

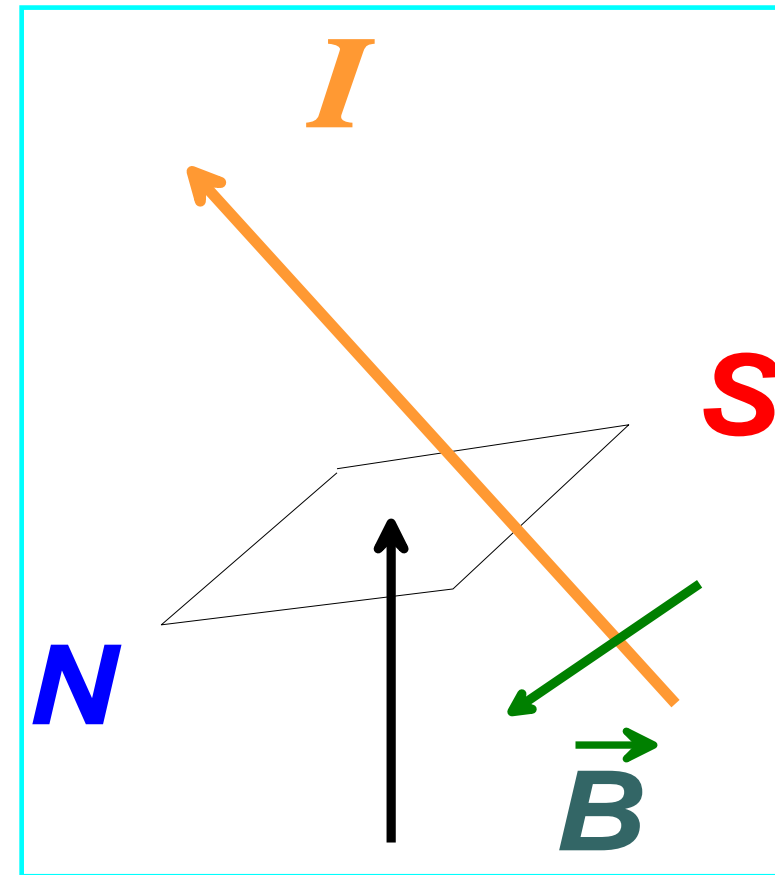
# III. Электромагнетизм

## 3.1 Магнитное поле

Опыт показывает, что *вокруг постоянных магнитов и токов возникает силовое поле, которое обнаруживает себя по воздействию на другие постоянные магниты и проводники с током.*

В 1820 году **Эрстед** установил, что *под действием поля тока магнитная стрелка устанавливается перпендикулярно току.*

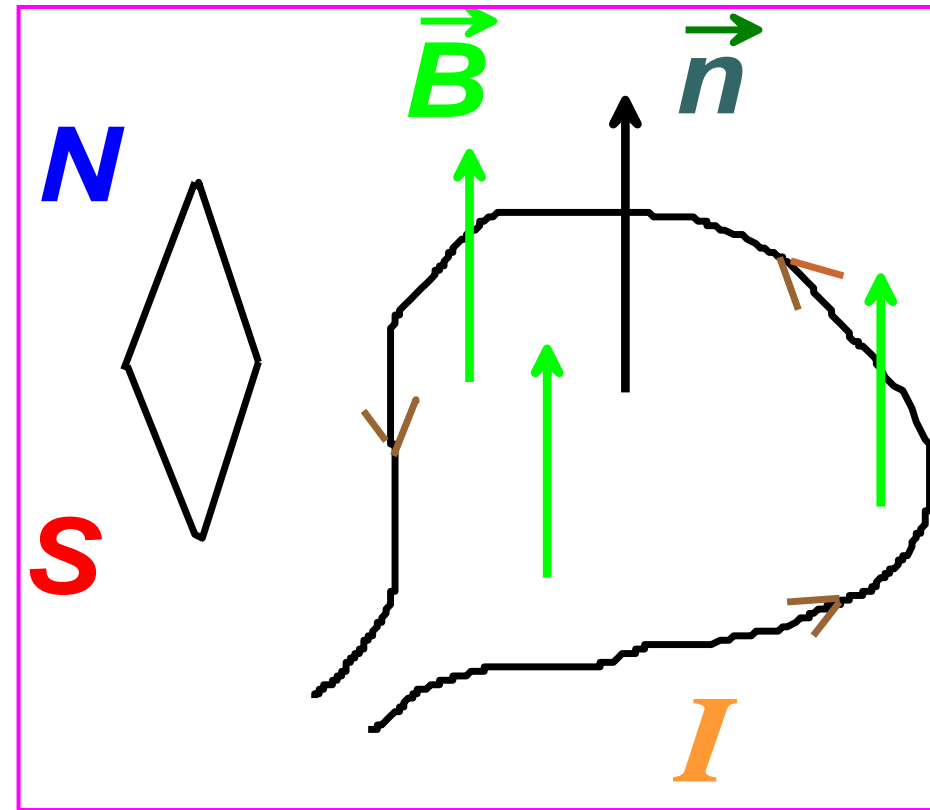
При изменении направления тока стрелка поворачивается в противоположную сторону. Провод с током  $I$  находится над магнитной стрелкой, закрепленной на игле.



