

7 лекция

Линейные электрические цепи с взаимной индуктивностью

**Электрические цепи с
взаимной индуктивностью
образуют трансформаторы,
электрические машины и
другие устройства
с магнитными потоками
и индуктивной
связью**

Две катушки или **две обмотки**
электрических машин
с токами
индуктивно связаны, если
часть магнитного потока
одной катушки сцепляется
с витками другой катушки
и наоборот

Параметрами **индуктивной**
связи являются **взаимная**
индуктивность **M** и
коэффициент связи **K_{св}** ,
причем **M** пропорциональна
взаимным магнитным
потокам $\Phi_{12} = \Phi_{21}$

Взаимная индуктивность

$$M = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1} \quad , \text{Гн}$$

Коэффициент связи

$$K_{св} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1$$

Где

w_1 , w_2

- числа витков катушек

Φ_{12} , Φ_{21}

- взаимные магнитные потоки

i_1 , i_2

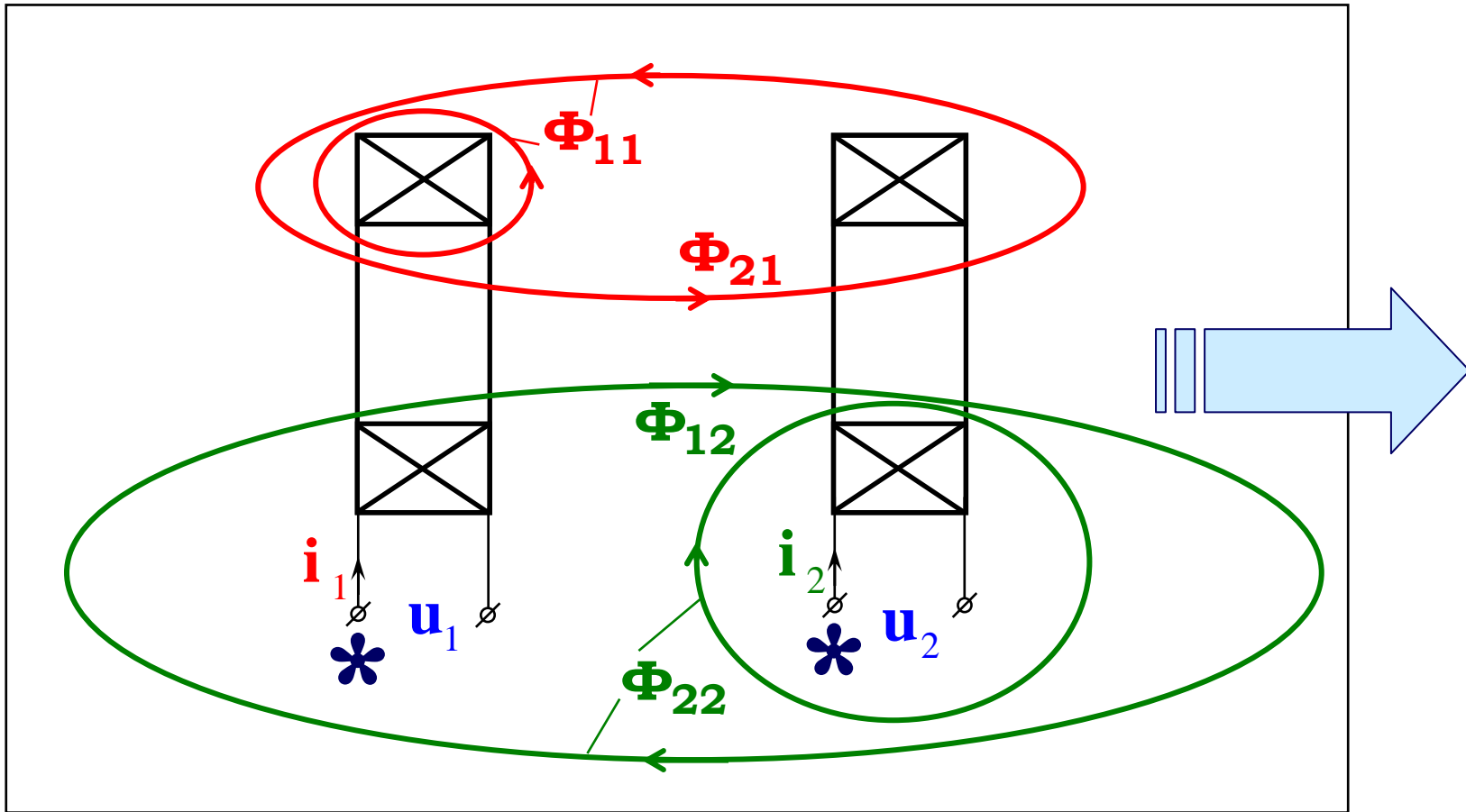
- токи катушек

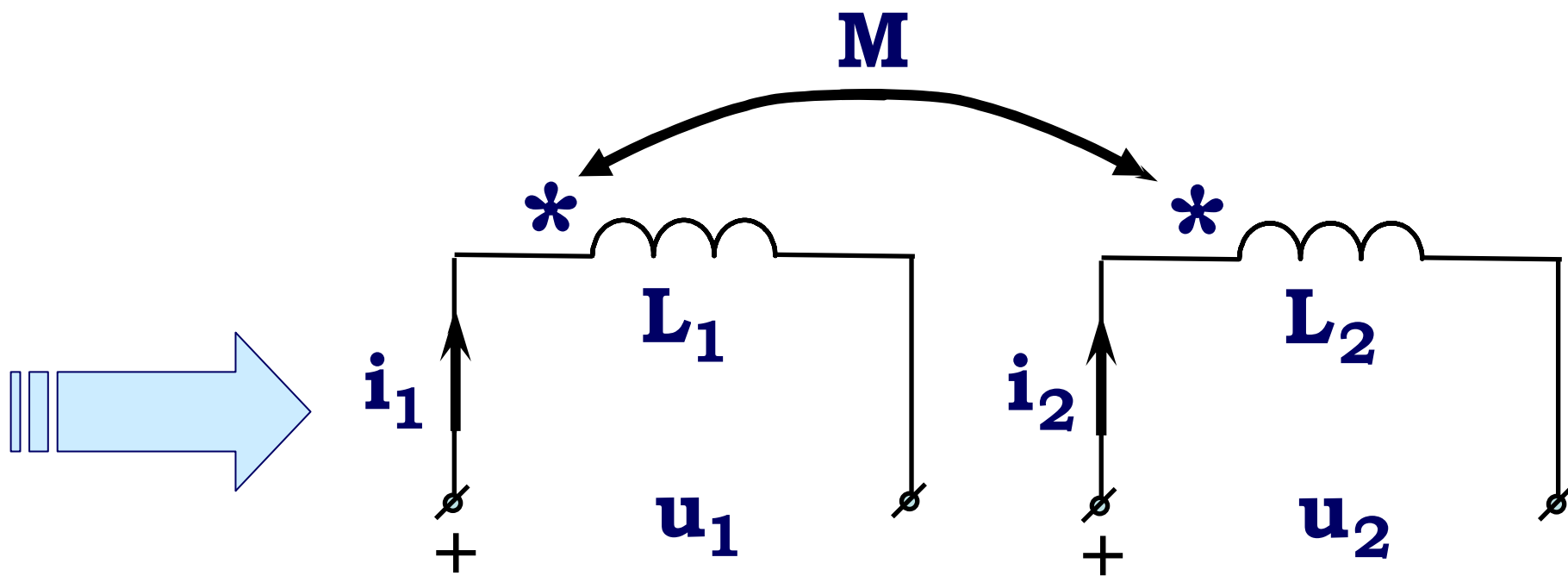
L_1 , L_2

- собственные индуктивности катушек

Различают
согласное и встречное
включение двух
ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫХ
катушек

1. Согласное включение





**Включение двух катушек
называется **согласным**,
если их **взаимные** магнитные
потоки Φ_{12} и Φ_{21} **совпадают**
по направлению между собой.
При этом **токи** катушек i_1 и i_2
ориентированы одинаковым
образом относительно
одноименных зажимов (*)**

Напряжения

$$u_1 = w_1 \frac{d(\Phi_{11} + \Phi_{12})}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = w_2 \frac{d(\Phi_{22} + \Phi_{21})}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

При гармонических токах и напряжениях

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = \underline{U}_{L_1} + \underline{U}_{M_1}$$

$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1 = \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{M_2}$$

Где

$$\underline{U}_{L_1} = j\omega L_1 \underline{I}_1 = jX_{L_1} \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_{L_2} = j\omega L_2 \underline{I}_2 = jX_{L_2} \underline{I}_2$$

- составляющие напряжений, обусловленные собственными ИНДУКТИВНОСТЯМИ

Где

$$\underline{U}_{M_1} = j\omega M \underline{I}_2 = jX_M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{M_2} = j\omega M \underline{I}_1 = jX_M \underline{I}_1$$

