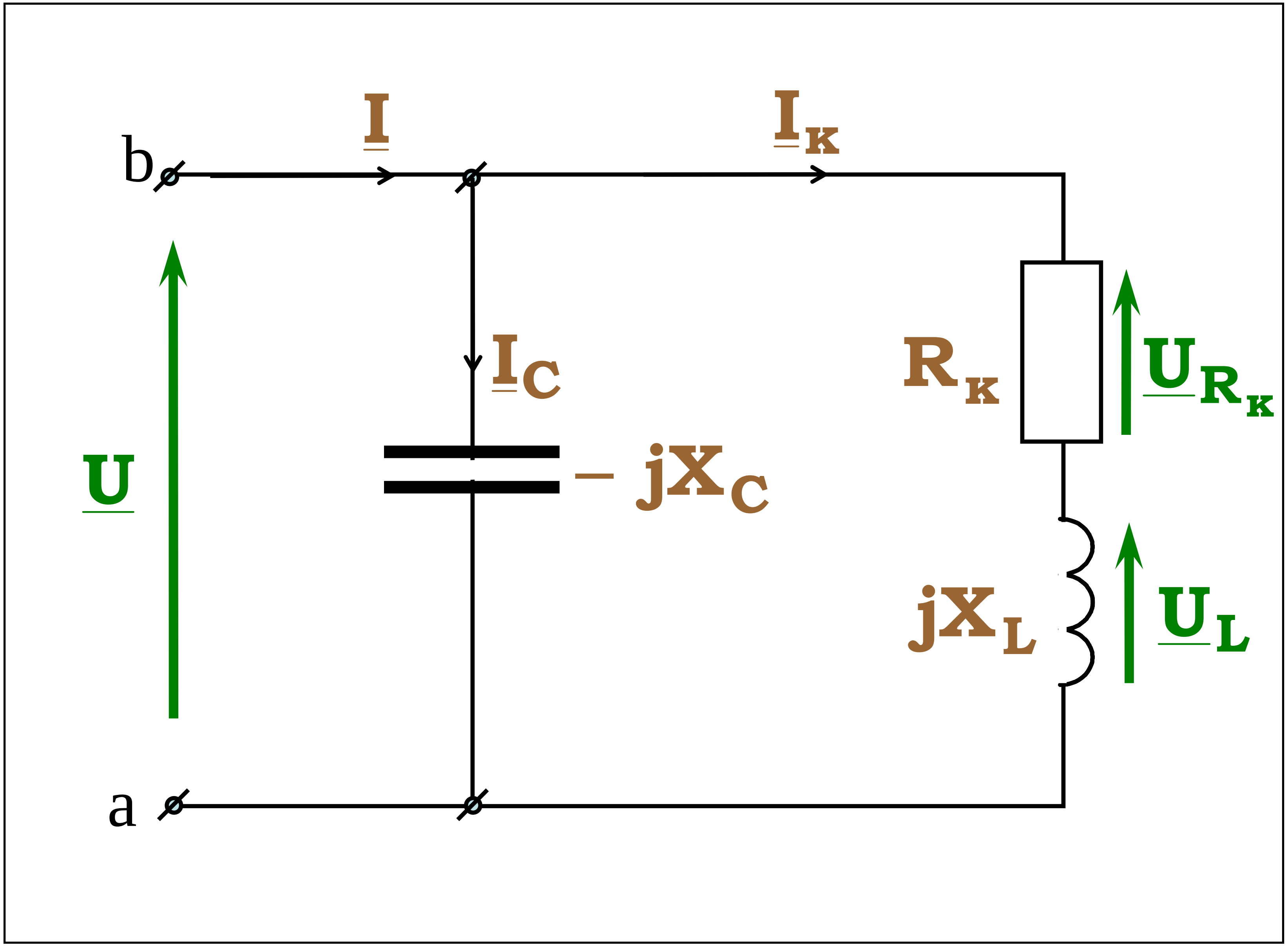
10 лекция

Резонанс токов

Резонанс токов – это резонанс при параллельно соединенных емкости и индуктивности


b
I
Iк
IC
Rк
URк
− jXC
U
jXL
UL
a

По закону Ома

$$\boxed{\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{U}} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{вх}} = \mathbf{I}e^{j(\alpha-\varphi)}, \qquad \mathbf{(A)}}$$

где $\underline{\mathbf{U}} = \mathbf{U}e^{j\alpha}$ - входное напряжение

Комплекс входной проводимости цепи

$$\underline{Y}_{вх} = \frac{1}{(-jX_C)} + \frac{1}{(R_к + jX_L)} =$$

$$= \frac{j}{X_C} + \frac{R_к - jX_L}{(R_к + jX_L)(R_к - jX_L)} =$$

$$= g - jb = Y_{вх} e^{-j\varphi}, \left(1/_{Ом}\right)$$

Где

$$g = \frac{R_к}{R_к^2 + X_L^2}, \qquad \left(1/Ом\right)$$

- **активная проводимость цепи**

Где

$$b = b_к - b_C =$$

$$= \frac{X_L}{R_к^2 + X_L^2} - \frac{1}{X_C}, \quad \left(1/Ом\right)$$

- реактивная проводимость цепи

Где

$$Y_{вх} = \sqrt{g^2 + b^2}, \quad \left(\frac{1}{Ом}\right)$$

- модуль входной проводимости цепи

Где

$$\varphi = \mathbf{arctg}\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{g}}, \qquad (\mathbf{Град})$$

- угол сдвига фаз между $\underline{\mathbf{U}}$ **и** $\underline{\mathbf{I}}$

Из определения резонанса

$$\boxed{\varphi = 0}$$

тогда $$b = b_k - b_C = 0$$

В результате условие резонанса токов:

$$\boxed{b_к = b_C}$$

или

$$\boxed{\frac{X_L}{R_к^2 + X_L^2} = \frac{1}{X_C}}$$

Тогда

$\mathbf{b = 0}$	$\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{вх}} = \mathbf{g}$	$\varphi = \mathbf{0}$
	$\underline{\mathbf{I}} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{g} e^{\mathbf{j}\alpha}$	

