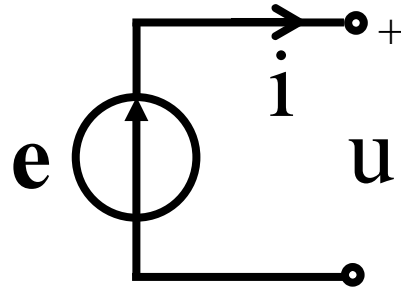


2 лекция

**II. Активные
линейные
элементы
схем замещения**

1. Источник ЭДС e



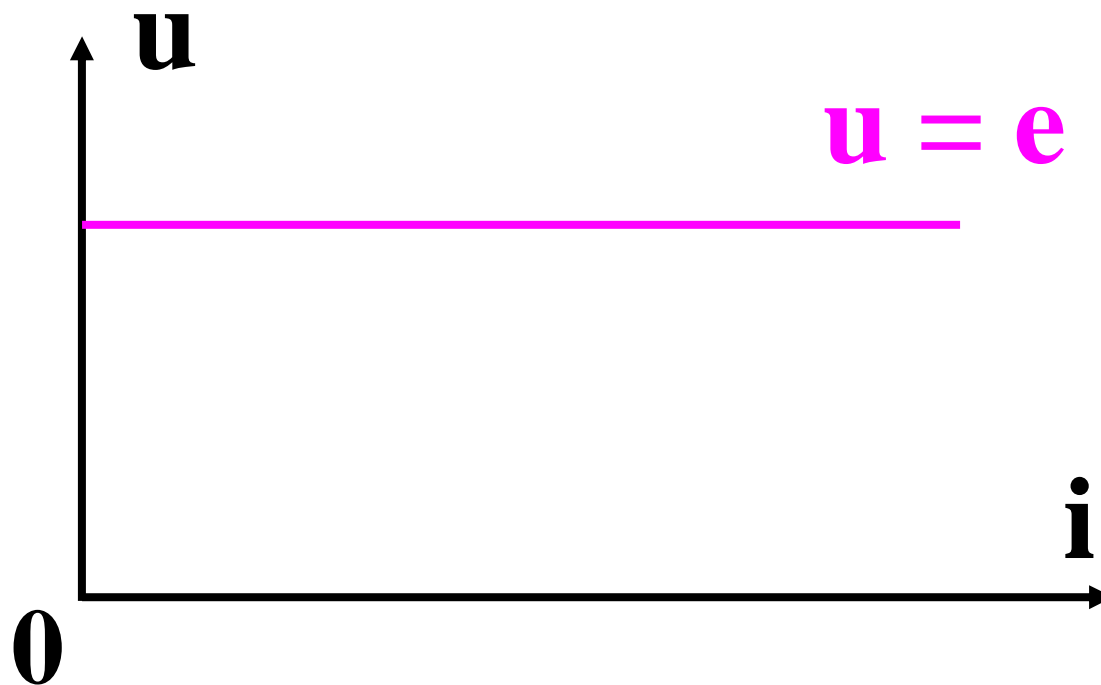
Напряжение: $u = e$ (В)

Генерируемая мощность:

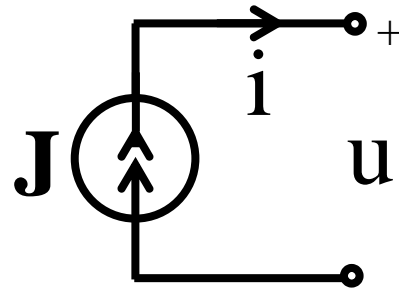
$$p = e \cdot i \text{ (Вт)}$$

Идеальный источник ЭДС e
характеризуется напряжением u ,
которое не зависит
от протекающего тока i ,
причем внутреннее сопротивление
этого источника равно нулю

