17 лекция

Расчет линейных цепей при периодических напряжениях и токах

После разложения периодических ЭДС и токов источников тока в ряд Фурье линейную цепь можно рассчитывать методом наложения, т.е. рассчитывать постоянную составляющую и каждую гармонику напряжений и токов по отдельности

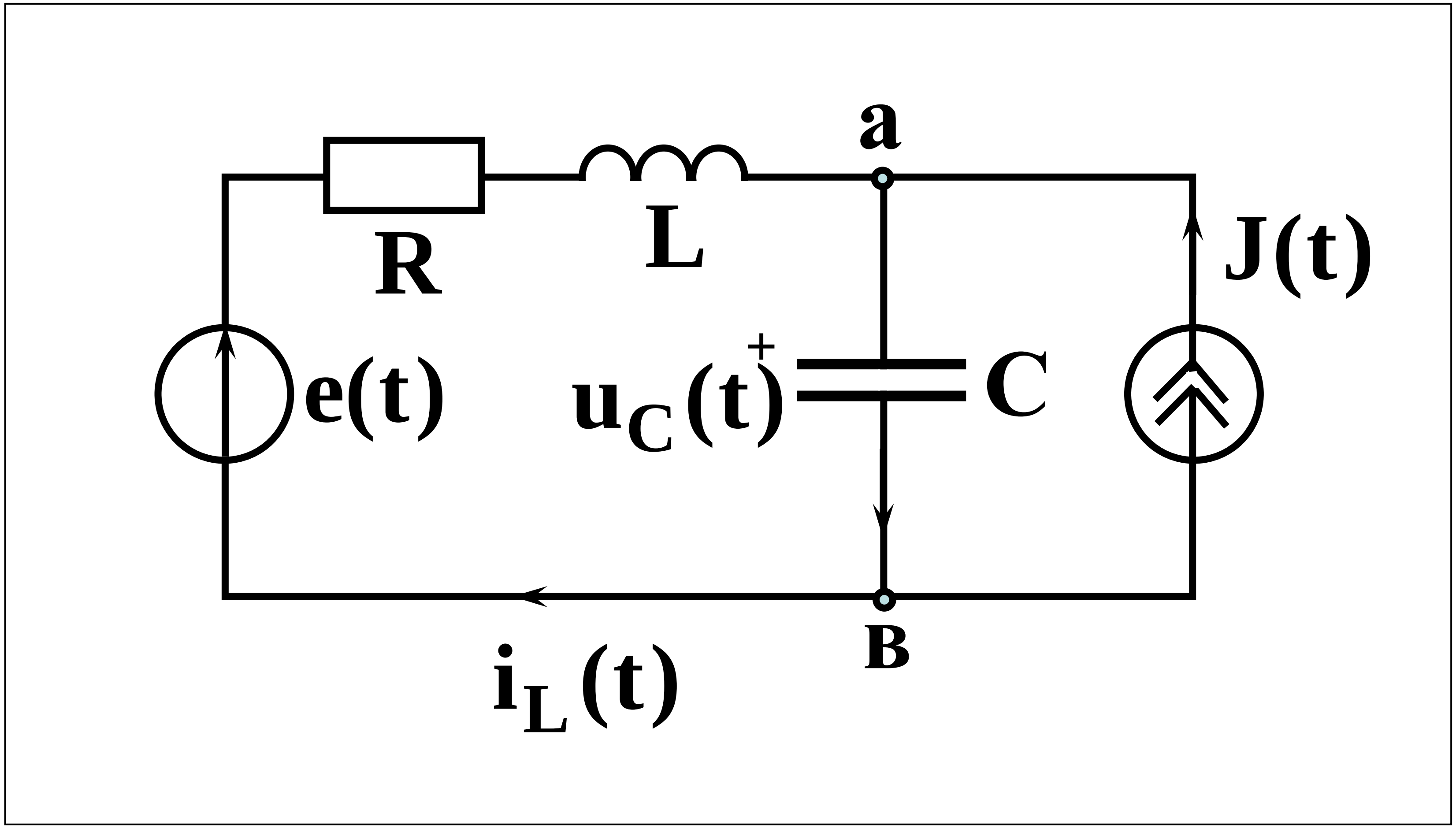
При этом R=const и:

$$X_L^{(к)} = кX_L = кωL$$

$$X_C^{(к)} = \frac{X_C}{к} = \frac{1}{кωC}$$

$$X_M^{(к)} = кX_M = кωM$$

Пример



Дано:

$$\mathbf{e(t) = E_0 + \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1)}$$

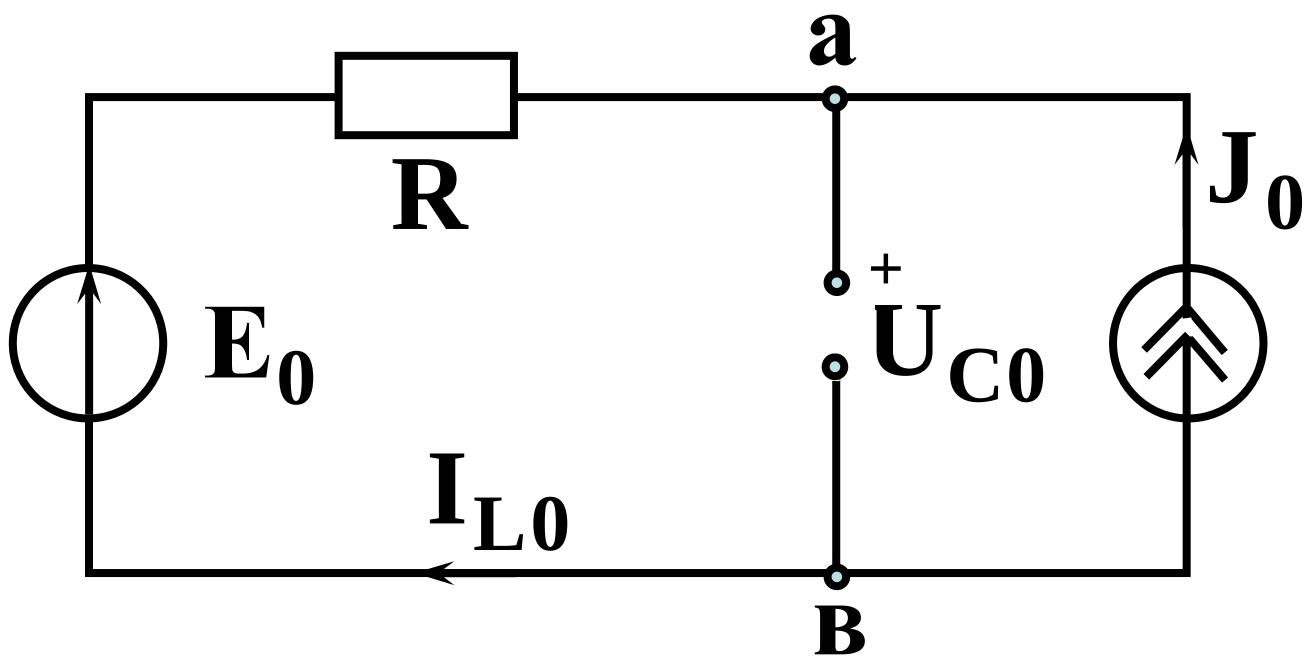
$$\mathbf{J(t) = J_0 + \sqrt{2}J_2 \sin(2\omega t + \beta_2)}$$

