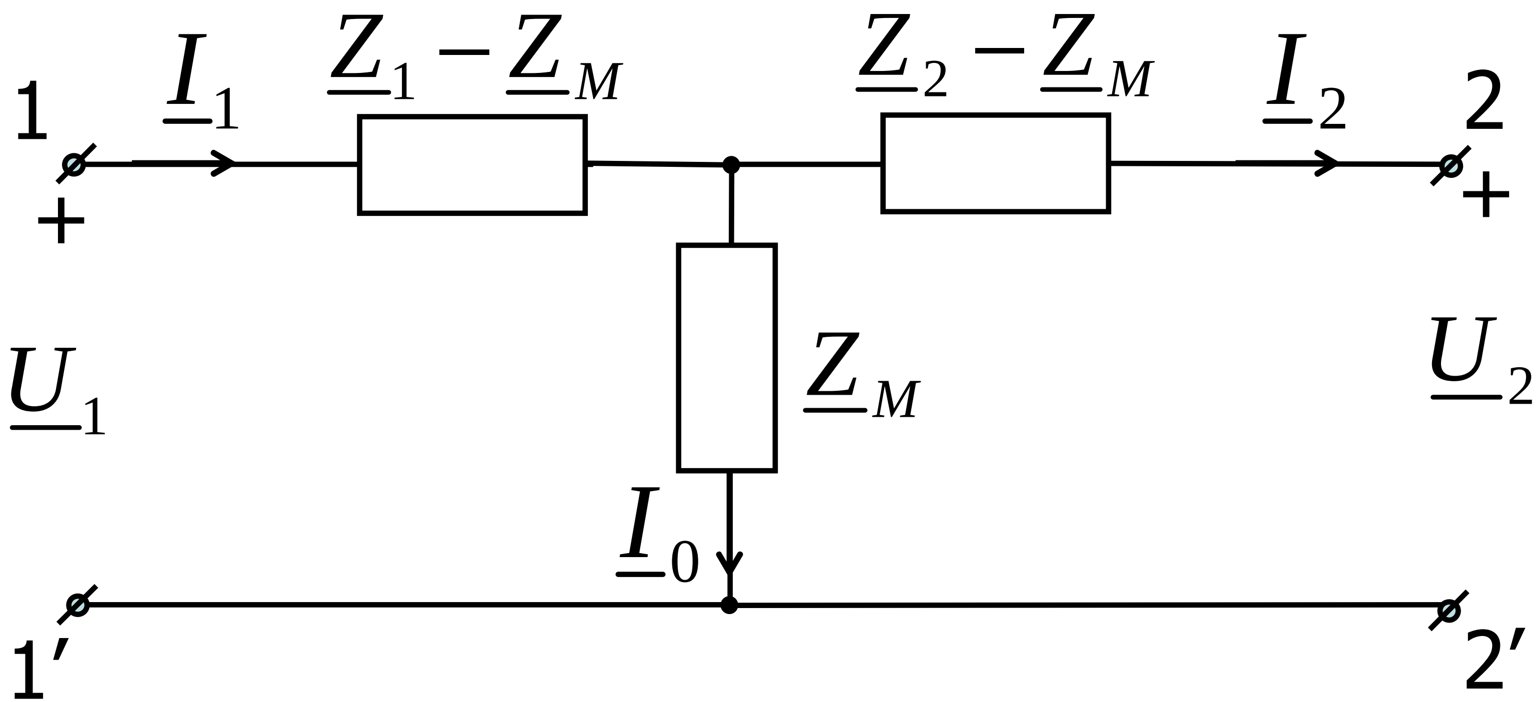

+j
$-jX_M\underline{I}_1$
$jX_{L_2}\underline{I}_2$
$R_2\underline{I}_2$
$\underline{U}_2$
2
$\varphi_Н>0$
$\underline{I}_2$
1'
2'
+1
$\underline{U}_1$
$jX_{L_1}\underline{I}_1$
$R_1\underline{I}_1$
$(-jX_M)\underline{I}_2$
1
$\varphi_1>0$
$\underline{I}_1$