Тогда

$$\mathbf{P = U^2 g}$$

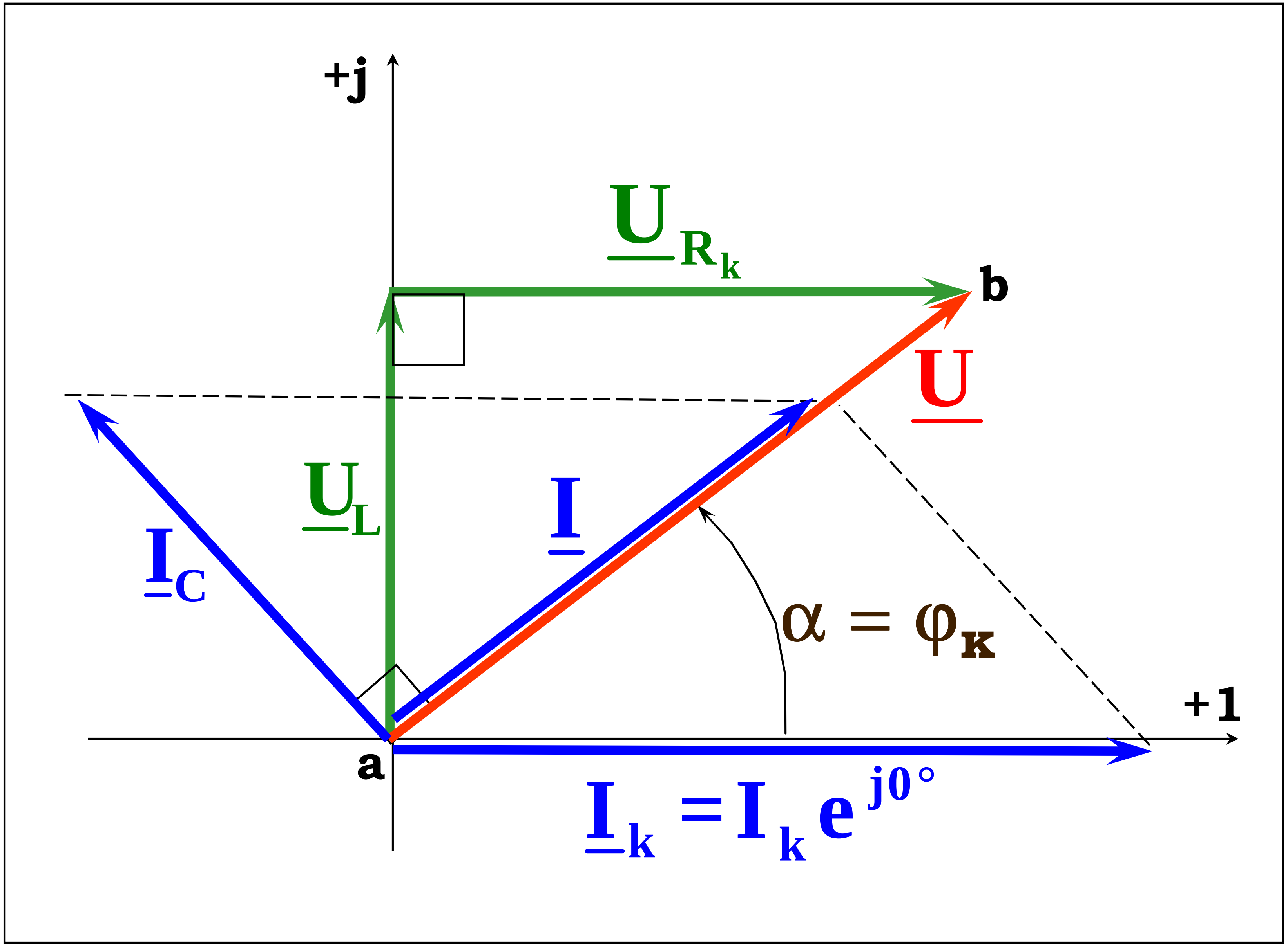
$$\mathbf{\cos\varphi = 1}$$

$$\mathbf{Q = 0}$$

$$\mathbf{S = P}$$

При резонансе токов входная проводимость цепи и входной ток минимальны

Векторная диаграмма при резонансе токов



+j
$\underline{U}_{R_k}$
b
$\underline{U}$
$\underline{U}_L$
$\underline{I}$
$\underline{I}_C$
$\alpha = \varphi_к$
+1
a
$\underline{I}_k = I_k e^{j0°}$