$$\omega,\ \mathbf{R},\ \mathbf{L},\ \mathbf{C}$$

Определить:

$$\mathbf{i_L(t)}\quad,\quad \mathbf{u_C(t)}$$

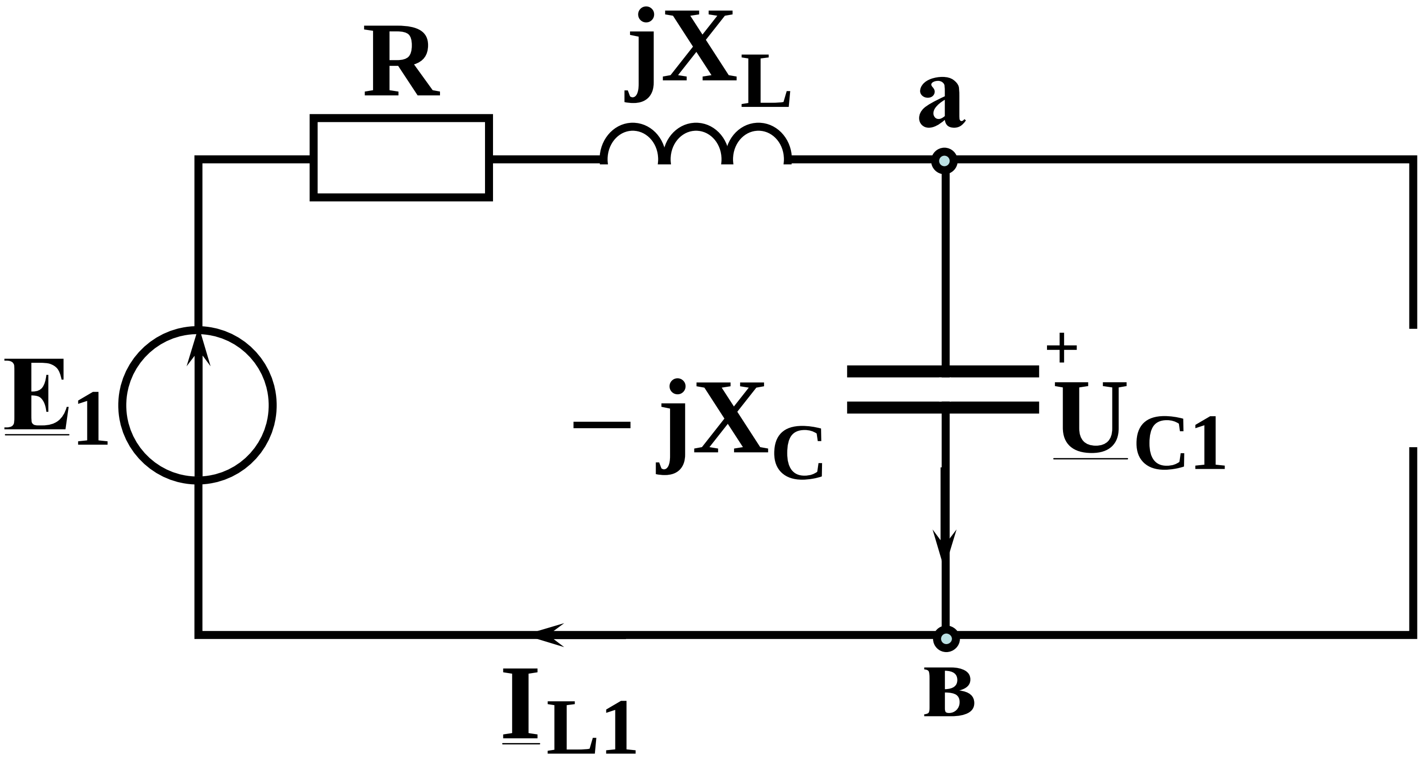
1. Расчет постоянных составляющих ($k=0$)



$$I_{L0} = -J_0$$

$$U_{C0} = E_0 - I_{L0}R = E_0 + J_0R$$

2. Расчет первых гармоник (k=1)

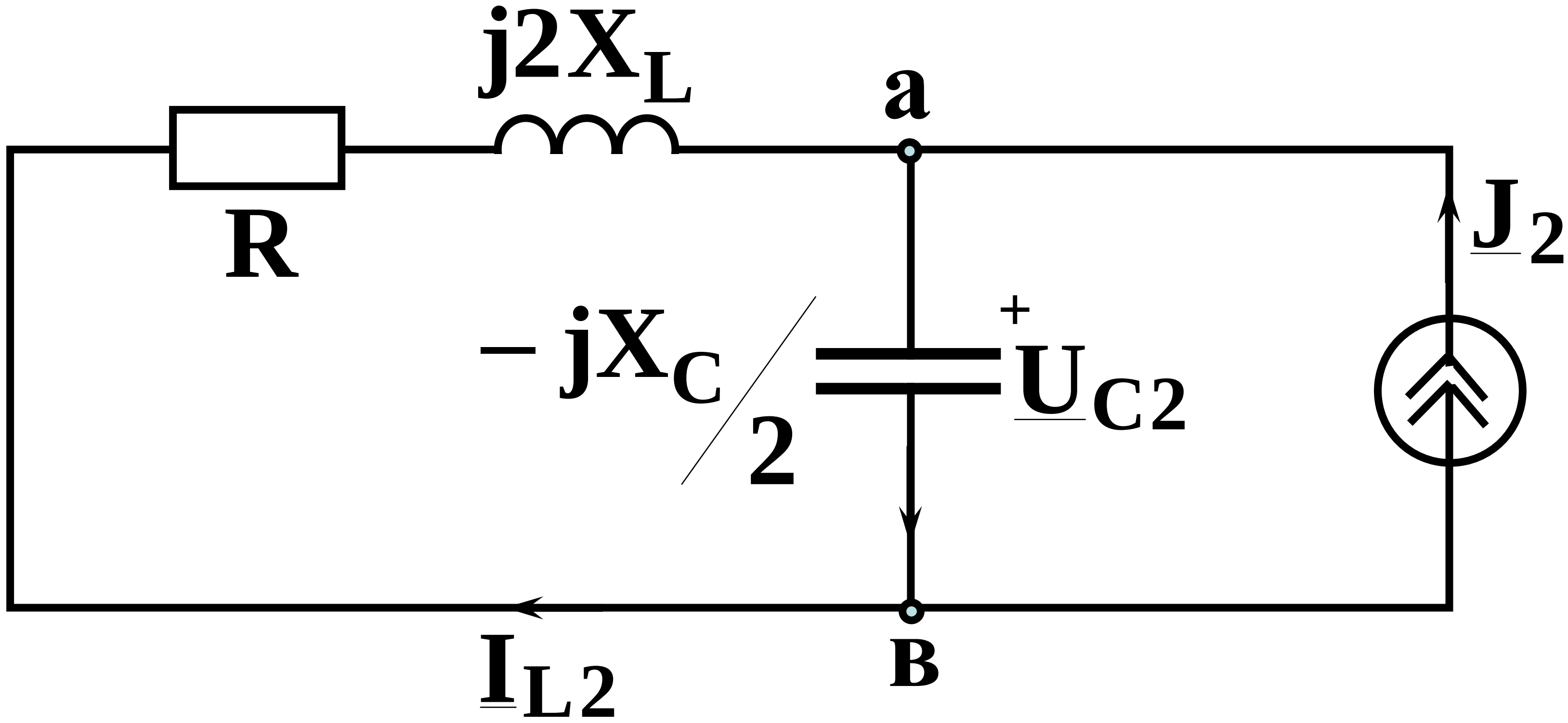


$$\underline{\underline{E}}_1 = E_1 e^{j\alpha_1}; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}; \quad X_L = \omega L$$

$$\underline{\underline{I}}_{L1} = \frac{\underline{\underline{E}}_1}{R + jX_L - jX_C} = I_{L1} e^{j\Theta_1}, \text{ A}$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{\underline{I}}_{L1}(-jX_C) = U_{C1} e^{j\lambda_1}, \text{ B}$$