Вольтамперная характеристика $u(i)$



2. Источник тока J



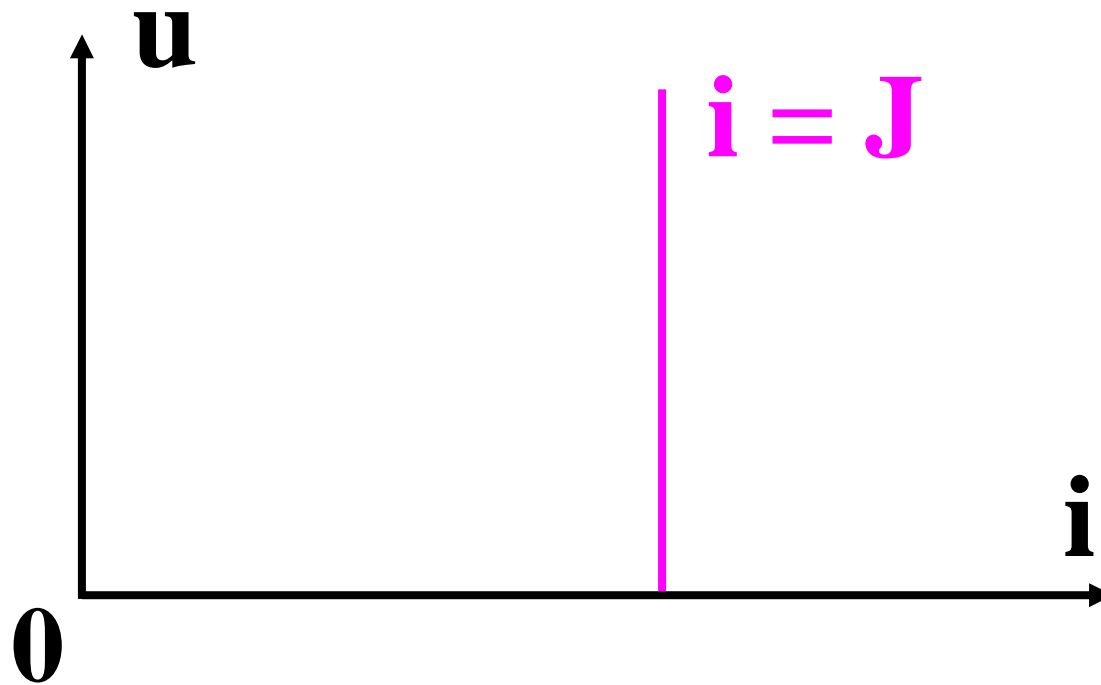
Ток: $i = J \text{ (A)}$

Генерируемая мощность:

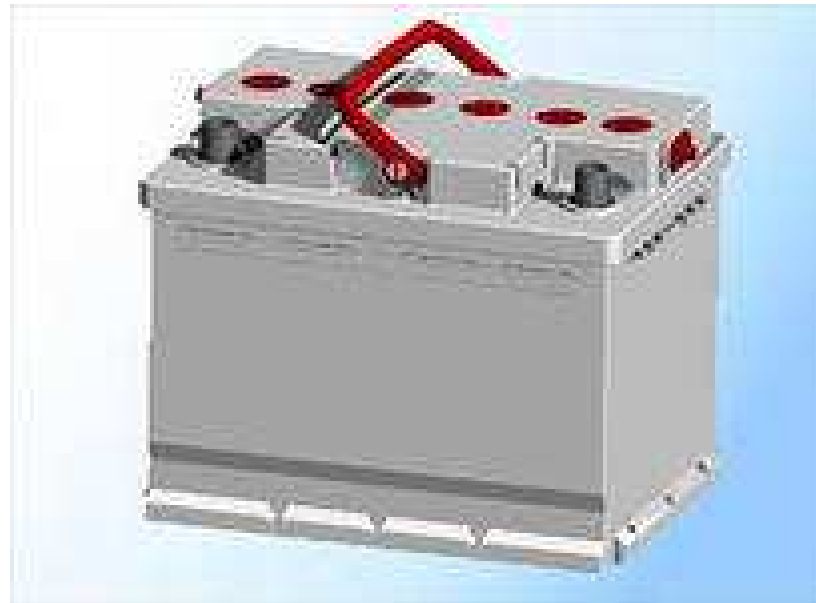
$$p = uJ \text{ (Вт)}$$

Идеальный источник тока J
характеризуется током i ,
который не зависит
от напряжения u ,
причем внутреннее сопротивление
его равно бесконечности