Где

$$Z_к = \sqrt{R_к^2 + X_L^2}$$

$$I_к = U/Z_к$$

$$U_L = I_к X_L$$

Где

$$U_{R_к} = R_к I_к$$

$$\varphi_к = \mathrm{arctg}\frac{X_L}{R_к}$$

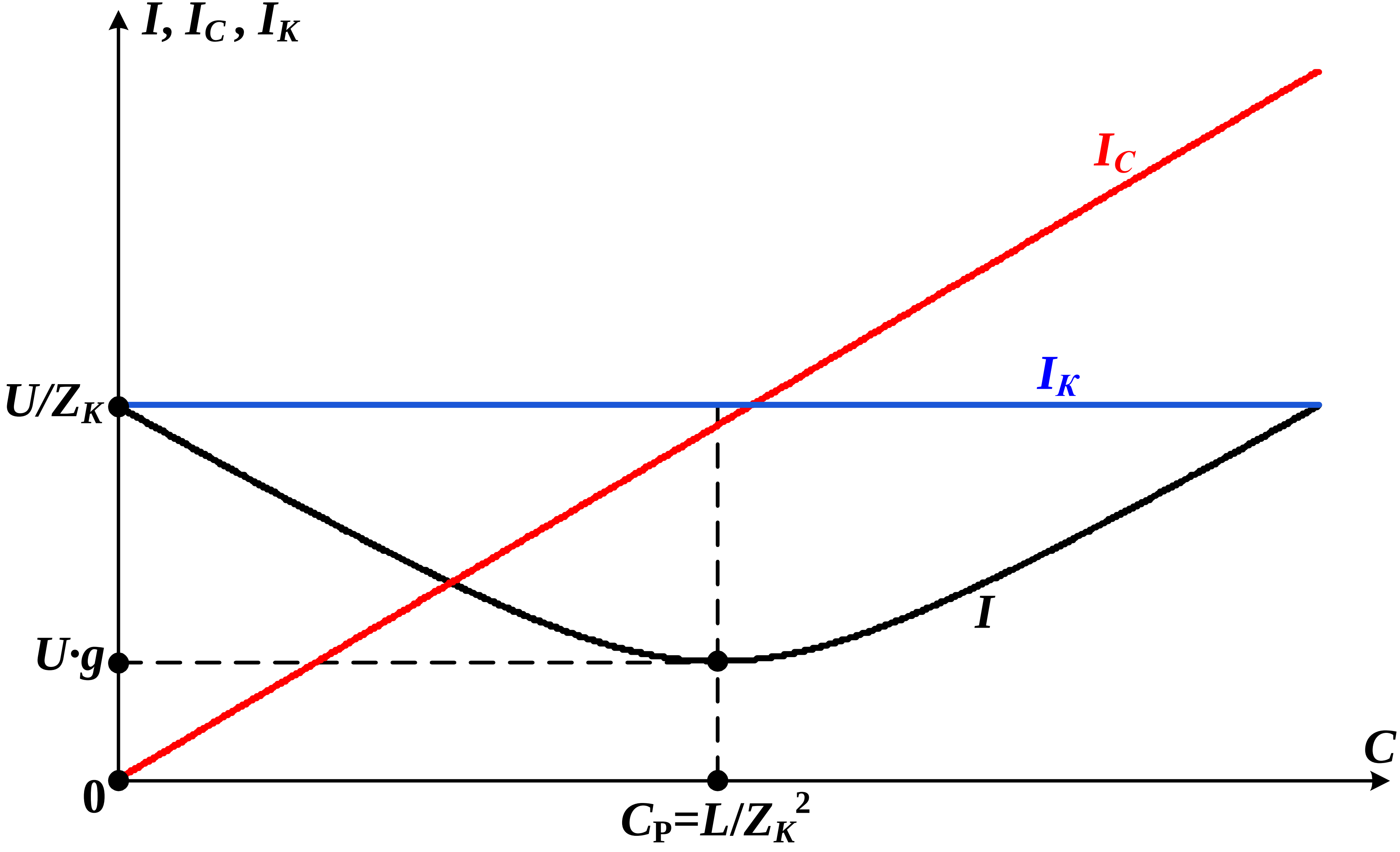
$$I_C = U / X_C$$

Резонанс токов можно

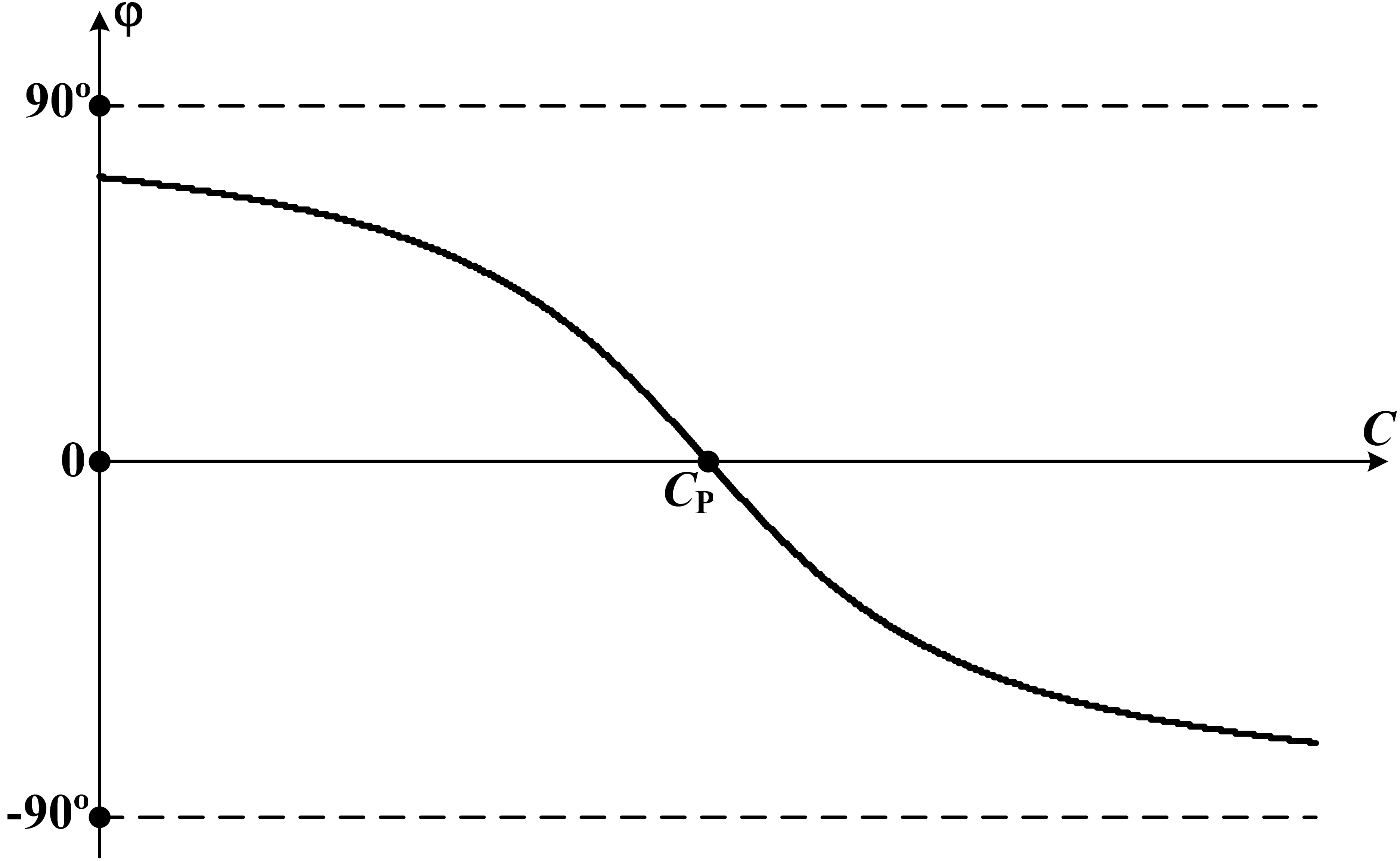
получить при изменении

C, L, $R_К$ или ω

Резонансные характеристики при изменении емкости C



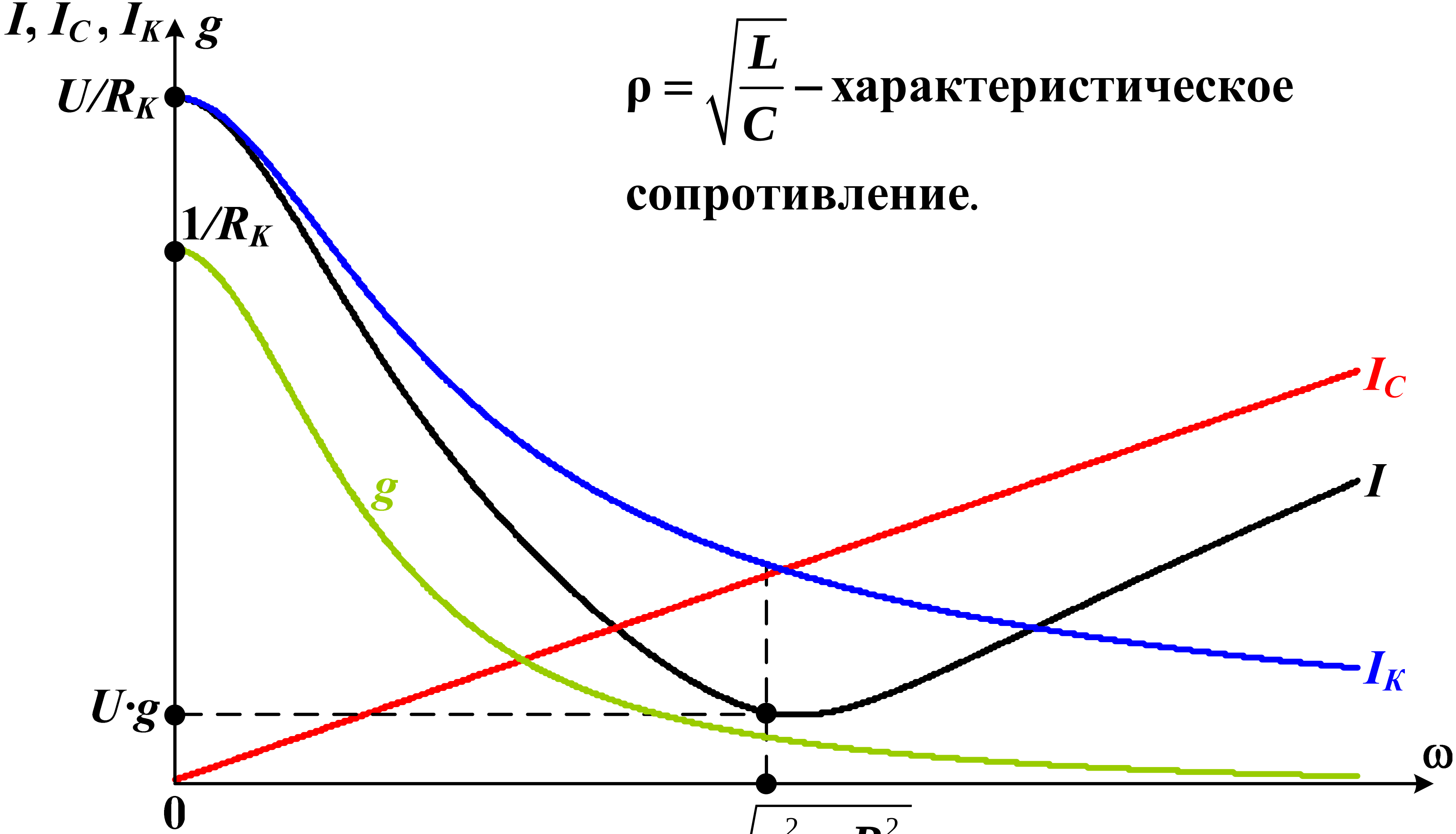
I, I_C, I_K
I_C
I_K
U/Z_K
I
$U \cdot g$
C
0
$C_P = L/Z_K^2$


