11 лекция

Трехфазные цепи

Трехфазные цепи образуются тремя электрически связанными фазами (цепями) A, B, C, находящимися под переменными напряжениями одинакового периода T, которые сдвинуты по фазе относительно друг друга на определенный угол (120 градусов)

К этим фазам подключаются нагрузки, соединенные как правило звездой или треугольником.

Нагрузки - это обмотки трансформаторов и двигателей, лампы, нагреватели, конденсаторы и др.

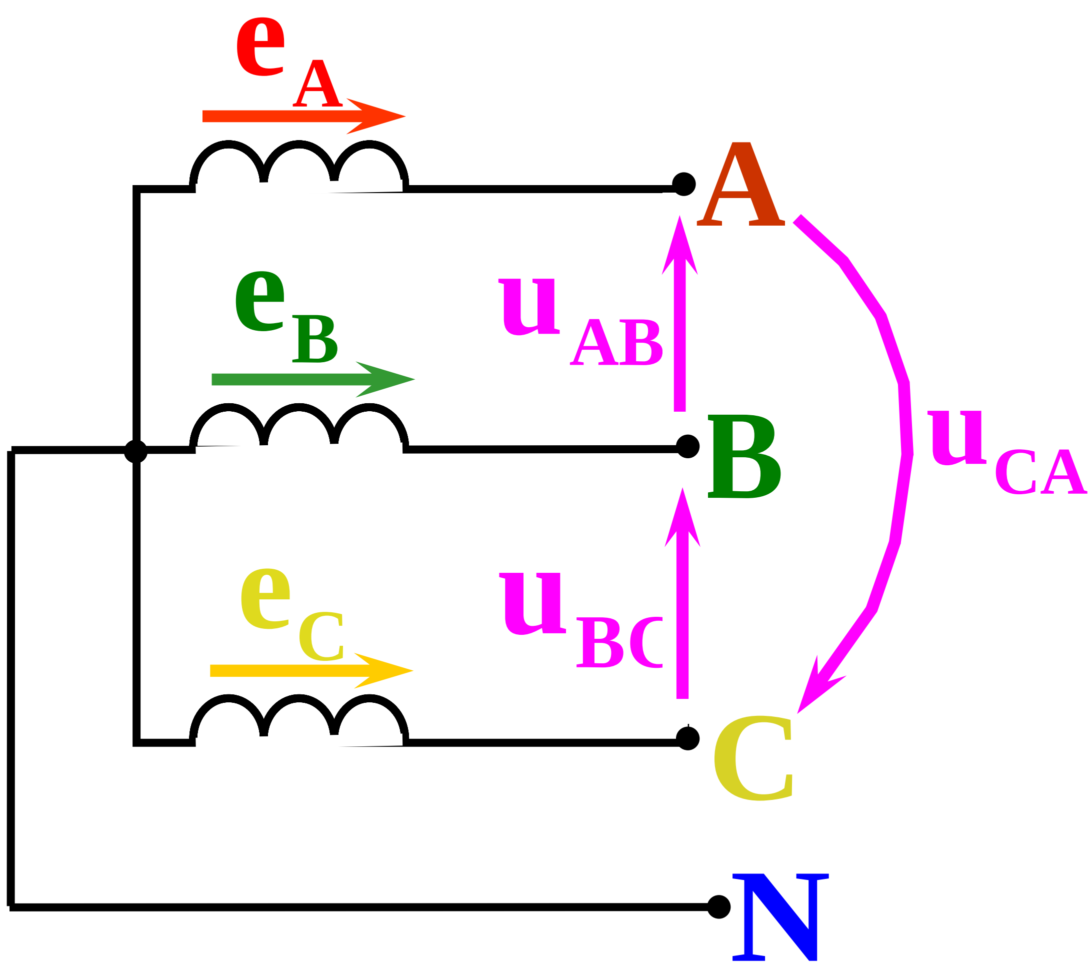
Трехфазные цепи являются наиболее экономичными и совершенными по сравнению с другими многофазными цепями и используются для электроснабжения большинства мощных потребителей электрической энергии

Преобразование и распределение электрической энергии осуществляется посредством трехфазных цепей, которые запитываются от обмоток генераторов и трансформаторов, характеризуемых фазными ЭДС

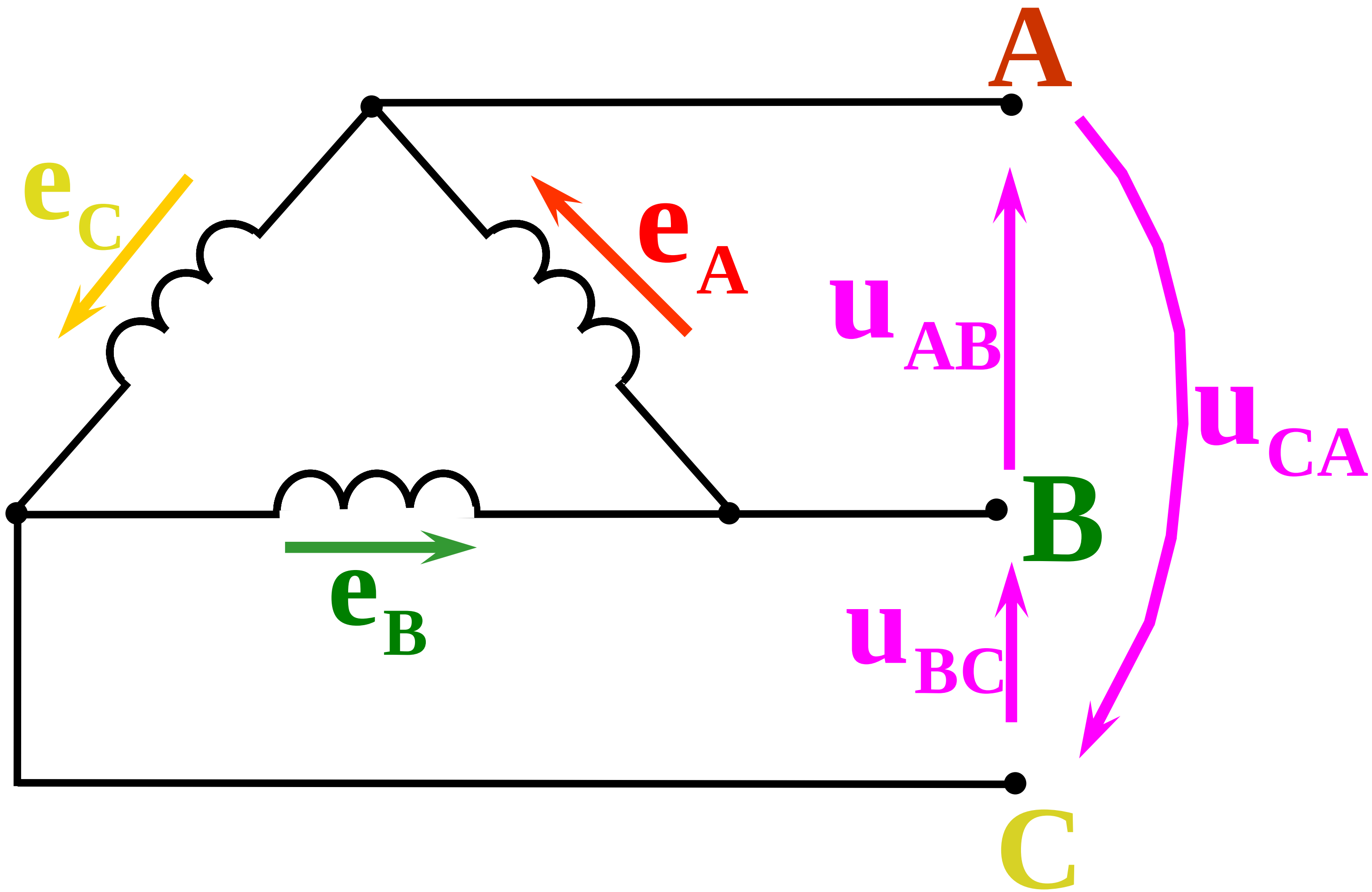
$e_A(t)$, $e_B(t)$, $e_C(t)$

Соединения обмоток генераторов и трансформаторов

а) звездой:



б) треугольником:



В нормальном режиме фазные ЭДС генераторов и трансформаторов образуют симметричную систему, т.е. имеют одинаковую гармоническую форму, одинаковые частоту и амплитуду и сдвинуты по фазе относительно друг друга на 120 градусов

