

3.23 Диамагнетизм

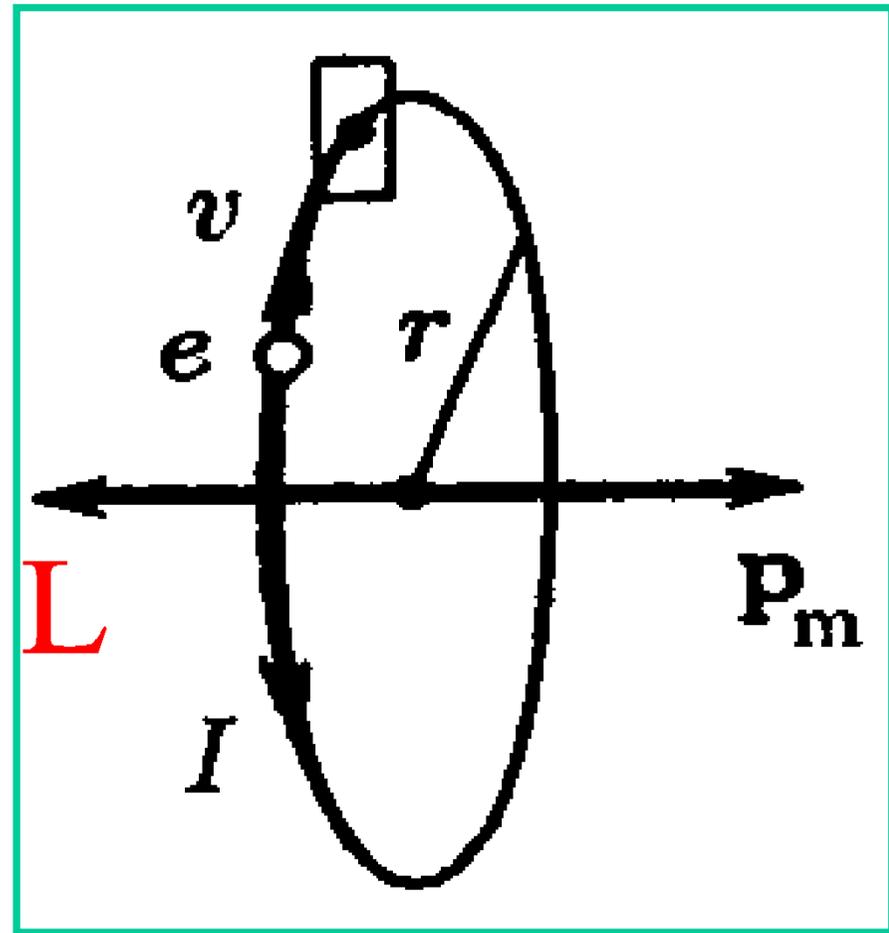
Диамагнетизм обнаруживается у тех веществ, *атомы которых не обладают магнитным моментом* в отсутствии внешнего магнитного поля.

Это связано с тем, что в диамагнетиках магнитные моменты (орбитальные и спиновые) всех электронов атома взаимно компенсируют друг друга.

К диамагнетикам относятся многие металлы – такие как **Bi, Ag, Au, Cu**, органические соединения и другие вещества.

Диамagnetизм можно объяснить на основе модели атома **Бора**, согласно которой электроны в атомах движутся по стационарным круговым орбитам вокруг ядер.

Пусть электрон движется по круговой орбите радиуса r со скоростью v .



Через любую площадку S , перпендикулярную к траектории, электрон за **1 сек** переносит заряд равный $e\nu$, где ν - число оборотов электрона вокруг ядра в **1** секунду, $e < 0$. Поэтому электрон создает ток $I = e\nu$, с которым связан магнитный момент

$$\mu_m = IS = e\nu\pi r^2$$

Произведение $2\pi r\nu = V$, поэтому $\mu_m = eVr/2$, μ_m называют *орбитальным магнитным моментом* электрона.

Электрон на круговой орбите обладает моментом импульса

$$L = mVr$$

где m - масса электрона.

Момент L называют *орбитальным механическим моментом* электрона.

