

II. Постоянный электрический ток

2.1 Характеристики электрического тока : сила и плотность тока

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов.

Проводниками тока могут быть тела, в которых имеются свободные заряженные частицы – **носители тока**, способные перемещаться в пределах тела (электроны в металлах и полупроводниках, ионы в электролитах и газах, или макроскопические носители в виде заряженных пылинок и капелек).

Ток возникает, если внутри проводника напряженность электрического поля отлична от нуля.

В отсутствие электрического поля носители заряда участвуют в *хаотическом тепловом движении*, при котором в любом направлении в среднем движется одинаковое число зарядов.

Поэтому **в отсутствие электрического поля ток равен нулю.**

Количественной характеристикой тока является **сила тока I** – *его величина равна заряду, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени (1 сек).*

Если за время dt через сечение проводника прошел заряд dQ , то ток равен

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (2.1.1)$$

За **направление тока** принимают *направление движения положительных зарядов.*

Единицей силы тока является **ампер (А)**

$$1A = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ сек}}$$

Если сила и направление тока с течением времени не меняются, то ток считается **постоянным**.

Для постоянного тока

$$I = \frac{Q}{t}$$

где Q - заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за конечное время t .

Ток может течь через сечение проводника **неравномерно**. Поэтому для более детального описания тока вводят **плотность тока \mathbf{j}** .

Величина плотности тока численно равна силе тока, проходящего через единичную площадку, перпендикулярную к направлению движения носителей заряда в данной точке

$$\mathbf{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \quad (2.1.2)$$

Вектор плотности тока $\vec{\mathbf{j}}$ направлен в сторону упорядоченного движения положительных зарядов.

Единицей плотности тока является $\frac{A}{m^2}$.

Поле тока изображают с помощью **линий тока**, касательные к которым дают направление плотности тока.

Зная вектор плотности тока \vec{j} в каждой точке проводника, можно найти силу тока I через любую поверхность S

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} \quad (2.1.3)$$

где $d\vec{S} = \vec{n}dS$, а \vec{n} - единичный вектор нормали к элементарной площадке dS .

Из формулы (2.1.3) следует, что *сила тока есть поток вектора плотности тока через поверхность S .*

Пусть в единице объема проводника содержится n^+ положительных зарядов q^+ и n^- - отрицательных зарядов q^- . Под действием электрического поля они приобретут некоторые средние скорости \vec{v}^+ и \vec{v}^- .

За **1 сек** через единичную площадку пройдет $n^+ \vec{v}^+$ положительных зарядов, которые перенесут заряд, равный $q^+ n^+ \vec{v}^+$.

Аналогично, отрицательные заряды перенесут за **1 сек** через единичную площадку отрицательный заряд, равный $q^- n^- \vec{v}^-$.