3. Расчет вторых гармоник ($k=2$)



$$\underline{J}_2 = J_2 e^{j\beta_2}$$

$$\underline{I}_{L2} = -\underline{J}_2 \frac{-jX_C/2}{R + j2X_L - jX_C/2} = I_{L2} e^{j\Theta_2}, \text{ A}$$

$$\underline{U}_{C2} = \underline{J}_2 \frac{(R+j2X_L)\left(\dfrac{-jX_C}{2}\right)}{R+j2X_L - \dfrac{jX_C}{2}} = U_{C2} e^{j\lambda_2}, \text{ B}$$

Окончательный результат

$$i_L(t) = -J_0 + \sqrt{2}I_{L1}\sin(\omega t + \Theta_1) +$$

$$+\sqrt{2}I_{L2}\sin(2\omega t + \Theta_2),\ A$$

$$u_C(t) = U_{C0} + \sqrt{2}U_{C1}\sin(\omega t + \lambda_1) +$$

$$+\sqrt{2}U_{C2}\sin(2\omega t + \lambda_2),\ B$$

Резонансные явления при периодических напряжениях и токах

Резонансные явления могут наблюдаться при наличии в цепи индуктивностей и емкостей, причем резонанс может возникать на одной или нескольких гармониках напряжений и токов

При этом входное сопротивление или входная проводимость цепи для этих гармоник становится вещественной и может быть близкой к 0 или ∞ .

Различают для κ-гармоник резонансы напряжений и токов, а также резонансы в сложной цепи

Резонансные явления могут использоваться в специальных цепях (резонансных фильтрах) для пропускания в нагрузку определенных гармоник тока и напряжения.

Рассмотрим такие цепи без учета активных сопротивлений катушек

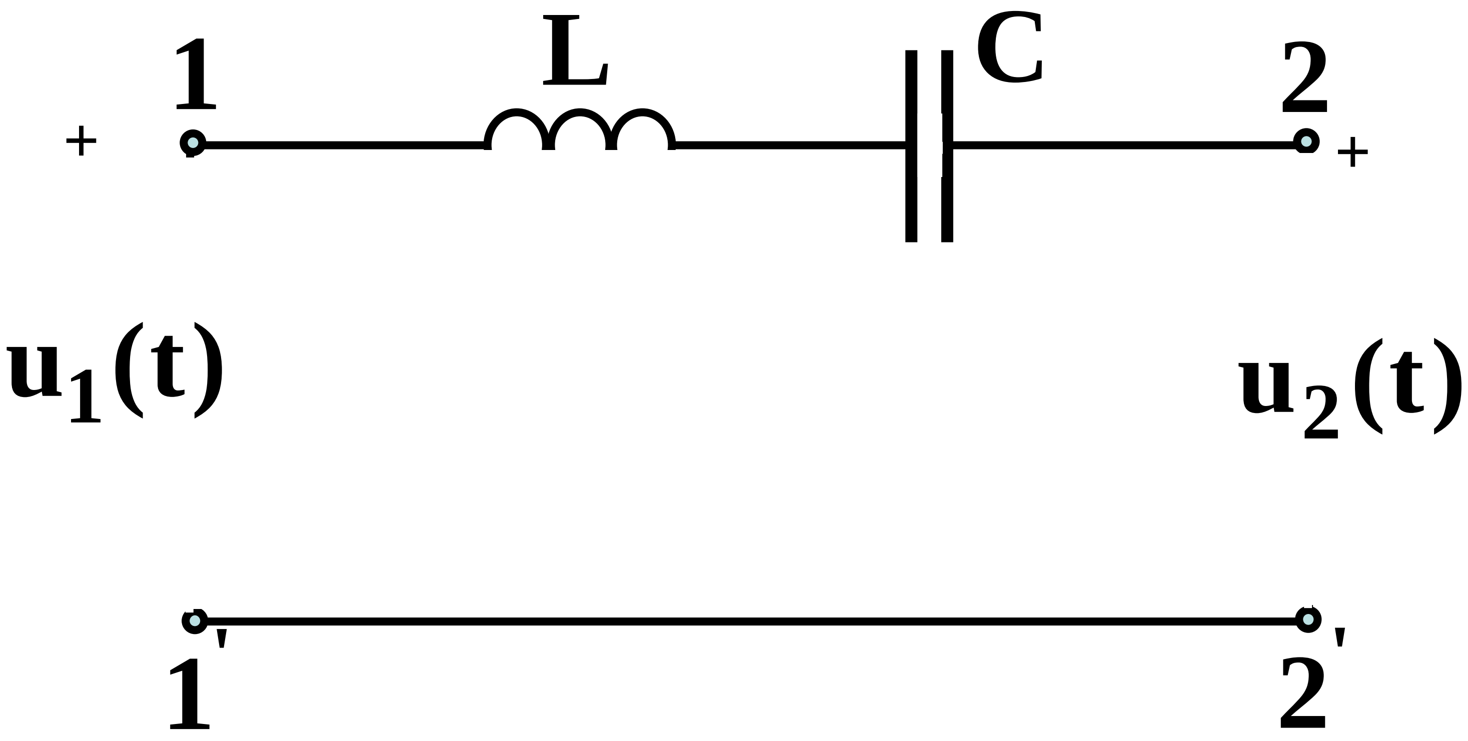
Пример 1:

дано

$$u_1(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$$

нужно получить

$$u_2(t) = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$$



$$\underline{Z}_{12}^{(1)} = jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)} = j\omega L - \frac{j}{\omega C} = 0 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