Фазные ЭДС:

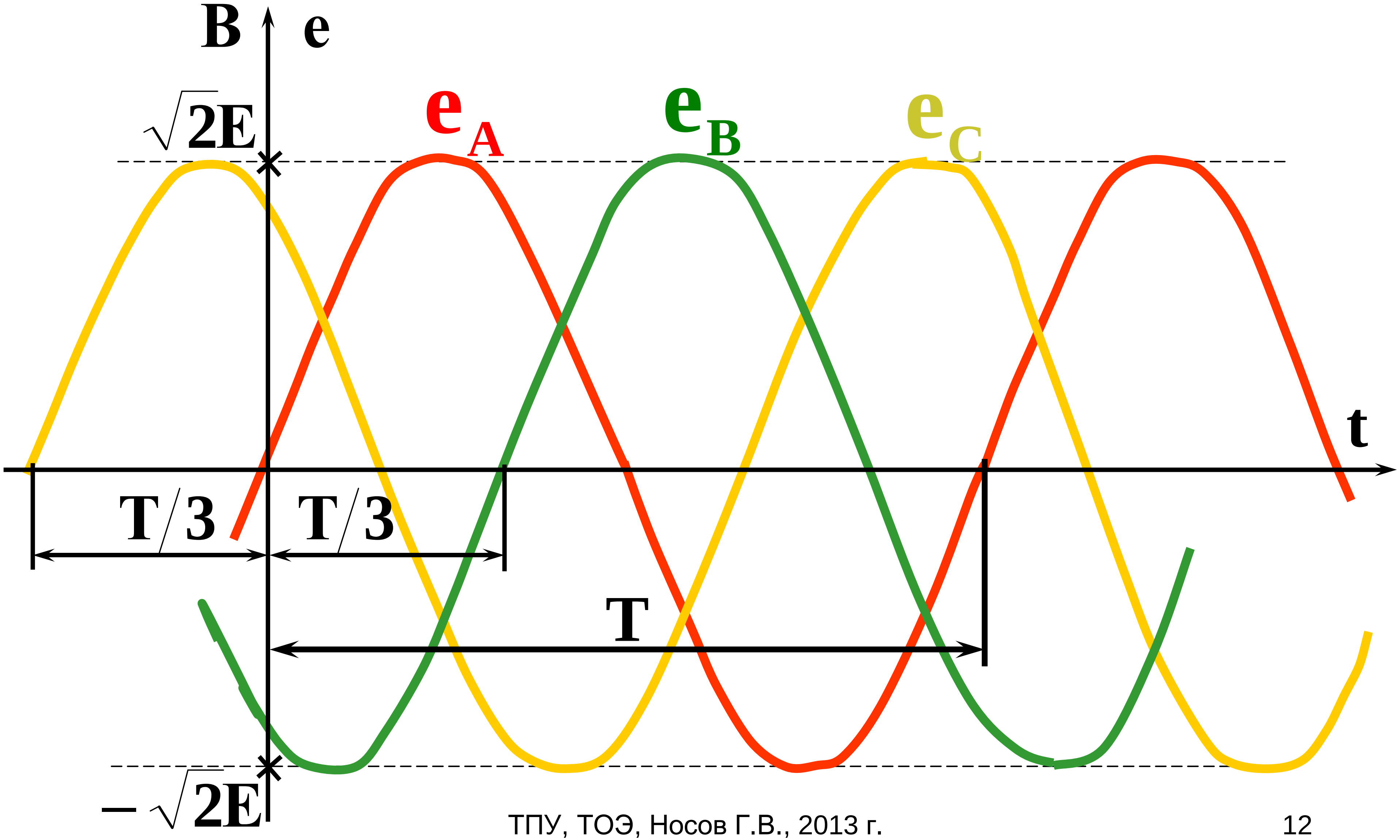
$$e_A = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha)$$

$$e_B = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha - 120°)$$

$$e_C = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha + 120°)$$

E **- действующее значение фазных ЭДС**

Волновая диаграмма при $\alpha = 0$



Векторная диаграмма

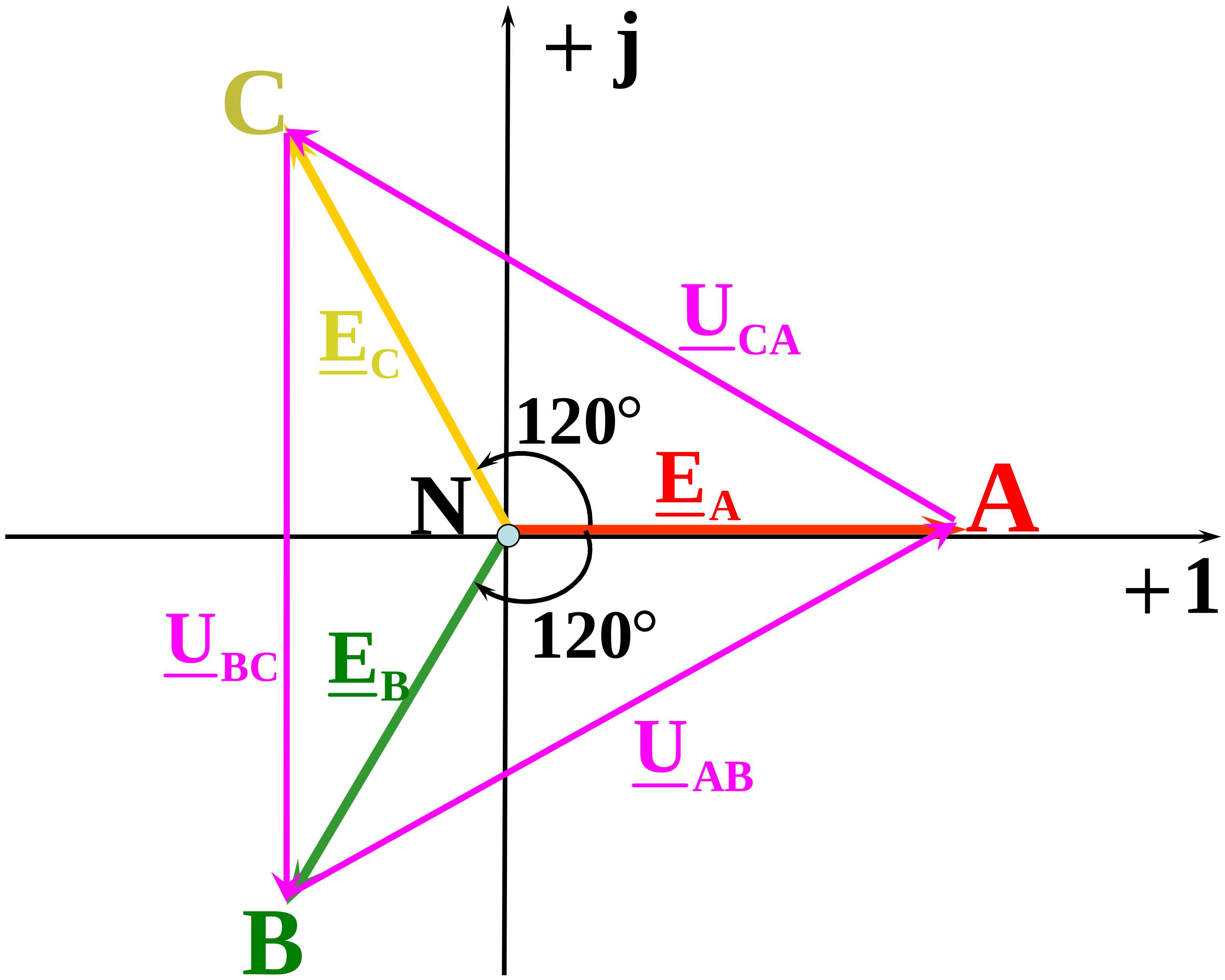
при $\alpha = 0$

$$\underline{E}_A = E \cdot e^{j0°}$$

$$\underline{E}_B = E \cdot e^{-j120°}$$

$$\underline{E}_C = E \cdot e^{j120°}$$

-комплексы действующих значений фазных ЭДС


+ j
C
$\underline{U}_{CA}$
$\underline{E}_C$
120°
$\underline{E}_A$
N
A
+1
120°
$\underline{U}_{BC}$
$\underline{E}_B$
$\underline{U}_{AB}$
B

