3.19 Магнитное поле в веществе

До сих пор предполагалось, что проводники находятся в вакууме. Если же они находятся в какой-то среде (магнетике), то магнитное поле изменится.

Это связано с тем, что всякое вещество под действием внешнего магнитного поля $\mathbf{B}_0$, созданного токами текущими по проводникам, приобретает магнитный момент (*намагничивается*).

В результате вещество создает собственное магнитное поле $\mathbf{B}'$, которое накладывается на внешнее поле $\mathbf{B}_0$. Результирующее магнитное поле равно

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' \qquad (3.19.1)$$

Суммарное магнитное поле B сильно меняется на межатомных расстояниях.

Однако, при макроскопическом рассмотрении такое детальное поведение поля B не обнаруживается. Поэтому, как и в случае электрического поля, в качестве характеристики магнитного поля в веществе используют значение поля, усредненное по физически малому объему.

Далее будем предполагать, что в формуле (3.19.1) присутствуют именно усредненные макроскопические поля.

Магнитное поле возникшее в веществе B′, как и внешнее поле B_0, не имеет источников, поэтому дивергенция каждого из них, а значит и результирующего поля B равна нулю

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Поэтому теорема Гаусса справедлива не только для магнитного поля в вакууме, но и для суммарного магнитного поля в веществе

$$\vec{\nabla}\vec{B} = \vec{\nabla}\vec{B}_0 + \vec{\nabla}\vec{B}' = 0$$

Для объяснения намагничивания тел Ампер предположил, что в молекулах вещества циркулируют *круговые токи*.

Каждый из таких токов создает вокруг себя магнитное поле. В отсутствие внешнего поля эти молекулярные токи и их магнитные моменты *ориентированы беспорядочно*. Поэтому созданное всеми молекулами магнитное поле и магнитный момент равны нулю.

Под действием внешнего магнитного поля $\mathbf{B}_0$ молекулы приобретают преимущественную ориентацию.

В результате вещество *намагничивается* – возникает поле $\mathbf{B}'$, суммарный магнитный момент всех молекул становится отличным от нуля.

Для описания намагничивания веществ используют магнитный момент единицы объема - эту величину называют *намагниченностью* J.

Намагниченность вещества в некоторой его точке дается выражением

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V}\vec{p}_m \qquad (3.19.2)$$

где ΔV - физически бесконечно малый объем в окрестности рассматриваемой точки, p_m – вектор магнитного момента одной молекулы. Суммирование ведется по всем молекулам, находящимся в объеме ΔV.

3.20 Напряженность магнитного поля

Применим операцию ротор к уравнению (3.19.1)

$$rot\vec{B} = rot\vec{B}_0 + rot\vec{B}'$$

Ранее было получено

$$rot\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{j}$$

где $\vec{j}$ - плотность макроскопического тока.

Аналогичная формула имеет место и для вектора собственной магнитной индукции $\vec{B}'$

$$rot\vec{B}' = \mu_0 \vec{j}_{мол}$$

где $\vec{j}_{мол}$ - плотность молекулярных токов.

Поэтому ротор результирующего магнитного поля в веществе можно записать в виде

$$\boxed{rot\vec{B} = [\vec{\nabla} \times \vec{B}] = \mu_0(\vec{j} + \vec{j}_{мол})} \quad \mathbf{(3.20.1)}$$

Плотность молекулярных токов $\vec{j}_{мол}$ сама зависит от магнитной индукции $\boldsymbol{B}$.

Поэтому, чтобы найти $rot\vec{B}$ надо знать плотность не только макроскопических, но и молекулярных токов, что сопряжено с определенными трудностями.

Чтобы обойти эти трудности, найдем величину, которая определяется только макроскопическими токами.

Для этого выразим плотность молекулярных токов через намагниченность $\vec{J}$.

Рассмотрим некоторый замкнутый контур Γ внутри вещества. Сумма всех молекулярных токов, протекающих через такой контур, равна