Для определения характеристик магнитного поля используют малую *рамку с током* (подобно пробному заряду при изучении электрического поля).

Ориентация рамки в пространстве определяется нормалью, выбранной по *правилу правого винта* –

*за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается по часовой стрелке в направлении тока в рамке.*



Магнитное поле поворачивает рамку с током определенным образом, что используется для выбора направления самого магнитного поля –

*за направление магнитного поля в точке пространства принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке.*

По определению северный полюс магнитной стрелки указывает на северный географический полюс Земли и притягивается к южному магнитному полюсу Земли. Магнитные и географические полюса Земли занимают противоположное положение.

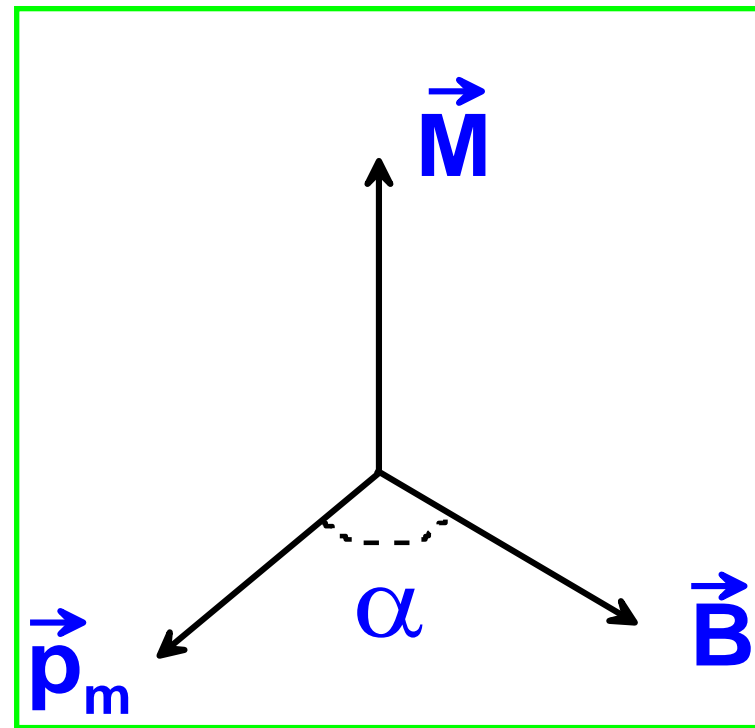
Стрелка ориентируется в магнитном поле так, что вектор соединяющий ее южный полюс **S** с северным полюсом **N** совпадает с направлением магнитного поля.