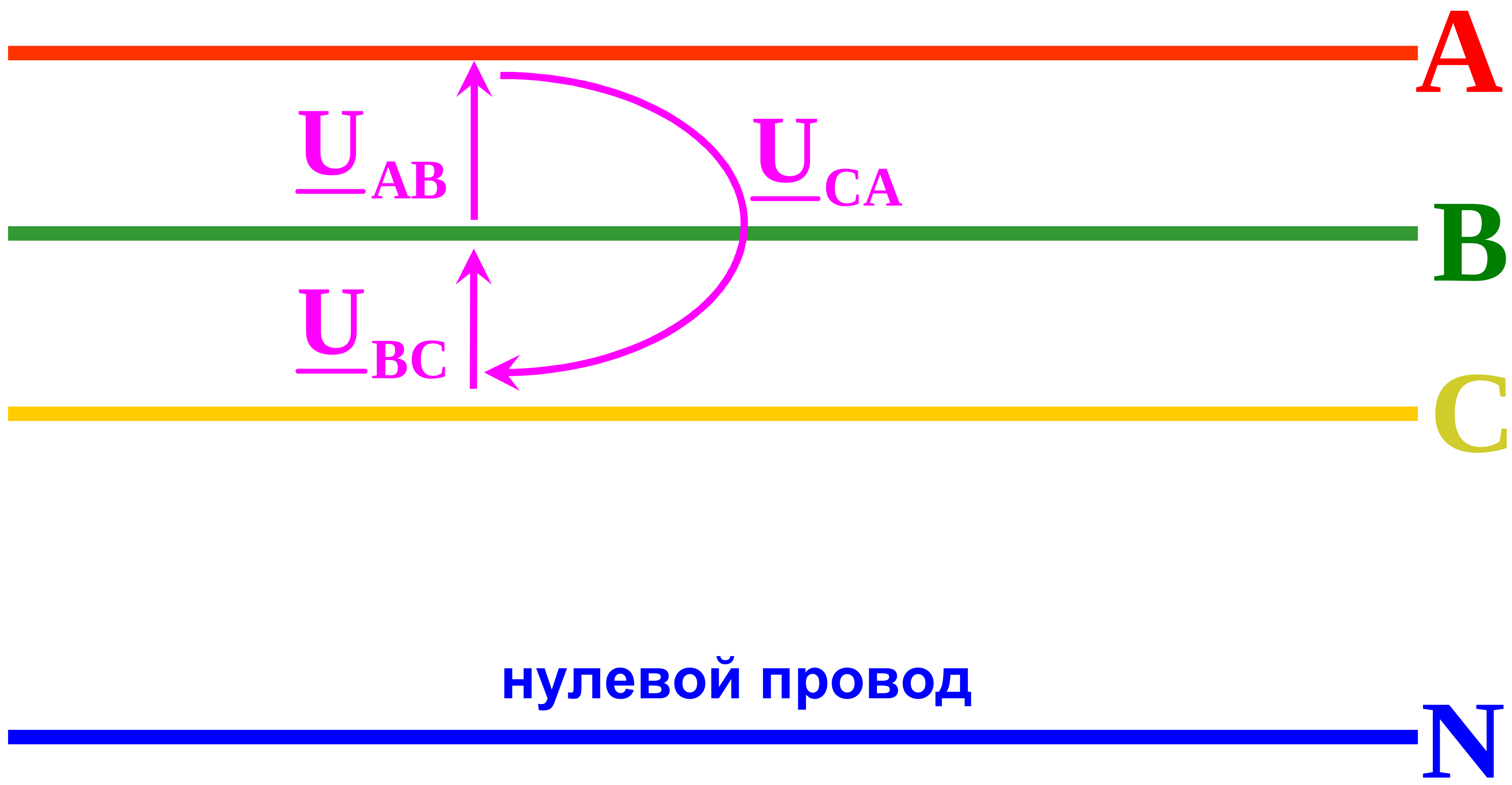
Линейные напряжения :

$$u_{AB} = e_A - e_B = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t+\alpha+30°)$$

$$u_{BC} = e_B - e_C = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t+\alpha-90°)$$

$$u_{CA} = e_C - e_A = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t+\alpha+150°)$$

Линейные напряжения - это напряжения между фазами, причем эти напряжения могут быть найдены по известным фазным напряжениям


A
B
C
$\underline{U}_{AB}$
$\underline{U}_{CA}$
$\underline{U}_{BC}$
нулевой провод
N

где

$$\underline{U}_{AB} = U_{Л} \cdot e^{j(\alpha+30°)}$$

$$\underline{U}_{BC} = U_{Л} \cdot e^{j(\alpha-90°)}$$

$$\underline{U}_{CA} = U_{Л} \cdot e^{j(\alpha+150°)}$$

- комплексы действующих значений линейных напряжений

где

$$\boxed{U_Л = \sqrt{3}E}$$

- действующее значение линейного напряжения

Фазовый оператор

$$\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{1e^{j120^\circ} = -0{,}5 + j0{,}866}}$$