- резонанс напряжений 1 гармоники

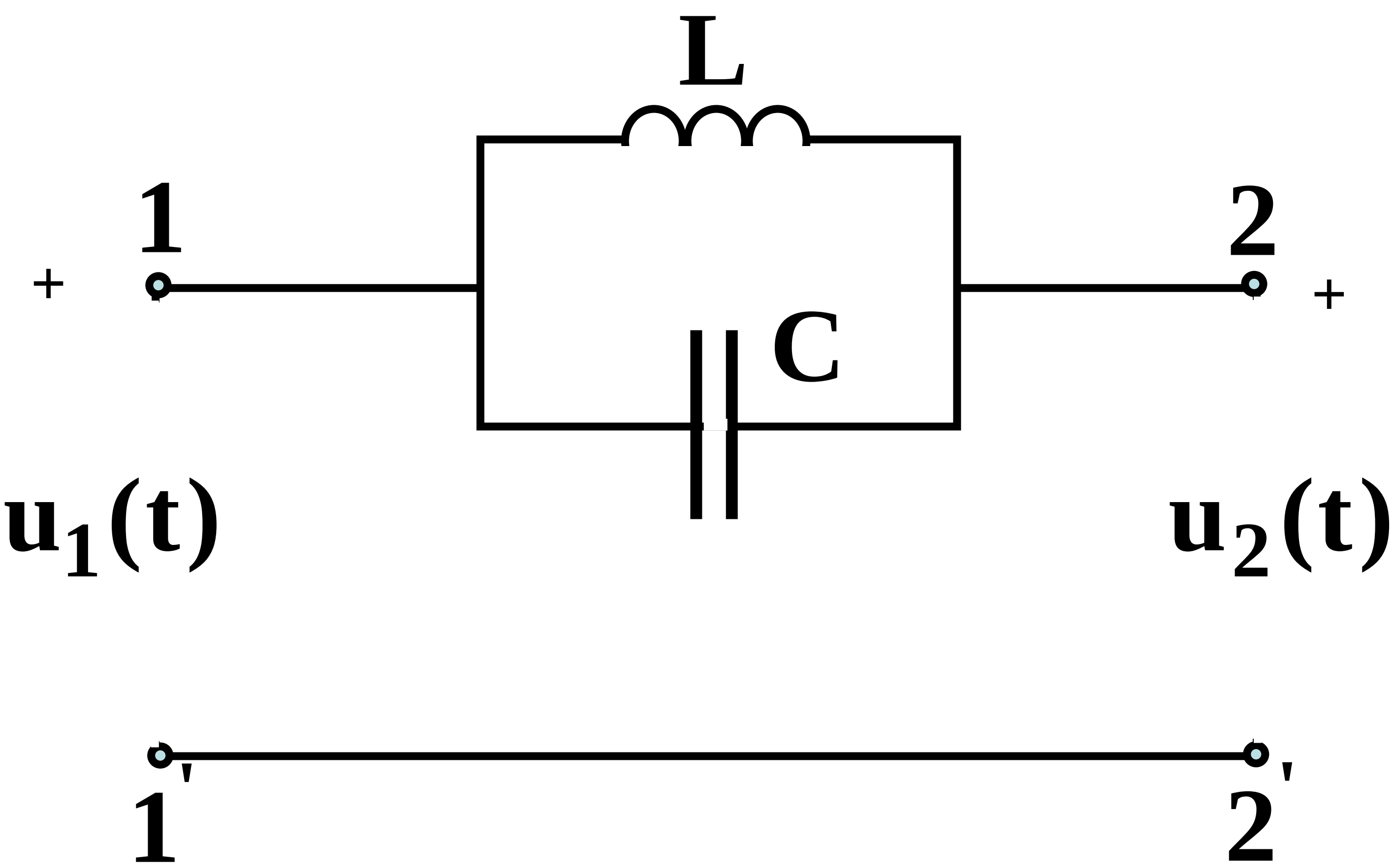
Пример 2:

дано

$$u_1(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$$

нужно получить

$$u_2(t) = U_0$$



$$\underline{Z}_{12}^{(1)} = \frac{jX_L^{(1)}[-jX_C^{(1)}]}{jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)}} = \infty \quad \Rightarrow \quad L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

- резонанс токов 1 гармоники

Пример 3:

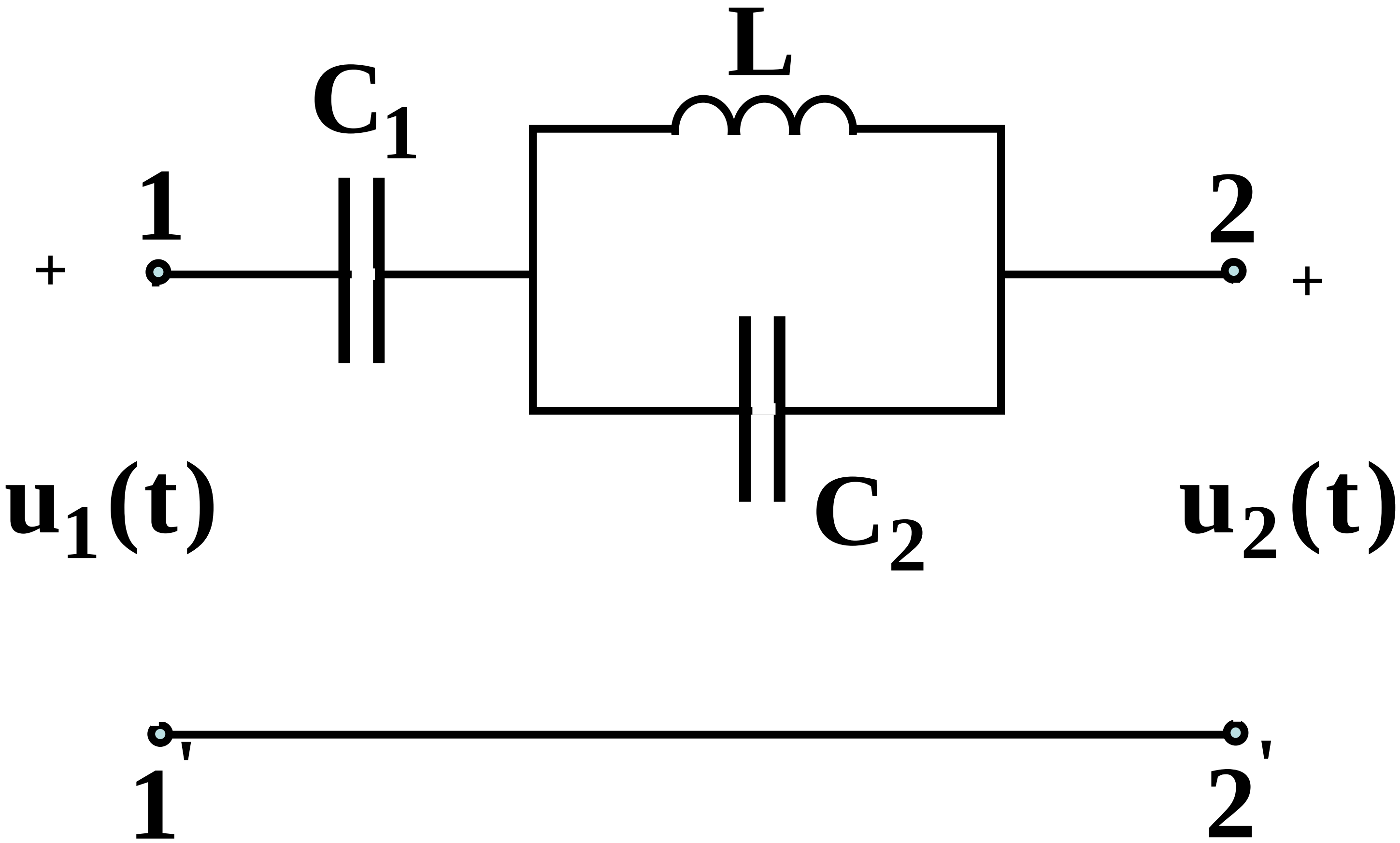
дано

$$u_1(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1) +$$

$$+ \sqrt{2}U_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \ldots$$

нужно получить

$$u_2(t) = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$$



Например: емкость C_2 задана

а) любая величина C_1 задерживает U_0

б) $2\omega L = \dfrac{1}{2\omega C_2}$ ⇒ $L = \dfrac{1}{4\omega^2 C_2}$

задерживается 2 гармоника (резонанс токов 2 гармоники)