Поэтому для плотности тока получаем выражение

$$\vec{j} = q^+ n^+ \vec{v}^+ + q^- n^- \vec{v}^- \quad (2.1.4)$$

Здесь оба слагаемых направлены в одну сторону, так

как скорость \vec{v}^+ и заряд q^+ противоположны

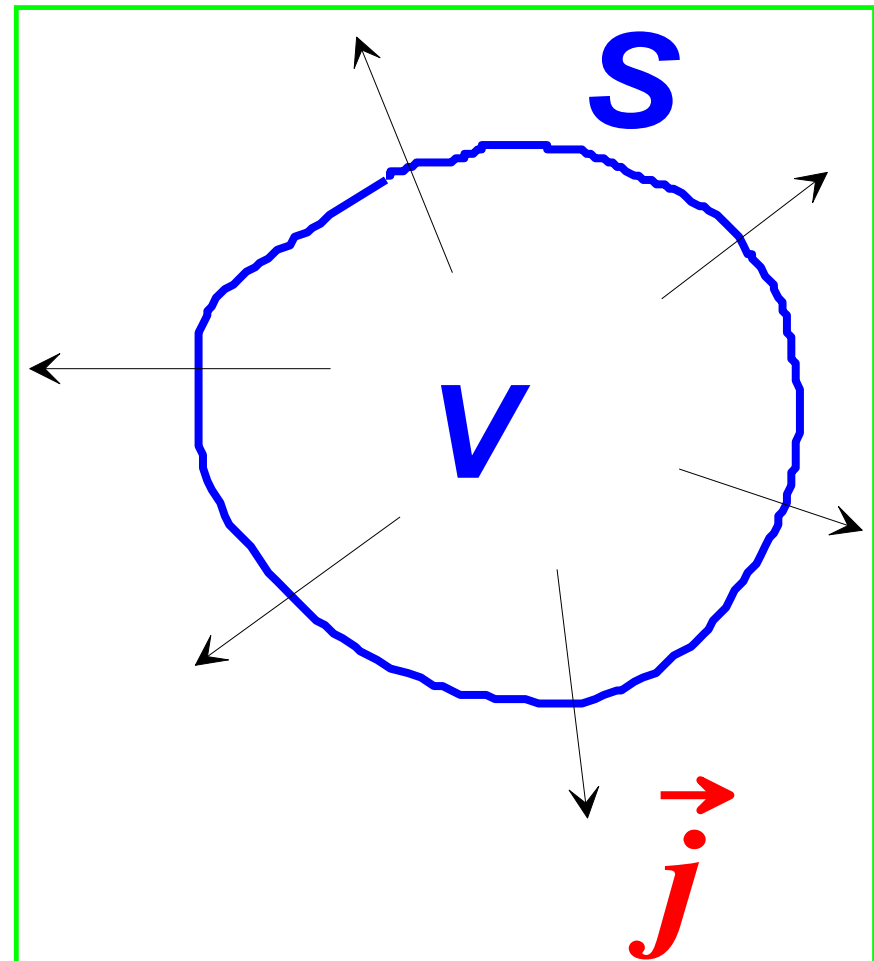
соответственно скорости \vec{v}^- и заряду q^- .

2.2 Уравнение непрерывности плотности тока

Пусть S - некоторая замкнутая поверхность в проводнике. Тогда поверхностный интеграл

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S}$$

равен заряду, выходящему за **1 сек** из объема V , ограниченного поверхностью S .



Согласно закону сохранения заряда, вышедший заряд должен равняться убыли заряда q , находящегося внутри объема V . Эта убыль заряда равна

$$-\frac{dq}{dt}$$

Приравнивая, получаем

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

Выразим заряд q в объеме V через объемную плотность заряда ρ

$$q = \int_V \rho dV$$

тогда можем записать

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

где под знаком интеграла стоит частная производная от плотности заряда по времени. Производная частная, поскольку плотность может зависеть не только от времени, но и от координат.

Воспользуемся теоремой **Остроградского-Гаусса** и перейдем в левой части уравнения от поверхностного интеграла к объемному

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{j}) dV$$

в результате получим
$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{j}) dV = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

Данное равенство должно выполняться для произвольно выбранного объема V проводника, поэтому должны равняться подинтегральные функции

*Уравнение
непрерывности
плотности тока*

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{j}) = \operatorname{div} \vec{j} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.2.1)$$

Уравнение непрерывности (2.2.1) выражает собой закон сохранения заряда.