- составляющие напряжений, обусловленные взаимной индуктивностью

Где

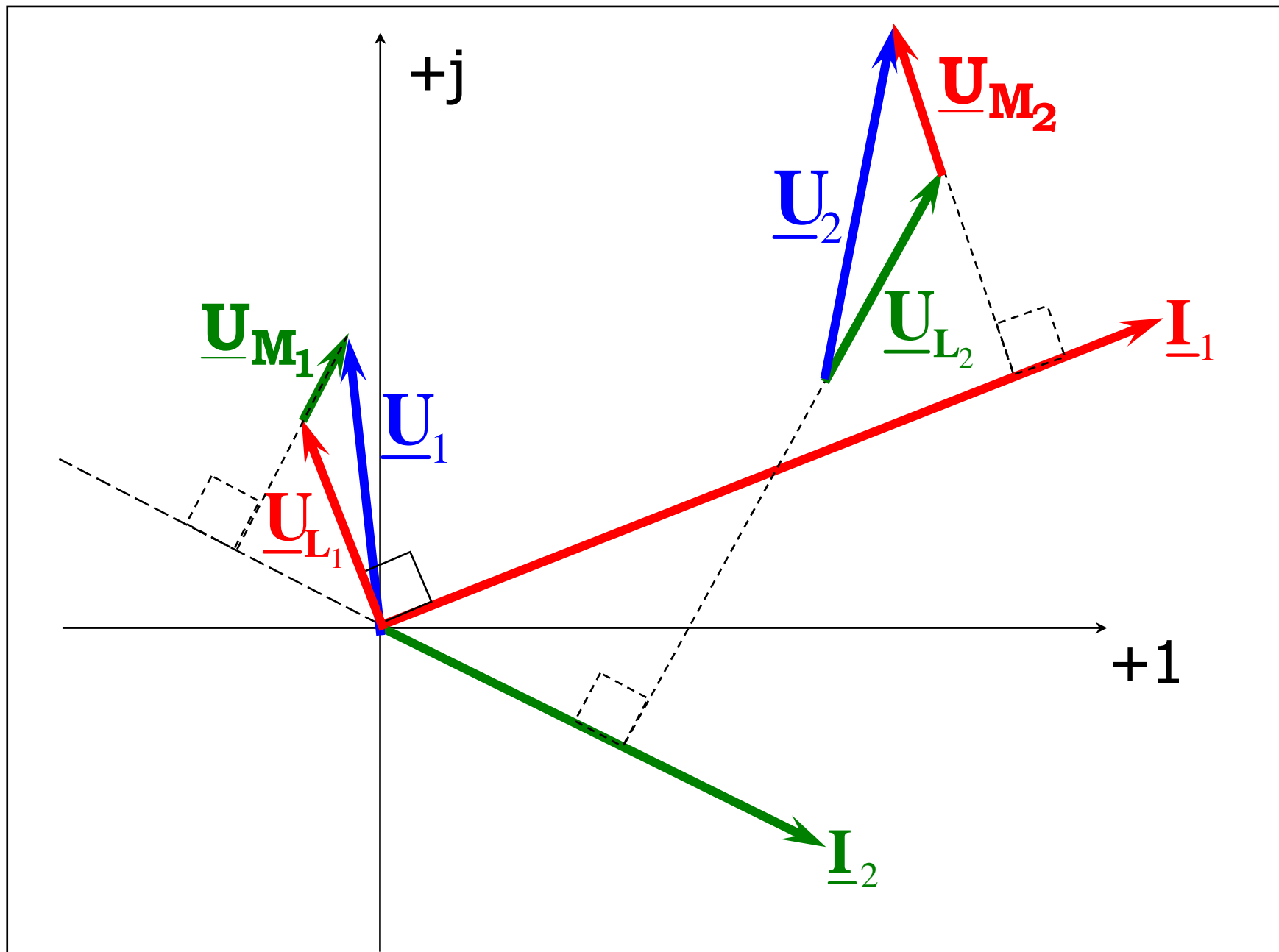
$$\mathbf{X}_{L_1} = \omega \mathbf{L}_1$$