φ
90º
0
C
C_P
-90º

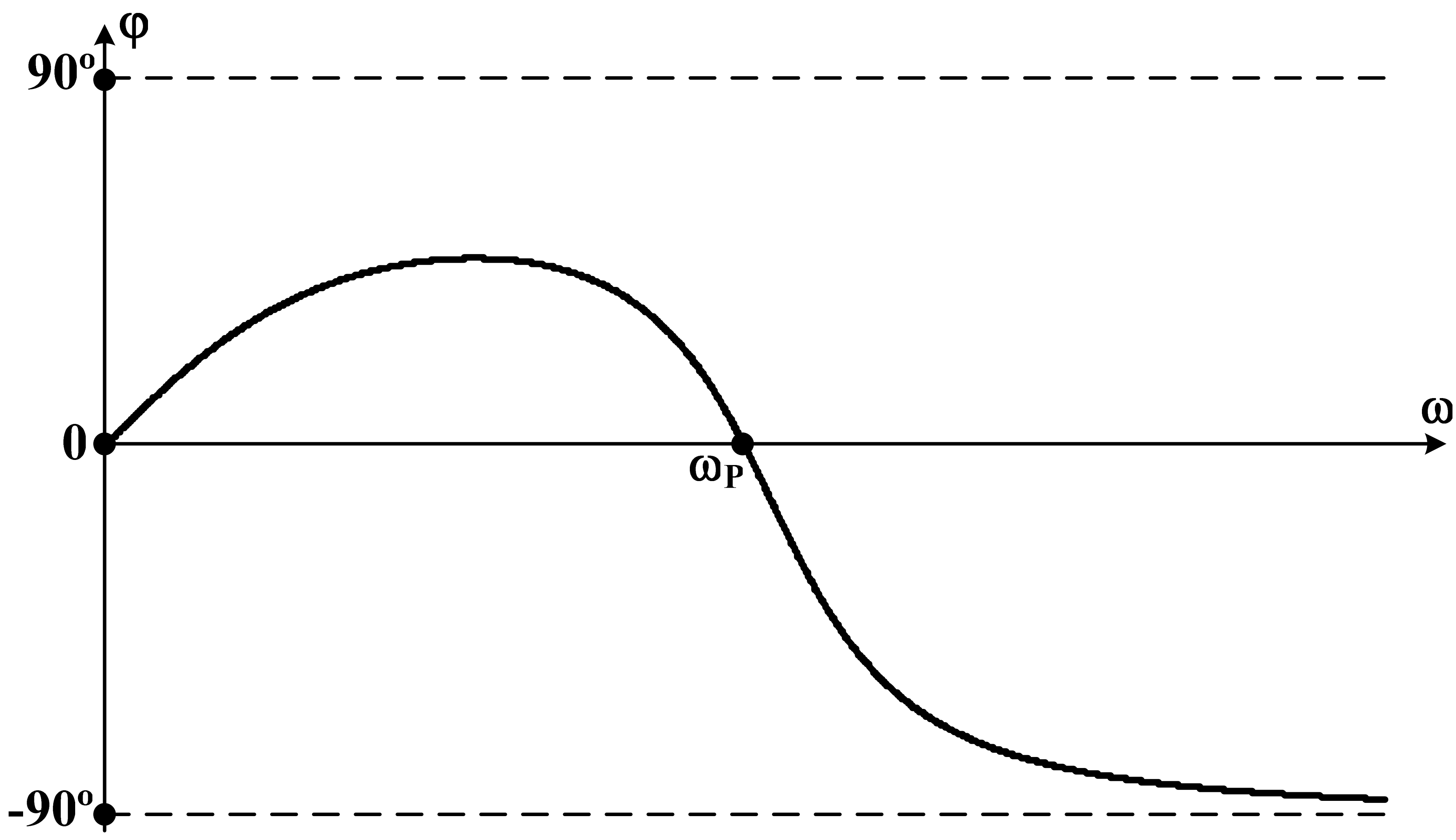
Частотные характеристики при изменении угловой частоты $\omega = 2\pi f$

Где:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$ – характеристическое сопротивление.



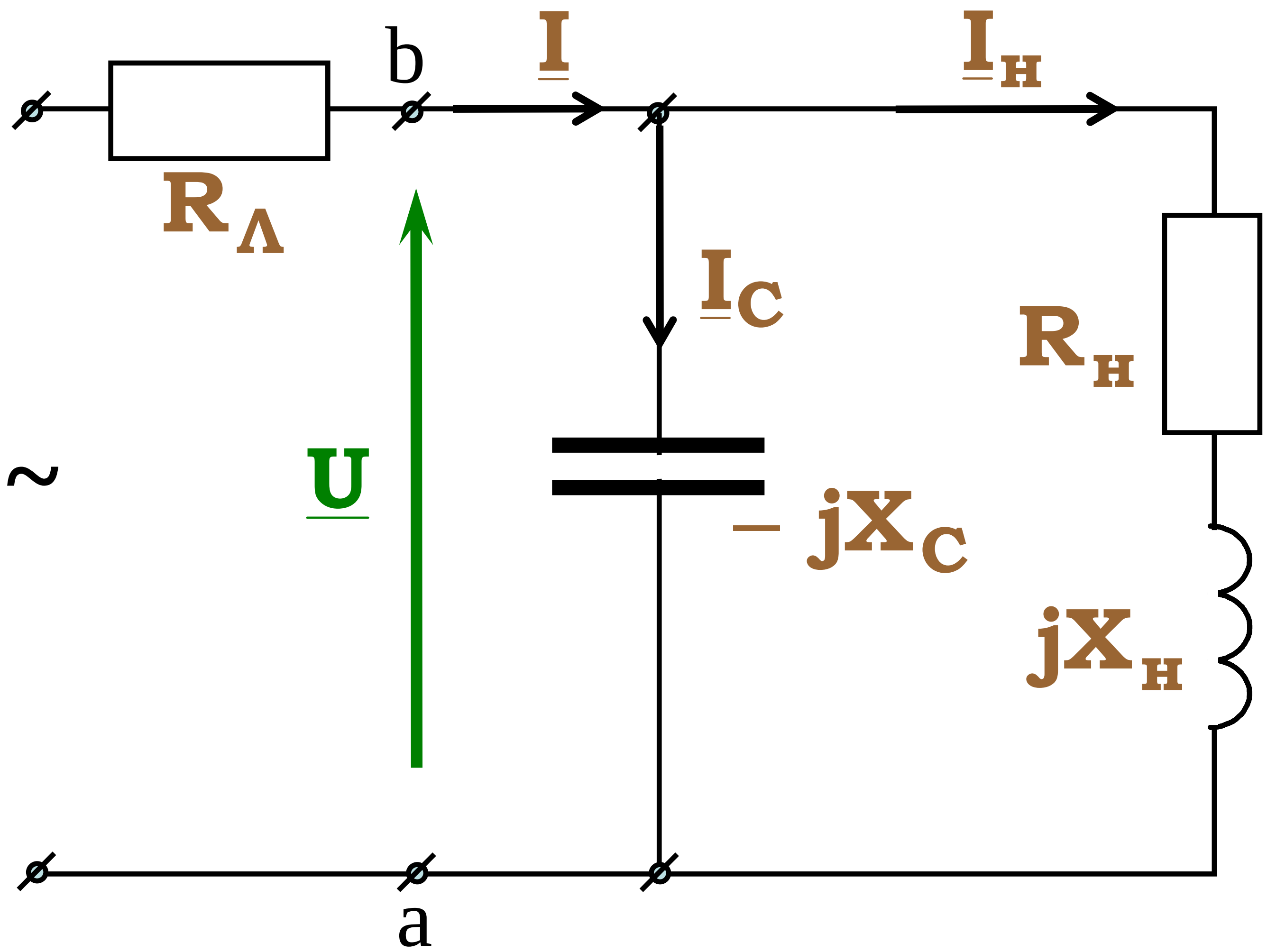
$$\omega_P = \frac{\sqrt{\rho^2 - R_K^2}}{L}$$