$$\int_S \vec{j}_{мол} d\vec{S}$$

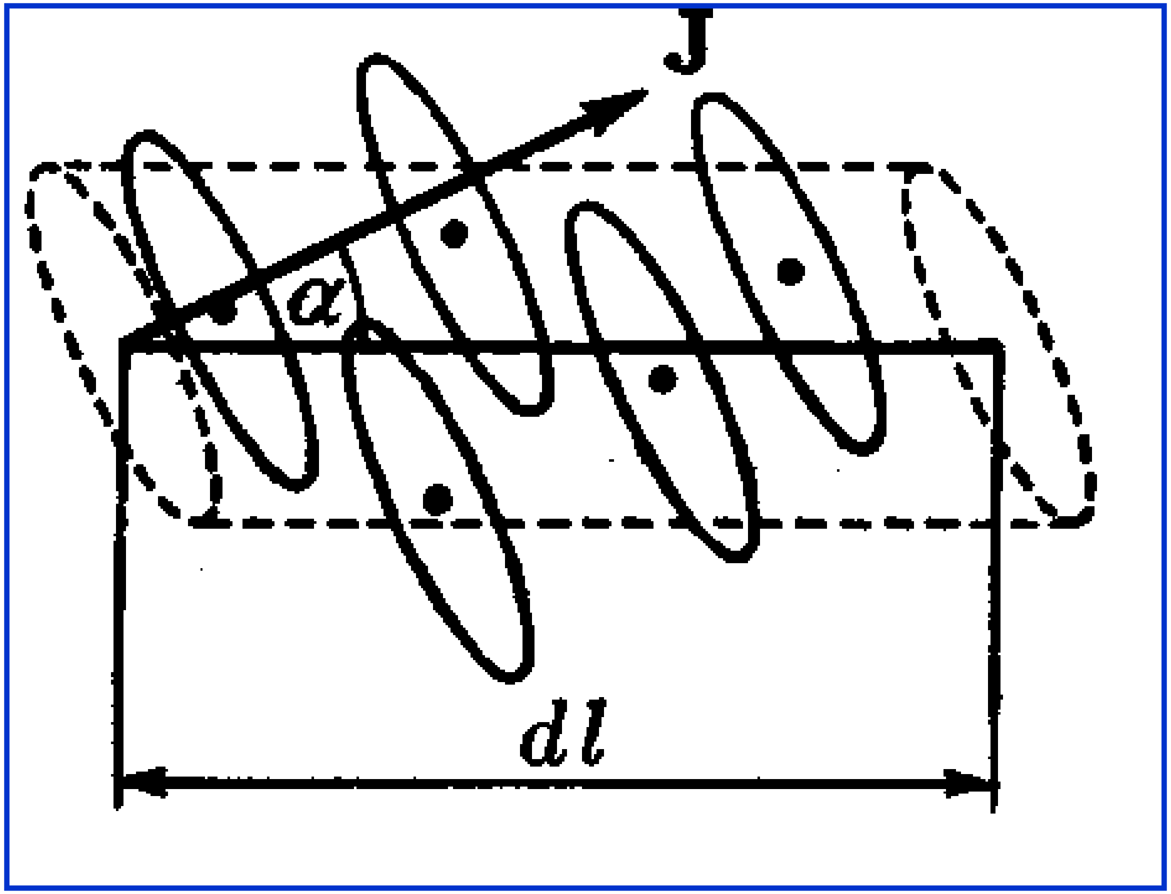
где S – поверхность, натянутая на контур Γ.

В данный интеграл вклад дают лишь те молекулярные токи $I_{мол}$, которые нанизаны на контур и пересекают поверхность S только один раз.

Пусть dl **– элемент контура, образующий с намагниченностью** $\vec{J}$ **угол** α**. На этот элемент нанизаны молекулярные токи, центры которых находятся внутри косого цилиндра.**

Объем цилиндра равен

$$S_{мол}\cos\alpha dl$$



где $S_{мол}$ **- площадь, охватываемая одним молекулярным током (основание цилиндра).**

Пусть n - концентрация молекул, тогда ток, охватываемый элементом контура dl, равен

$$nI_{мол}S_{мол}\cos\alpha dl$$

Но этой формуле можно дать и другую интерпретацию. Действительно, произведение $I_{мол}S_{мол}$ - есть магнитный момент p_m одного молекулярного тока.

Поэтому $nI_{мол}S_{мол}$ - есть магнитный момент единицы объема, и значит, согласно определению (3.19.2), равен модулю вектора намагниченности $\vec{J}$.

Тогда величину $nI_{мол}S_{мол}\cos\alpha$ можно рассматривать как проекцию вектора намагниченности $\vec{J}$ на направление элемента контура dl.

Поэтому молекулярный ток, охватываемый элементом dl, можно записать как $(\vec{J}d\vec{l})$.