$$\mathbf{X}_{L_2} = \omega \mathbf{L}_2$$

- индуктивные сопротивления

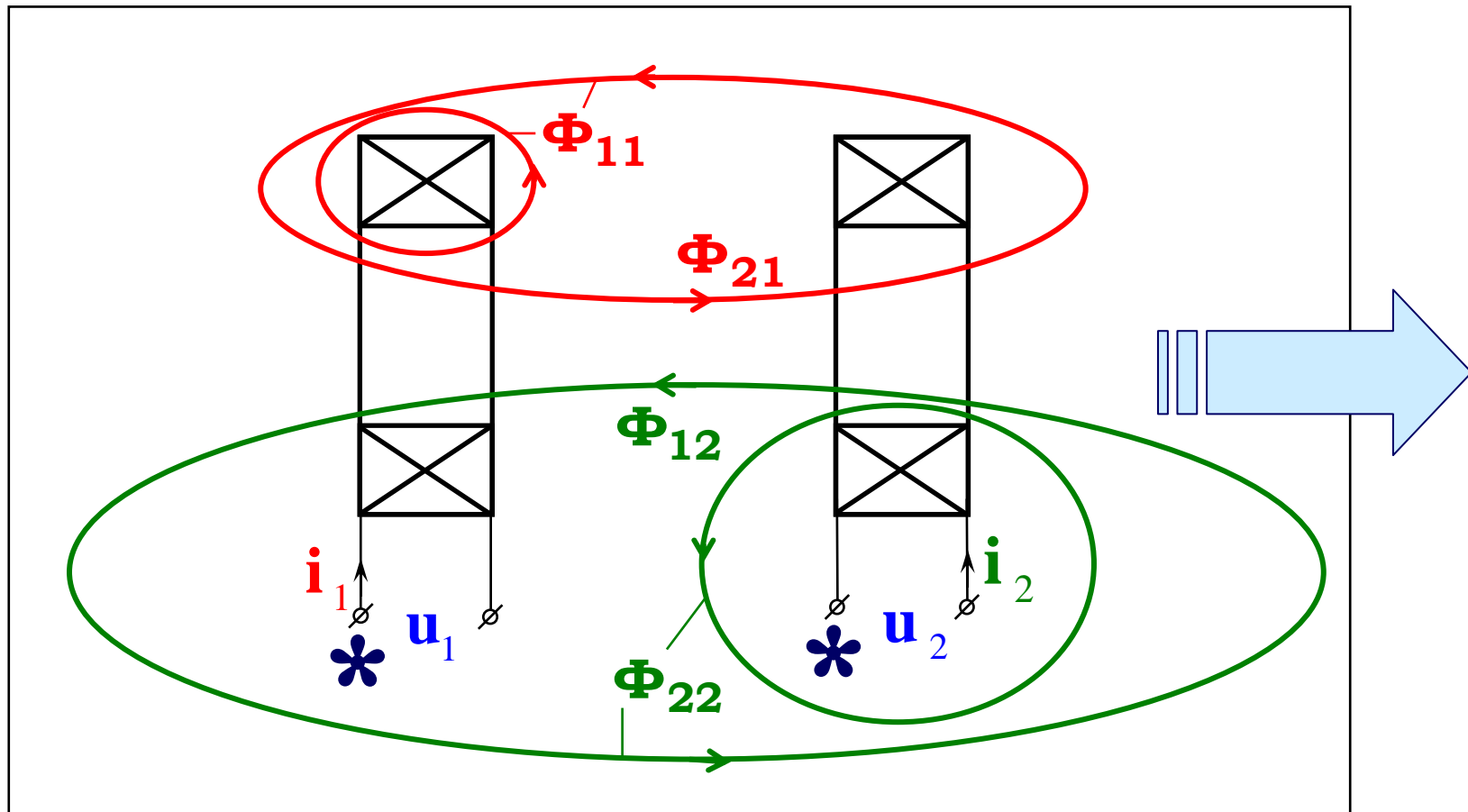
$$\mathbf{X}_M = \omega M$$

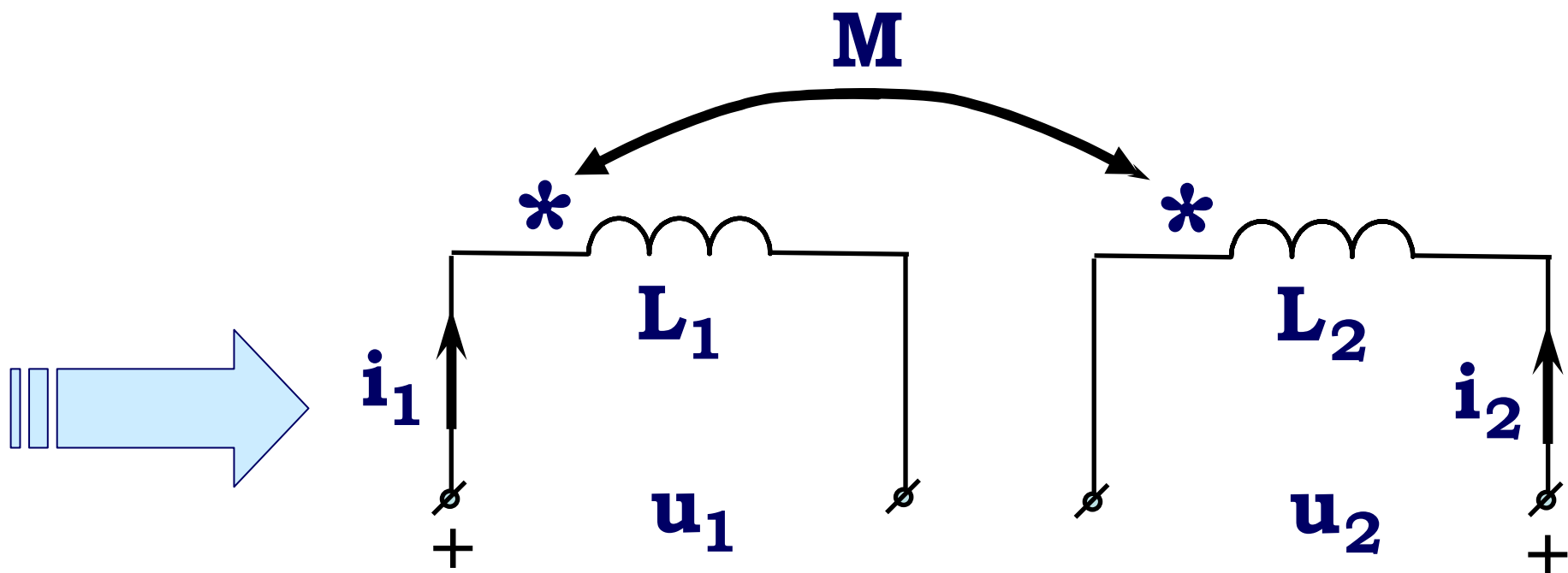
- сопротивление взаимной индукции



**При согласном включении
составляющие напряжений
взаимной индукции \underline{U}_{M1} и \underline{U}_{M2}
опережают токи их
создающие \underline{I}_2 и \underline{I}_1
соответственно на 90°**

2. Встречное включение





Включение двух катушек
называется **встречным,**
если их **взаимные магнитные**
потоки Φ_{12} и Φ_{21} направлены
навстречу друг другу.

При этом **токи катушек i_1 и i_2**
ориентированы **различным**
образом **относительно**
****одноименных зажимов** (*)**

Напряжения

$$u_1 = w_1 \frac{d(\Phi_{11} - \Phi_{12})}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = w_2 \frac{d(\Phi_{22} - \Phi_{21})}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

При гармонических токах и напряжениях

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 = \underline{U}_{L_1} + \underline{U}_{M_1}$$