φ
90°
0
-90°
ω
ω_P

Резонанс токов используется в радиотехнике для ослабления сигналов определенной частоты

и в электроэнергетике
для уменьшения потерь
энергии в проводах
линии

Например



а) $X_C = \infty \quad (C = 0)$

$$\boxed{P'_\Lambda = (I')^2 R_\Lambda = \frac{U^2 R_\Lambda}{R_н^2 + X_н^2}, \quad (\text{Вт})}$$

б) $$X_C = \frac{R_н^2 + X_н^2}{X_н} \quad \text{(резонанс)}$$

$$P''_л = (I'')^2 R_л =$$

$$= \frac{U^2 R_н^2 R_л}{(R_н^2 + X_н^2)^2} =$$

$$= \frac{P'_л}{1 + \left(X_н / R_н \right)^2} < P'_л, \quad \text{(Вт)}$$

Примечание

Если R_k=0, то тогда

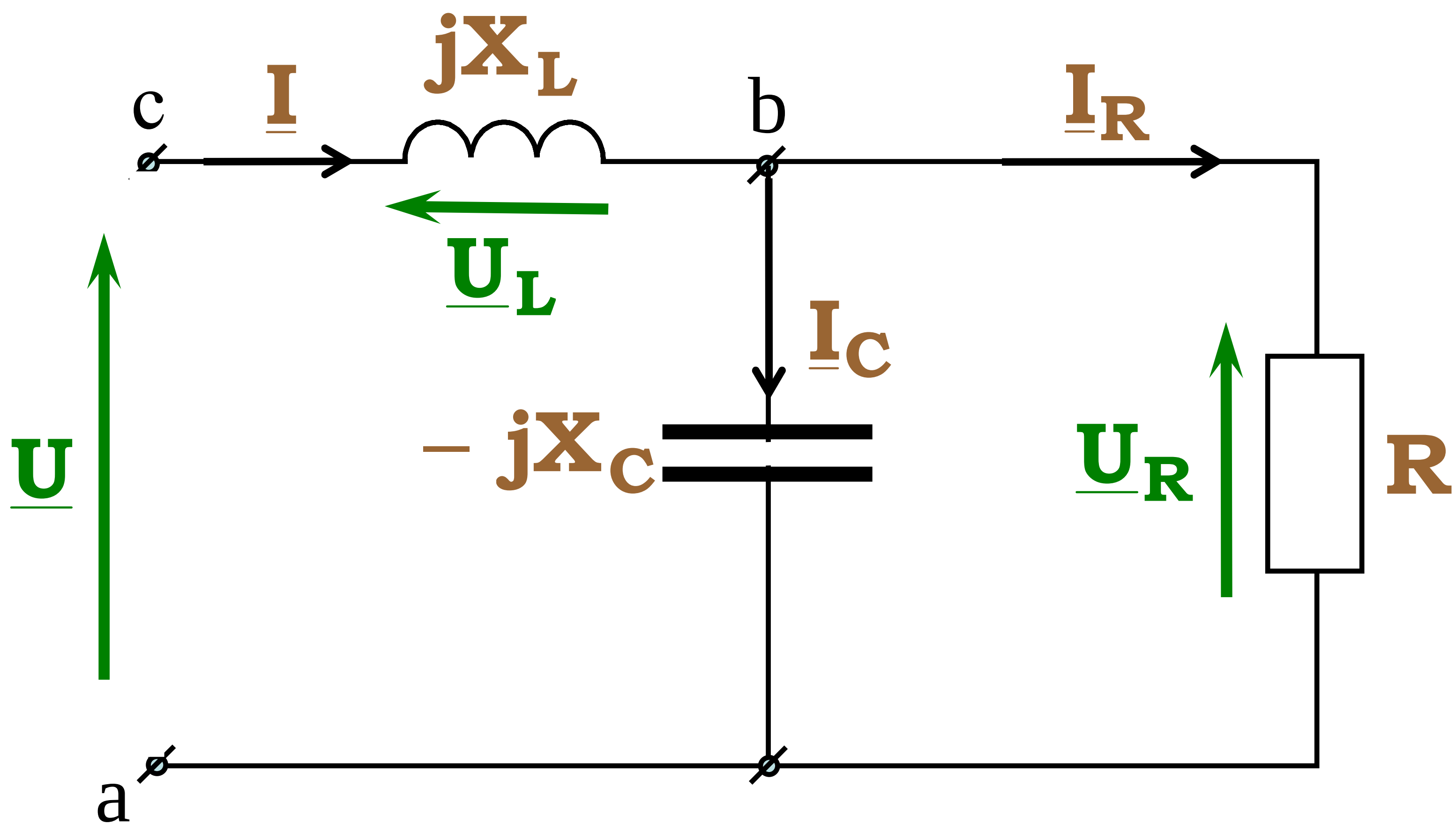
$$\underline{Z}_{ba}=jX_L(-jX_C)/(jX_L-jX_C)=\infty$$

- это идеальный резонанс токов

Резонанс в сложной цепи

Резонанс в сложной цепи – это резонанс, отличающийся от резонансов напряжений и токов