В результате ток, созданный молекулами, находящимися вблизи элемента контура dl равен

$$nI_{мол}S_{мол}\cos\alpha dl = (\vec{J}d\vec{l})$$

Итак, сумма всех молекулярных токов, охватываемых контуром *Г* есть

$$\int_S \vec{j}_{мол} d\vec{S} = \oint_Г \vec{J} d\vec{l}$$

Преобразуем правый интеграл с помощью теоремы Стокса

$$\oint_Г \vec{J} d\vec{l} = \int_S [\vec{\nabla} \times \vec{J}\,] d\vec{S}$$

В результате получаем равенство

$$\int_S \vec{j}_{мол} d\vec{S} = \int_S [\vec{\nabla} \times \vec{J}\,] d\vec{S}$$

которое должно выполняться при произвольном выборе контура Г и поверхности S. А это возможно, лишь если равны подинтегральные функции

$$\boxed{\vec{j}_{мол} = [\vec{\nabla} \times \vec{J}\,]} \qquad \textbf{(3.20.2)}$$

Следовательно, *плотность молекулярных токов равна ротору вектора намагниченности*.

Подставим (3.20.2) в (3.20.1)

$$[\vec{\nabla}\times\vec{B}]=\mu_0\vec{j}+\mu_0[\vec{\nabla}\times\vec{J}]$$

Это уравнение можно переписать в виде

$$[\vec{\nabla}\times(\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{J})]=\vec{j} \qquad (3.20.3)$$

Откуда следует, что вектор

$$\boxed{\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{J}} \qquad (3.20.4)$$

определяется только плотностью макротоков $\vec{j}$ **.**
Вектор $\vec{H}$ **называется напряженностью магнитного поля. Он характеризует магнитное поле *макротоков*.**

С учетом (3.20.4) формула (3.20.3) принимает вид

$$\boxed{[\vec{\nabla} \times \vec{H}] = \vec{j}} \qquad (3.20.5)$$

Ротор напряженности магнитного поля равен вектору плотности макроскопических токов.

Возьмем поверхностный интеграл от обеих частей этого равенства по поверхности S, натянутой на замкнутый контур *Г*

$$\int_S [\vec{\nabla} \times \vec{H}] d\vec{S} = \int_S \vec{j} d\vec{S}$$

Согласно теореме Стокса левый интеграл можно представить в виде

$$\int_S [\vec{\nabla} \times \vec{H}] d\vec{S} = \oint_\Gamma \vec{H} d\vec{l}$$

Следовательно

$$\boxed{\oint_\Gamma \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} = I} \qquad (3.20.6)$$

Если макроскопические токи текут по нескольким проводам, охватываемым контуром, то формула (3.20.6) принимает вид

$$\boxed{\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k} I_k} \qquad (3.20.7)$$

Формулы (3.20.6) и (3.20.7) выражают собой ***теорему о циркуляции вектора*** напряженности $\vec{H}$: ***циркуляция вектора напряженности магнитного поля по некоторому контуру равна алгебраической сумме макроскопических токов, охватываемых этим контуром***.

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ является аналогом электрического смещения $\vec{D}$.

Из (3.20.7) следует *размерность напряженности* магнитного поля

$$\boxed{[H] = \frac{А}{м}}$$

Согласно (3.20.4) такую же размерность имеет и намагниченность $\vec{J}$.

Опыт показывает, что в не сильных магнитных полях намагниченность пропорциональна напряженности магнитного поля

$$\boxed{\vec{J} = \chi \vec{H}} \qquad (3.20.8)$$

где χ - *магнитная восприимчивость* магнетика, безразмерная величина.

Подставим (3.20.8) в (3.20.4) $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi\vec{H}$

Откуда

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1+\chi)}} \qquad (3.20.9)$$

Величина

$$\boxed{\mu = 1 + \chi} \qquad (3.20.10)$$

называется ***магнитной проницаемостью вещества*****.**

Магнитная проницаемость показывает ***во сколько раз магнитное поле макротоков изменяется в магнетике за счет поля микротоков*****.**

Формулу (3.20.9) можно переписать в виде

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}} \qquad (3.20.11)$$

В изотропных средах направления векторов индукции **B** и напряженности **H** совпадают.

В анизотропных средах направления векторов **B** и **H** могут не совпадать.

Рассмотрим магнитное поле в вакууме.