Вектора p_m и L направлены в противоположные стороны, так как $e < 0$. Их отношение называется

гиромагнитным отношением

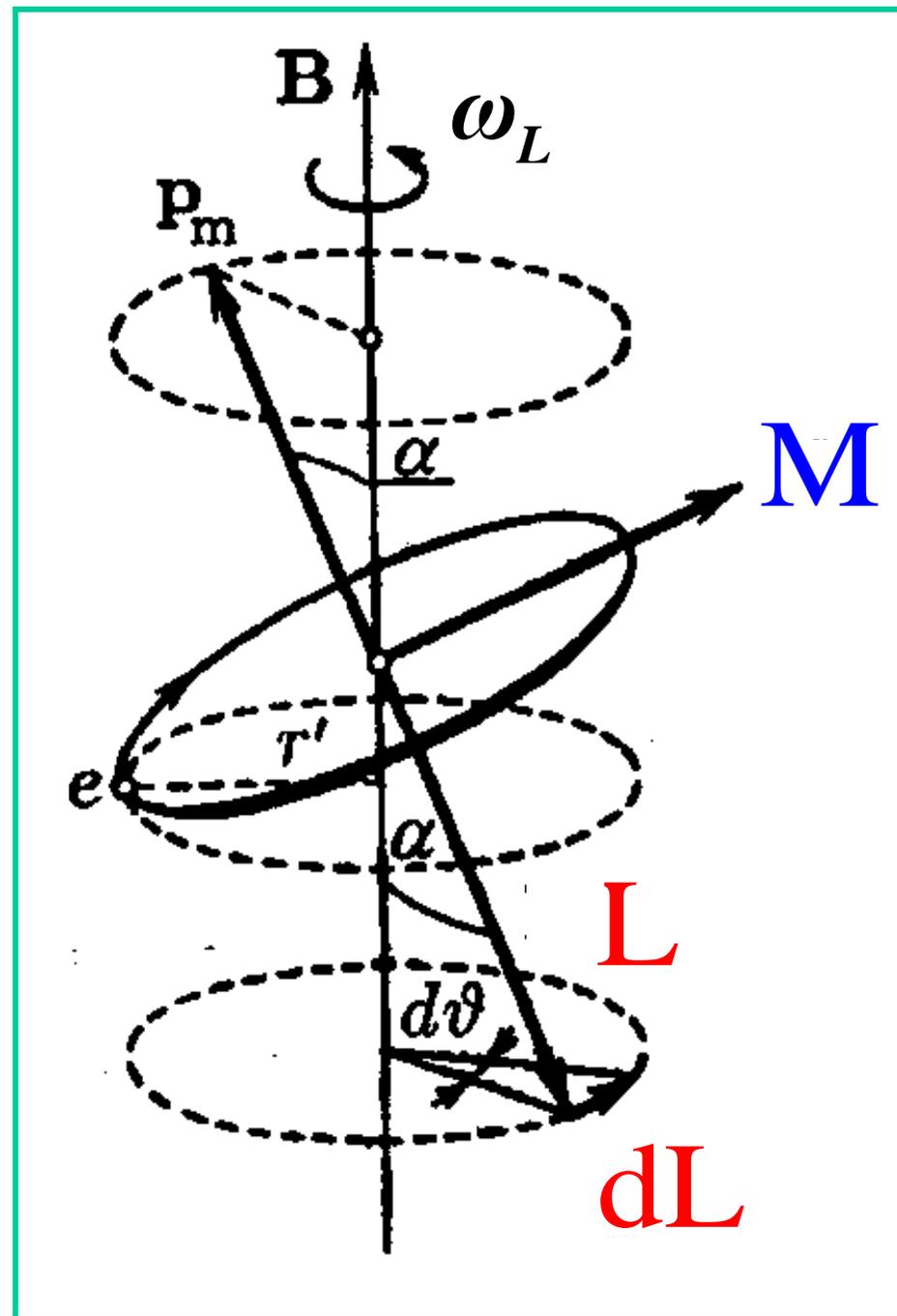
$$\frac{p_m}{L} = \frac{e}{2m} \quad (3.23.1)$$

Теперь поместим атом в магнитное поле с индукцией \mathbf{B} . Со стороны этого поля на атом будет действовать момент сил

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

который стремится установить магнитный момент электрона \mathbf{p}_m по направлению вектора магнитной индукции \mathbf{B} .

В результате векторы \mathbf{p}_m и \mathbf{L} будут совершать **прецессию** вокруг вектора \mathbf{B} . Найдем угловую скорость прецессии ω_L .



Пусть за некоторое малое время dt вектор \mathbf{L} получил приращение

$$d\mathbf{L} = \mathbf{M}dt$$

Вектор $d\mathbf{L}$, как и вектор \mathbf{M} , перпендикулярен к плоскости, проходящей через векторы \mathbf{B} и \mathbf{L} , а его модуль равен

$$|d\mathbf{L}| = p_m B \sin\alpha dt$$

За это же время dt плоскость, в которой лежит вектор \mathbf{L} , повернется вокруг вектора индукции \mathbf{B} на угол

$$d\vartheta = \frac{|d\vec{L}|}{L \sin\alpha} = \frac{p_m B \sin\alpha dt}{L \sin\alpha} = \frac{p_m}{L} B dt$$

Разделив угол $d\vartheta$ на время dt , получим угловую скорость прецессии

$$\omega_L = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{p_m}{L} B$$

Заменим гиромагнитное отношение p_m/L из (3.23.1), взяв положительное значение

ларморова частота -
частота прецессии

$$\omega_L = \frac{|e| \hbar B}{2m} \quad (3.23.2)$$

Отсюда следует, что ларморова частота не зависит ни от ориентации орбиты по отношению к магнитному полю, ни от радиуса орбиты, ни от скорости электрона.