Тогда

$$a^2 = 1e^{j240°} = 1e^{-j120°} =$$

$$= -0,5 - j0,866$$

$$a^3 = 1e^{j360^\circ} = 1$$

Таким образом

$$\boxed{1 + a + a^2 = 0}$$

В результате

$$\underline{E}_A = E \cdot e^{j\alpha}$$

$$\underline{E}_B = a^2 \underline{E}_A$$

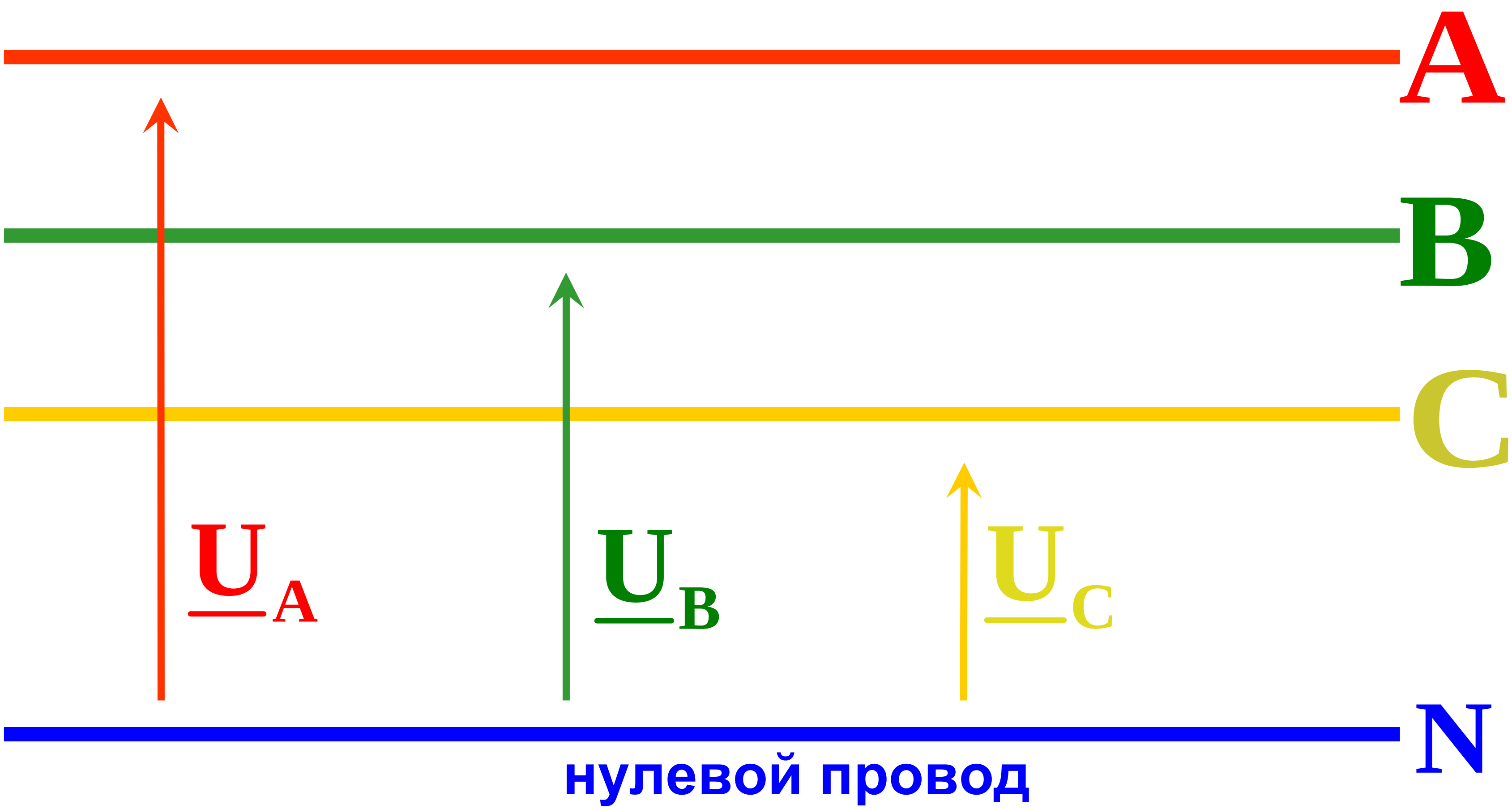
$$\underline{E}_C = a\underline{E}_A$$

$$\underline{U}_{AB} = U_{\Lambda} \cdot e^{j(\alpha+30°)}$$

$$\underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB}$$

$$\underline{U}_{CA} = a \underline{U}_{AB}$$

Фазное напряжение - это напряжение между фазой и нулевым проводом или нейтралью


A
B
C
$\underline{U}_A$
$\underline{U}_B$
$\underline{U}_C$
N
нулевой провод

где

$$\begin{cases} \underline{U}_A = U_Ф \cdot e^{j\beta} \\ \underline{U}_B = a^2 \cdot \underline{U}_A \\ \underline{U}_C = a \cdot \underline{U}_A \end{cases}$$

- комплексы действующих значений фазных напряжений

причем

$$\begin{cases} \underline{U}_{AB} = \underline{U}_{A} - \underline{U}_{B} = U_{\Lambda} \cdot e^{j\lambda} \\ \underline{U}_{BC} = \underline{U}_{B} - \underline{U}_{C} = a^2 \cdot \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{CA} = \underline{U}_{C} - \underline{U}_{A} = a \cdot \underline{U}_{AB} \end{cases}$$

$$U_{\Lambda} = \sqrt{3} U_{\Phi} \qquad \lambda = \beta + 30^{o}$$

Симметричный режим трехфазной цепи

Симметричный режим характеризуется симметричной системой фазных ЭДС и напряжений, а также одинаковой нагрузкой (сопротивлениями) фаз.

Трехфазная цепь с одинаковой нагрузкой (сопротивлениями) фаз называется симметричной

Симметричный режим является нормальным режимом трехфазных цепей и рассчитывается известными методами в комплексной форме

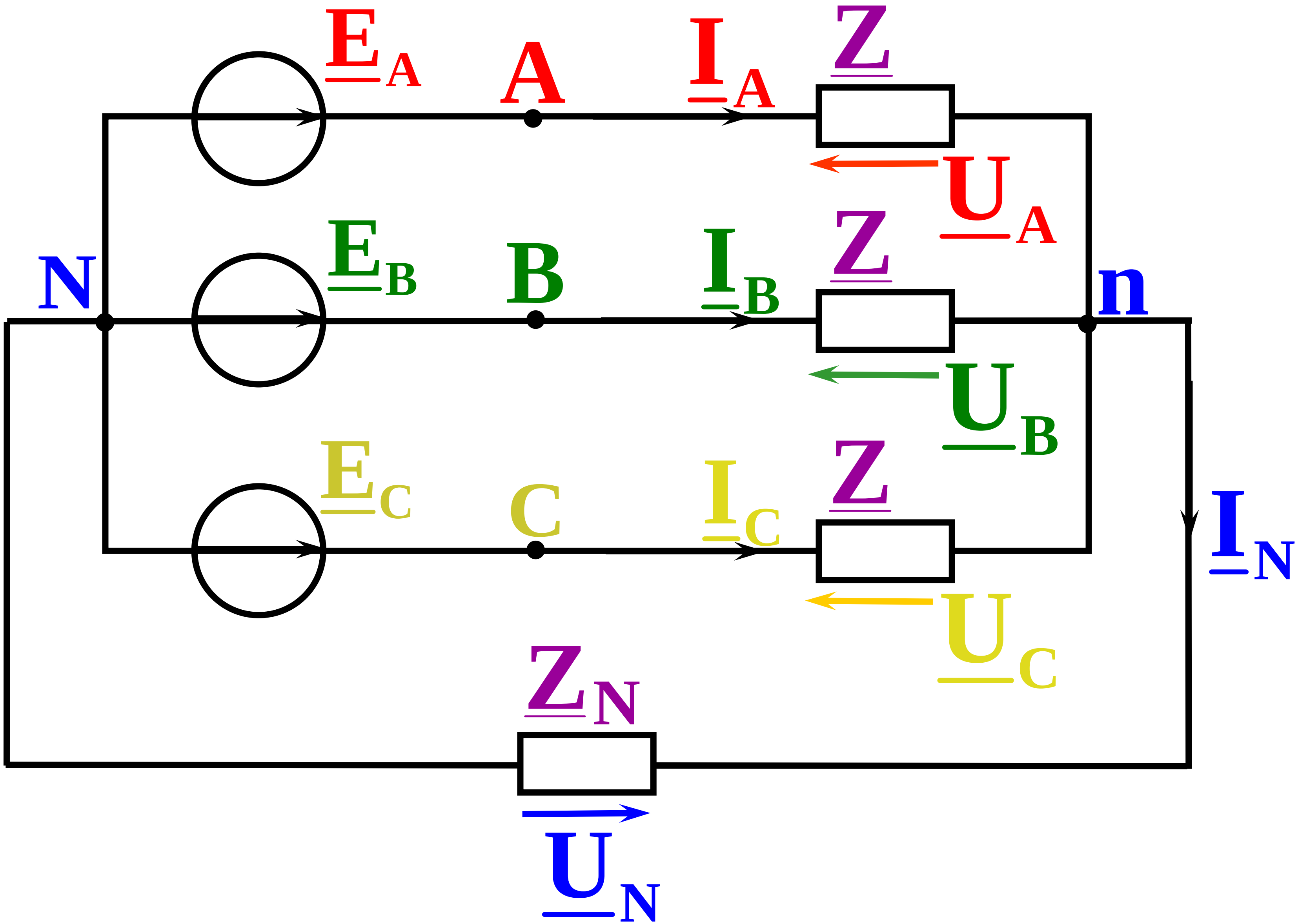
1. Соединение звезда-звезда с нулевым проводом

при

$$\underline{E}_A = Ee^{j\alpha}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{Z}_N = Z_N \cdot e^{j\varphi_N}$$



E A
A
I A
Z
U A
N
E B
B
I B
Z
n
U B
E C
C
I C
Z
I N
U C
Z N
U N

где

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ - **линейные токи**, равные **фазным токам**;

$\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ - **фазные напряжения**;

$\underline{I}_N$ и $\underline{U}_N$ - **ток** и **напряжение нулевого провода**

По 2-му закону Кирхгофа и закону Ома:

$$\underline{I}_A = (\underline{E}_A - \underline{U}_N)/\underline{Z} = \underline{U}_A / \underline{Z}$$

$$\underline{I}_B = (\underline{E}_B - \underline{U}_N)/\underline{Z} = \underline{U}_B / \underline{Z}$$

$$\underline{I}_C = (\underline{E}_C - \underline{U}_N)/\underline{Z} = \underline{U}_C / \underline{Z}$$

Тогда по 1-му закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_N = \underline{U}_N \Big/ \underline{Z}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C =$$

$$= \frac{\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C}{\underline{Z}} - 3\underline{U}_N \Big/ \underline{Z}$$

Но

$$\underline{\underline{E}}_A + \underline{\underline{E}}_B + \underline{\underline{E}}_C = (1 + a^2 + a)\underline{\underline{E}}_A = 0$$

Т.е.

$$\underline{U}_N \left({}^{1}\!/_{\underline{Z}_N} + {}^{3}\!/_{\underline{Z}} \right) = 0$$