в)
$$\underline{Z}_{12}^{(1)} = -\frac{j}{\omega C_1} + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C_2}} = 0$$

при $L = \frac{1}{4\omega^2 C_2}$ получаем $C_1 = 3C_2$

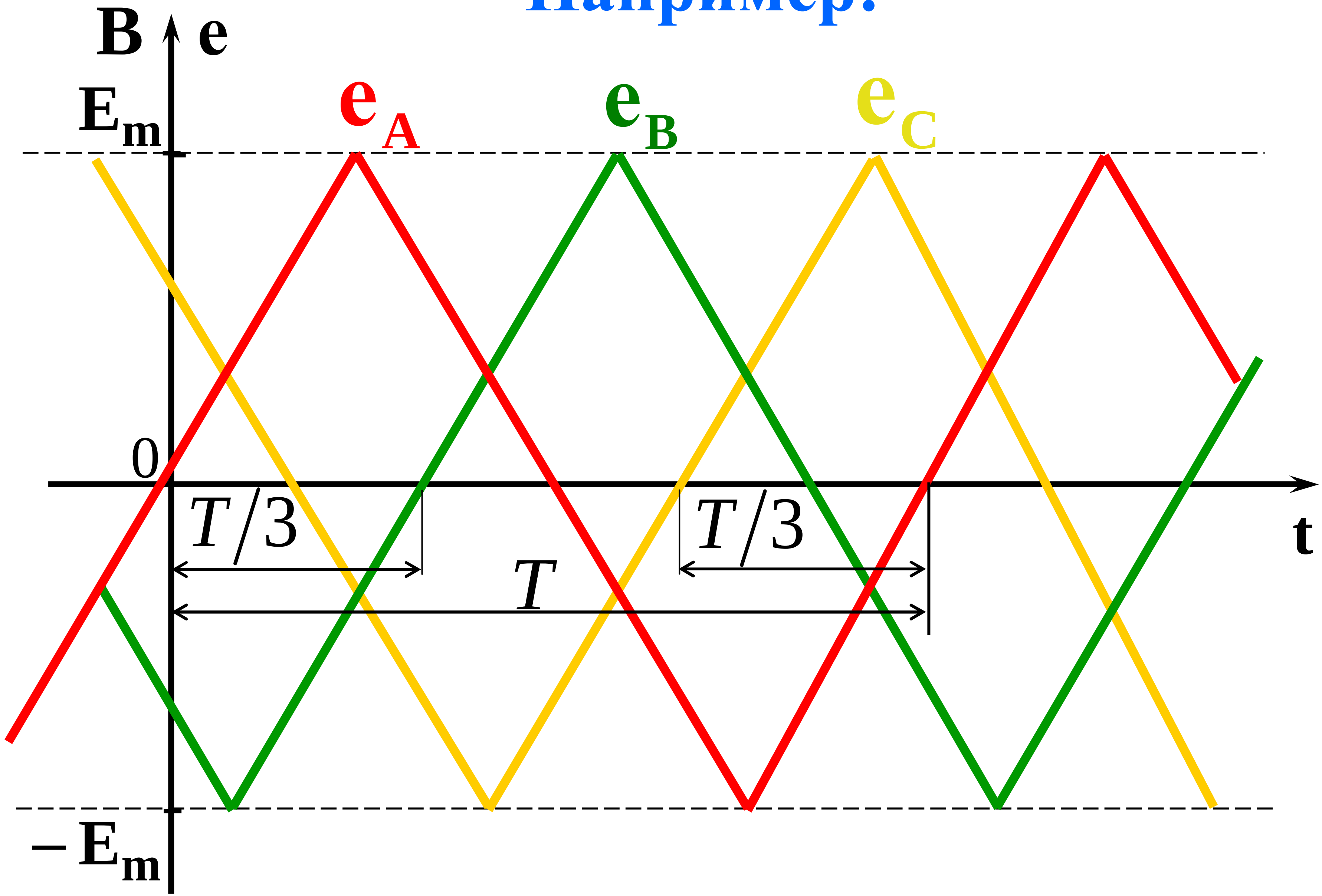
-1 гармоника проходит без изменения (резонанс напряжений 1 гармоники)

Высшие гармоники в трехфазных цепях

Высшие гармоники в трехфазных цепях появляются за счет негармонических фазных ЭДС генераторов и трансформаторов, которые обычно одинаковы по форме, сдвинуты на треть периода и симметричны относительно оси времени, т.е. фазные ЭДС обычно содержат нечетные гармоники –

k =1, 3, 5, 7, 9…

Например:



Фазные ЭДС с нечетными гармониками:

$$e_A = \sqrt{2}E_1\sin(\omega t+\alpha_1)+$$
$$+\sqrt{2}E_3\sin(3\omega t+\alpha_3)+$$
$$+\sqrt{2}E_5\sin(5\omega t+\alpha_5)+\ldots$$

$$e_B = \sqrt{2}E_1\sin(\omega t+\alpha_1 - 120^o)+$$
$$+\sqrt{2}E_3\sin(3\omega t+\alpha_3)+$$
$$+\sqrt{2}E_5\sin(5\omega t+\alpha_5 + 120^o)+\ldots$$

$$e_C = \sqrt{2}E_1\sin(\omega t+\alpha_1+120^{o})+$$
$$+\sqrt{2}E_3\sin(3\omega t+\alpha_3)+$$
$$+\sqrt{2}E_5\sin(5\omega t+\alpha_5-120^{o})+\ldots$$

Гармоники $\mathbf{k = 1, 7, 13 \ldots}$ **образуют прямую последовательность.**

Гармоники $\mathbf{k = 5, 11, 17 \ldots}$ **образуют обратную последовательность.**