Поэтому ларморова частота одна и та же для всех электронов, входящих в атом.

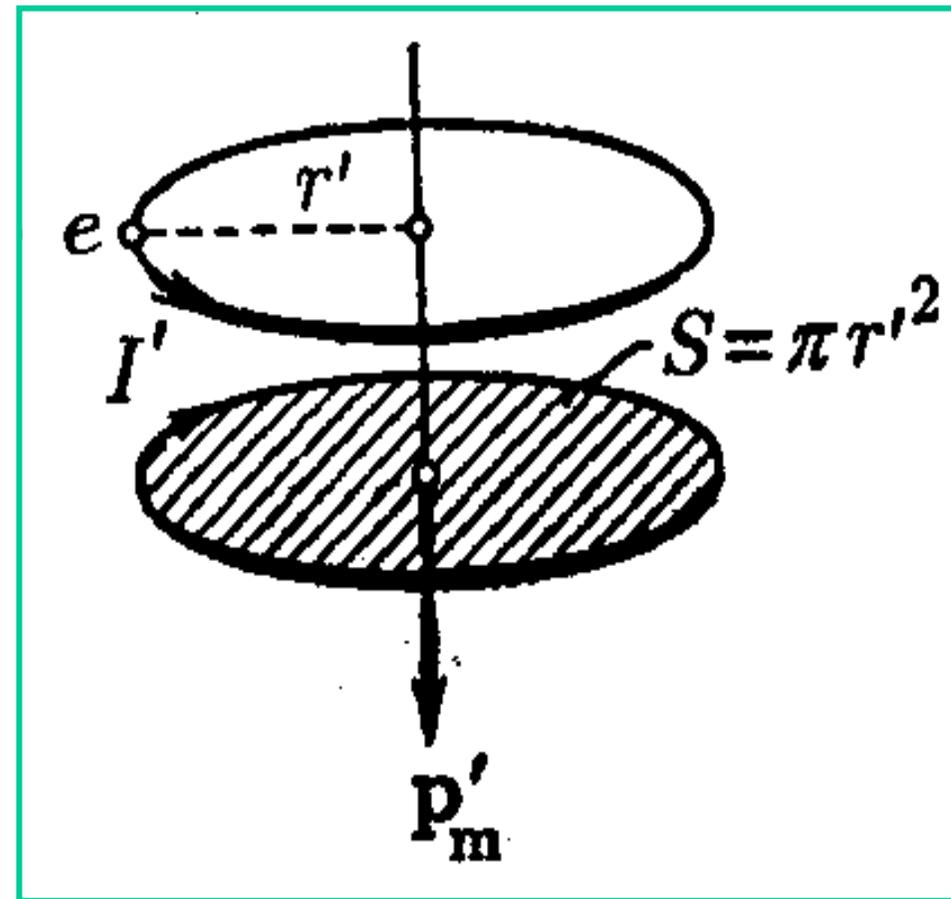
Прецессия электронной орбиты приводит к возникновению *дополнительного* движения электрона вокруг направления вектора магнитной индукции \mathbf{B} .

Если бы расстояние \mathbf{r}' электрона до вектора \mathbf{B} не менялось, то дополнительное движение происходило бы по окружности радиуса \mathbf{r}' и создало круговой ток

$$I' = e \frac{\omega_L}{2\pi}$$

которому бы отвечал *индуцированный магнитный момент*

$$\mathbf{p}'_m = I' S' = e \frac{\omega_L}{2\pi} \pi (r')^2$$



В действительности, за счет прецессии орбиты расстояние r' меняется с течением времени. Поэтому в формуле для p_m' вместо $(r')^2$ надо подставить его среднее значение. Оценки дают

$$\langle (r')^2 \rangle = 2r^2/3$$

Тогда индуцированный магнитный момент электрона принимает вид

$$p_m' = e \frac{\omega_L}{2\pi} \pi (r')^2 = -\frac{e^2}{6m} r^2 B$$

Надо также учесть, что орбиты электронов могут быть не только круговыми, но и более сложными, например, эллиптическими. Поэтому вместо r^2 надо брать некоторое среднее по орбите значение $\langle r^2 \rangle$.