У вакуума магнитная восприимчивость и намагниченность равны нулю, а магнитная проницаемость равна единице

$$\chi = 0 \qquad \vec{J} = 0 \qquad \mu = 1$$

Поэтому ***напряженность магнитного поля в вакууме связана с магнитной индукцией формулой***

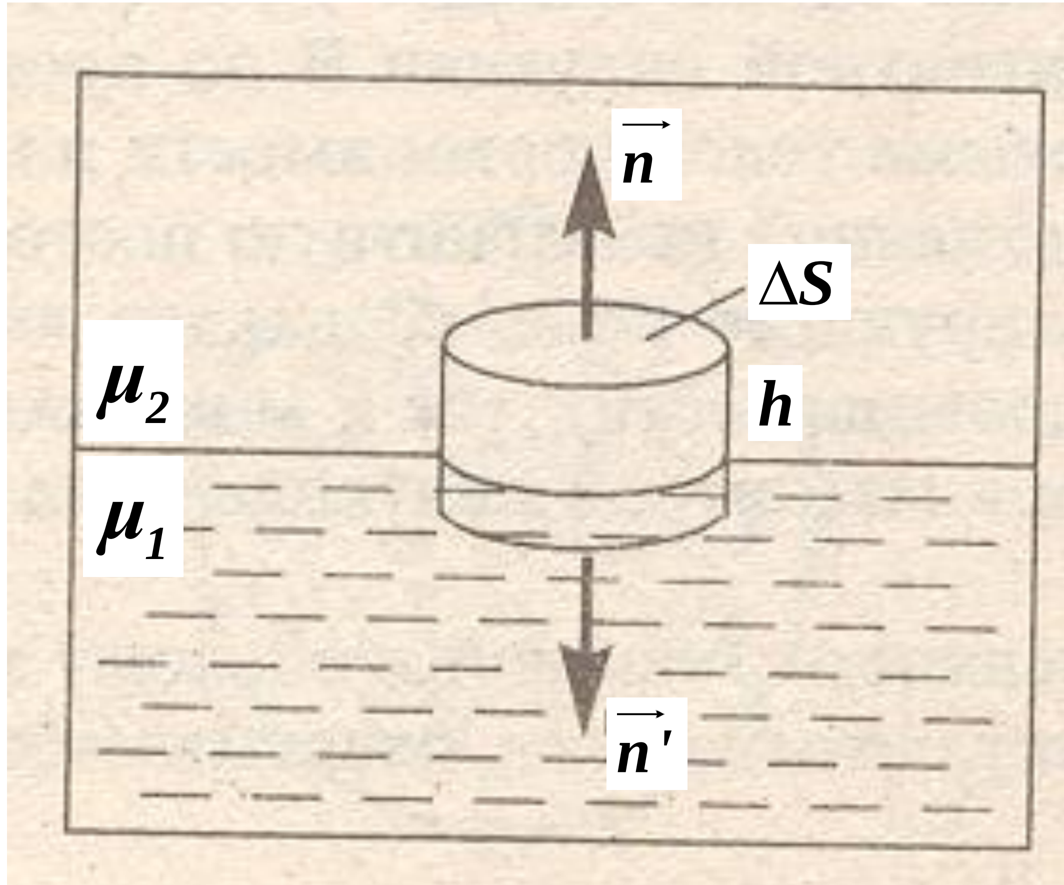
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

3.21 Условия на границе раздела двух магнетиков

Пусть имеются два однородных магнетика с магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2. Найдем связь векторов **B** и **H** в двух средах на границе их раздела.

Построим вблизи границы цилиндр с высотой h и основаниями ΔS.

Внешние нормали $\vec{n}$ и $\vec{n}'$ к основаниям направлены в противоположные стороны.



Согласно теореме Гаусса поток магнитной индукции Φ_B через замкнутую поверхность цилиндра равен нулю

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \qquad (3.21.1)$$

С другой стороны, этот поток можно представить как сумму потоков через два основания и боковую поверхность цилиндра

$$\Phi_B = B_{1n'}\Delta S + B_{2n}\Delta S + \langle B_{n_{бок}} \rangle S_{бок} = 0$$

Устремим высоту цилиндра к нулю $h \to 0$, тогда потоком через боковую поверхность можно пренебречь и получаем

$$B_{1n'} + B_{2n} = 0$$

Спроецируем вектора индукции B_1 и B_2 на одну и ту же нормаль (например $\vec{n}$), тогда знак изменится и получим

$$\boxed{B_{1n} = B_{2n}} \qquad (3.21.2)$$

Нормальная составляющая вектора магнитной индукции на границе магнетиков непрерывна.