Например



Комплекс входного сопротивления цепи

$$\underline{Z}_{вх} = jX_L + \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} =$$

$$= jX_L + \frac{R(-jX_C)(R + jX_C)}{R^2 + X_C^2} =$$

$$= R_{вх} + jX_{вх} = Z_{вх}e^{j\varphi}, \quad (\text{Ом})$$

Где

$$R_{вх} = \frac{R \cdot X_C^2}{R^2 + X_C^2}, \quad (Ом)$$

- активное сопротивление

$$X_{вх} = X_L - \frac{R^2 X_C}{R^2 + X_C^2}, \quad (Ом)$$

- реактивное сопротивление

Где

$$Z_{вх} = \sqrt{R_{вх}^2 + X_{вх}^2}$$

- полное сопротивление

$$\varphi = \mathrm{arctg}\, X_{вх} / R_{вх}$$

При резонансе

$$\boxed{\varphi = 0}$$

и

$$\boxed{X_{вх} = 0}$$

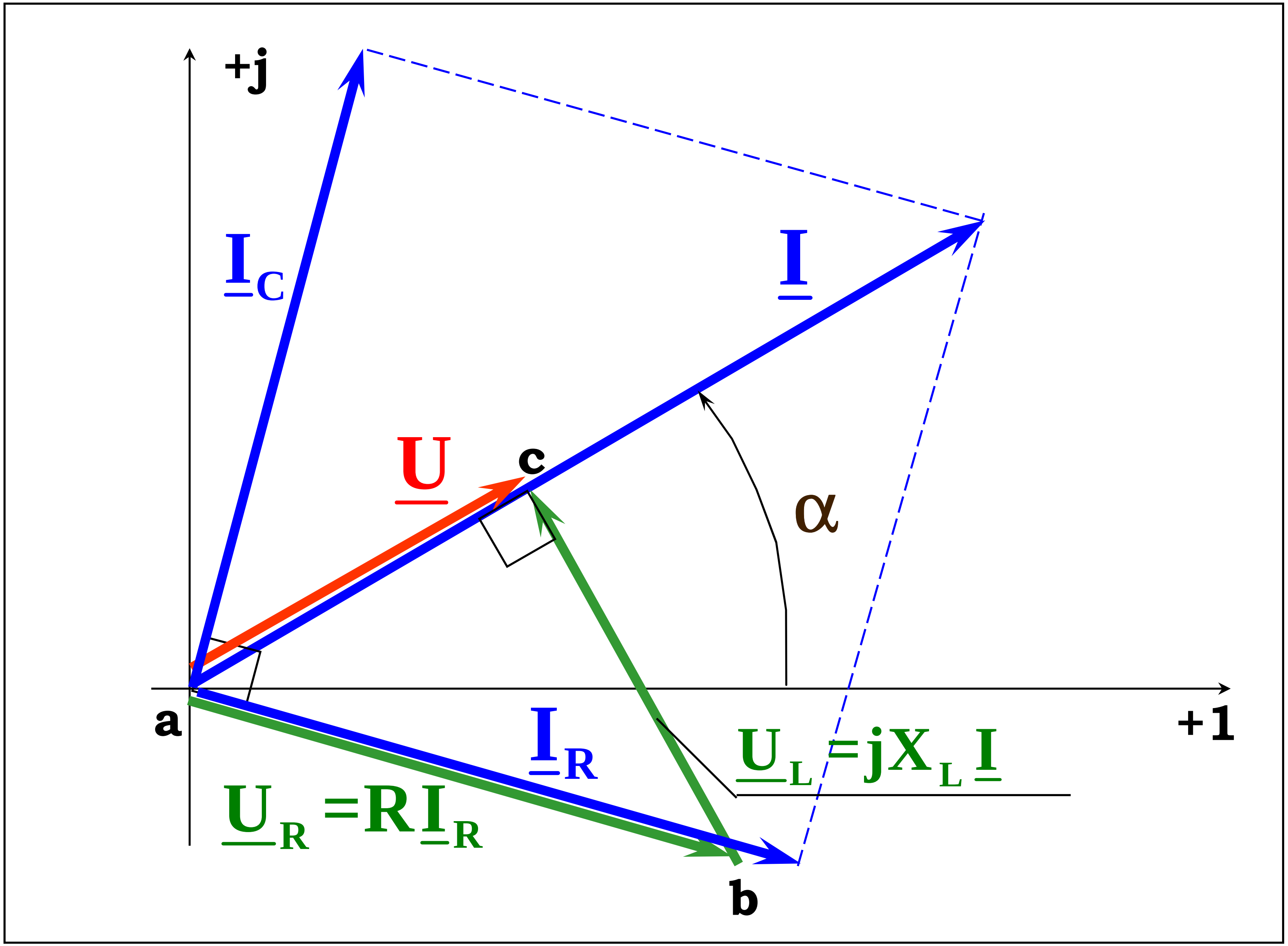
Тогда

$$\underline{Z}_{вх} = R_{вх}$$

$$\underline{I} = \frac{U}{R_{вх}} e^{j\alpha}$$

$$P = \frac{U^2}{R_{вх}}$$

$$Q = 0$$


+j
I_C
I
U
c
α
a
I_R
U_L =jX_L I
+1
U_R =RI_R
b

Где

$$\boxed{\underline{I}_R = \underline{I}\,\frac{(-jX_C)}{R - jX_C}}$$

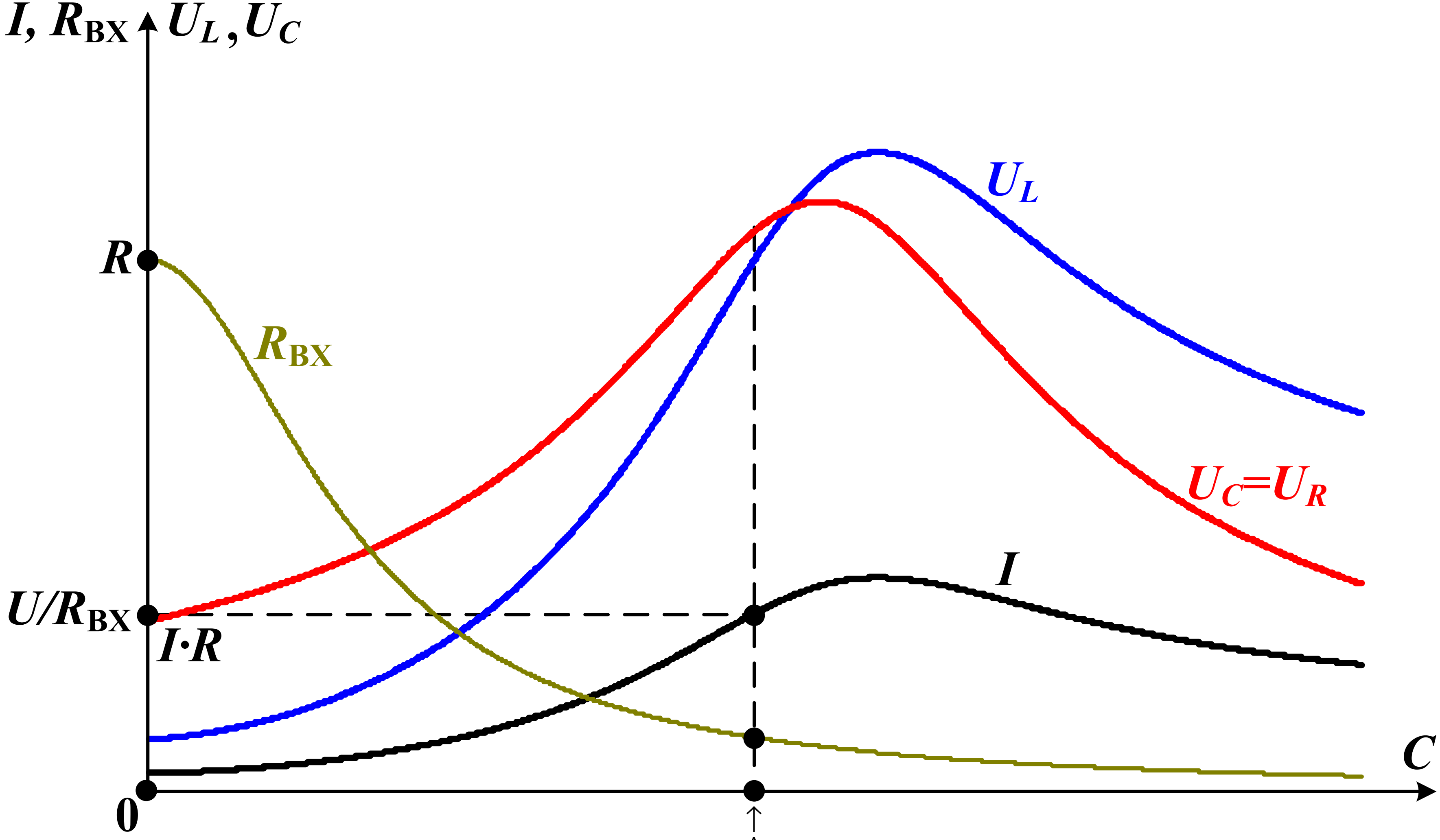
$$\boxed{\underline{I}_C = \underline{I}\,\frac{R}{R - jX_C}}$$