В результате, индуцированный магнитный момент электрона принимает окончательный вид

$$p'_m = -\frac{e^2}{6m} \langle r^2 \rangle B$$

У атома с атомным номером Z имеется Z электронов. Поэтому индуцированный магнитный момент атома будет равен сумме индуцированных магнитных моментов всех электронов, входящих в его состав

$$(p'_m)_{\text{атом}} = -\frac{e^2}{6m} \sum_{k=1}^Z \langle r_k^2 \rangle B \quad (3.23.3)$$

Знак минус в формуле (3.23.3) говорит о том, что *индуцированный магнитный момент атома направлен против внешнего магнитного поля.*

Поэтому индуцированное магнитное поле атома, вызванное прецессией электронных орбит, ослабляет внешнее поле. Этот эффект называется *диамагнитным эффектом.*

Диамагнетики во внешнем магнитном поле намагничиваются против направления этого поля.

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетики *ненамагничены.*

Умножим равенство (3.23.3) на число Авогадро N_A , получим магнитный момент одного моля вещества. Разделив его в свою очередь на напряженность внешнего магнитного поля H , получим молярную магнитную восприимчивость диамагнетика

$$\chi_m = \frac{N_A p'_m}{H} = - \frac{\mu_0 N_A e^2}{6m} \sum_{k=1}^Z \langle r_k^2 \rangle \quad (3.23.4)$$

Радиусы электронных орбит имеют величину порядка $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$. Подставляя в (3.23.4), получаем

$$\chi_m \sim -10^{-11} \div 10^{-10} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

что согласуется с экспериментальными значениями.

3.24 Парамагнетизм

У парамагнетиков магнитные моменты атомов μ_m отличны от нуля *даже в отсутствие внешнего магнитного поля.*

Однако, за счет теплового движения атомов их магнитные моменты ориентированы хаотично, поэтому в отсутствие внешнего магнитного поля суммарный магнитный момент всех атомов парамагнетика равен нулю.

Вследствие этого, *парамагнетики, как и диамагнетики, магнитными свойствами не обладают.*

Примерами парамагнитных веществ являются Pt , Al , редкоземельные элементы и т.д.

Внешнее магнитное поле устанавливает магнитные моменты атомов вдоль направления вектора магнитной индукции \vec{B} .

В результате возникает преимущественная ориентация магнитных моментов атомов \vec{p}_m , парамагнетик намагничивается *по направлению внешнего поля и усиливает его.*

Пьер Кюри экспериментально установил закон, согласно которому восприимчивость парамагнетика зависит от температуры как

$$\chi_m = \frac{C}{T} \quad (3.24.1)$$

где C – постоянная Кюри, T – абсолютная температура.

Классическую теорию парамагнетизма развил **Ланжевен** в **1905** г. Рассмотрим теорию **Ланжевена** для случая не слишком сильных магнитных полей и не очень низких температур.

Определим *потенциальную энергию*, которую приобретает атом в присутствии внешнего магнитного поля. Со стороны магнитного поля с индукцией \vec{B} на атом действует момент сил

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

Величина этого момента равна

$$M = p_m B \cdot \sin \alpha$$

где α - угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} .

Чтобы увеличить угол на величину $d\alpha$ надо совершить работу против сил магнитного поля, равную

$$dA = M d\alpha = p_m B \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

При возвращении в начальное положение атом совершает работу над окружающими телами. Поэтому работа dA идет на увеличение потенциальной энергии атома

$$dU = dA = p_m B \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

При повороте на конечный угол потенциальная энергия атома возрастает на величину

$$U = \int dU = \int \mathbf{p}_m \mathbf{B} \sin \alpha d\alpha = -\mathbf{p}_m \mathbf{B} \cdot \cos \alpha + \text{const}$$

Будем считать, что в отсутствие магнитного поля потенциальная энергия атома равна нулю, тогда

$$\text{const} = 0$$

Поэтому

$$U = -\mathbf{p}_m \mathbf{B} \cos \alpha$$

У разных атомов магнитные моменты \vec{p}_m направлены в разные стороны. В равновесном состоянии устанавливается некоторое стационарное угловое распределение этих моментов, которое зависит от потенциальных энергий атомов и подчиняется закону **Больцмана**.