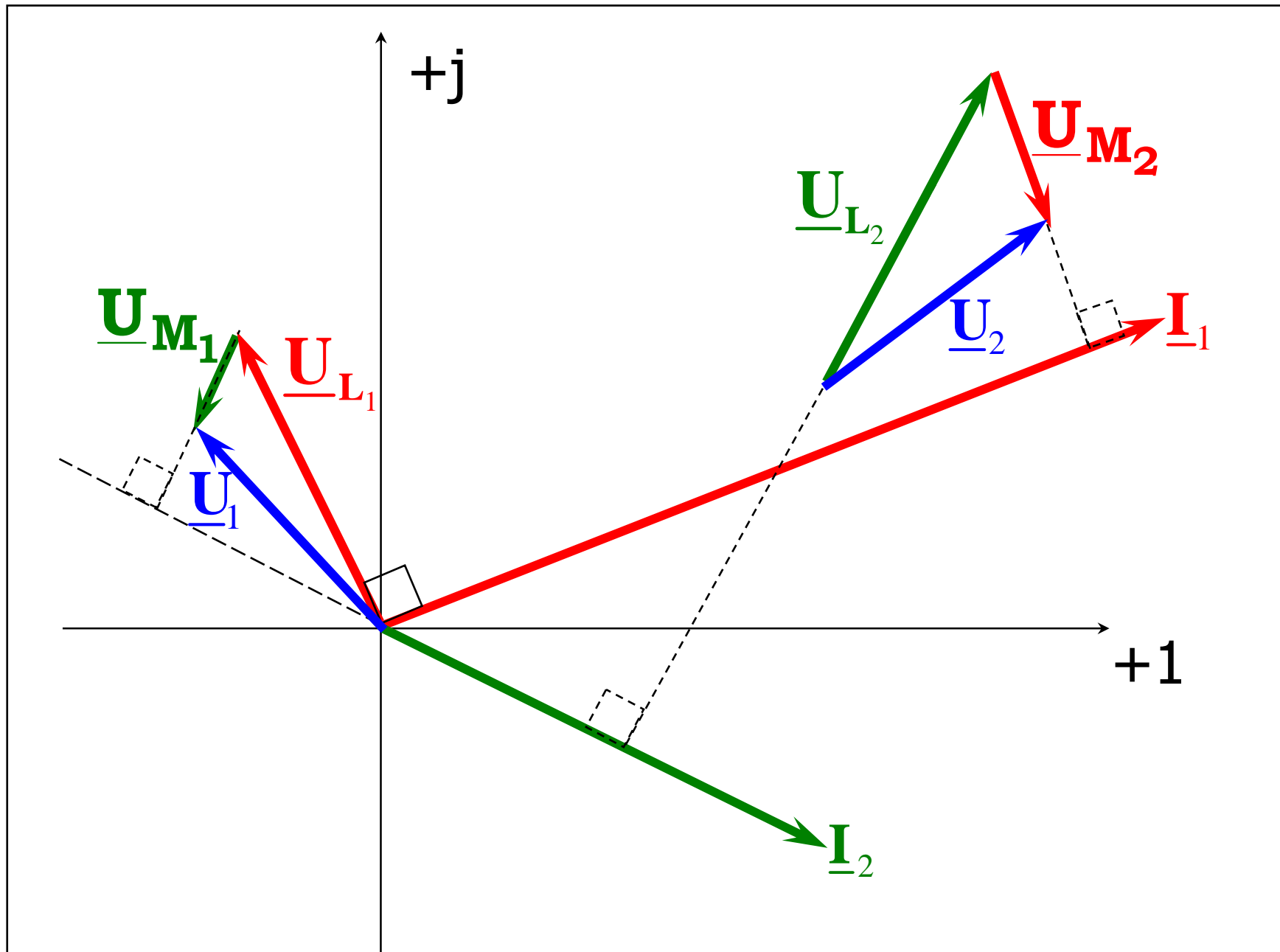
$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 = \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{M_2}$$

Где

$$\underline{U}_{M_1} = -j\omega M \underline{I}_2 = -jX_M \underline{I}_2$$

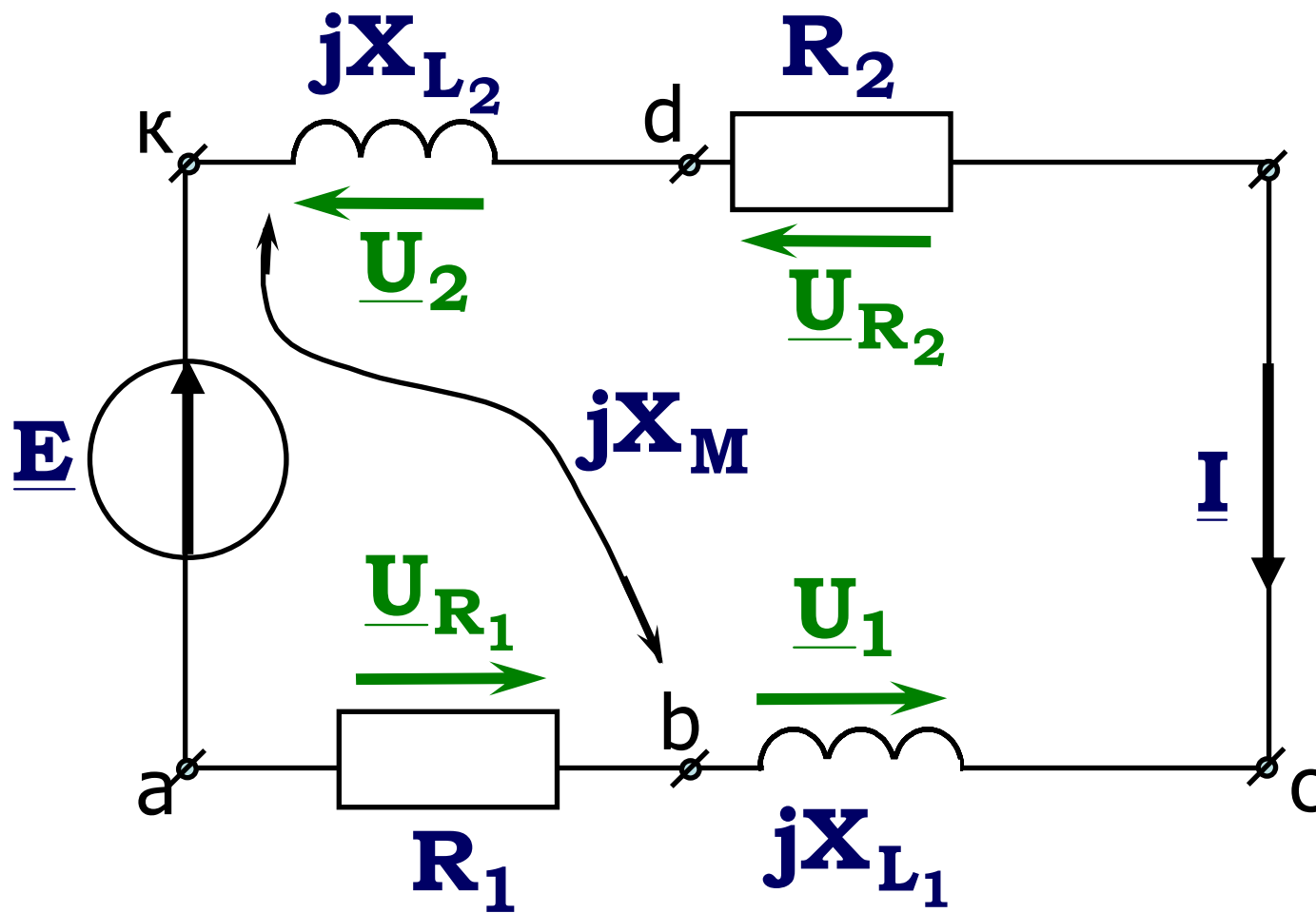
$$\underline{U}_{M_2} = -j\omega M \underline{I}_1 = -jX_M \underline{I}_1$$