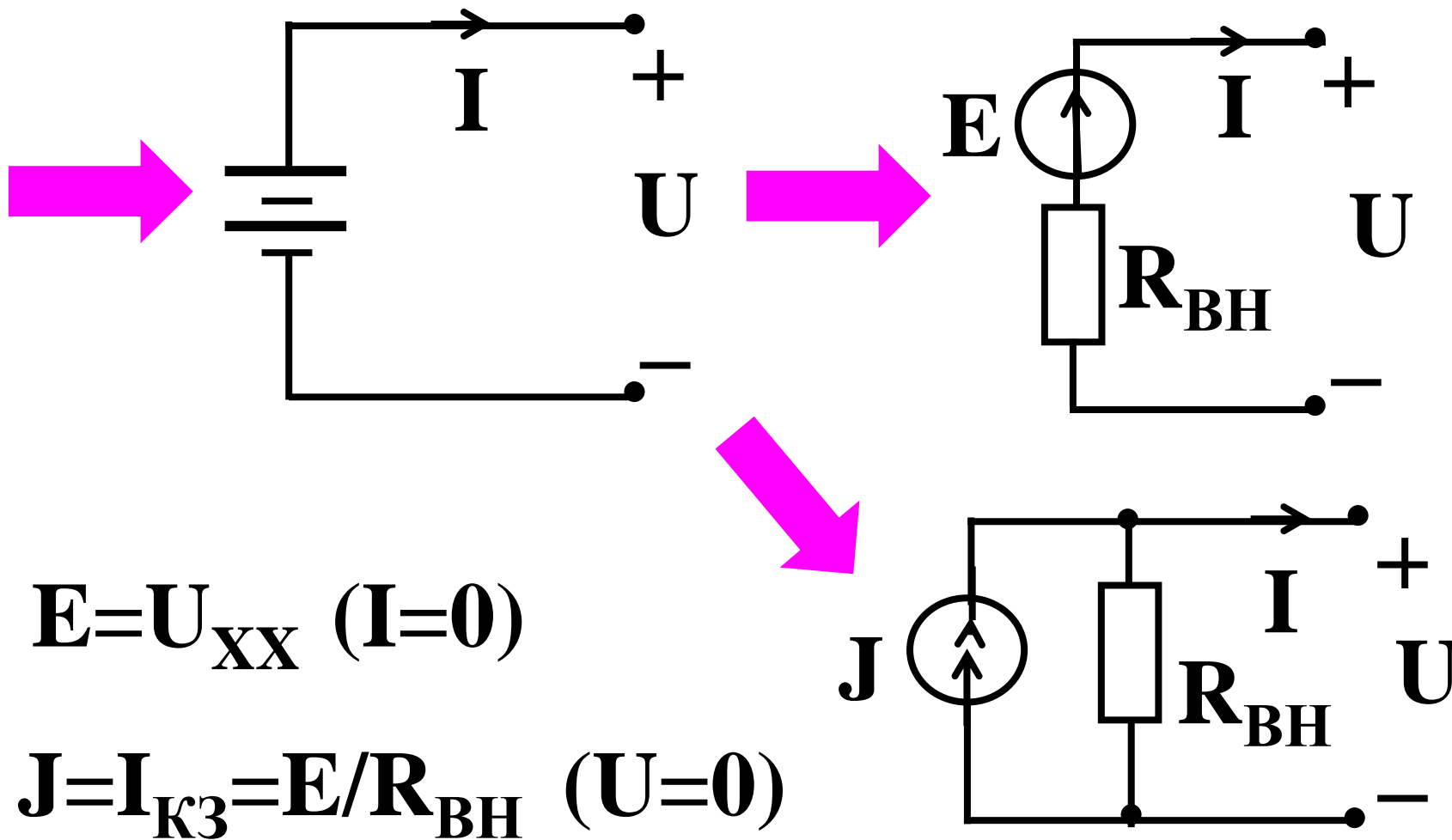
Вольтамперная характеристика $u(i)$



Активные и пассивные элементы
применяются для составления
схем замещения **реальных**
источников электромагнитной
энергии, например, **аккумуляторов**:



Схемы замещения аккумулятора:



Топологические понятия

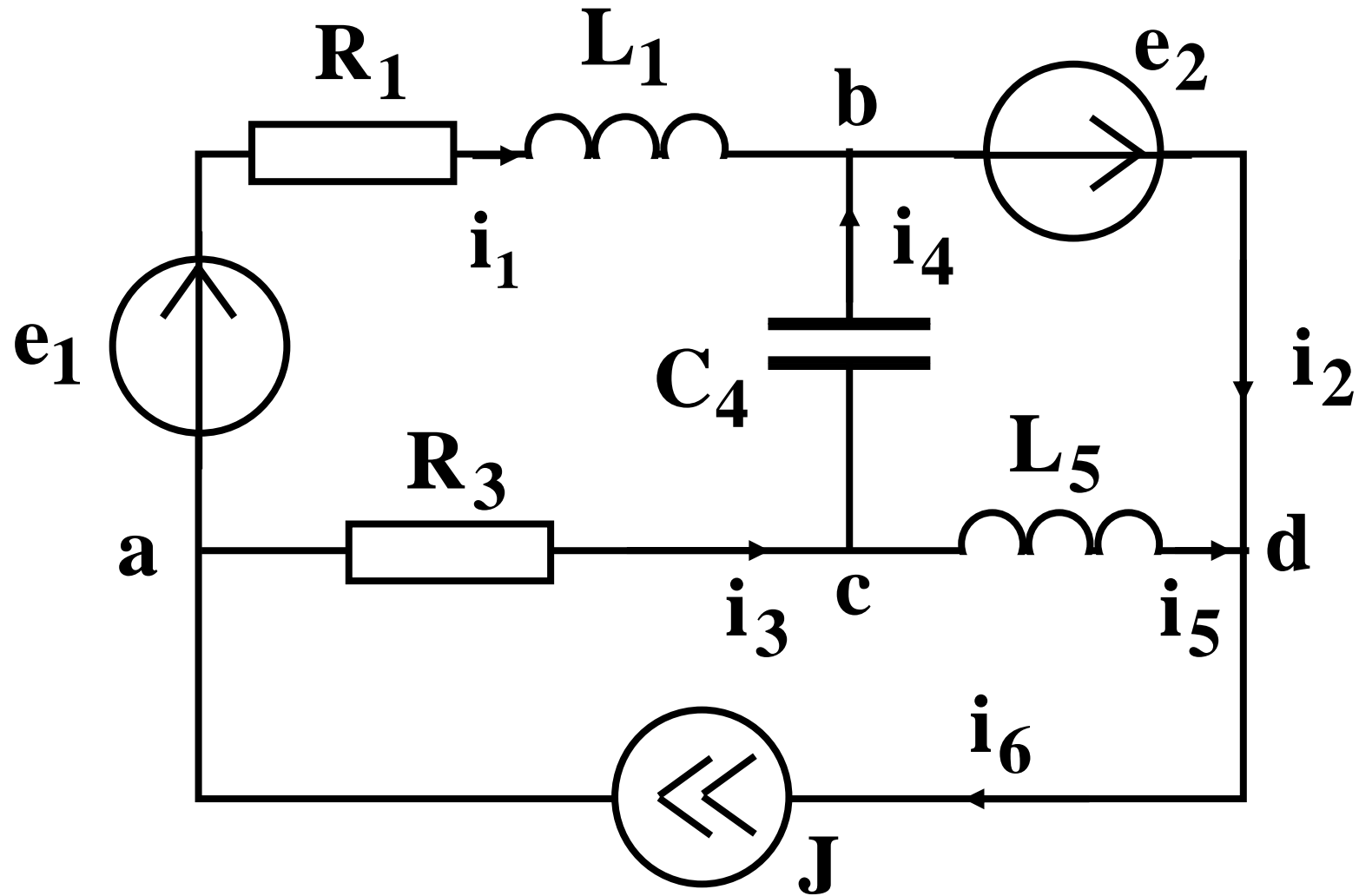
Топологические понятия
применяются
при анализе и расчете
схем замещения электрических
цепей

Ветвь – это часть схемы,
содержащая
последовательно
соединенные элементы
цепи, по которым течет
один ток

Узел – это точка схемы,
к которой подходит
не менее **трех ветвей**

Контур – это замкнутая
часть схемы, образованная
ее **ветвями**, причем
в элементарный контур
не входят другие контуры

Пример схемы



$n_y=4$ – число **узлов**;

$n_v=6$ – число **ветвей**;

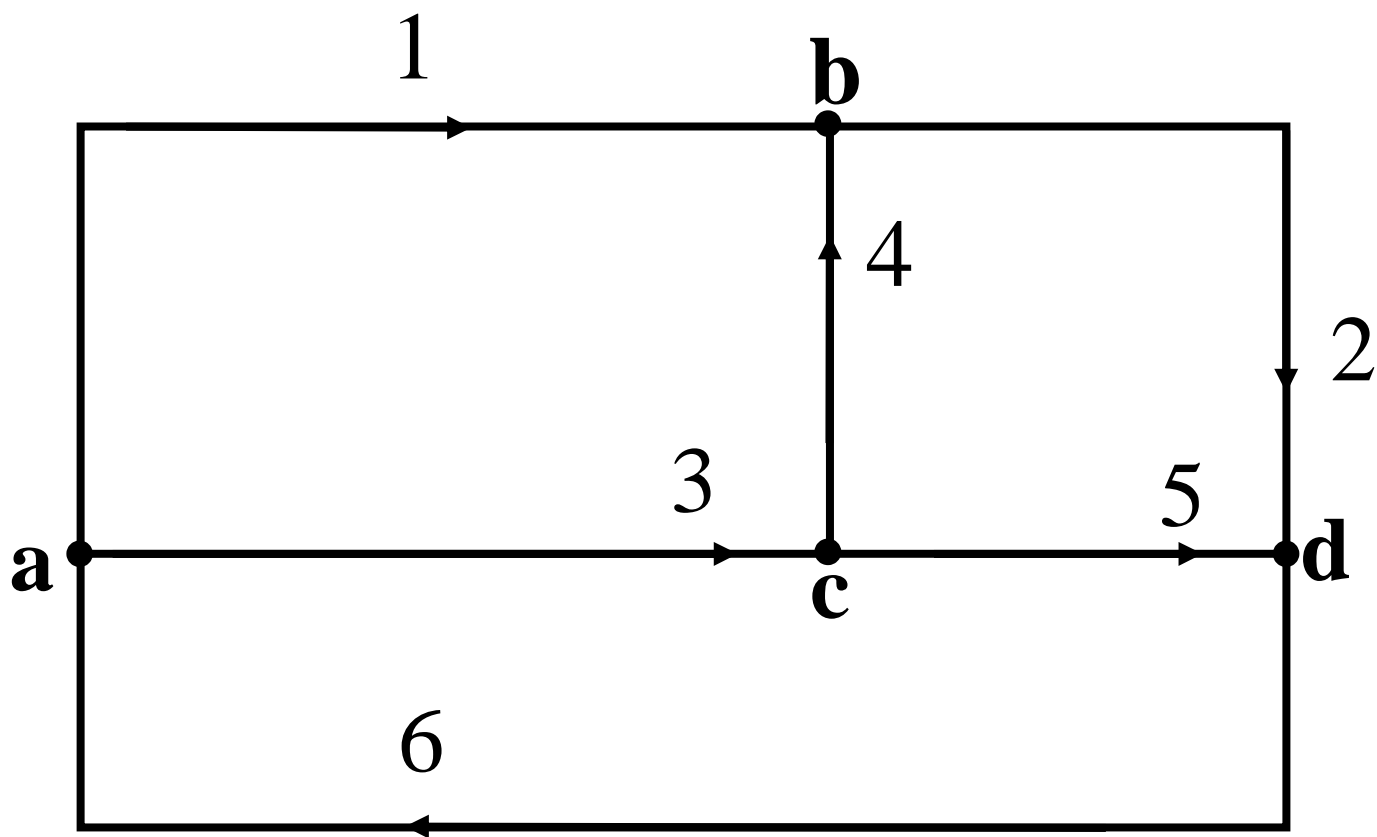
abda – **контур**;