Ориентация магнитной стрелки связана с действием пары сил со стороны магнитного поля на оба полюса стрелки. Данная пара сил создает вращающий момент  $\vec{M}$ , зависящий как от свойств поля, так и свойств стрелки. Это же имеет место и для рамки с током, поэтому в общем случае можем записать

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}] \quad (3.1.1)$$

где  $\vec{p}_m$  - вектор магнитного момента рамки с током,

$\vec{B}$  - вектор магнитной индукции.



$I$ 

В частности, для плоского контура с током  $I$  магнитный момент равен

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n} \quad (3.1.2)$$

где  $S$  – площадь контура,

$\vec{n}$  - положительная нормаль к контуру.

Из (3.1.1) следует выражение для величины вращательного момента

$$M = p_m B \cdot \sin \alpha$$

На контуры с разными магнитными моментами  $p_m$  действуют разные вращательные моменты  $M$ , но при фиксированном угле  $\alpha$  отношение

$$\frac{M}{p_m} = B \cdot \sin \alpha$$

постоянно.

Это отношение максимально при угле  $\alpha = \pi/2$  и равно значению магнитной индукции

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m} \quad (3.1.3)$$

где  $M_{\max}$  - максимальное значение вращательного момента.

Итак, магнитная индукция есть вектор, модуль которого дается выражением (3.1.3) (когда  $\alpha = \pi/2$ ), а направление совпадает с направлением положительной нормали рамки с током (когда  $\alpha = 0$ ).

Вектор  $\vec{B}$  является *аналогом* вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$ , но по историческим причинам был назван не вектором напряженности магнитного поля, а *магнитной индукцией*.

Опыт показывает, что для магнитного поля, как и для электрического поля, выполняется **принцип суперпозиции**

— *магнитное поле, созданное несколькими токами, равно векторной сумме магнитных полей, созданных каждым током в отдельности*

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$$



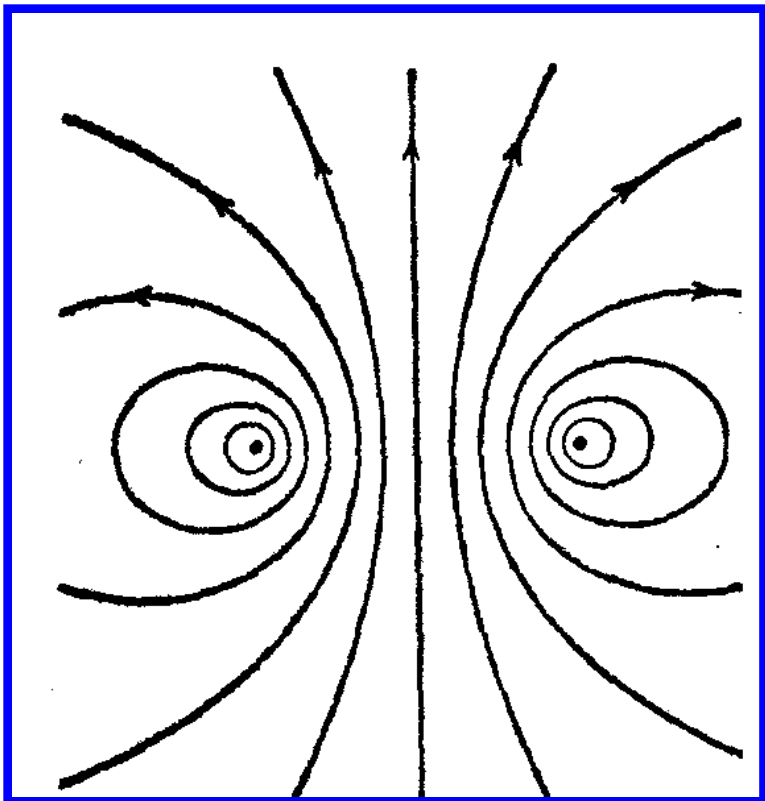
Магнитное поле изображают с помощью *силовых линий магнитной индукции* – это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ . Густота силовых линий характеризует величину магнитной индукции.