Резонанс можно

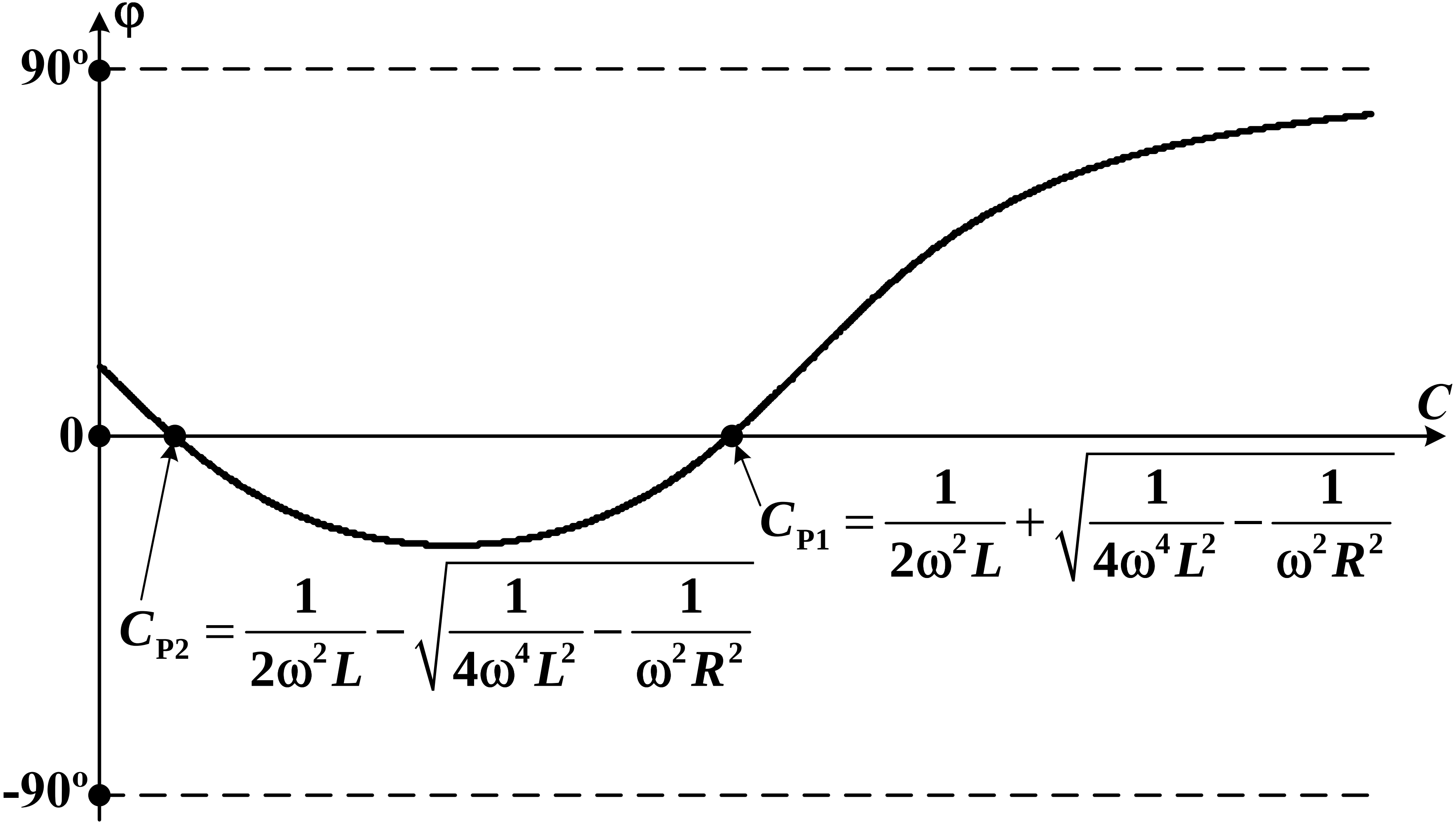
получить при изменении

C, L, R или ω

Резонансные характеристики при изменении емкости C



$$C_{\text{Р1}} = \frac{1}{2\omega^2 L} + \sqrt{\frac{1}{4\omega^4 L^2} - \frac{1}{\omega^2 R^2}}$$