abca – **элементарный**

контур.

Граф – это система из
узлов и ветвей, которая
отражает **геометрическую**
структуру схемы и
принятые **направления**
ТОКОВ.

Граф



Законы Кирхгофа

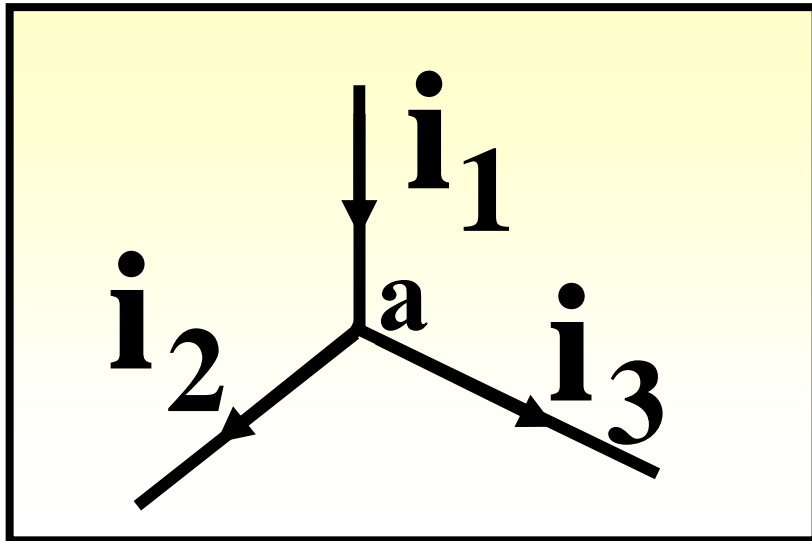
Законы Кирхгофа
справедливы для линейных и
нелинейных цепей при
постоянных и переменных
напряжениях и токах

1. Первый закон Кирхгофа

Для любого **узла** цепи
алгебраическая **сумма токов**
равна нулю,
причем со знаком “**+**”
принимаются токи,
выходящие из узла:

$$\sum i_k = 0$$

Например:



узел **a**:

$$-i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

**Физически первый закон
Кирхгофа –
это закон непрерывности
электрического тока**

Для схемы с n_y узлами
по первому закону
Кирхгофа можно составить
 $n_1 = n_y - 1$
независимых уравнений