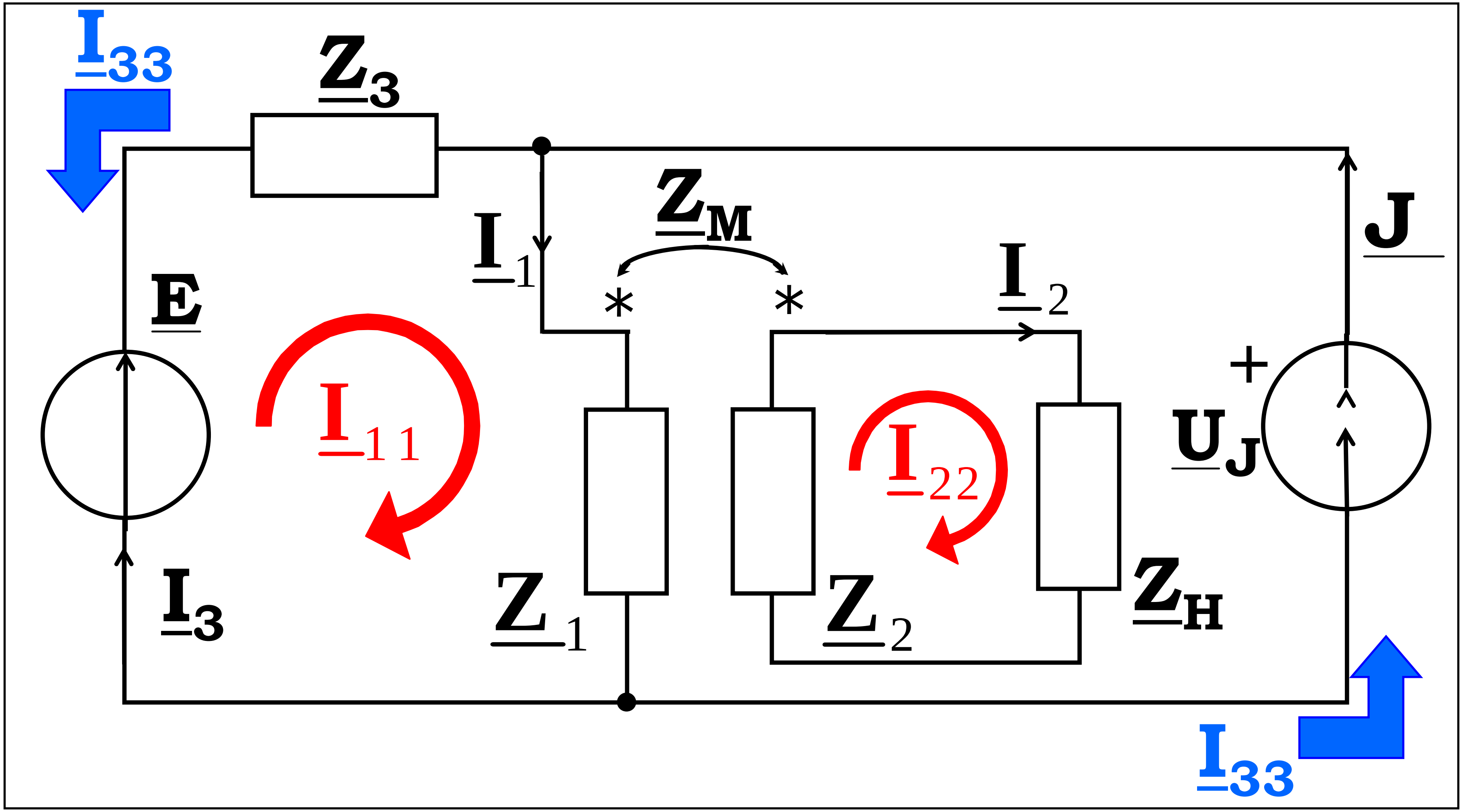
Схема замещения трансформатора без индуктивной связи:



$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2$ **- ток намагничивания создает Ф**

**Линейные цепи
с гармоническими напряжениями
и токами, содержащие
трансформаторы, могут быть
рассчитаны при помощи
законов Кирхгофа или
метода контурных токов
в комплексной форме**

Пример:



$\underline{I}_{33}$
$\underline{Z}_3$
$\underline{Z}_М$
$\underline{I}_1$
$\underline{J}$
$\underline{E}$
$\underline{I}_2$
*
*
+
$\underline{I}_{11}$
$\underline{I}_{22}$
$\underline{U}_J$
$\underline{I}_3$
$\underline{Z}_1$
$\underline{Z}_2$
$\underline{Z}_Н$
$\underline{I}_{33}$

Дано:

$$\underline{\mathbf{E}}\ ,\ \underline{\mathbf{J}}\ ,\ \underline{\mathbf{Z}}_1\ ,\ \underline{\mathbf{Z}}_2\ ,\ \underline{\mathbf{Z}}_3\ ,\ \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{H}}$$

Определить:

$$\underline{\mathbf{I}}_1\ ,\ \underline{\mathbf{I}}_2\ ,\ \underline{\mathbf{I}}_3\ ,\ \underline{\mathbf{U}}_J$$

По методу контурных токов:

$$\underline{I}_{33}=\underline{J}$$

$$\underline{I}_{11}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_3)-\underline{I}_{22}\underline{Z}_M-\underline{I}_{33}\underline{Z}_3=\underline{E}$$

$$-\underline{I}_{11}\underline{Z}_M+\underline{I}_{22}(\underline{Z}_2+\underline{Z}_H)+\underline{I}_{33}0=0$$

Далее находим:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} \qquad \underline{I}_2 = \underline{I}_{22} \qquad \underline{I}_3 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{33}$$

$$\underline{U}_J = \underline{E} - \underline{Z}_3 \underline{I}_3$$

Резонанс в линейных цепях при гармонических напряжениях и токах

Резонанс – это такой режим пассивной цепи, содержащей емкости и индуктивности, при котором входной ток и входное напряжение совпадают по фазе

При резонансе цепь потребляет только активную мощность и входное комплексное сопротивление (проводимость) этой цепи будет вещественной величиной

Различают резонансы:

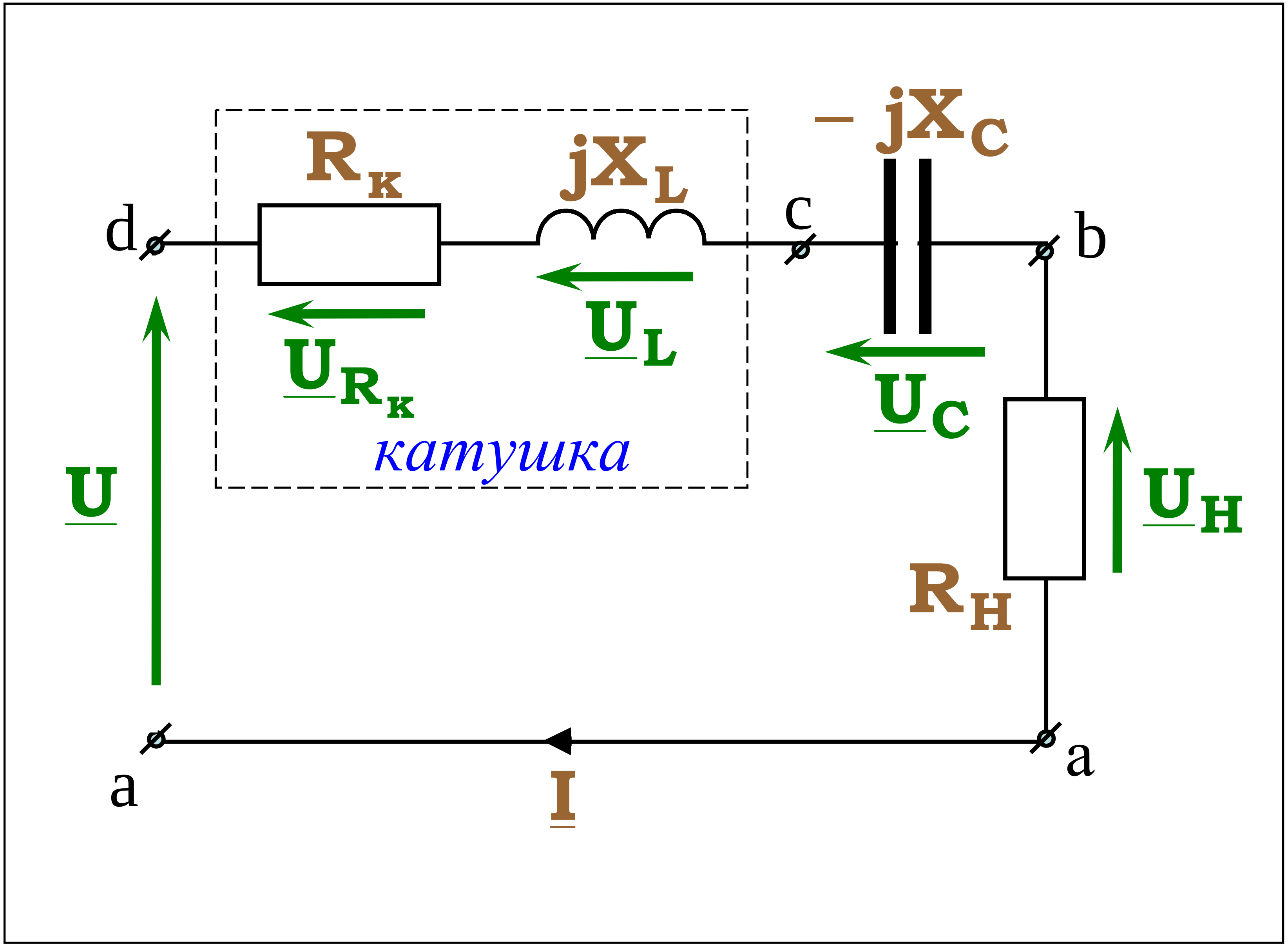
а) напряжений;

б) токов;

в) в сложной цепи.

Резонанс напряжений

Резонанс напряжений – это резонанс при последовательно соединенных емкости и индуктивности


d
$R_к$
jX_L
c
$-jX_C$
b
$\underline{U}_{R_к}$
$\underline{U}_L$
$\underline{U}_C$
катушка
$\underline{U}$
$\underline{U}_Н$
$R_Н$
a
a
$\underline{I}$

По закону Ома

$$\boxed{\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z}_{\text{вх}} = Ie^{j(\alpha-\varphi)}, \quad (A)}$$

где $\underline{U} = Ue^{j\alpha}$ - входное напряжение

Комплекс входного сопротивления цепи

$$\boxed{\begin{aligned}&\underline{Z}_{вх} = (R_к + R_н) + j(X_L - X_C) = \\ &= R + jX = Z_{вх}e^{j\varphi}, \quad (Ом)\end{aligned}}$$

где $R = R_к + R_н, \quad X = X_L - X_C,$

$$Z_{вх} = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} X/R.$$

Из определения резонанса

$$\boxed{\varphi = 0}$$

тогда $$x = x_L - x_C = 0$$

В результате условие резонанса напряжений:

$$\boxed{X_L = X_C}$$

или

$$\boxed{\omega L = 1/\omega C}$$

Тогда

$X = 0$	$\underline{Z}_{вх} = R$	$\varphi = 0$
	$\underline{I} = \frac{U}{R} e^{j\alpha}$	

Тогда

$$P = \frac{U^2}{R}$$	Активная мощность
$$Q = UI\sin\varphi = 0$$	Реактивная мощность

Тогда

$\cos\varphi = 1$	Коэффициент мощности
$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = P$	Полная мощность