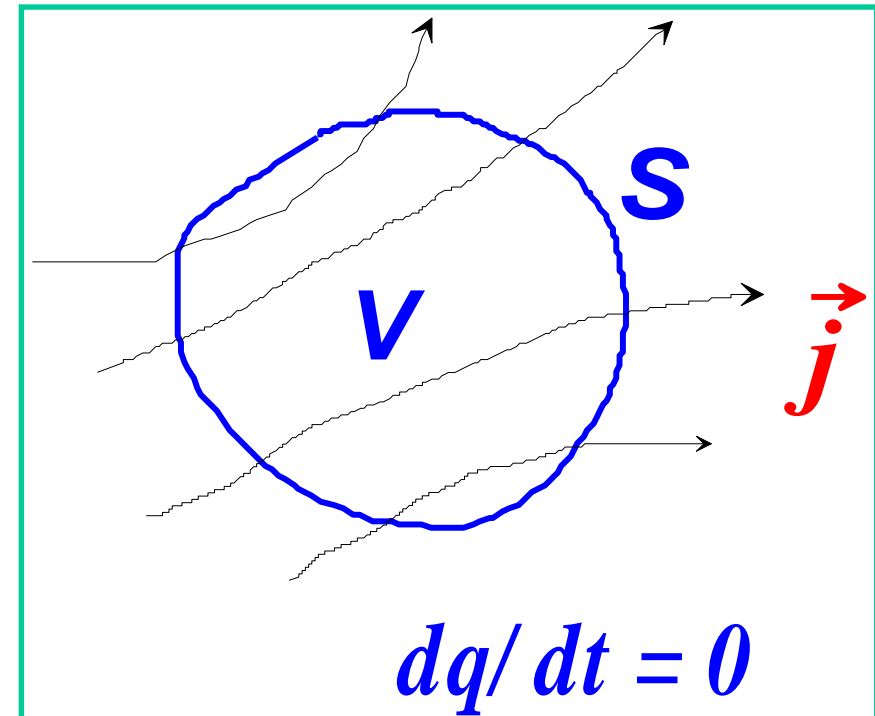
Оно показывает, что убывание заряда происходит в тех точках проводника, которые являются источниками вектора плотности тока.

Если **ток постоянен**, то его плотность неизменна во времени, тогда

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{j}) = \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

Поэтому в случае постоянного тока вектор плотности тока не имеет источников, а *линии постоянного тока нигде не начинаются и нигде не заканчиваются – они всегда замкнуты.*

Поток вектора плотности постоянного тока через любую замкнутую поверхность равен нулю.



2.3 Электродвижущая сила

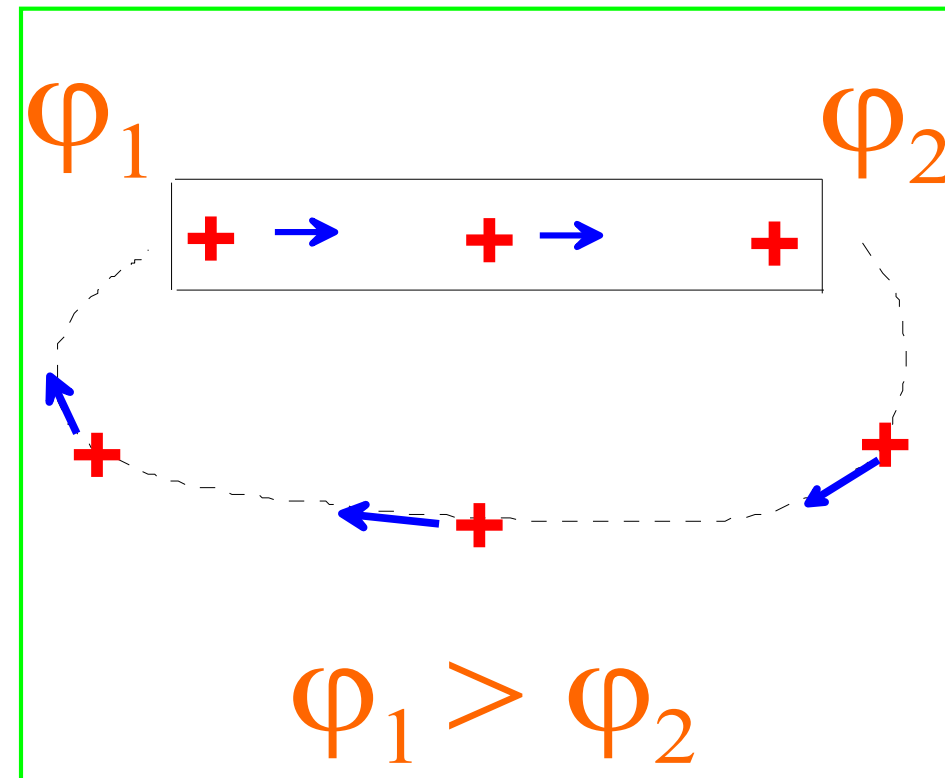
Пусть носителями тока в проводнике являются положительные заряды. В присутствии электрического поля они двигаются вдоль проводника по направлению поля - от конца проводника с большим потенциалом к концу проводника с меньшим потенциалом. Это приводит к выравниванию потенциалов во всех точках проводника и исчезновению тока.