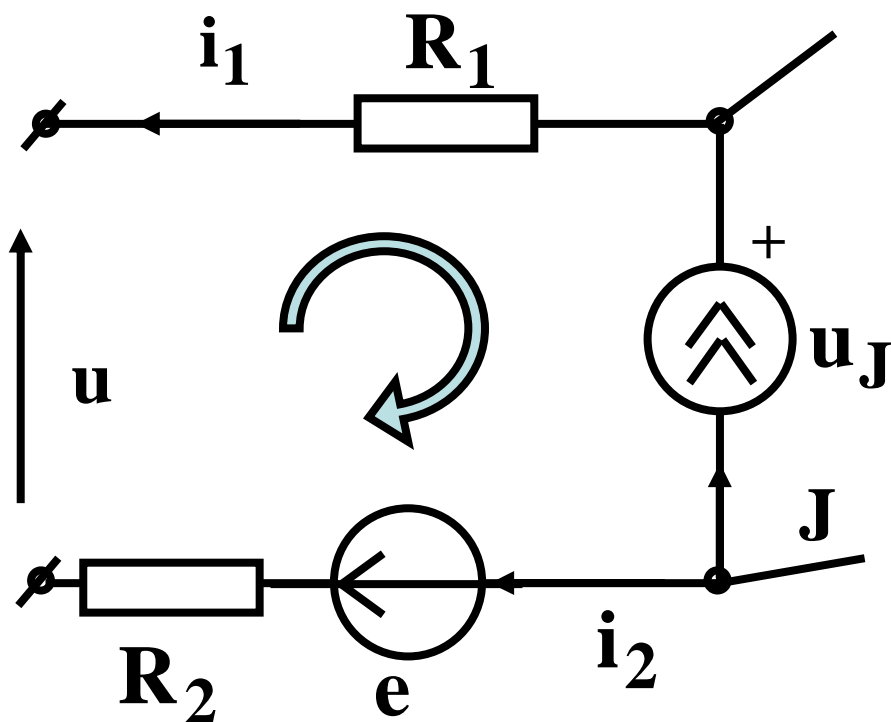
2. Второй закон Кирхгофа

**Для любого контура цепи
алгебраическая сумма
напряжений
на пассивных элементах
равна алгебраической сумме
ЭДС и напряжений
источников тока,
действующих в этом контуре**

Со знаком “+”
принимаются те слагаемые,
положительные направления
которых совпадают с
направлением обхода
контура:

$$\sum i_k R_k = \sum e_k + \sum u_{J_k}$$

Например:



$$-i_1 R_1 + i_2 R_2 = u + e - u_J$$

**Физически второй закон
Кирхгофа характеризует
равновесие напряжений
в любом контуре цепи**

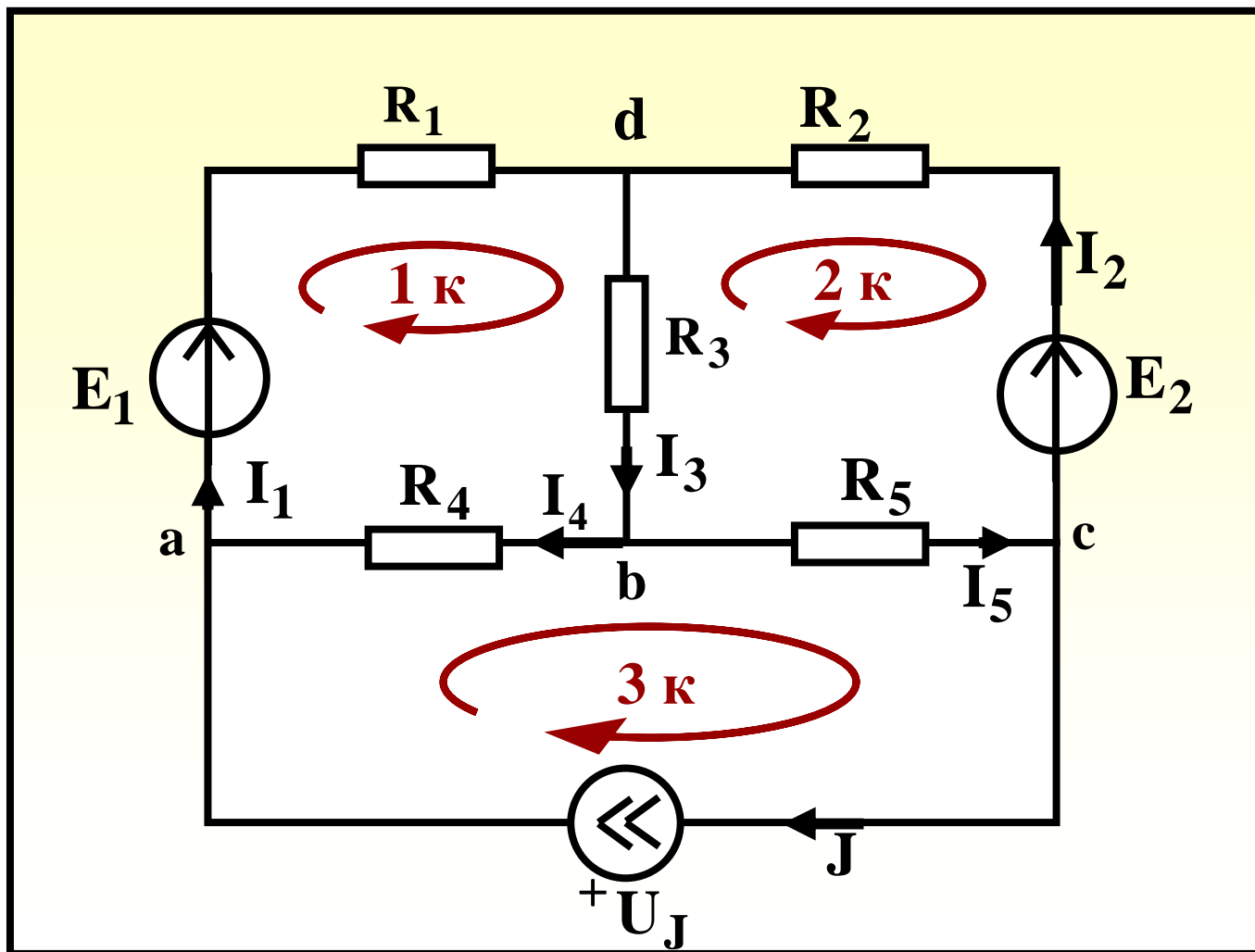
Для схемы с n_B ветвями
по второму закону
Кирхгофа можно составить