При этом

$$U_L = U_C = I \cdot X_L =$$

$$= I \cdot X_C = U \cdot q$$

Если добротность

$$q = X_L / R = \rho / R \gg 1$$

то

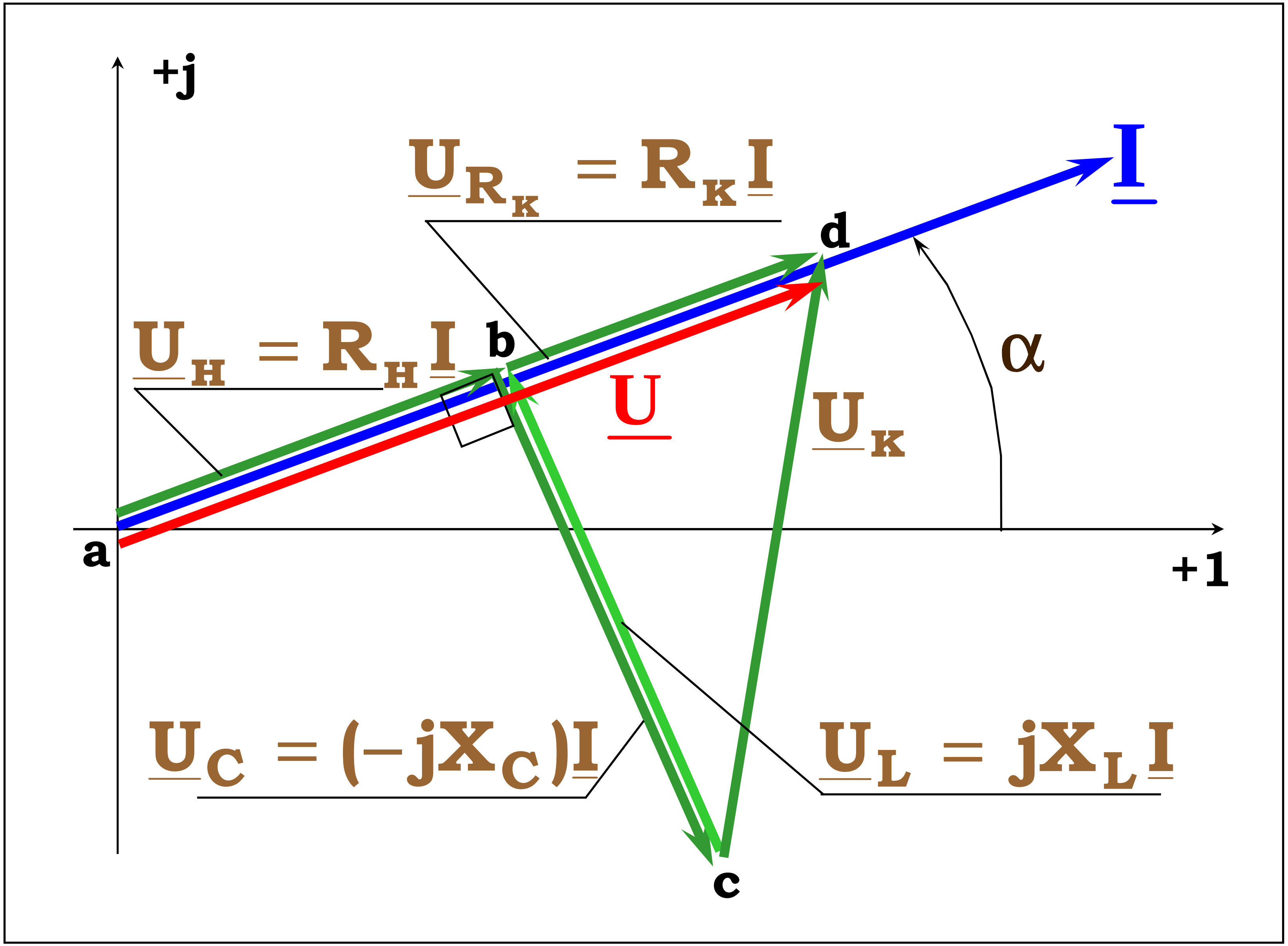
$$U_L = U_C >> U$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$, (Ом)