- составляющие напряжений, обусловленные взаимной индуктивностью



При **встречном** включении
составляющие напряжений
взаимной индукции \underline{U}_{M1} и \underline{U}_{M2}
отстают от токов их
создающих \underline{I}_2 и \underline{I}_1
соответственно **на 90°**

Последовательное соединение двух ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫХ катушек



$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}$$

По 2 закону Кирхгофа

$$\underline{E} = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_1 + \underline{U}_{R_2} + \underline{U}_2$$

- ИЛИ

$$\underline{E} = \mathbf{R}_1 \underline{I} + (\mathbf{jX}_{L_1} \underline{I} \pm \mathbf{jX}_M \underline{I}) + \\ + \mathbf{R}_2 \underline{I} + (\mathbf{jX}_{L_2} \underline{I} \pm \mathbf{jX}_M \underline{I})$$

В результате

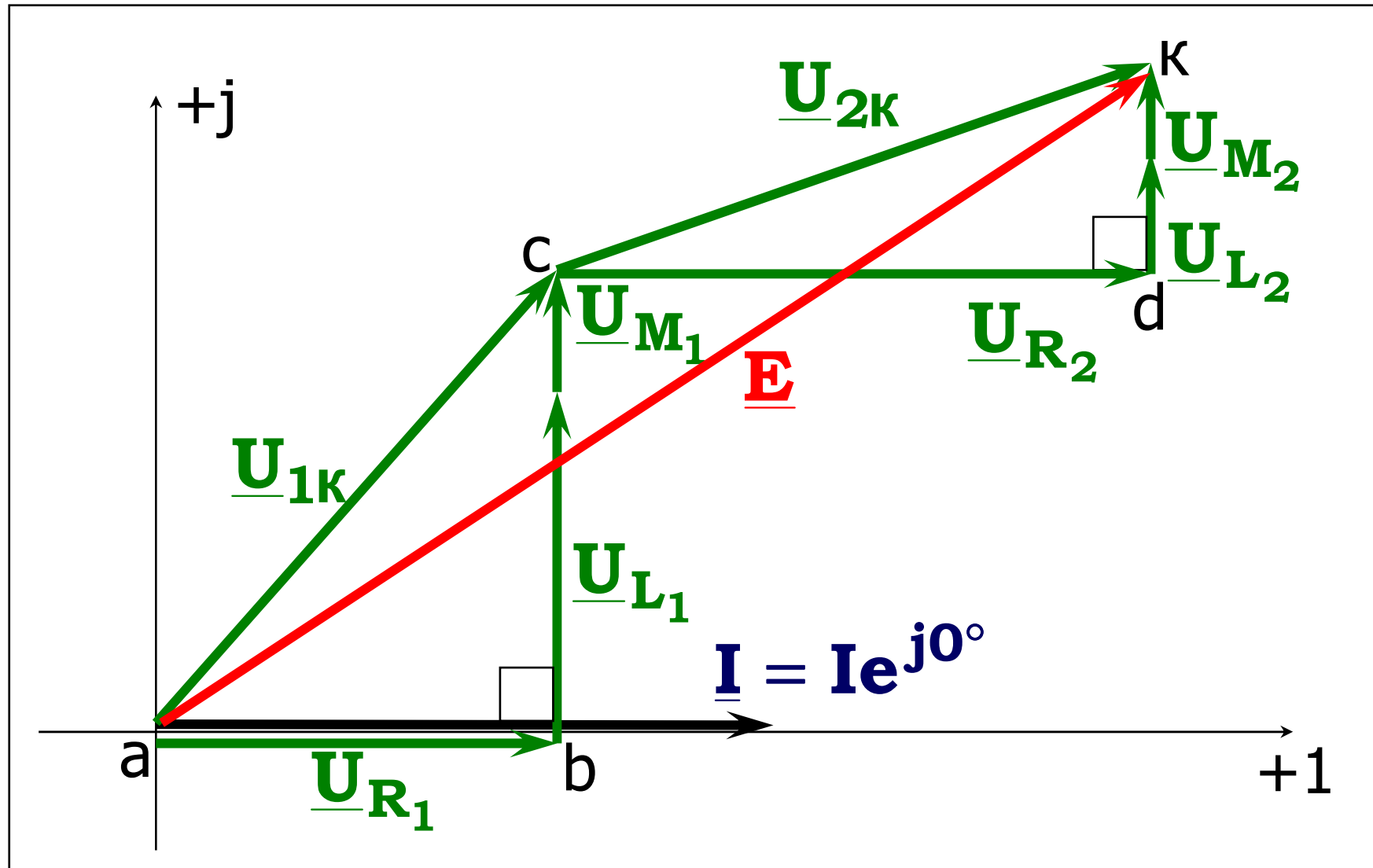
$$\underline{\mathbf{I}} = \frac{\underline{\mathbf{E}}}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{j}(\mathbf{X}_{L_1} + \mathbf{X}_{L_2} \pm 2\mathbf{X}_M)};$$