Согласно распределению **Больцмана** вероятность того, что вектор магнитного момента атома \vec{p}_m образует с вектором индукции \vec{B} угол в пределах $\alpha \div \alpha + d\alpha$, равна

$$dw = A \exp\left(-\frac{U}{kT}\right) = A \exp\left(\frac{p_m B \cos \alpha}{kT}\right) \quad (3.24.2)$$

Коэффициент A найдем из рассмотрения предельного случая, когда магнитное поле отсутствует $\vec{B} = 0$. В этом случае все направления магнитных моментов равновероятны, поэтому вероятность того, что вектор \vec{p}_m образует с некоторым направлением Z угол в пределах $\alpha \div \alpha + d\alpha$ равна

$$dw|_{B=0} = \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{2\pi \sin \alpha d\alpha}{4\pi} = \frac{1}{2} \sin \alpha d\alpha$$

Но согласно (3.24.2) эта же вероятность должна быть равна константе A

$$dw|_{B=0} = \frac{1}{2} \sin \alpha d\alpha = A$$

Подставляя коэффициент A в формулу (3.24.2), получаем окончательное выражение для вероятности в присутствии магнитного поля

$$dw = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot d\alpha \cdot \exp\left(\frac{p_m B \cos \alpha}{kT}\right)$$

Пусть теперь магнитное поле и температура таковы, что выполняется неравенство

$$p_m B \ll kT \quad (3.24.3)$$

Тогда показатель экспоненты мал и вероятность можно приближенно представить в виде

$$dw \approx \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot d\alpha \cdot \left(1 + \frac{p_m B \cos \alpha}{kT}\right)$$

Пусть n - концентрация атомов в парамагнетике, тогда число атомов, магнитные моменты \vec{p}_m которых образуют с направлением магнитного поля углы в пределах $\alpha \div \alpha + d\alpha$, равно

$$dn_\alpha = ndw = \frac{n}{2} \sin \alpha \cdot d\alpha \cdot \left(1 + \frac{p_m B \cos \alpha}{kT}\right)$$

Каждый атом вносит в результирующий магнитный момент вклад

$$p_m \cos \alpha$$

Магнитный момент единицы объема парамагнетика по определению есть намагниченность \mathbf{J} , - она равна сумме моментов атомов, находящихся в таком объеме

$$\mathbf{J} = \int_0^\pi \mathbf{p}_m \cos \alpha dn_\alpha =$$

$$= \frac{n}{2} p_m \int_0^\pi \left(1 + \frac{p_m B}{kT} \cos \alpha\right) \cdot \cos \alpha \sin \alpha d\alpha =$$

$$= \frac{n}{2} p_m \frac{2}{3} \frac{p_m B}{kT} = \frac{np_m^2 B}{3kT}$$

Итак, намагниченность парамагнетика равна

$$\mathbf{J} = \frac{nr_m^2 B}{3kT} \quad (3.24.4)$$

Разделив ее на напряженность внешнего магнитного поля \mathbf{H} , получим магнитную восприимчивость

$$\chi = \frac{nr_m^2 B}{3kTH}$$

Магнитная проницаемость парамагнетиков близка к единице ($\mu \approx 1$), поэтому

$$\frac{B}{H} = \mu_0 \mu \approx \mu_0$$

тогда

$$\chi = \frac{\mu_0 nr_m^2}{3kT}$$

Умножим χ на объем одного моля вещества V_m и учтем, что

$$nV_m = N_A \quad \chi_m = \chi V_m$$

где N_A - число Авогадро. В результате находим молярную восприимчивость

$$\chi_\mu = \frac{\mu_0 N_A P_m^2}{3kT} \quad (3.24.5)$$

Это и есть закон Кюри (3.24.1), в котором постоянная Кюри равна

$$C = \frac{\mu_0 N_A P_m^2}{3k} \quad (3.24.6)$$

Данная формула справедлива при выполнении условия (3.24.3), когда магнитные поля не слишком сильные, а температура не очень низкая.