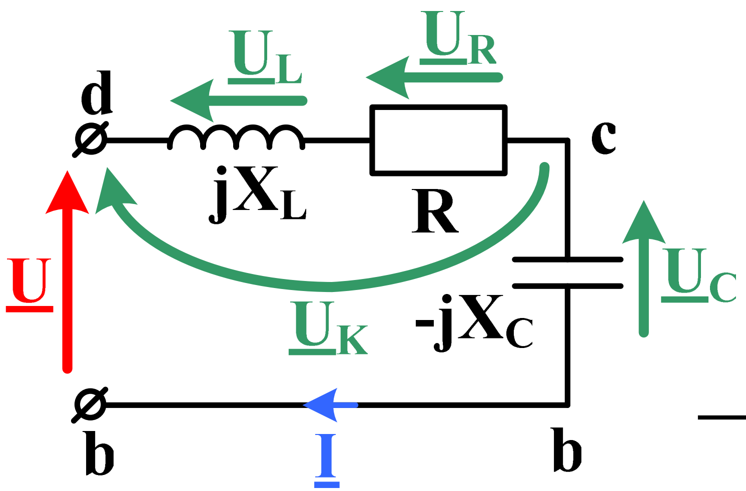
- характеристическое сопротивление

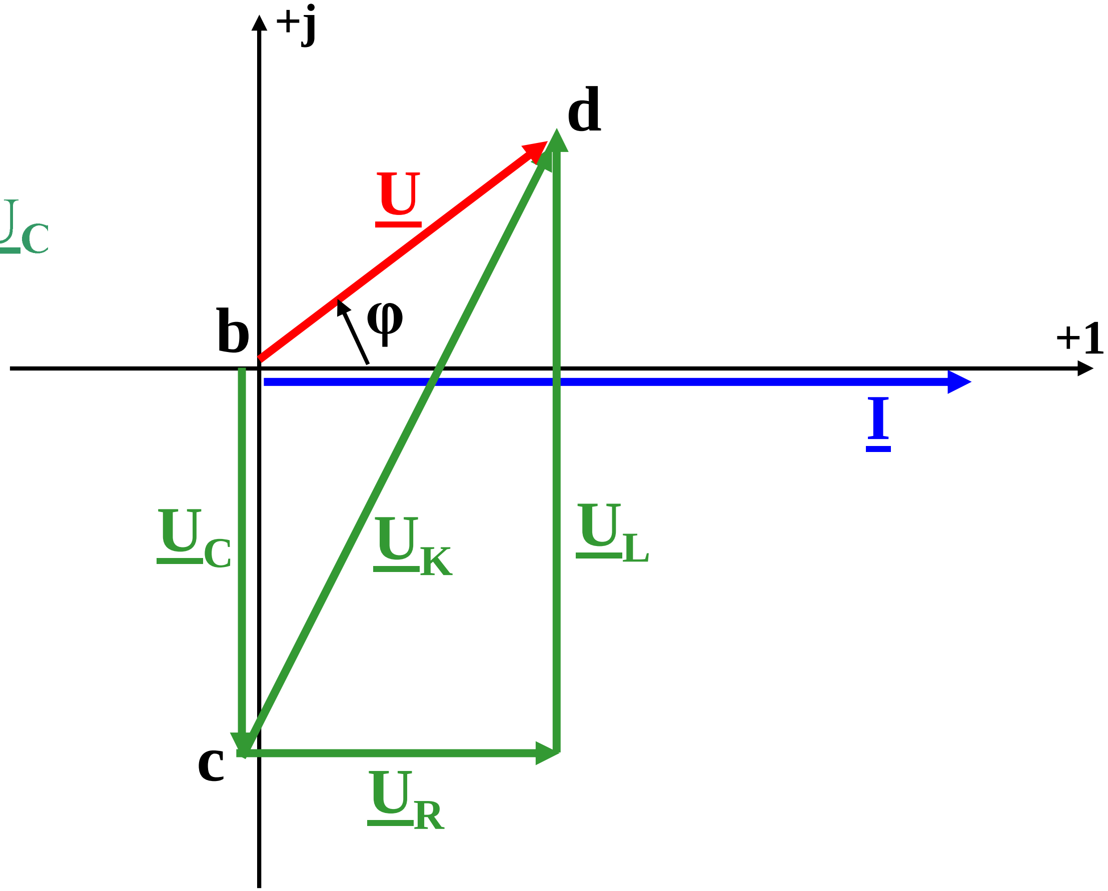
При резонансе напряжений входное сопротивление цепи будет минимальным, а ток будет максимальным

Векторная диаграмма при резонансе напряжений для рассматриваемой цепи


+j
$\underline{U}_{R_к} = R_к\underline{I}$
d
$\underline{I}$
$\underline{U}_н = R_н\underline{I}$
b
$\underline{U}$
$\underline{U}_к$
α
a
+1
$\underline{U}_C = (-jX_C)\underline{I}$
$\underline{U}_L = jX_L\underline{I}$
c

Векторная диаграмма при **α=φ>0**:

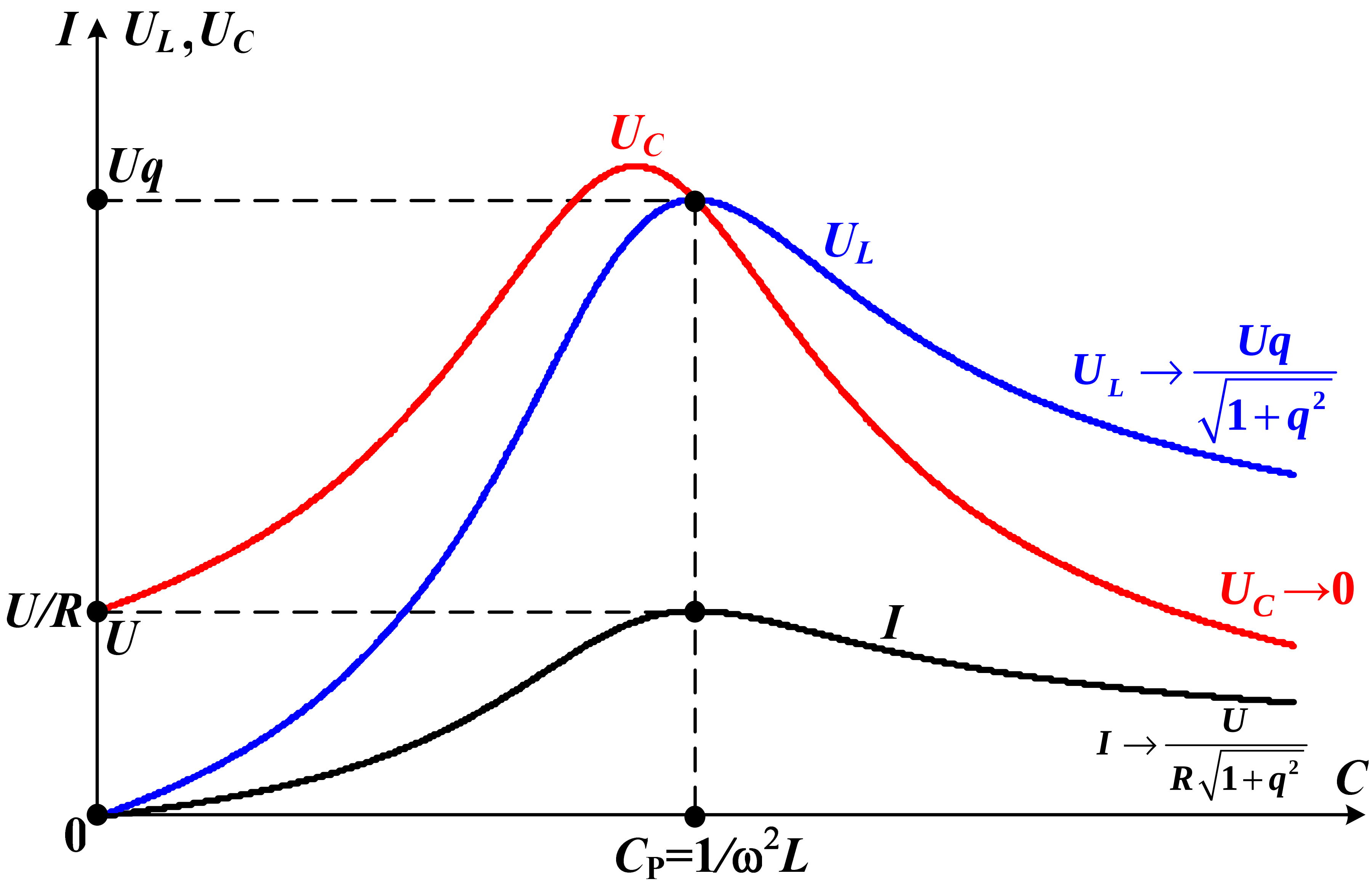




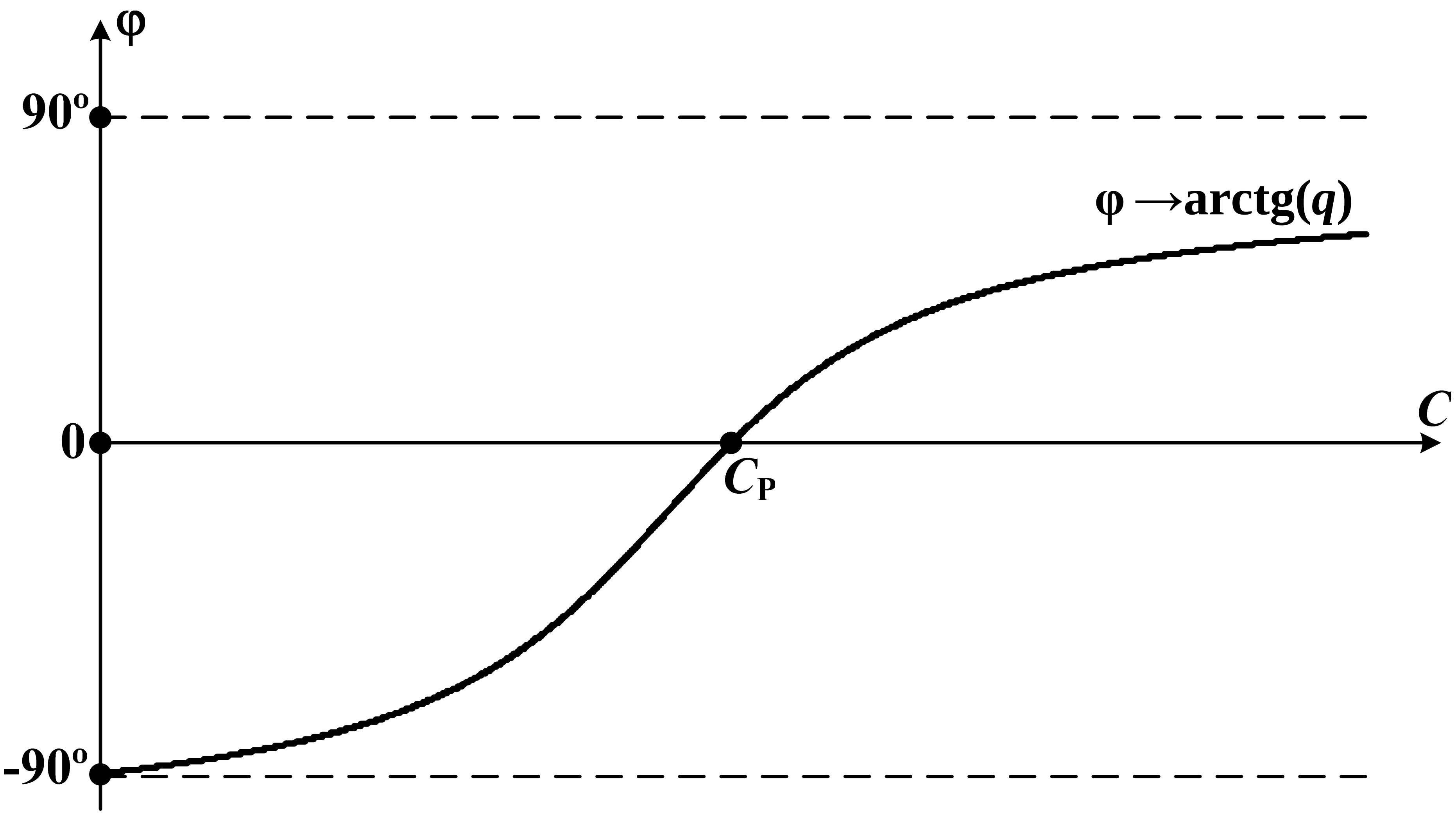
Резонанс напряжений можно получить при изменении