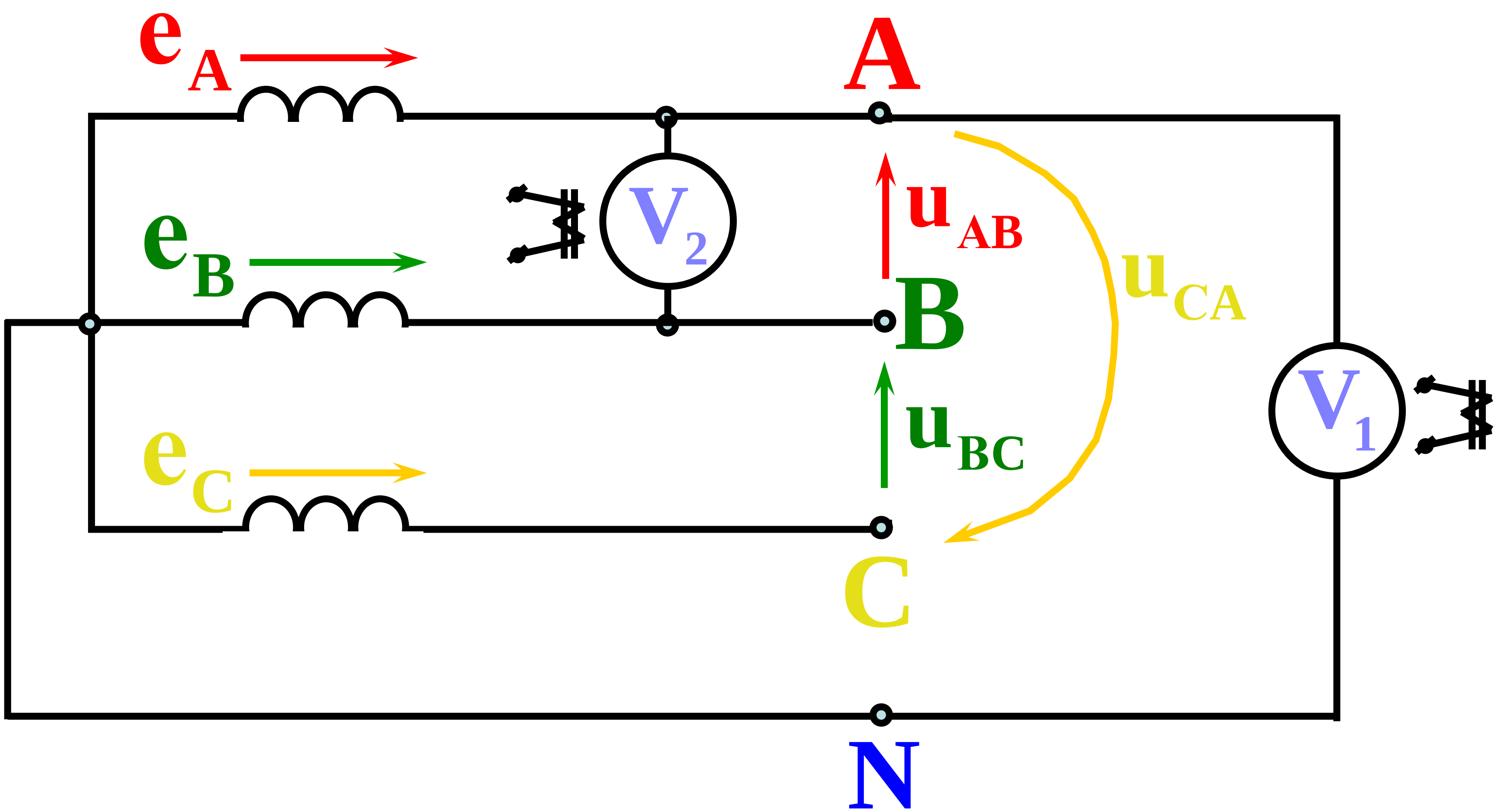
Гармоники $\mathbf{k = 3, 9, 15 \ldots}$ **образуют нулевую последовательность.**

В общем случае при наличии в фазных ЭДС всех видов гармоник:

а) гармоники $k = 1, 4, 7, 10, 13 \ldots$ образуют прямую последовательность;

б) гармоники $k = 2, 5, 8, 11, 14 \ldots$ образуют обратную последовательность;

в) гармоники $k = 0, 3, 6, 9, 12 \ldots$ образуют нулевую последовательность.



e A
A
e B
V 2
u AB
B
u CA
u BC
V 1
e C
C
N

Линейные напряжения

$$u_{AB} = e_A - e_B =$$

$$= \sqrt{3}\sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1 + 30^\circ) +$$

$$+ \sqrt{3}\sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5 - 30^\circ) + \ldots$$

$$u_{BC} = e_B - e_C =$$

$$= \sqrt{3}\sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1 - 90^\circ) +$$

$$+ \sqrt{3}\sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5 + 90^\circ) + \ldots$$

$$u_{CA} = e_C - e_A =$$

$$= \sqrt{3}\sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1 + 150^\circ) +$$

$$+ \sqrt{3}\sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5 - 150^\circ) + \ldots$$

Действующие значения

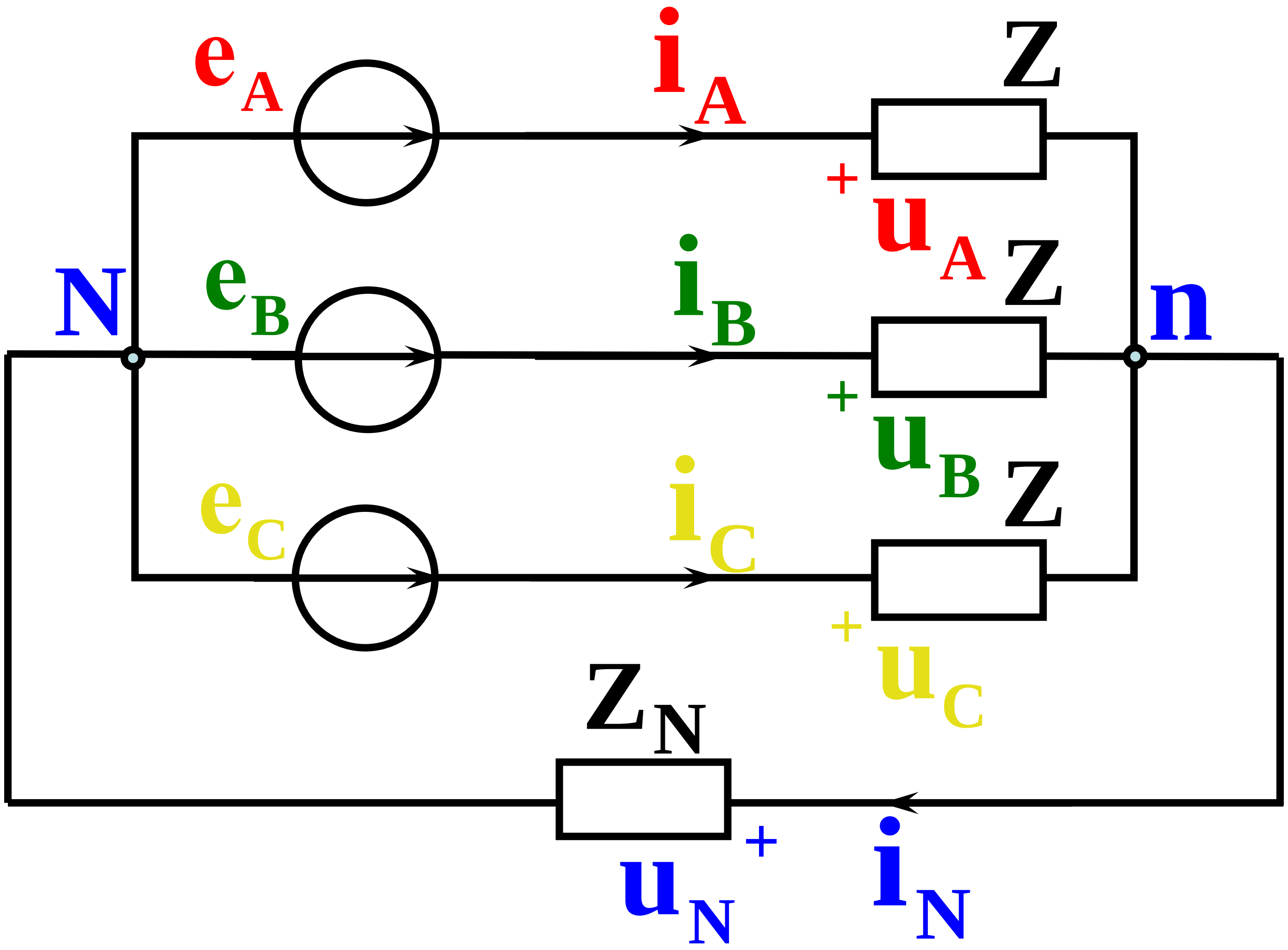
$$U_{V1} = E_A = E_Ф = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \ldots}$$

$$U_{V2} = U_{AB} = U_Л = \sqrt{3}\sqrt{E_1^2 + E_5^2 + \ldots}$$

причем $$\frac{U_{V2}}{U_{V1}} = \frac{U_Л}{E_Ф} \le \sqrt{3}$$

Линейные напряжения не содержат гармоник нулевой последовательности, причем расчет симметричного режима ведется на одну фазу методом наложения для каждой гармоники отдельно