Таким образом

$$\boxed{\underline{U}_N = 0}$$

$$\boxed{\underline{I}_N = \underline{U}_N / \underline{Z}_N = 0}$$

$$\underline{I}_A = \underline{E}_A / \underline{Z} = I_{\Lambda} e^{j(\alpha-\varphi)}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A$$

$$\underline{U}_A = \underline{E}_A$$

$$\underline{U}_B = a^2 \underline{E}_A$$

$$\underline{U}_C = a\underline{E}_A$$

Комплекс полной вырабатываемой мощности

$$\underline{\underline{S}}_{B} = \underline{\underline{E}}_{A}\underline{\underline{\dot{I}}}_{A} + \underline{\underline{E}}_{B}\underline{\underline{\dot{I}}}_{B} + \underline{\underline{E}}_{C}\underline{\underline{\dot{I}}}_{C} =$$

$$= 3 \cdot E \cdot I_{\Lambda} e^{j\varphi} =$$

$$= P_{B} + jQ_{B}, \ (\text{BA})$$

а) активная мощность

$$P_{В} = P_{П} = 3 \cdot E \cdot I_{Λ} \cos\varphi =$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{Λ} \cdot I_{Λ} \cos\varphi =$$

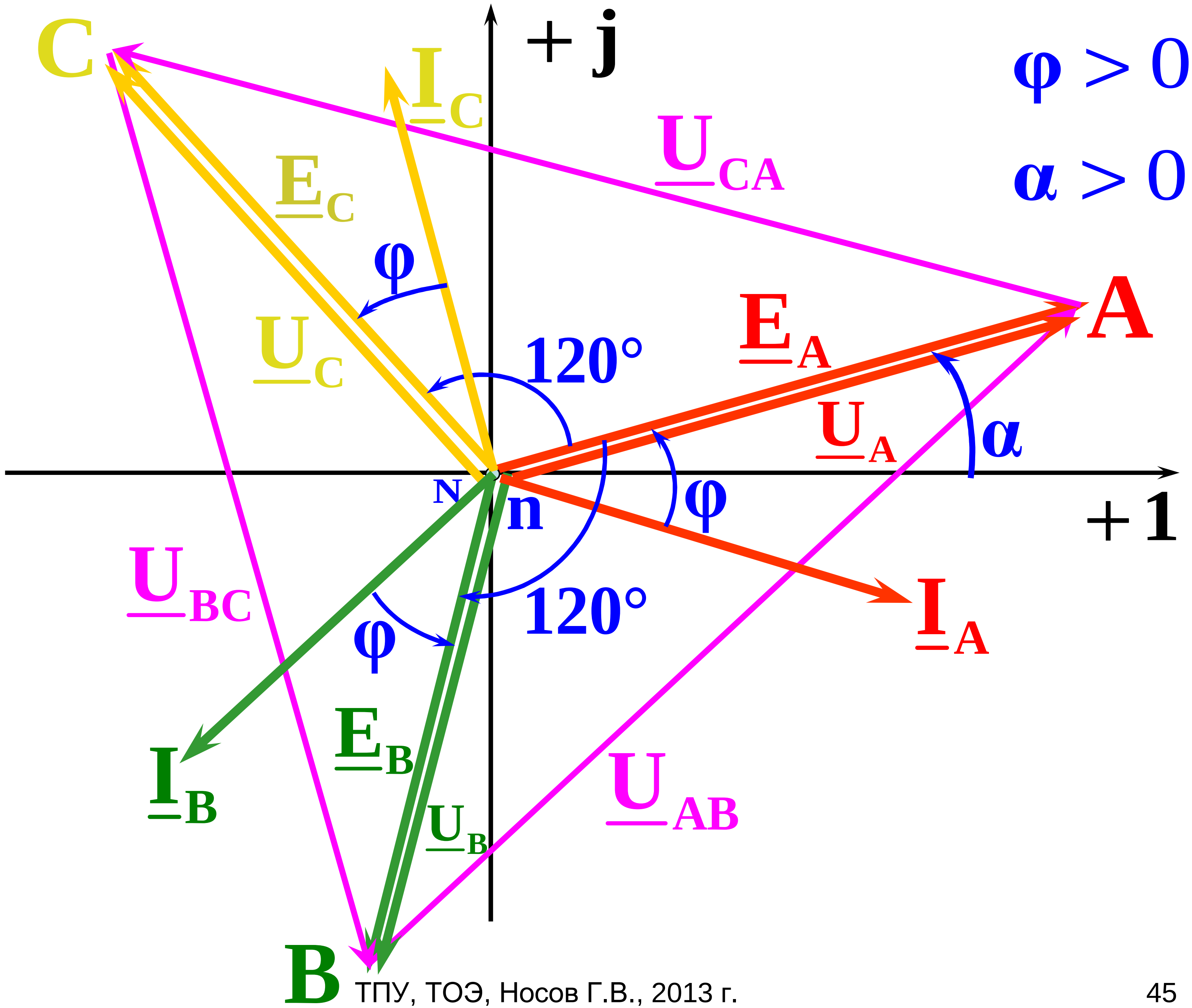
$$= 3 \cdot I_{Λ}^{2} \cdot \left[\mathrm{Re}(\underline{Z}) \right], \text{ (Вт)}$$

б) реактивная мощность

$$Q_В = Q_П = 3 \cdot E \cdot I_Л \sin\varphi =$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_Л \cdot I_Л \sin\varphi =$$

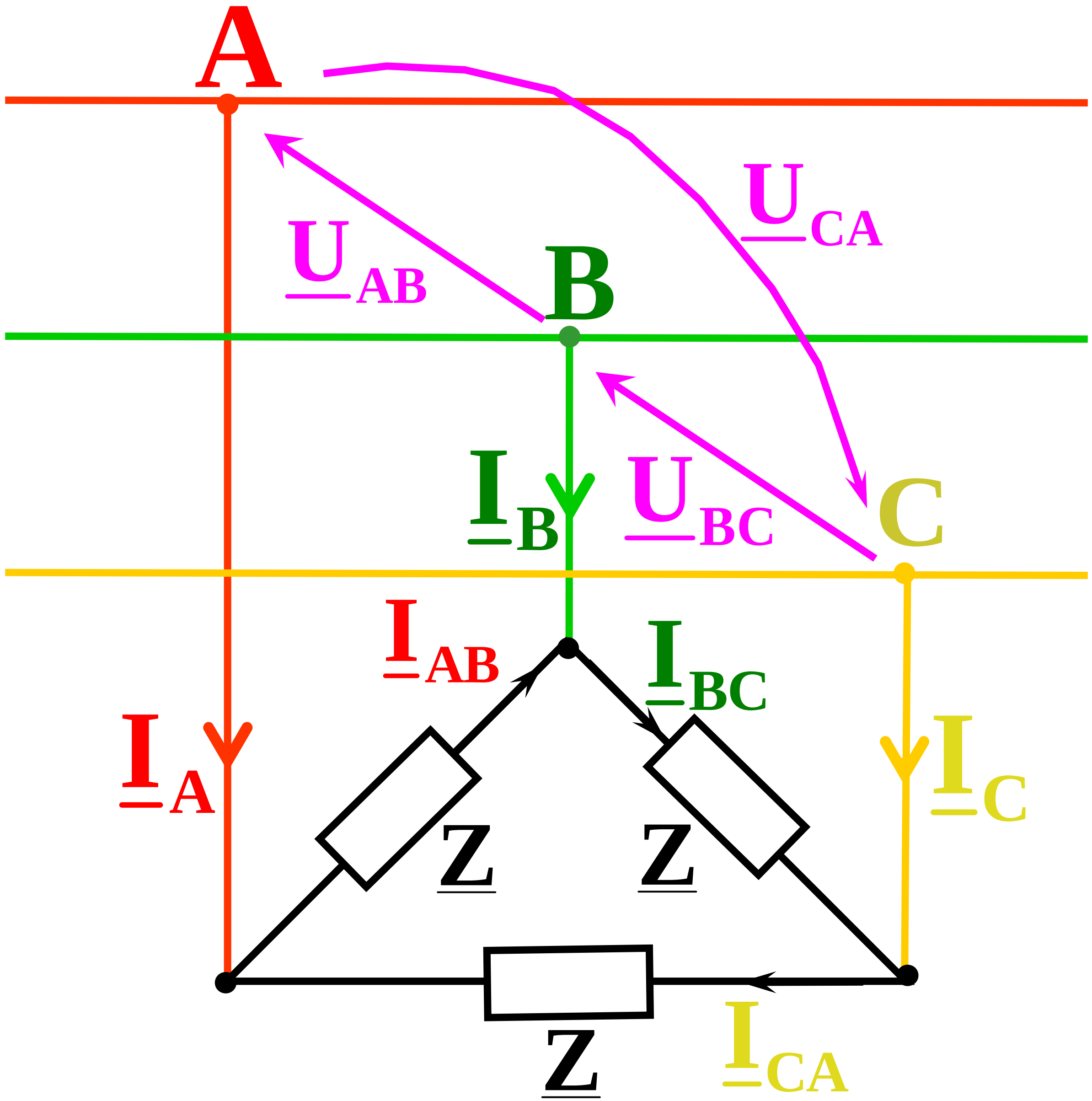
$$= 3 \cdot I_Л^2 \cdot \left[\mathrm{Im}(\underline{Z}) \right], \text{ (вар)}$$