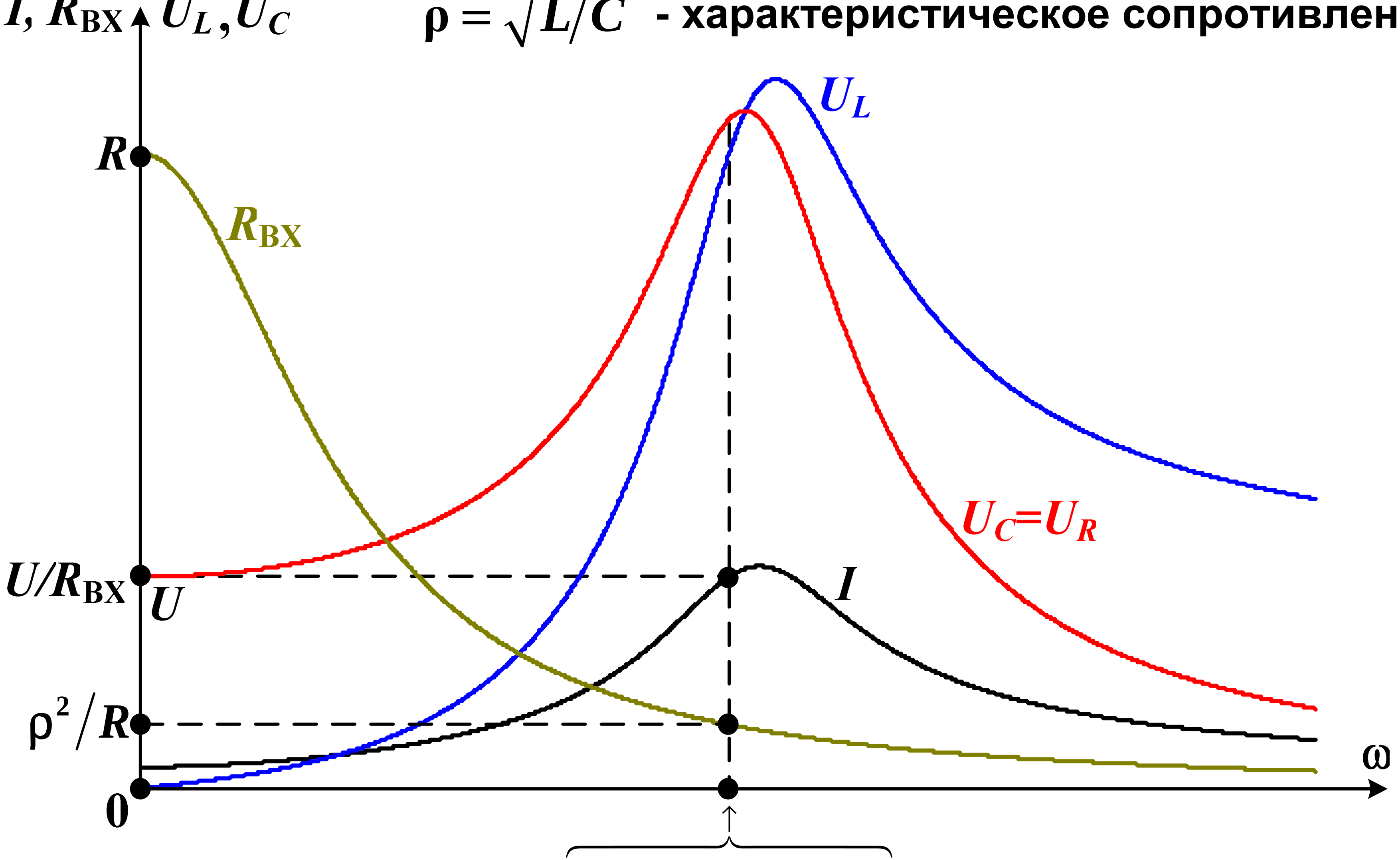


$$C_{P1} = \frac{1}{2\omega^2 L} + \sqrt{\frac{1}{4\omega^4 L^2} - \frac{1}{\omega^2 R^2}}$$

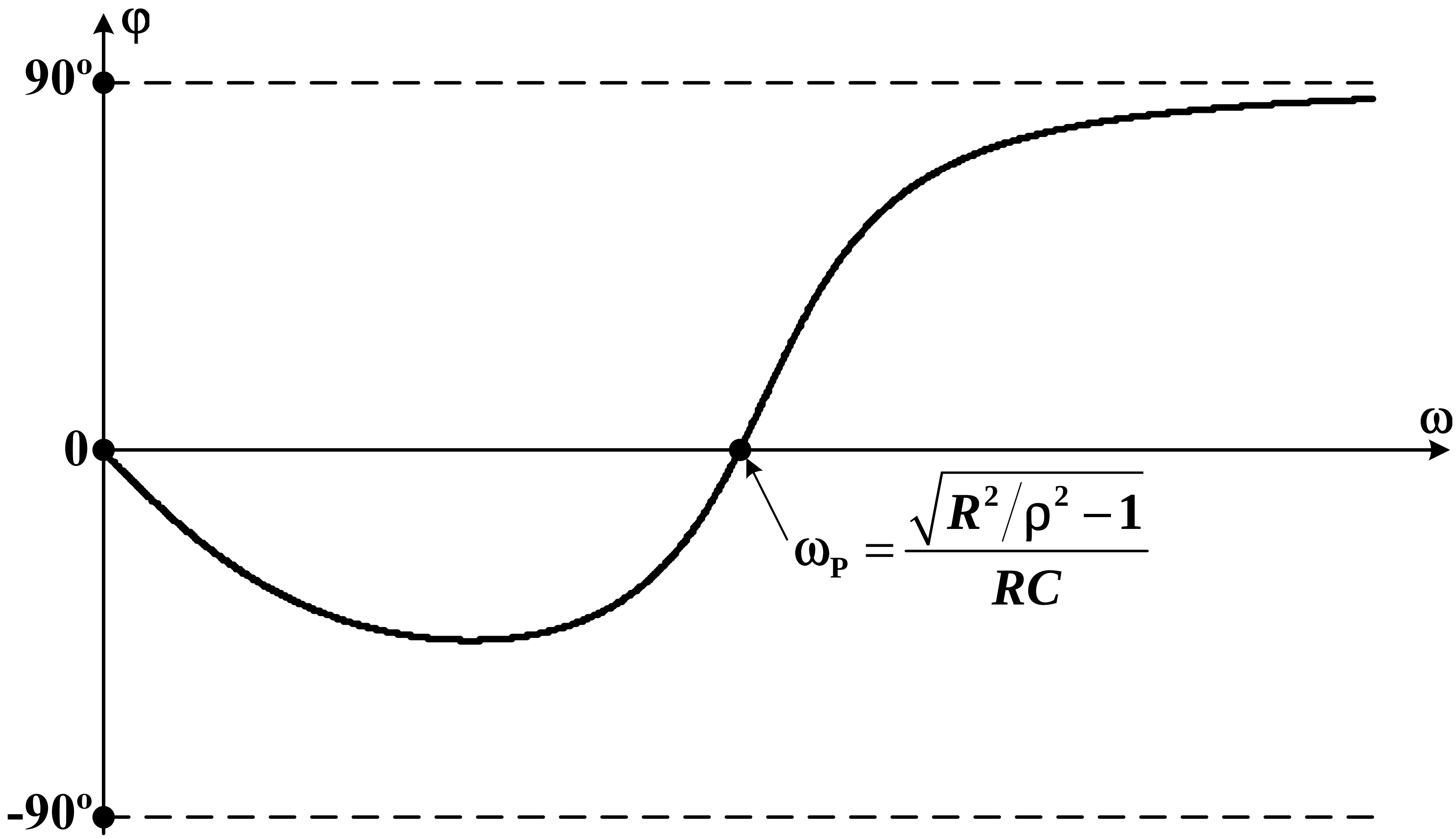
$$C_{P2} = \frac{1}{2\omega^2 L} - \sqrt{\frac{1}{4\omega^4 L^2} - \frac{1}{\omega^2 R^2}}$$

Частотные характеристики при изменении угловой частоты $\omega=2\pi f$

$\rho = \sqrt{L/C}$ **- характеристическое сопротивление**



$$\omega_{\mathrm{P}} = \frac{\sqrt{R^2/\rho^2 - 1}}{RC}$$


φ
90º
0
ω
-90º
$\omega_P = \frac{\sqrt{R^2/\rho^2 - 1}}{RC}$

Если $\mathbf{R = 2{,}5 \cdot X_L}$,

то $\mathbf{X_C = 1{,}25 \cdot X_L}$

и $\mathbf{U_R = \sqrt{5} \cdot U}$,

причем $\mathbf{P = 5\frac{U^2}{R}}$.

Таким образом эта цепь в режиме резонанса может применяться для увеличения активной мощности и напряжения нагрузки R

Примечание.

При наличии индуктивно связанных катушек для исследования резонанса необходимо предварительно сделать развязку