Пример 1



Дано при гармониках k=1, 3, 5:

$$e_A(t) = e_B\left(t+\frac{T}{3}\right) = e_C\left(t-\frac{T}{3}\right);$$

$$T;\ \ \omega=\frac{2\pi}{T};\ \underline{Z}^{(1,3,5)};\ \underline{Z}_N^{(3)}$$

Определить

$$i_A,\quad u_A,\quad i_N,\quad u_N$$

Даны фазные ЭДС с нечетными гармониками:

$$e_A = \sqrt{2}E_1\sin(\omega t + \alpha_1) + \sqrt{2}E_3\sin(3\omega t + \alpha_3) +$$
$$+ \sqrt{2}E_5\sin(5\omega t + \alpha_5);$$

$$e_B = \sqrt{2}E_1\sin(\omega t + \alpha_1 - 120^o) + \sqrt{2}E_3\sin(3\omega t + \alpha_3) +$$
$$+ \sqrt{2}E_5\sin(5\omega t + \alpha_5 + 120^o);$$

$$e_C = \sqrt{2}E_1\sin(\omega t + \alpha_1 + 120^o) + \sqrt{2}E_3\sin(3\omega t + \alpha_3) +$$
$$+ \sqrt{2}E_5\sin(5\omega t + \alpha_5 - 120^o)$$

1. Расчет комплексов первой гармоники фазы А

$$\underline{I}_1 = \frac{E_1 e^{j\alpha_1}}{\underline{Z}^{(1)}} = I_1 e^{j\beta_1}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}^{(1)} \underline{I}_1 = E_1 e^{j\alpha_1}$$

- прямая последовательность

2. Расчет комплексов третьей гармоники фазы А

$$\underline{I}_3 = \frac{E_3 e^{j\alpha_3}}{\underline{Z}^{(3)} + 3\underline{Z}_N^{(3)}} = I_3 e^{j\beta_3}$$

$$\underline{U}_3 = \underline{Z}^{(3)} \underline{I}_3 = U_3 e^{j\lambda}$$

- нулевая последовательность

Тогда

$$\underline{U}_N = 3\underline{Z}_N^{(3)}\underline{I}_3 = U_N e^{j\Theta}$$

$$\underline{\underline{I}}_N = 3\underline{\underline{I}}_3 = I_N e^{j\beta_3}$$

3. Расчет комплексов пятой гармоники фазы A

$$\underline{I}_5 = \frac{E_5 e^{j\alpha_5}}{\underline{Z}^{(5)}} = I_5 e^{j\beta_5}$$

$$\underline{U}_5 = \underline{Z}^{(5)} \underline{I}_5 = E_5 e^{j\alpha_5}$$

- обратная последовательность

4. Функции времени

$$i_A = \sqrt{2}I_1\sin(\omega t + \beta_1) +$$

$$+\sqrt{2}I_3\sin(3\omega t + \beta_3) +$$

$$+\sqrt{2}I_5\sin(5\omega t + \beta_5)$$

$$i_B = \sqrt{2}I_1\sin(\omega t+\beta_1 - 120^\circ) +$$
$$+\sqrt{2}I_3\sin(3\omega t+\beta_3) +$$
$$+\sqrt{2}I_5\sin(5\omega t+\beta_5 + 120^\circ);$$

$$i_C = \sqrt{2}I_1\sin(\omega t+\beta_1 + 120^\circ) +$$
$$+\sqrt{2}I_3\sin(3\omega t+\beta_3) +$$
$$+\sqrt{2}I_5\sin(5\omega t+\beta_5 - 120^\circ)$$

$$u_A = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1) +$$

$$+ \sqrt{2}U_3 \sin(3\omega t + \lambda) +$$

$$+ \sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5)$$

$$i_N = \sqrt{2}I_N \sin(3\omega t + \beta_3)$$

$$u_N = \sqrt{2}U_N \sin(3\omega t + \Theta)$$

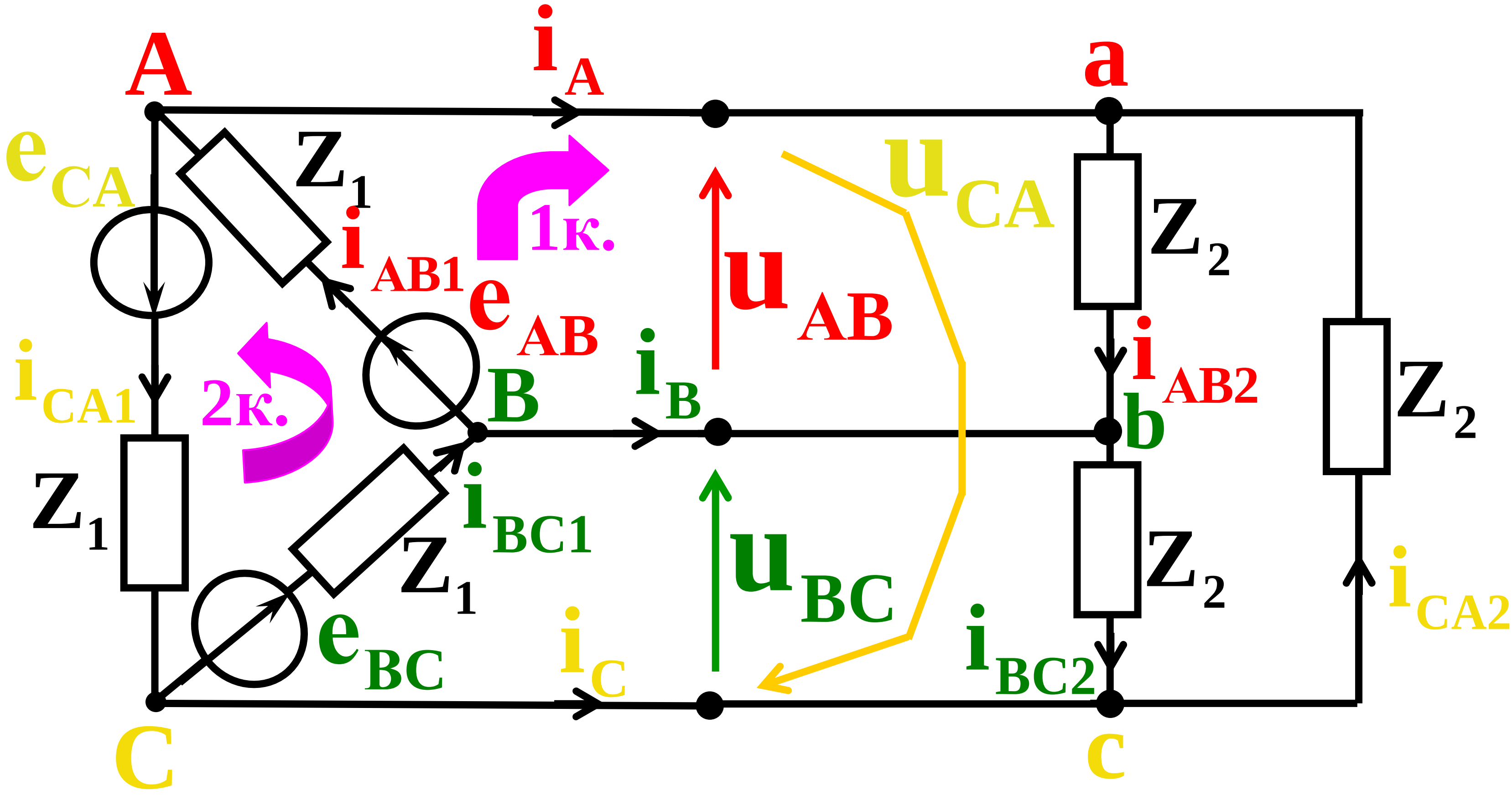
Примечание:

если $\quad \underline{Z}_N^{(3)} = \infty,$

то $\quad \underline{I}_3 = \underline{I}_N = 0, \qquad \underline{U}_3 = 0,$

$$\underline{U}_N = E_3 e^{j\alpha_3}$$

Пример 2



A
i_A
a
e_{CA}
Z_1
1к.
u_{CA}
Z_2
i_{AB1}
u_{AB}
e_{AB}
i_{CA1}
2к.
B
i_B
i_{AB2}
b
Z_2
Z_1
i_{BC1}
Z_1
u_{BC}
Z_2
i_{CA2}
e_{BC}
i_C
i_{BC2}
C
c

Дано

$$e_{AB}(t) = e_{BC}\left(t + \frac{T}{3}\right) = e_{CA}\left(t - \frac{T}{3}\right);$$

$$T;\ \ \omega = \frac{2\pi}{T};\ \underline{Z}_{1,2}^{(1,3,5)};$$

$$e_{AB} = \sqrt{2}E_1\sin(\omega t + \alpha_1) + \sqrt{2}E_3\sin(3\omega t + \alpha_3) +$$
$$+\sqrt{2}E_5\sin(5\omega t + \alpha_5)$$

Определить

$$i_{AB1},\quad u_{AB},\quad i_A,\quad i_{AB2}$$

1. Расчет комплексов 1-гармоники (прямая последовательность):

По 1 закону Кирхгофа для узла A

$(a = e^{j120})$: $\underline{I}_{A}^{(1)} = \underline{I}_{AB1}^{(1)} - \underline{I}_{CA1}^{(1)} =$

$= \underline{I}_{AB1}^{(1)}(1-a) = 1{,}732e^{-j30}\,\underline{I}_{AB1}^{(1)};$

По 1 закону Кирхгофа для узла a:

$\underline{I}_{A}^{(1)} = \underline{I}_{AB2}^{(1)} - \underline{I}_{CA2}^{(1)} =$

$= \underline{I}_{AB2}^{(1)}(1-a) = 1{,}732e^{-j30}\,\underline{I}_{AB2}^{(1)};$

В результате $\underline{I}_{AB1}^{(1)} = \underline{I}_{AB2}^{(1)}$ и из уравнения по 2 закону Кирхгофа для 1 контура получаем:

$$\underline{I}_{AB1}^{(1)} = E_1 e^{j\alpha_1} / [\underline{Z}_1^{(1)} + \underline{Z}_2^{(1)}] = I_{AB1}^{(1)} e^{j\beta_1},$$

тогда

$$\underline{U}_{AB}^{(1)} = \underline{Z}_2^{(1)}\, \underline{I}_{AB2}^{(1)} = U_{AB}^{(1)} e^{j\lambda_1}$$

2. Расчет комплексов 3-гармоники (нулевая последовательность):

По 2 закону Кирхгофа

при $\underline{I}_{AB1}^{(3)}=\underline{I}_{CA1}^{(3)}=\underline{I}_{BC1}^{(3)}$

для 2 контура получаем:

$$3E_3e^{j\alpha_3}=3\underline{Z}_1^{(3)}\,\underline{I}_{AB1}^{(3)},$$

тогда

$$\underline{I}_{AB1}^{(3)} = E_3e^{j\alpha_3}/\underline{Z}_1^{(3)} = I_{AB1}^{(3)}e^{j\beta_3},$$

причем

$$\underline{I}_{AB2}^{(3)} = \underline{I}_A^{(3)} = 0 \quad \text{и} \quad \underline{U}_{AB}^{(3)} = \underline{Z}_2^{(3)}\underline{I}_{AB2}^{(3)} = 0$$

3. Расчет комплексов 5-гармоники (обратная последовательность):

По 1 закону Кирхгофа для узла A:

$$\underline{I}_{A}^{(5)} = \underline{I}_{AB1}^{(5)} - \underline{I}_{CA1}^{(5)} =$$

$$= \underline{I}_{AB1}^{(5)}(1-a^{2}) = 1{,}732e^{j30}\,\underline{I}_{AB1}^{(5)}$$

По 1 закону Кирхгофа для узла a:

$$\underline{I}_{A}^{(5)} = \underline{I}_{AB2}^{(5)} - \underline{I}_{CA2}^{(5)} =$$

$$= \underline{I}_{AB2}^{(5)}(1-a^{2}) = 1{,}732e^{j30}\,\underline{I}_{AB2}^{(5)}$$

В результате $\underline{I}_{AB1}^{(5)} = \underline{I}_{AB2}^{(5)}$

и из уравнения

по 2 закону Кирхгофа

для 1 контура получаем:

$$\underline{I}_{AB1}^{(5)} = E_5 e^{j\alpha_5} / [\underline{Z}_1^{(5)} + \underline{Z}_2^{(5)}] = I_{AB1}^{(5)} e^{j\beta_5},$$

тогда

$$\underline{U}_{AB}^{(5)} = \underline{Z}_2^{(5)} \, \underline{I}_{AB2}^{(5)} = U_{AB}^{(5)} e^{j\lambda_5}$$

4. Функции времени:

$$i_{AB1}=\sqrt{2}I_{AB1}^{(1)}\sin(\omega t+\beta_1)+$$

$$+\sqrt{2}I_{AB1}^{(3)}\sin(3\omega t+\beta_3)+$$

$$+\sqrt{2}I_{AB1}^{(5)}\sin(5\omega t+\beta_5)$$

$$i_{AB2}=\sqrt{2}I_{AB1}^{(1)}\sin(\omega t+\beta_1)+$$

$$+\sqrt{2}I_{AB1}^{(5)}\sin(5\omega t+\beta_5)$$

$$i_A = \sqrt{2}\sqrt{3} I_{AB1}^{(1)} \sin(\omega t + \beta_1 - 30^\circ) +$$

$$+ \sqrt{2}\sqrt{3} I_{AB1}^{(5)} \sin(5\omega t + \beta_5 + 30^\circ)$$

$$u_{AB} = \sqrt{2} U_{AB}^{(1)} \sin(\omega t + \lambda_1) +$$

$$+ \sqrt{2} U_{AB}^{(5)} \sin(5\omega t + \lambda_5)$$