+ j
+ 1
φ > 0
α > 0
C
A
B
N
n
$\underline{I}_C$
$\underline{E}_C$
$\underline{U}_C$
$\underline{U}_{CA}$
$\underline{E}_A$
$\underline{U}_A$
$\underline{I}_A$
$\underline{U}_{BC}$
$\underline{I}_B$
$\underline{E}_B$
$\underline{U}_B$
$\underline{U}_{AB}$
φ
φ
φ
α
120°
120°

В симметричном режиме ток нулевого провода $\underline{I}_N$ и напряжение смещения нейтралей $\underline{U}_N$ равны нулю, поэтому цепь без нулевого провода рассчитывается аналогично, причем такой расчет можно вести на одну фазу (A)

2. Соединение нагрузки треугольником при

$$\underline{U}_{AB} = U_{\Lambda} e^{j\lambda}, \quad \underline{Z} = Z e^{j\varphi}$$


A
B
C
U_AB
U_BC
U_CA
I_A
I_B
I_C
I_AB
I_BC
I_CA
Z
Z
Z

где

$\underline{\underline{I}}_A, \underline{\underline{I}}_B, \underline{\underline{I}}_C$ - **линейные токи**;

$\underline{\underline{I}}_{AB}, \underline{\underline{I}}_{BC}, \underline{\underline{I}}_{CA}$ - **фазные токи**;

$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ - **линейные напряжения, равные фазным напряжениям**

По закону Ома:

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z} = I_{\Phi} e^{j(\lambda-\varphi)}$$

$$\underline{I}_{BC} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z} = a^2 \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_{CA} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z} = a\underline{I}_{AB}$$

По 1 закону Кирхгофа

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = I_\Lambda e^{j(\lambda-\varphi-30°)}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = a^2 \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = a\underline{I}_A$$

Где действующие значения:

$$\boxed{I_{Ф} = \frac{U_{Л}}{Z}}$$

$$\boxed{I_{Л} = \sqrt{3} I_{Ф}}$$

а) активная потребляемая мощность

$$P_{П} = 3 \cdot U_{Л} \cdot I_{Ф} \cos\varphi =$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{Л} \cdot I_{Л} \cos\varphi =$$

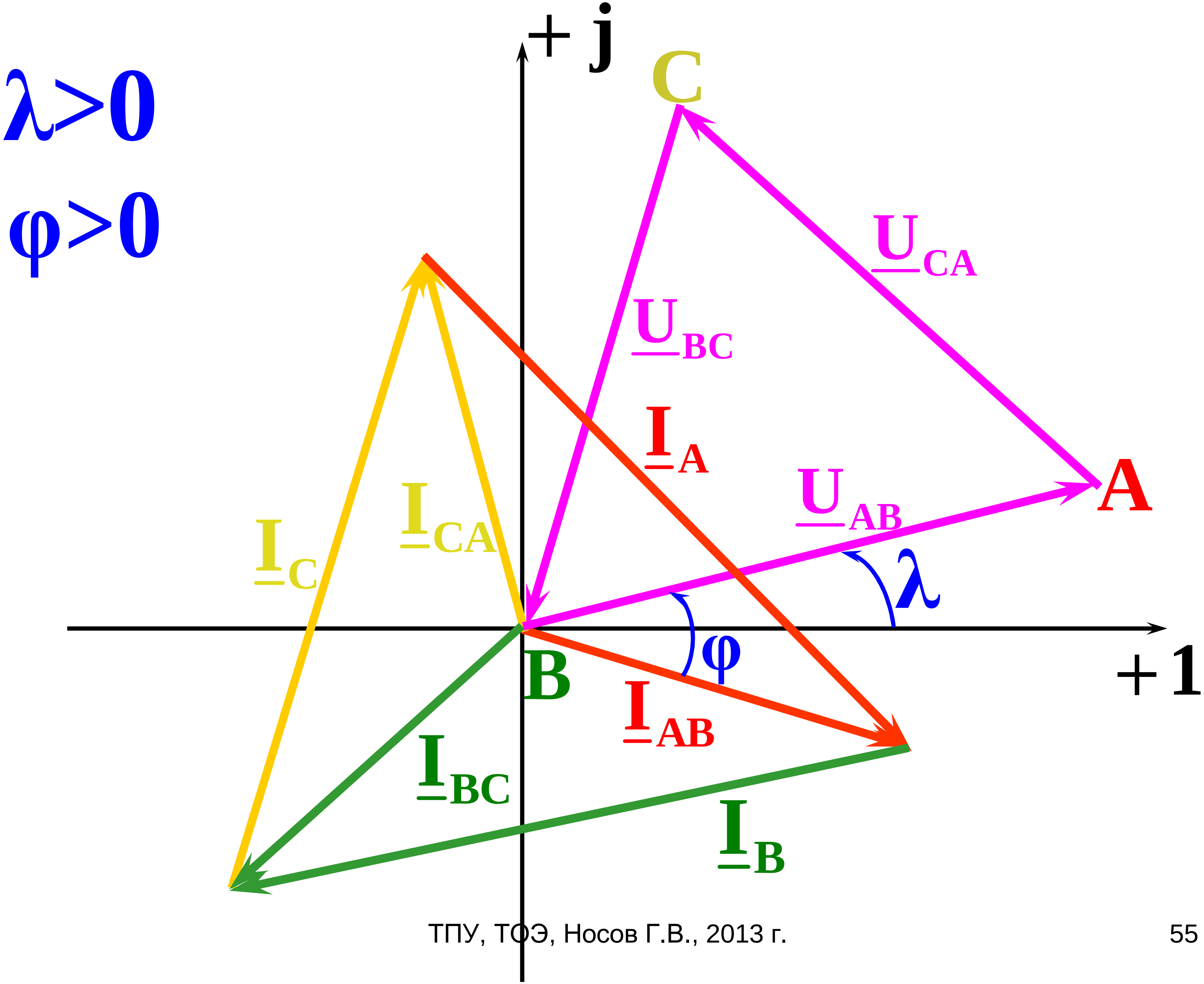
$$= 3 \cdot I_{Ф}^{2} \cdot \left[\mathrm{Re}(\underline{Z}) \right], \text{ (Вт)}$$