Направление силовых линий определяется *правилом правого винта* – *головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении силовых линий магнитной индукции.*

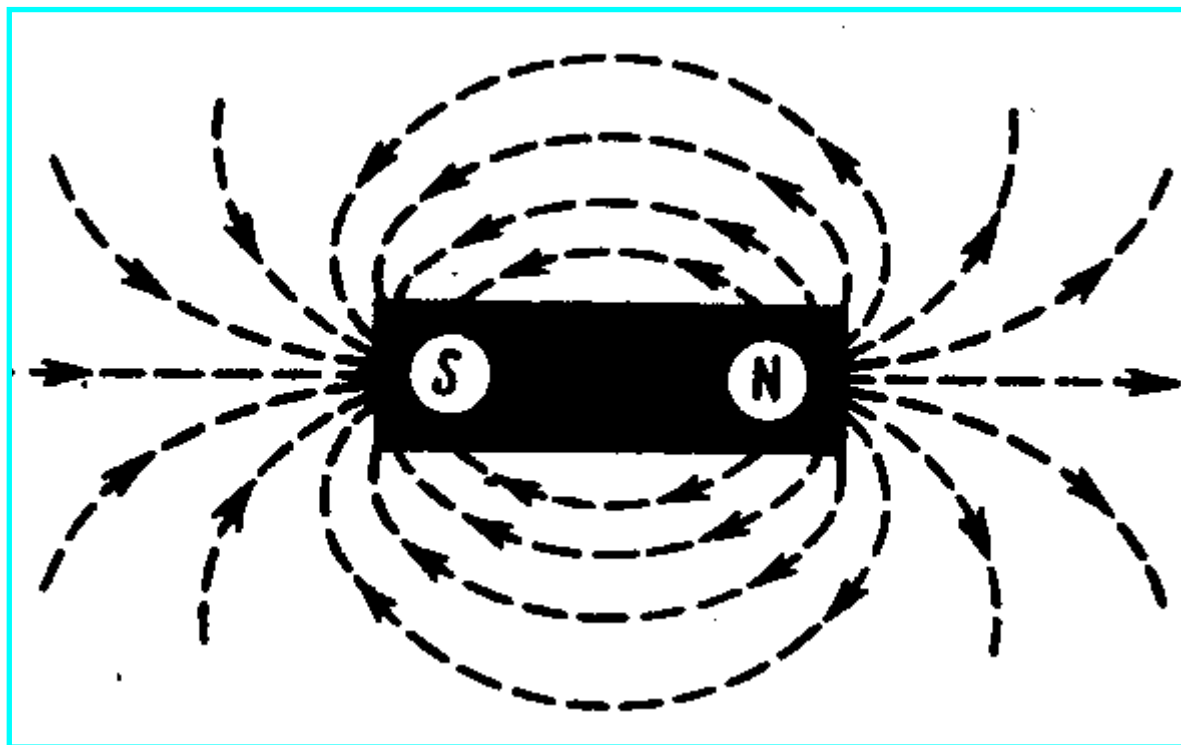
*Силловые линии магнитной индукции всегда замкнуты*

**и охватывают проводник с током.**

**В *полосовом магните* силловые линии выходят из северного полюса **N** и входят в южный полюс **S**.**



*Силловые линии  
кругового тока*



*Силловые линии  
полосового магнита*

Опыт показывает, что если разрезать полосовой магнит на все более мелкие части, то он не разделяется на отдельные полюса, значит *свободные магнитные заряды отсутствуют.*

Поэтому силовые линии  $\vec{B}$  не обрываются на магнитных полюсах.

Такое поле называют *соленоидальным* или *вихревым*.