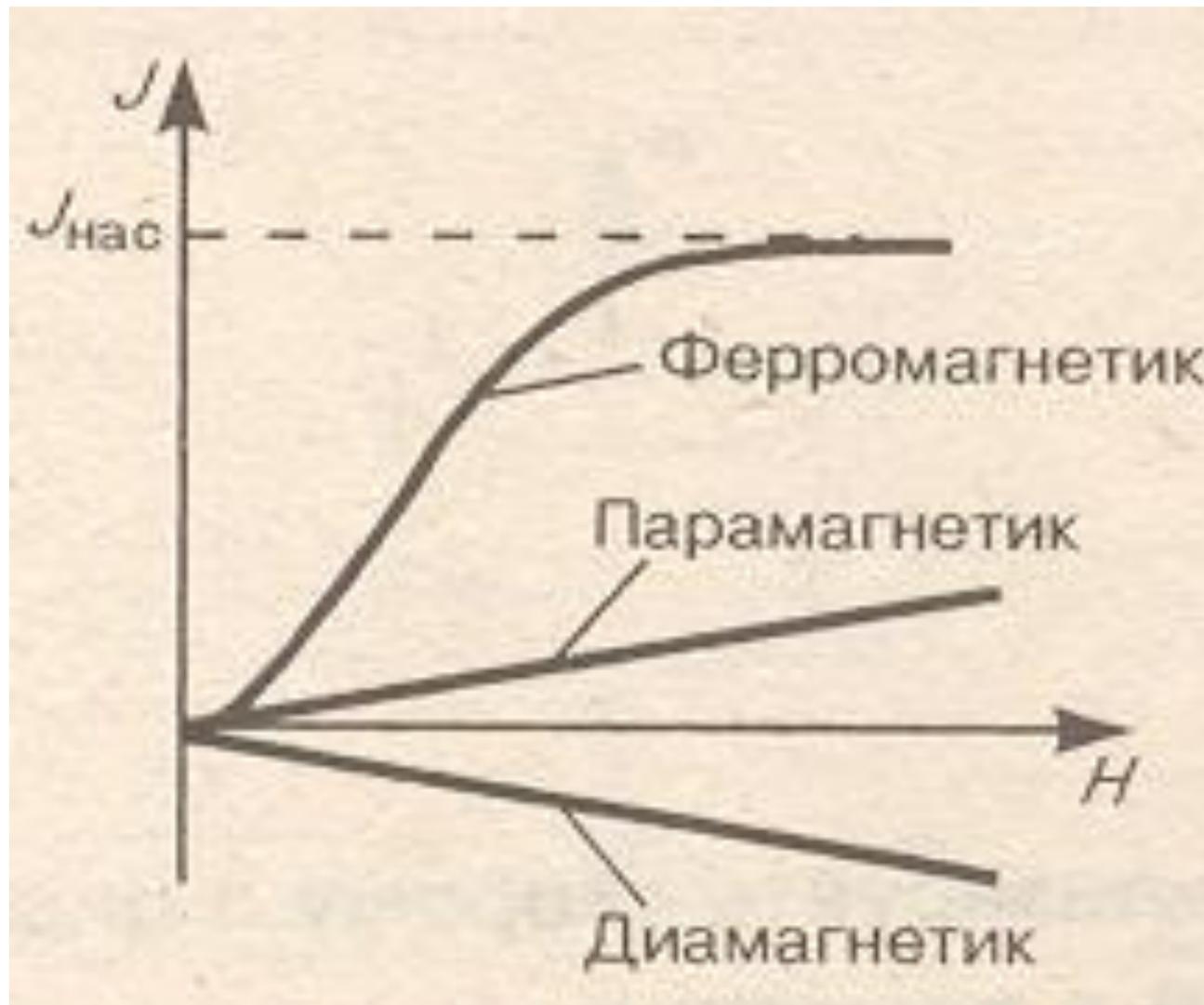
3.25 Ферромагнетики

Ферромагнетики - вещества, обладающие *спонтанной намагниченностью*. Это значит, что они намагничены даже в отсутствие внешнего магнитного поля.