Поэтому, *чтобы ток в проводнике не прекратился необходимо постоянно поддерживать разность потенциалов на его концах.*

Для этого надо непрерывно отводить заряды от конца проводника с меньшим потенциалом, а концу с большим потенциалом, наоборот, их подводить.

Следовательно, *необходимо осуществлять круговорот зарядов, при котором бы они двигались по замкнутому пути.*

Перемещение зарядов от конца с меньшим потенциалом к концу с большим потенциалом (вдоль пунктирной линии) против сил электрического поля возможно лишь с помощью **сил не электростатической природы**. Эти силы называют **сторонними силами**.



Природа сторонних сил может быть различной. Они могут быть обусловлены химическими реакциями (в гальванических элементах), механической работой ротора генератора, диффузией зарядов через границу раздела двух разных проводников и т.д.

Количественной характеристикой сторонних сил является работа, которую они совершают по перемещению зарядов.

Работа сторонних сил над *единичным* положительным зарядом называется **электродвижущей силой (ЭДС)** - .

Если работа сторонних сил над зарядом q равна A , то

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} \quad (2.3.1)$$

Поэтому размерность ЭДС совпадает с размерностью потенциала (Вольт).

Стороннюю силу $\vec{F}_{ст}$, действующую на заряд q , можно записать в виде, аналогичном (1.3.1)

$$\vec{F}_{ст} = \vec{E}_{ст} q \quad (2.3.2)$$

где $\vec{E}_{ст}$ - напряженность поля сторонних сил.

Найдем работу сторонних сил на участке цепи 1-2

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{ст} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l}$$

Разделив работу A_{12} на величину заряда q , получим ЭДС, действующую на данном участке цепи

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l} \quad (2.3.3)$$

Если цепь замкнутая, то интеграл по замкнутому контуру дает ЭДС, действующую в цепи

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{ст} d\vec{l} \quad (2.3.4)$$

Следовательно, ЭДС в замкнутой цепи равна циркуляции вектора напряженности сторонних сил.

В общем случае, на заряд q кроме сторонних сил действуют и силы электростатического поля \vec{E}

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

Поэтому результирующая сила, действующая на заряд q в каждой точке цепи, равна

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_{ст} = q(\vec{E} + \vec{E}_{ст})$$

Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом q на участке цепи 1-2, согласно (1.9.6) равна

$$A_{12} = q \int_1^2 (\vec{E} + \vec{E}_{ст}) d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\mathcal{E}_{12} \quad (2.3.5)$$

Если цепь разомкнута, то $A_{12} = 0$

и получаем

$$\mathcal{E}_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$$

Электродвижущая сила равна разности потенциалов при разомкнутой внешней цепи.

Величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется **напряжением** U на участке цепи **1-2**

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \quad (2.3.6)$$

Напряжение является обобщением понятия разности потенциалов.

Они совпадают друг с другом лишь в том случае, если на участке не действуют **ЭДС**, такой участок называется **однородным**.

Если же на участке на заряд действуют сторонние силы, то участок называют **неоднородным**.