## 3.2 Закон Био-Савара-Лапласа

В **1820** году французские физики **Био** и **Савар** провели экспериментальные исследования магнитных полей, созданных токами различной формы. **Лаплас** проанализировал их результаты и установил зависимость, которая называется законом **Био-Савара-Лапласа** :

*Элемент проводника с током  $I$  длиной  $d\vec{l}$  в вакууме создает магнитную индукцию, равную*

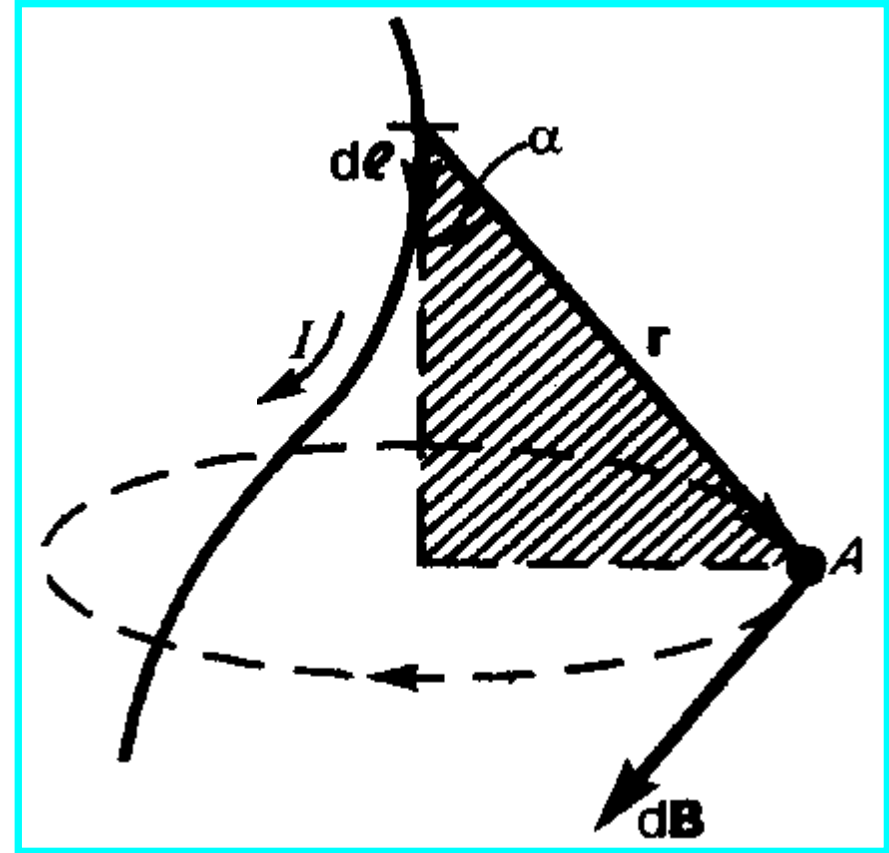
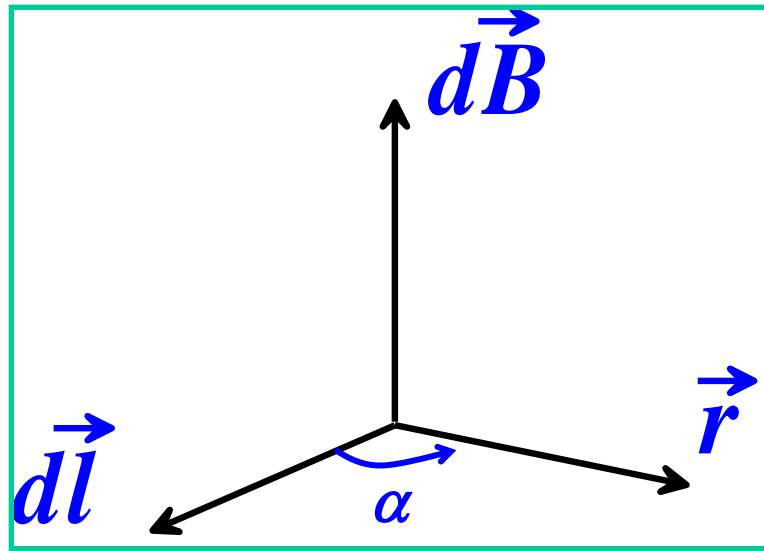
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3} \quad (3.2.1)$$

где  $d\vec{l}$  - вектор, направленный вдоль тока,  
 $\vec{r}$  - радиус-вектор, проведенный из элемента проводника в точку, в которой определяется магнитное поле,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  - магнитная постоянная,  $\text{Гн}$  – генри (единица индуктивности).