Используя (3.20.11), равенство (3.21.2) можем переписать в виде

$$\boxed{\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}} \qquad (3.21.3)$$

или

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$$

Следовательно, нормальная составляющая вектора напряженности магнитного поля на границе магнетиков терпит разрыв.

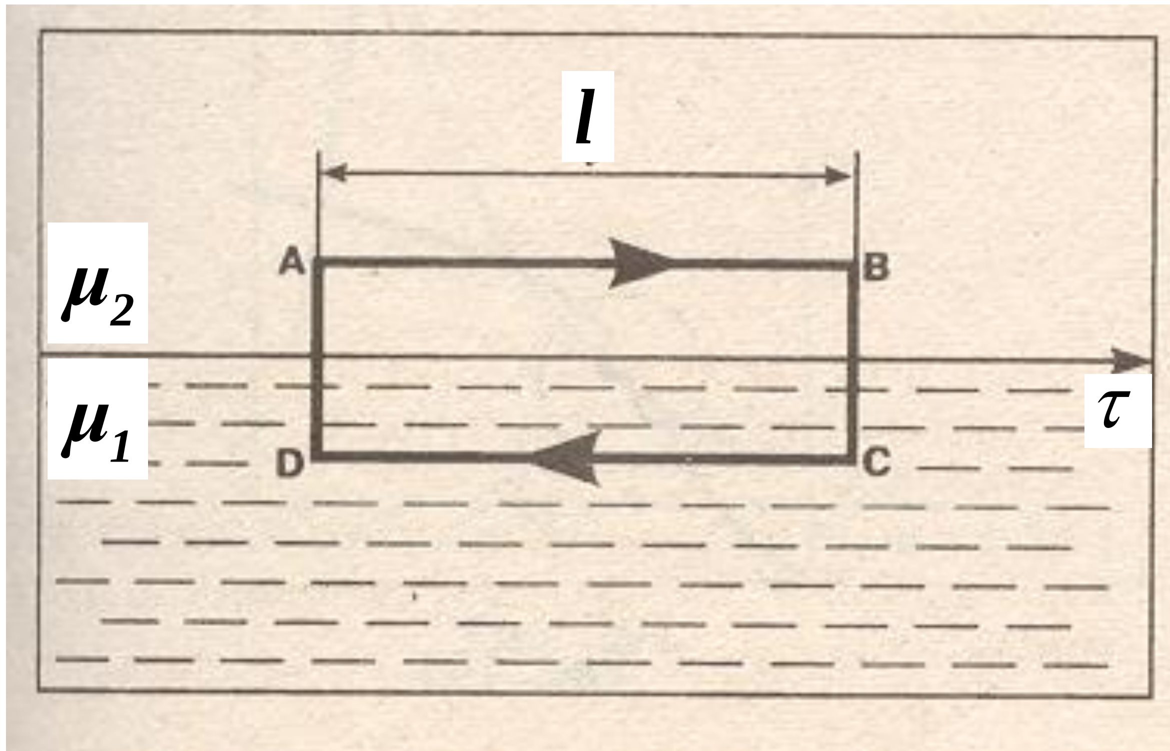
Теперь выберем вблизи границы прямоугольный контур **ABCD** длиной l = **AB** и высотой h = **AD**, и вычислим циркуляцию напряженности **H** по этому контуру. Согласно (3.20.6)

$$\oint_{ABCD} \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} = I$$

Пусть макроскопические токи по границе не текут,

тогда $I = 0$ и

$$\oint_{ABCD} \vec{H} d\vec{l} = 0$$



С другой стороны, криволинейный интеграл можно расписать в виде вкладов от его отдельных участков

$$\oint_{ABCD} \vec{H}d\vec{l} = \oint_{ABCD} H_l dl = H_{1\tau}l - H_{2\tau}l + \langle H_l \rangle 2h$$

где H_l - проекция вектора $\vec{H}$ на направление вектора перемещения $d\vec{l}$ вдоль контура ABCD.

Устремляя $h \to 0$, получаем условие непосредственно на границе

$$\boxed{H_{1\tau} = H_{2\tau}} \qquad (3.21.4)$$

Тангенциальная составляющая вектора напряженности магнитного поля на границе магнетиков непрерывна.