Ферромагнетиками являются *железо, кобальт, никель, ...*

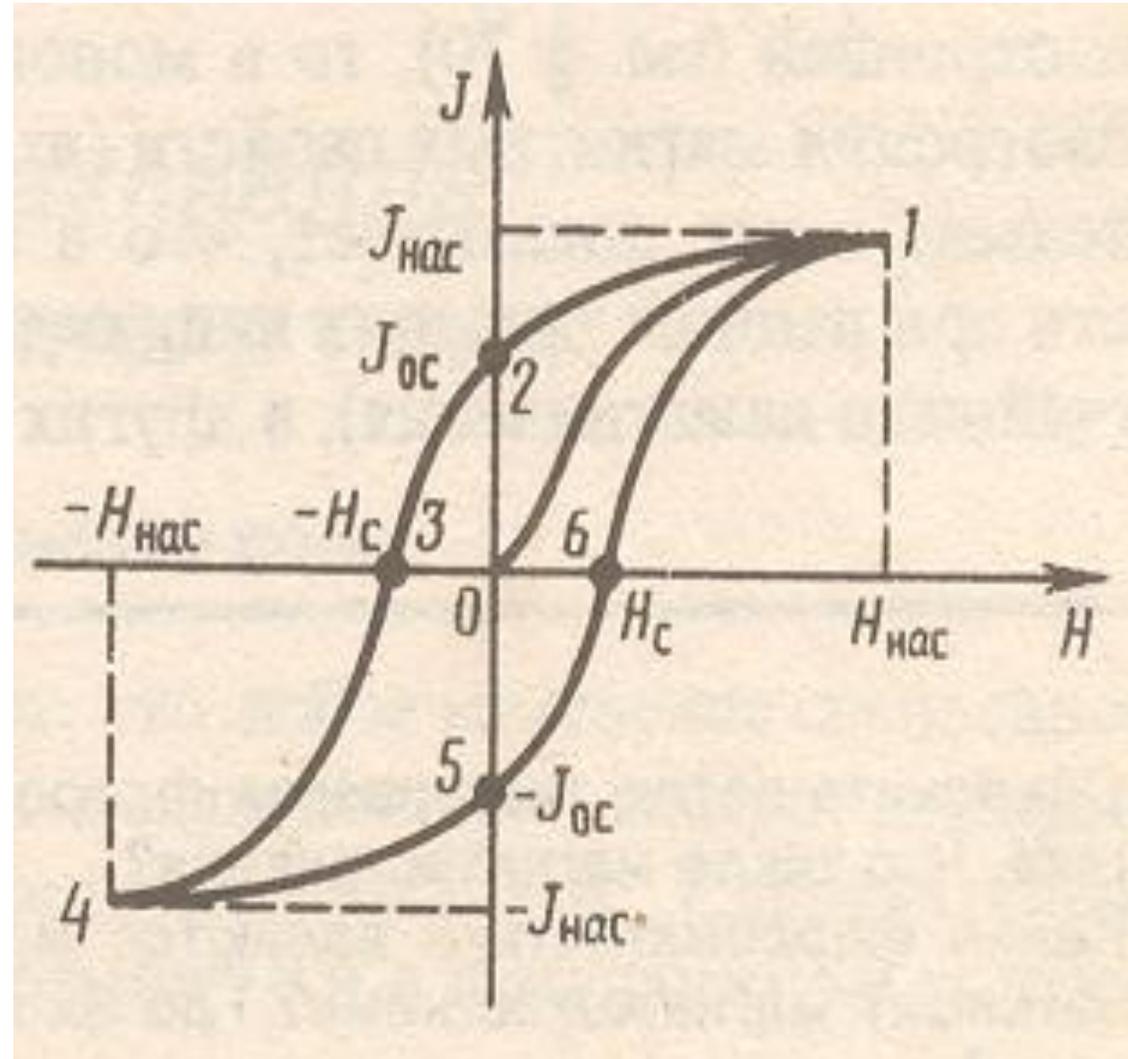
В отличие от диамагнетиков и парамагнетиков, у которых намагниченность **J** меняется пропорционально напряженности внешнего магнитного поля **H**, у ферромагнетиков зависимость **J(H)** имеет сложный вид.

При больших внешних полях **H** намагниченность ферромагнетиков стремится к максимальному значению $J_{нас} \sim 10^6$ А/м, которое называется *магнитным насыщением*.



Характерной особенностью ферромагнетиков является **магнитный гистерезис** (от *греч.* - *запаздывание*).

Рассмотрим в чем заключается это явление. Пусть в начальном состоянии ферромагнетик был **ненамагниченным** (точка **0**). При включении внешнего магнитного поля **H** он начнет намагничиваться (нулевая кривая намагничения **0-1**) вплоть до насыщения (точка **1**).



Если затем H уменьшать, то изменение намагничения J будет описываться кривой 1-2, лежащей выше кривой 0-1. При $H = 0$ намагничение $J \neq 0$, значит у ферромагнетика имеется *остаточное намагничение* J_{oc} .

Чтобы размагнитить ферромагнетик, к нему надо приложить внешнее поле H_c , направленное против поля, вызвавшего намагничение. Это поле H_c называют *коэрцитивной силой*.

При дальнейшем увеличении противоположного поля H ферромагнетик перемагничивается (кривая 3-4), а при $H = -H_{нас}$ намагничение J достигает насыщения (точка 4). Затем ферромагнетик можно опять размагнитить (4-5-6) и вновь перемагнитить до насыщения (6-1).

Кривая **1-2-3-4-5-6-1**, по которой изменяется намагниченность ферромагнетика **J**, называется *петлей гистерезиса*.

Ферромагнетики, имеющие широкую петлю гистерезиса, называют *жесткими*, у них большая коэрцитивная сила **H_c**. Ферромагнетики с малой **H_c** имеют узкую петлю гистерезиса, их называют *мягкими*.

У каждого ферромагнетика имеется определенная температура **T_c** (*точка Кюри*), при которой он теряет свои магнитные свойства. При нагревании тела выше **T_c** ферромагнетик превращается в парамагнетик, восприимчивость которого подчиняется

закону Кюри-Вейсса

$$\chi_m = \frac{C}{T - T_c}$$

$$T_c(Fe) = 1043 \text{ }^\circ K$$

(3.25.1)