Из свойств векторного произведения следует

$$d\vec{B} \perp d\vec{l} \quad d\vec{B} \perp \vec{r}$$



Пунктиром показана силовая линия магнитной индукции (круг), созданной элементом тока  $d\vec{l}$ . Вектор  $d\vec{B}$  направлен согласно правилу правого винта.

Из (3.2.1) следует, что величина вектора  $d\vec{B}$  равна

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} \quad (3.2.2)$$

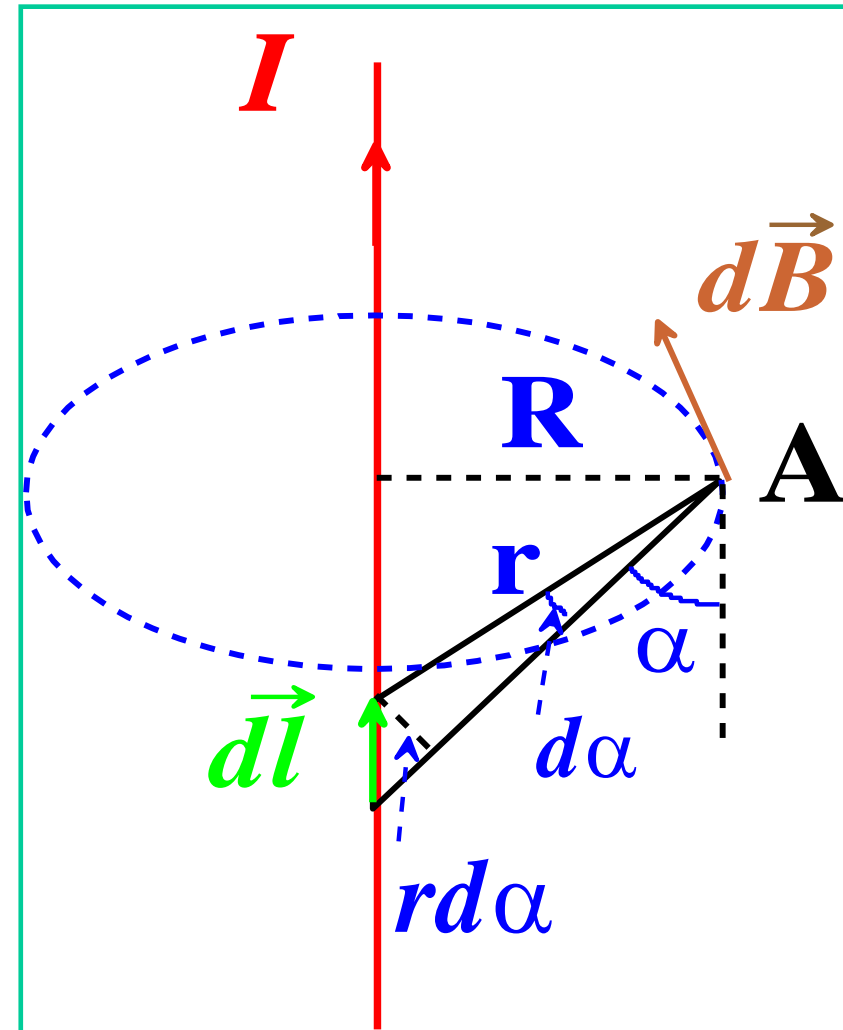
где  $\alpha$  - угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

## 3.3 Применение закона Био-Савара- Лапласа для расчета магнитных полей простых токов

### 3.3.1 Магнитное поле прямого тока

Пусть ток течет по тонкому прямому проводу бесконечной длины. Разобьем его на малые участки  $d\vec{l}$ . Все участки в любой точке, удаленной от оси, создают магнитные индукции  $d\vec{B}$ , направленные в одну сторону.