б) реактивная потребляемая мощность

$$Q_{П} = 3 \cdot U_{Л} \cdot I_{Ф} \sin\varphi =$$

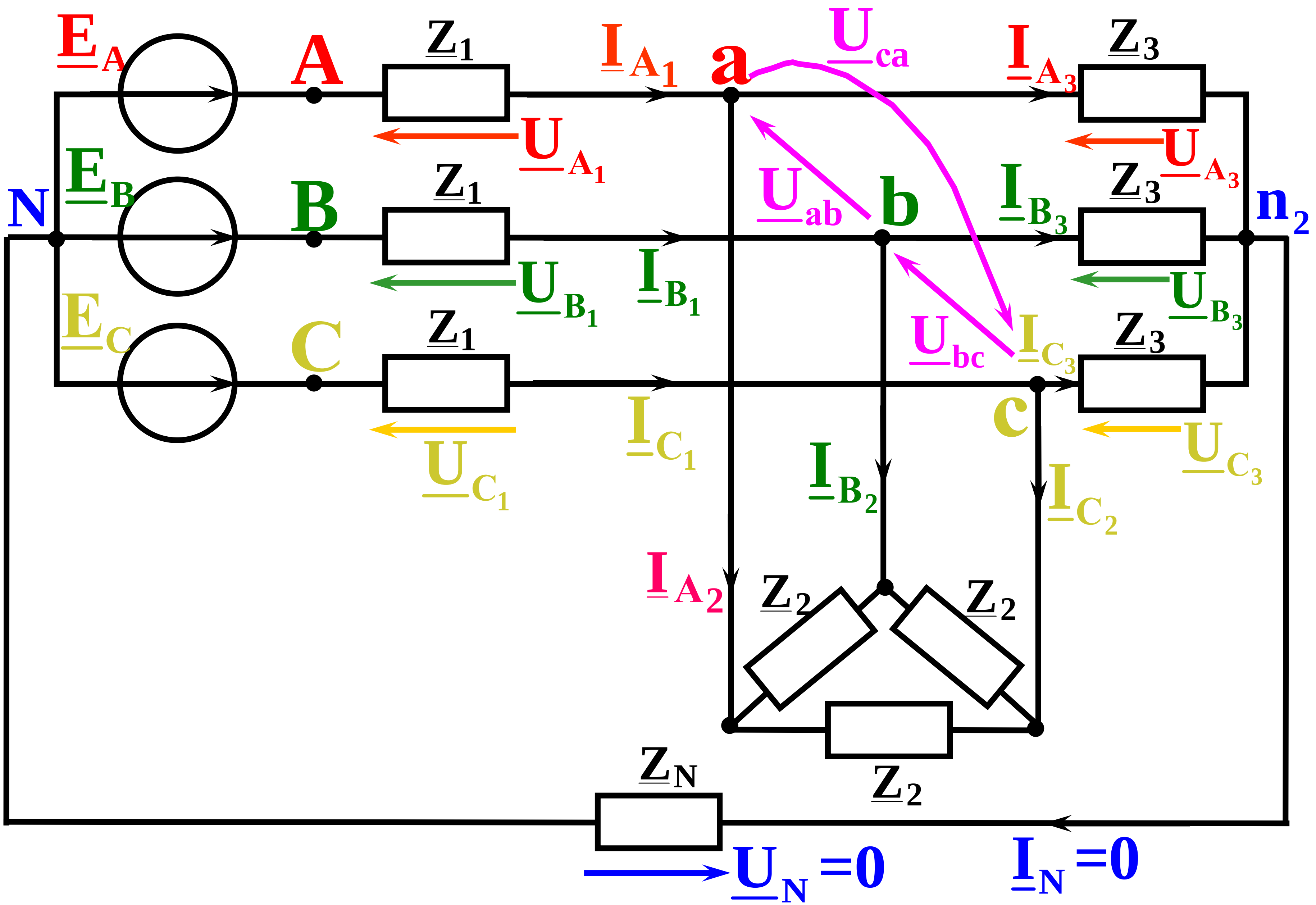
$$= \sqrt{3} \cdot U_{Л} \cdot I_{Л} \sin\varphi =$$

$$= 3 \cdot I_{Ф}^{2} \bullet \left[\mathrm{Im}(\underline{Z}) \right], \text{(вар)}$$


λ>0
φ>0
+ j
+1
C
A
B
U
CA
U
BC
U
AB
I
A
I
AB
I
CA
I
C
I
BC
I
B
φ
λ

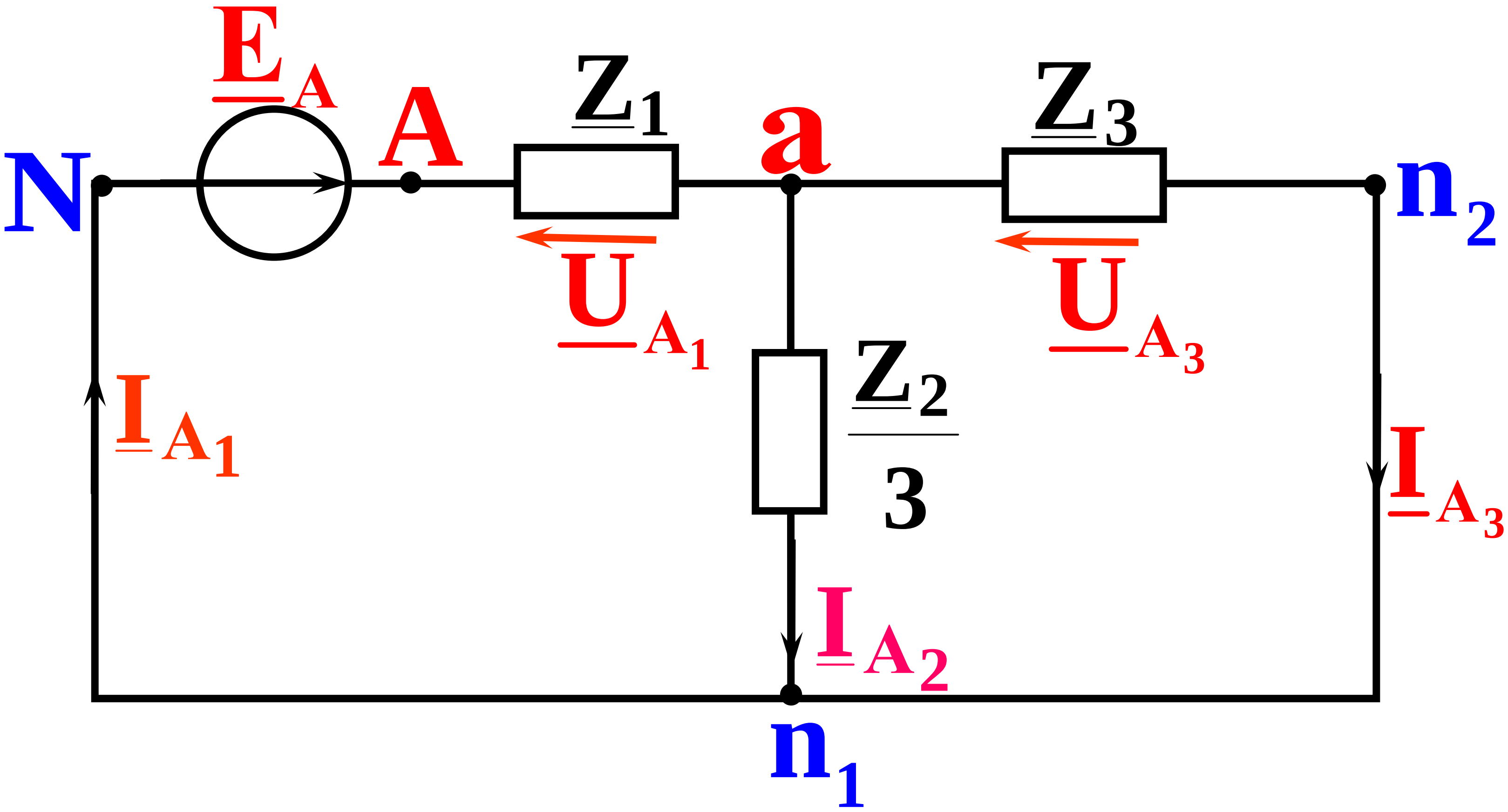
В симметричном режиме при соединении нагрузки треугольником расчет можно было бы вести на одну фазу (А)