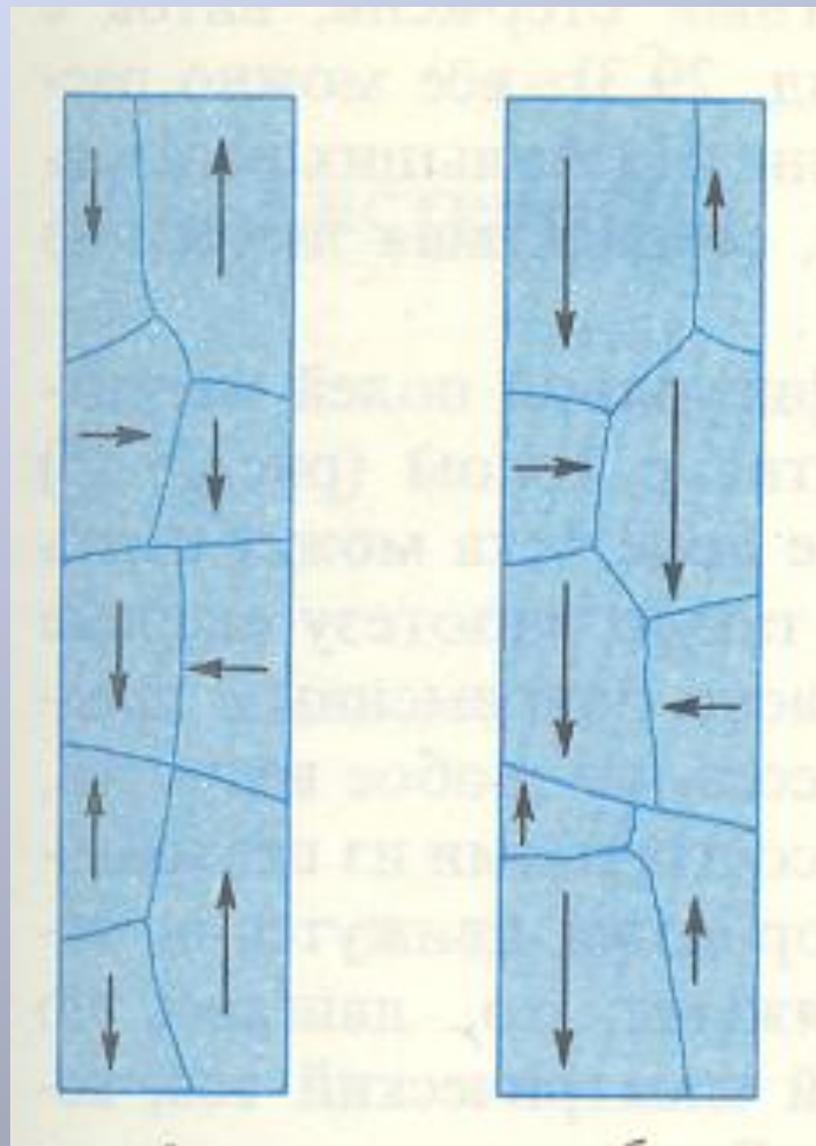
Теория ферромагнетизма была разработана **Вейссом**. Согласно теории **Вейсса** явление ферромагнетизма связано с тем, что при температурах ниже точки **Кюри** ферромагнетик разбивается на множество малых макроскопических областей – **доменов**, которые *самопроизвольно намагничены до насыщения*.

В отсутствие внешнего магнитного поля **H** магнитные моменты доменов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга, поэтому результирующий магнитный момент ферромагнетика равен нулю и ферромагнетик не намагничен.

Внешнее магнитное поле приводит к увеличению размеров доменов, магнитные моменты которых направлены по полю, поэтому намагниченность с ростом **H** увеличивается и достигает своего *max* значения.

Слева – в ненамагниченном железе домены ориентированы случайным образом.

Справа – в магните домены имеют преимущественную ориентацию. Длины стрелок пропорциональны магнитным моментам доменов. Размеры больше у тех доменов, магнитные моменты которых совпадают с внешним магнитным полем.



При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ферромагнетик сохраняет *остаточное* намагничение, поскольку *тепловое движение не в состоянии дезориентировать магнитные моменты крупных образований в виде доменов.*

Эксперименты подтвердили гипотезу **Вейсса** о существовании доменов. Линейные размеры доменов оказались равными ~ **1 – 10** мкм.

Точка Кюри является температурой, начиная с которой происходит разрушение доменной структуры ферромагнетика.

Дальнейшие исследования ферромагнетизма были выполнены Гейзенбергом и Френкелем на основе квантовой теории. Они показали, что *свойства ферромагнетиков определяются спиновыми магнитными моментами электронов.*

Чтобы вещество было ферромагнетиком необходимо, чтобы *атомы вещества имели незаполненные электронные оболочки с нескомпенсированными спинами.* Тогда возникают *обменные силы*, вынуждающие спиновые магнитные моменты электронов ориентироваться *параллельно* друг другу в области доменов.

При изменении внешнего магнитного поля домены меняют свои размеры и направления магнитных моментов. Эти процессы являются *необратимыми*, что и служит причиной гистерезиса.