$$n_2 = n_B - n_1$$

уравнений

3. Метод законов Кирхгофа

**Решение системы уравнений,
составленных по законам
Кирхгофа, позволяет
определить все токи и
напряжения в
рассматриваемой
цепи**



$$\mathbf{n}_y = 4$$

$$\mathbf{n}_B = 6$$

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_y - 1 = 3$$

$$\mathbf{n}_2 = \mathbf{n}_B - \mathbf{n}_1 = 3$$

Уравнения по 1-му закону Кирхгофа:

$$\mathbf{a : \quad I_1 - I_4 - J = 0}$$

$$\mathbf{b : \quad -I_3 + I_4 + I_5 = 0}$$

$$\mathbf{c : \quad I_2 - I_5 + J = 0}$$

Уравнения по 2-му закону Кирхгофа:

$$1\text{к} : \quad R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_4 I_4 = E_1$$

$$2\text{к} : \quad -R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_5 = -E_2$$

$$3\text{к} : \quad -R_4 I_4 + R_5 I_5 = U_J$$

Уравнения в матричной форме:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{a} \\
 \mathbf{b} \\
 \mathbf{c} \\
 1\mathbf{k} \\
 2\mathbf{k} \\
 3\mathbf{k}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{I}_1 \quad \mathbf{I}_2 \quad \mathbf{I}_3 \quad \mathbf{I}_4 \quad \mathbf{I}_5 \quad \mathbf{U}_J \\
 \left[\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 \mathbf{R}_1 & 0 & \mathbf{R}_3 & \mathbf{R}_4 & 0 & 0 \\
 0 & -\mathbf{R}_2 & -\mathbf{R}_3 & 0 & -\mathbf{R}_5 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\mathbf{R}_4 & \mathbf{R}_5 & -1
 \end{array} \right] \cdot \begin{array}{c} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_4 \\ \mathbf{I}_5 \\ \mathbf{U}_J \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{J} \\ 0 \\ -\mathbf{J} \\ \mathbf{E}_1 \\ -\mathbf{E}_2 \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

Mathcad: E1:=...; R1:=... и т.д.

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ R1 & 0 & R3 & R4 & 0 & 0 \\ 0 & -R2 & -R3 & 0 & -R5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R4 & R5 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} := \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \\ UJ \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} := \begin{bmatrix} J \\ 0 \\ -J \\ E1 \\ -E2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Тогда: $\mathbf{X} := \mathbf{A}^{-1} \times \mathbf{B}$

В результате: I1=...; I2=... и т.д.

Теорема Телмеджена

Для любого момента времени
сумма вырабатываемых
мощностей всех источников
(P_V) равна
сумме потребляемых
мощностей
во всех пассивных элементах
(P_{II}) рассматриваемой цепи

$$\sum e_k i_k + \sum U_{J_q} J_q = \sum u_n i_n$$

ИЛИ

$$P_V = P_{\Pi}$$

**Эта теорема является законом
сохранения энергии в
электрической цепи и
применяется как баланс
мощностей для проверки
правильности расчетов**

Составим баланс мощностей
для резистивной цепи
с постоянными напряжениями
и токами
предыдущего примера

Вырабатываемая мощность:

$$P_{\text{В}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_{\text{J}} J = \dots \text{ Вт}$$

Потребляемая мощность:

$$P_{\text{П}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 = \dots \text{ Вт}$$