$$\mathbf{X}_M = \omega\mathbf{M}$$

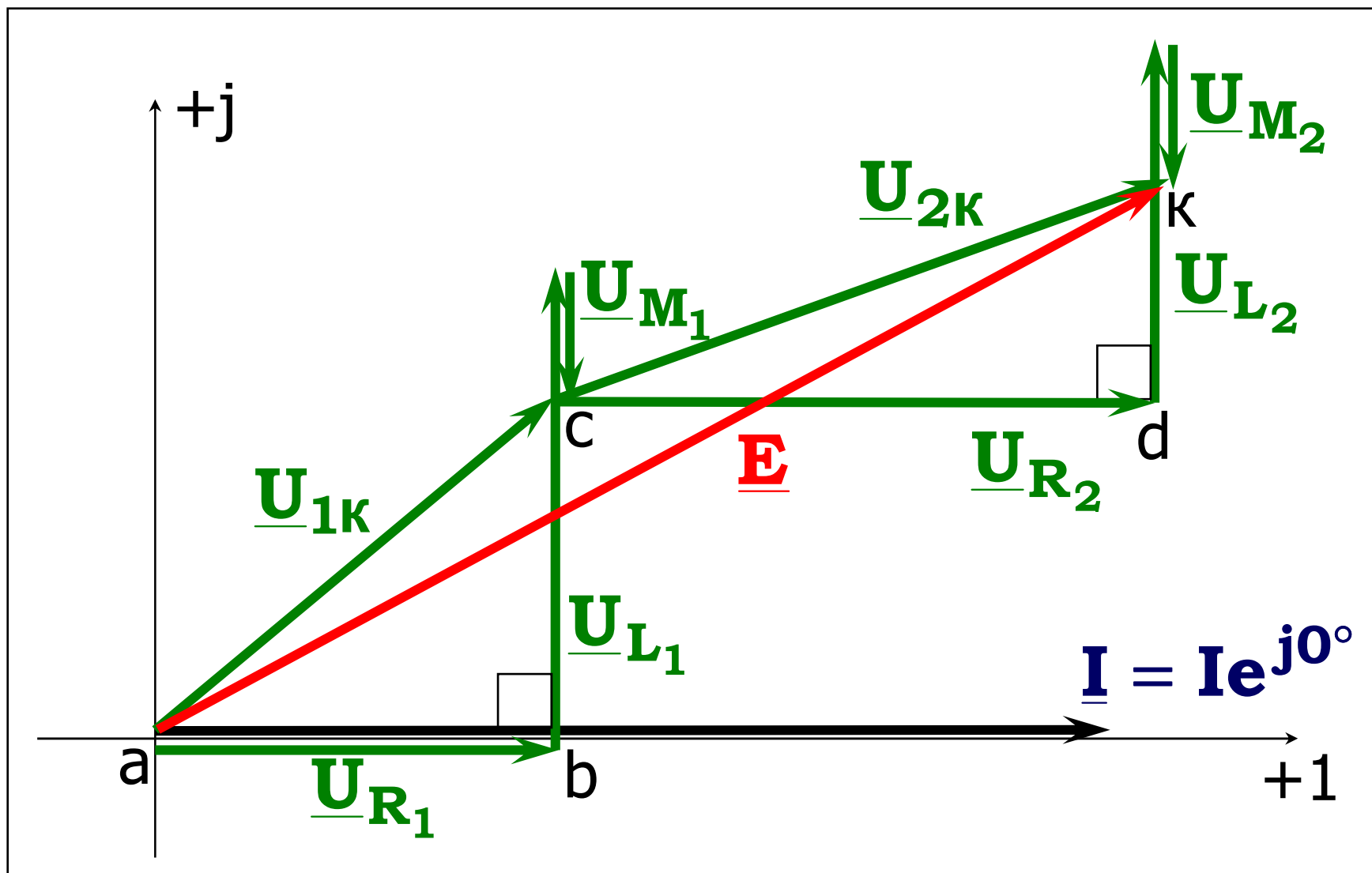
- знак \oplus - согласное включение,
- знак \ominus - встречное включение