$$r = \frac{R}{\sin\alpha} \quad ; \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{Rd\alpha}{\sin^2\alpha}$$



Подставляя выражения  $r$  и  $dl$  в формулу (3.2.2), получаем величину магнитной индукции, созданной элементарным участком тока  $d\vec{l}$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot R \cdot d\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \sin \alpha \cdot d\alpha$$

Просуммируем вклады от всех элементарных участков – это сводится к интегрированию по углу  $0 < \alpha \leq \pi$

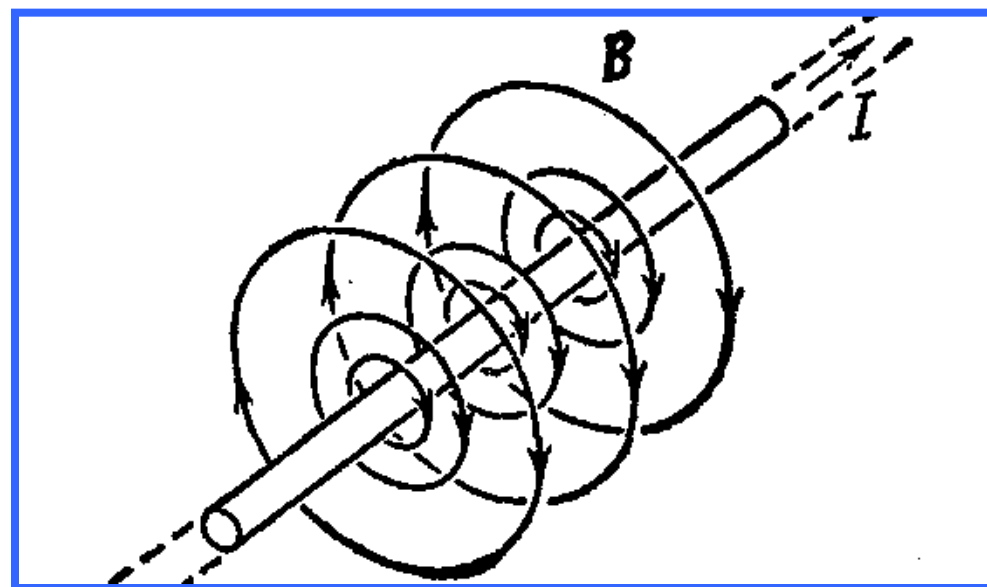
$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^\pi \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R}$$



Таким образом, *магнитная индукция прямого тока равна*

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (3.3.1)$$

Силовые линии магнитной индукции  $\vec{B}$  прямого тока являются концентрическими окружностями, охватывающими провод.



### 3.3.4 Магнитное поле движущегося заряда

Пусть ток создается зарядами величиной  $q$ , движущимися со скоростью  $\vec{v}$  в проводнике.

Величину такого тока можно записать в виде

$$I = j \cdot S = nq\nu S$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника,  $n$  – концентрация зарядов. Подставим данное выражение в закон **Био-Савара-Лапласа** (3.2.1) для магнитной индукции, созданной элементом проводника  $d\vec{l}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{nq\nu S[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}$$

здесь  $Sdl$  - объем элемента проводника,  
 $nSdl = dN$  – число зарядов в этом объеме.

Поскольку вектор скорости  $\vec{v}$  совпадает по  
направлению с вектором  $d\vec{l}$ , то имеет место равенство

$$v d\vec{l} = \vec{v} dl$$

Поэтому магнитную индукцию  $d\vec{B}$ , созданную  
элементом проводника  $d\vec{l}$ , можно переписать в виде

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3} dN$$

Разделив последнее выражение на  $dN$ , получим магнитную индукцию, созданную одним зарядом  $q$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3} \quad (3.3.4)$$

Отсюда следует, что *неподвижный заряд магнитное поле не создает.*