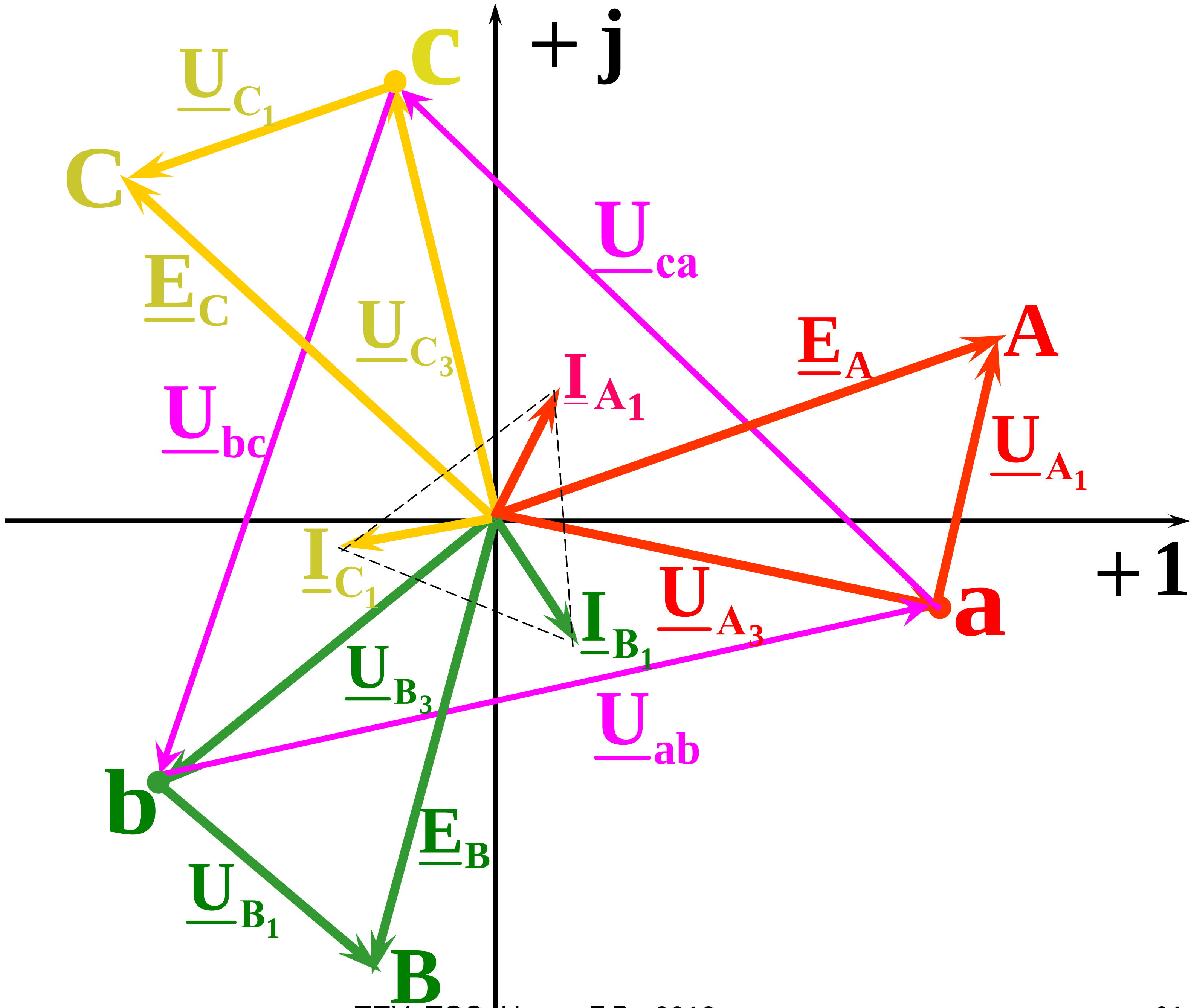
3. Сложная трехфазная цепь в симметричном режиме


E_A
A
Z_1
I_A1
a
U_ca
I_A3
Z_3
U_A1
U_A3
E_B
N
B
Z_1
U_ab
b
I_B3
Z_3
n_2
U_B1
I_B1
U_B3
E_C
C
Z_1
U_bc
I_C3
Z_3
c
U_C1
I_C1
U_C3
I_B2
I_C2
I_A2
Z_2
Z_2
Z_2
Z_N
U_N =0
I_N =0

В симметричном режиме расчет сложной трехфазной цепи после преобразования треугольника в звезду ведется на одну фазу (A) любым известным методом в комплексной форме, затем при помощи фазового оператора ($a=1e^{j120°}$) находятся токи и напряжения других фаз

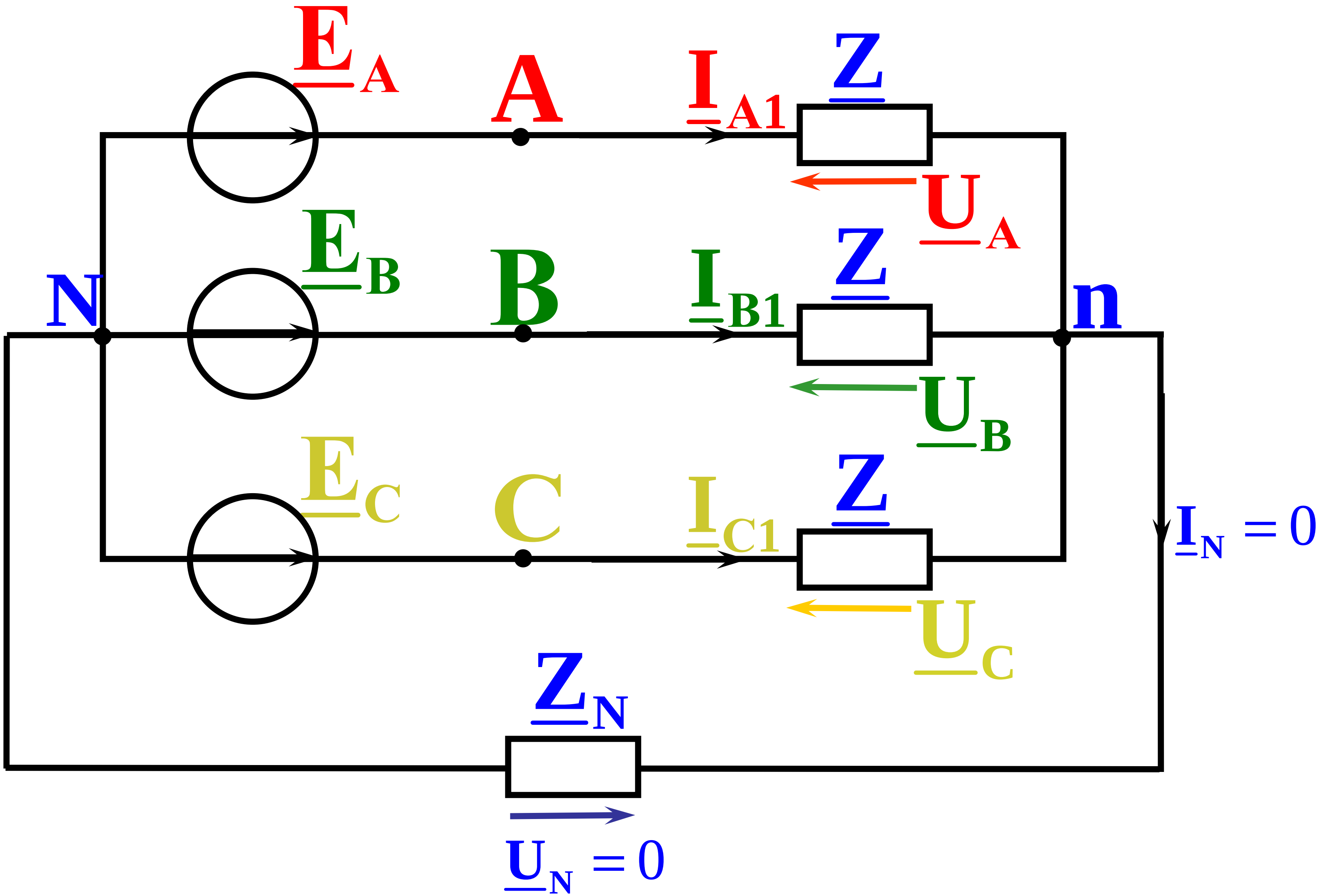
Расчет на одну фазу (A):




+j
+1
C
c
A
a
b
B
$\underline{U}_{C_1}$
$\underline{E}_C$
$\underline{U}_{C_3}$
$\underline{U}_{ca}$
$\underline{U}_{bc}$
$\underline{E}_A$
$\underline{I}_{A_1}$
$\underline{U}_{A_1}$
$\underline{I}_{C_1}$
$\underline{I}_{B_1}$
$\underline{U}_{A_3}$
$\underline{U}_{B_3}$
$\underline{U}_{ab}$
$\underline{E}_B$
$\underline{U}_{B_1}$

Сложную трехфазную цепь в симметричном режиме можно преобразовать до эквивалентной звезды:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{(\underline{Z}_2/3)\cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_2/3}$$



$\underline{E}_A$
A
$\underline{I}_{A1}$
$\underline{Z}$
$\underline{U}_A$
$\underline{E}_B$
N
B
$\underline{I}_{B1}$
$\underline{Z}$
n
$\underline{U}_B$
$\underline{E}_C$
C
$\underline{I}_{C1}$
$\underline{Z}$
$\underline{I}_N = 0$
$\underline{U}_C$
$\underline{Z}_N$
$\underline{U}_N = 0$