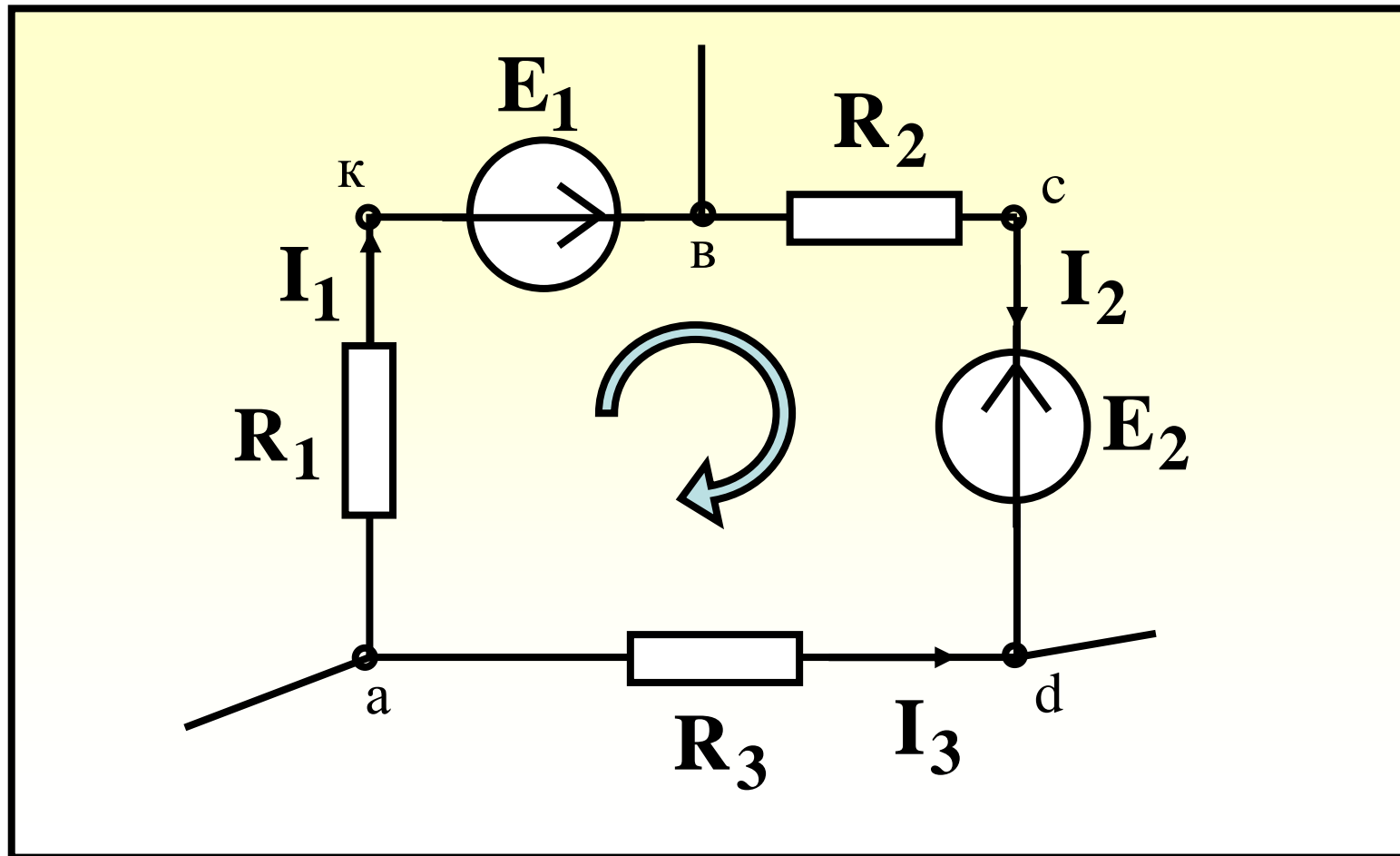
$$\delta_p \% = \frac{|P_B - P_{II}|}{P_B} \cdot 100 \leq 3\%$$

Потенциальная диаграмма

Потенциальная диаграмма -
это графическое изображение
второго закона Кирхгофа,
которая применяется для
проверки **правильности**
расчетов
в линейных резистивных
цепях

Потенциальная диаграмма
строится для контура без
источников тока, причем
потенциалы точек начала и
конца диаграммы должны
получиться одинаковыми

Схема контура



Потенциалы точек контура:

$$\varphi_a = 0$$

$$\varphi_k = \varphi_a - I_1 R_1$$

$$\varphi_b = \varphi_k + E_1$$

$$\varphi_c = \varphi_b - I_2 R_2$$

$$\varphi_d = \varphi_c - E_2$$

$$\varphi_a = \varphi_d + I_3 R_3 = 0$$

Потенциальная диаграмма