C, L или ω

Резонансные характеристики при изменении емкости *C*

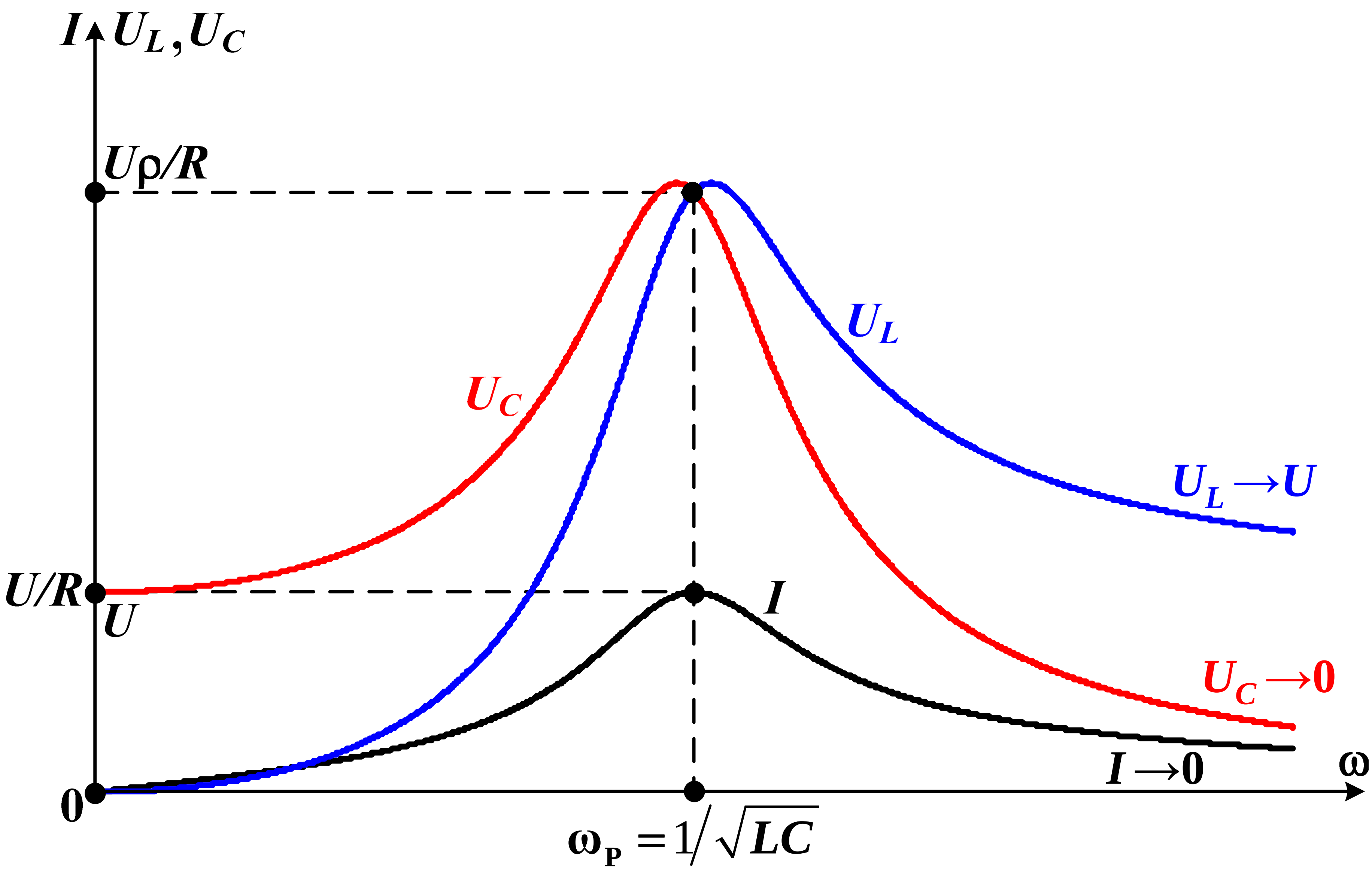


$q=\omega L/R$ - добротность

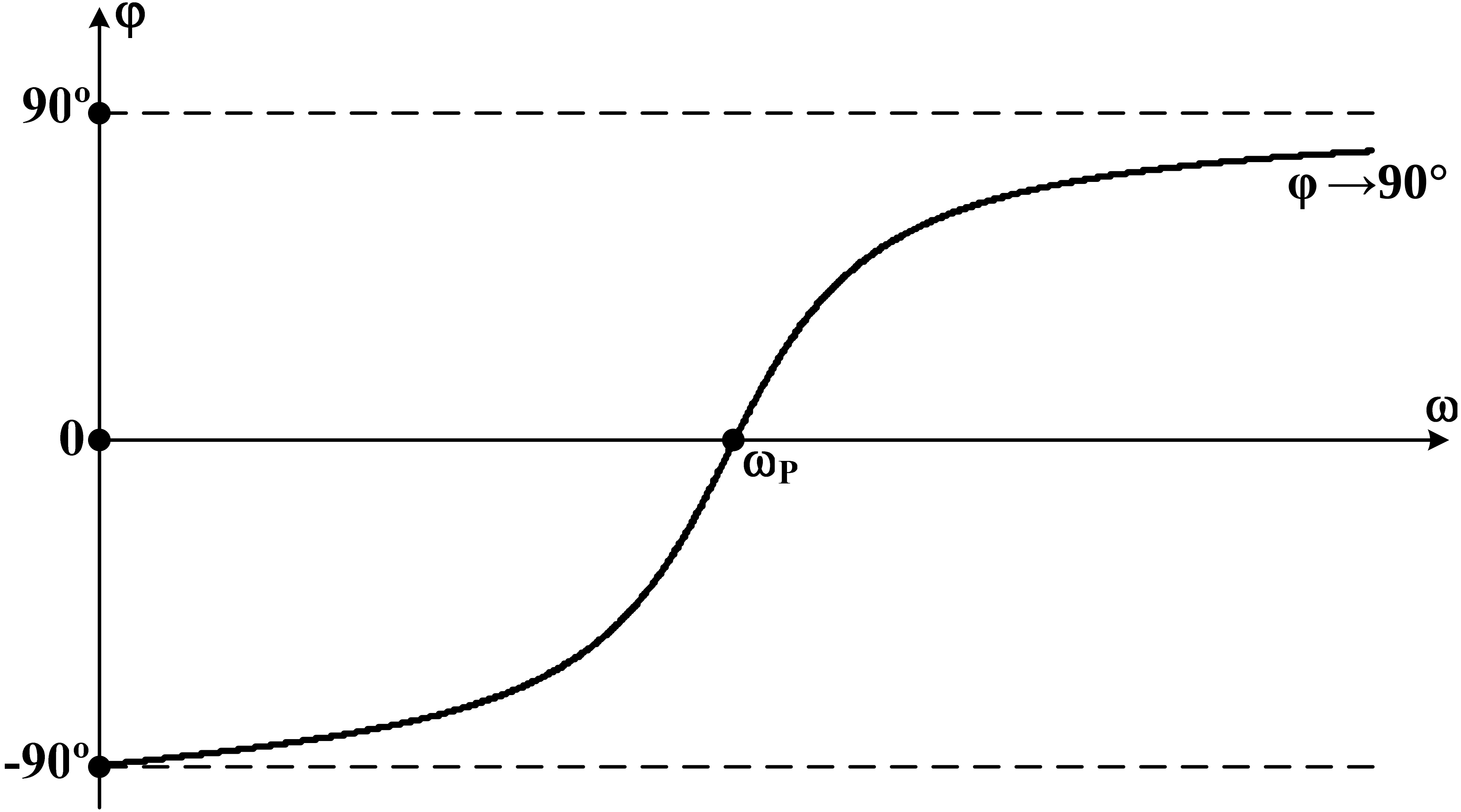


$q=\omega L/R$ - добротность

Частотные характеристики при изменении угловой частоты $\omega=2\pi f$



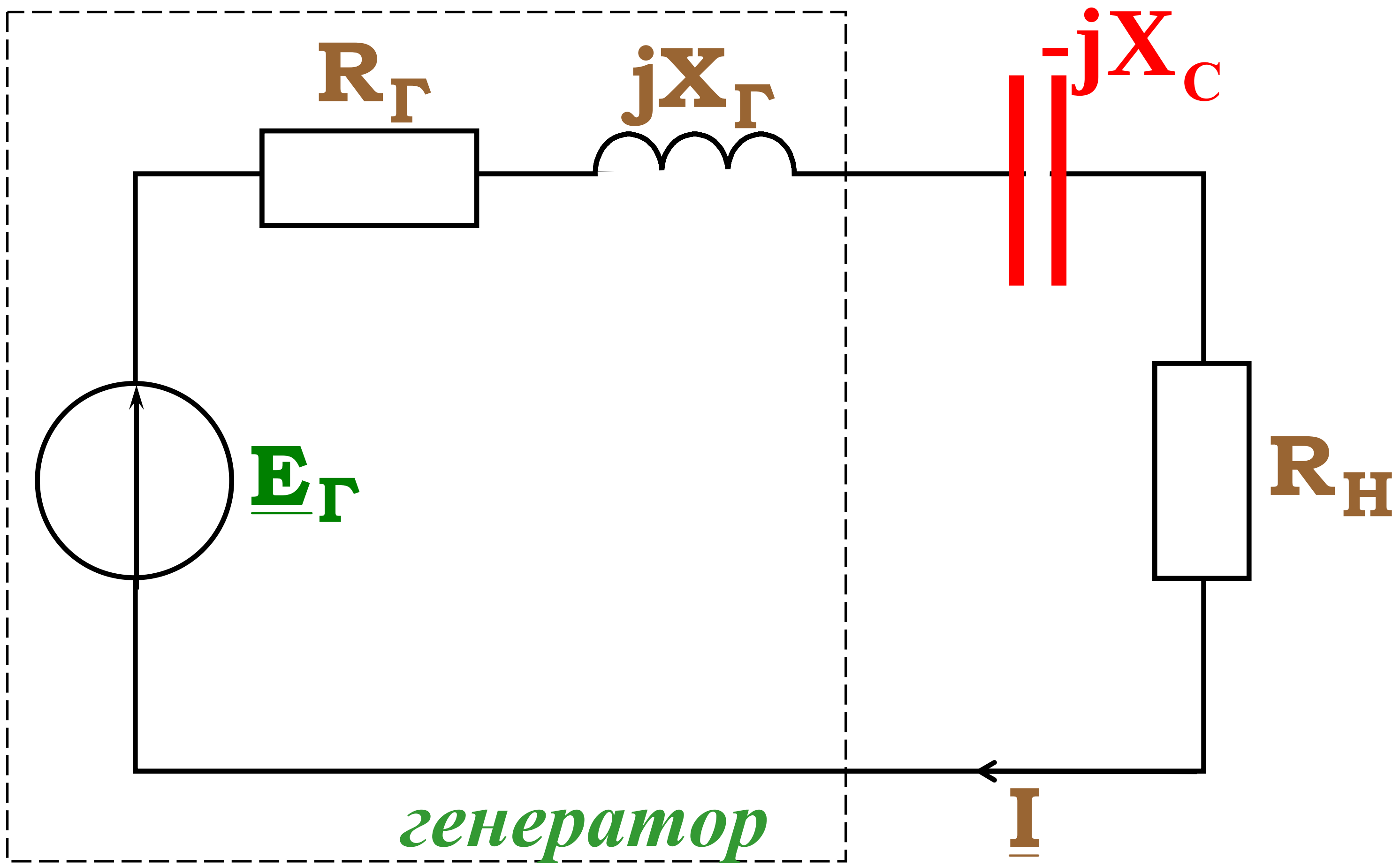
$\rho = \sqrt{L/C}$ - **характеристическое сопротивление**


φ
90°
φ →90°
ω
0
ω_P
-90°

Резонанс напряжений используется в радиотехнике для усиления сигналов определенной частоты

и в электроэнергетике
для увеличения
активной мощности
генератора

Например:



а) $X_C = 0 \quad (C = \infty)$

$$P_н^{'} = (I^{'})^2 R_н =$$

$$= \frac{E_г^2 R_н}{(R_г + R_н)^2 + X_г^2}, \quad (\text{Вт})$$

б) $X_C = X_Г$ (резонанс)

$$P_н^{''} = (I^{''})^2 R_н =$$

$$= \frac{E_г^2 R_н}{(R_г + R_н)^2} > P_н^{'}, \quad (Вт)$$

Примечание

Если R_k=0, то тогда

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{db}}=\boldsymbol{j}\boldsymbol{X}_L-\boldsymbol{j}\boldsymbol{X}_C=\mathbf{0}$$

- это идеальный резонанс напряжений