В результате **большой ток I
соответствует **встречному**
****включению******

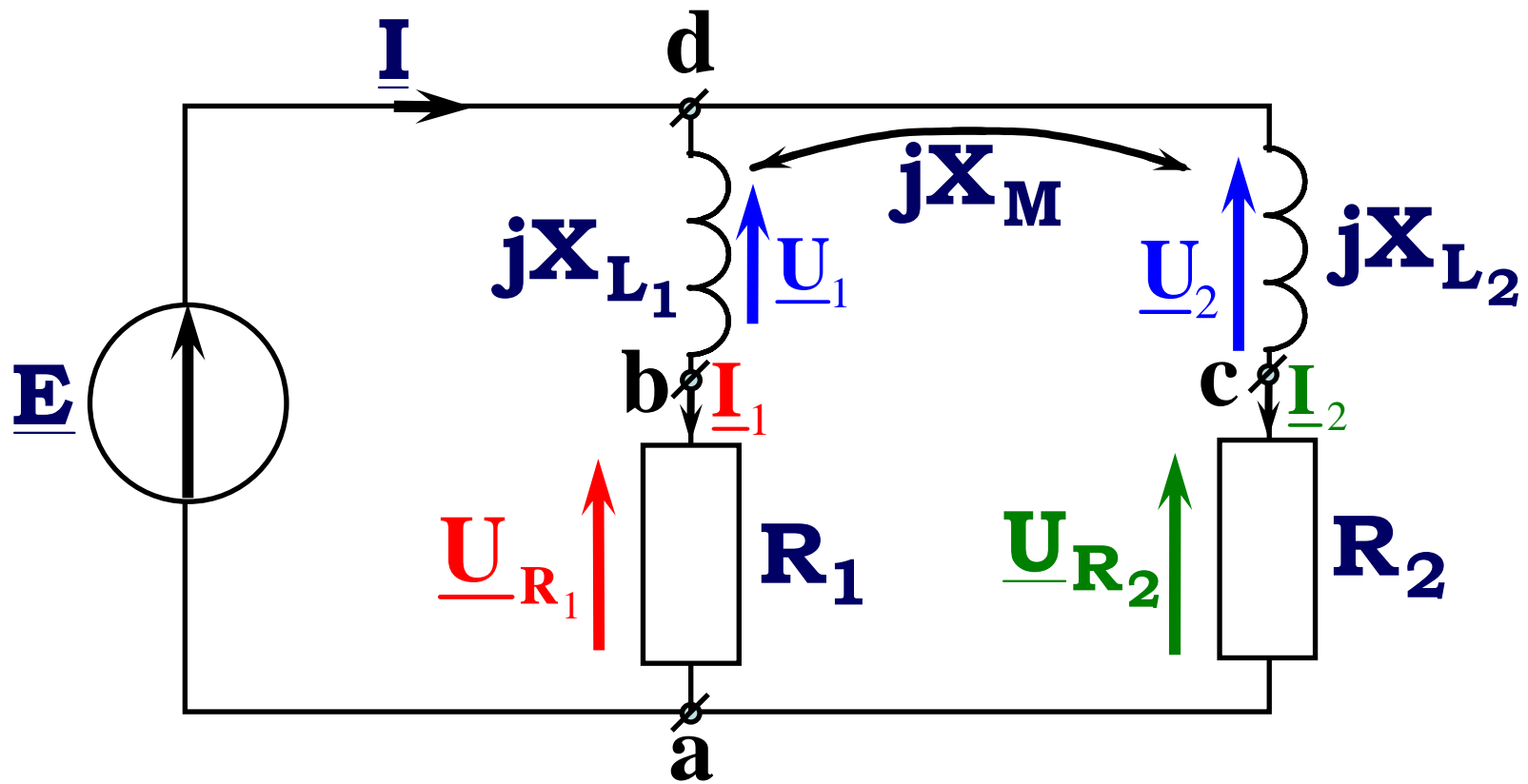
1. Согласное включение (+)



2. Встречное включение (-)



Параллельное соединение двух ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫХ катушек



Уравнения по законам Кирхгофа:

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{I}}_1 + \underline{\mathbf{I}}_2$$

$$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}_1} + \underline{\mathbf{U}}_1 = \mathbf{R}_1 \underline{\mathbf{I}}_1 + (\mathbf{jX}_{L_1} \underline{\mathbf{I}}_1 \pm \mathbf{jX}_M \underline{\mathbf{I}}_2)$$

$$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}_2} + \underline{\mathbf{U}}_2 = \mathbf{R}_2 \underline{\mathbf{I}}_2 + (\mathbf{jX}_{L_2} \underline{\mathbf{I}}_2 \pm \mathbf{jX}_M \underline{\mathbf{I}}_1)$$

В результате:

$$\underline{\mathbf{I}}_1 = \left[\frac{\underline{\mathbf{Z}}_2 - (\pm j\mathbf{X}_M)}{\underline{\mathbf{Z}}_1 \underline{\mathbf{Z}}_2 + \mathbf{X}_M^2} \right] \cdot \underline{\mathbf{E}}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_2 = \left[\frac{\underline{\mathbf{Z}}_1 - (\pm j\mathbf{X}_M)}{\underline{\mathbf{Z}}_1 \underline{\mathbf{Z}}_2 + \mathbf{X}_M^2} \right] \cdot \underline{\mathbf{E}}$$

$$\underline{\mathbf{I}} = \left[\frac{\underline{\mathbf{Z}}_1 + \underline{\mathbf{Z}}_2 - 2(\pm j\mathbf{X}_M)}{\underline{\mathbf{Z}}_1 \underline{\mathbf{Z}}_2 + \mathbf{X}_M^2} \right] \cdot \underline{\mathbf{E}}$$

Где

$$\underline{\mathbf{Z}}_1 = \mathbf{R}_1 + \mathbf{jX}_{L_1} \quad \underline{\mathbf{Z}}_2 = \mathbf{R}_2 + \mathbf{jX}_{L_2}$$

- знак \oplus - согласное включение,
- знак \ominus - встречное включение

В результате **большой ток I
соответствует **встречному**
****включению******

2. Встречное включение (-)