Выражая H **через** B**, находим** $\dfrac{B_{1\tau}}{\mu_0\mu_1} = \dfrac{B_{2\tau}}{\mu_0\mu_2}$

Откуда

$$\boxed{\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}} \qquad (3.21.5)$$

Тангенциальная составляющая вектора магнитной индукции B_τ ***терпит скачок*.**

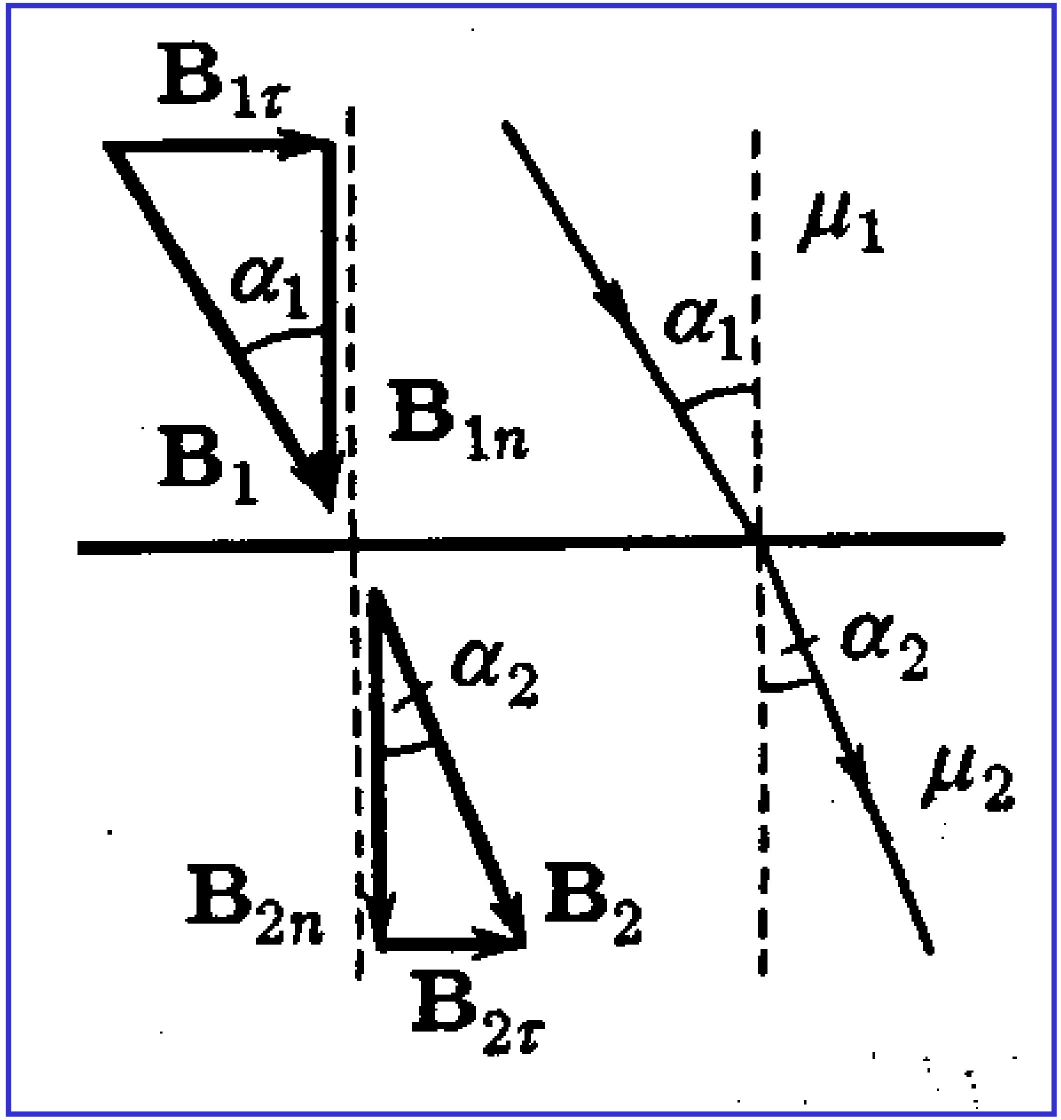
Итак, на границе раздела магнетиков :

1) **нормальная составляющая вектора магнитной индукции B_n и тангенциальная составляющая вектора напряженности магнитного поля H_τ *непрерывны*,**

2) **тангенциальная составляющая вектора магнитной индукции B_τ и нормальная составляющая вектора напряженности H_n *терпят скачок*.**

Рассмотрим поведение линий магнитной индукции при пересечении границы.
Из рисунка следует, что

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{B_{1\tau}/B_{1n}}{B_{2\tau}/B_{2n}}$$



С учетом (3.21.2) и (3.21.5) получаем

$$\boxed{\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}} \qquad (3.21.6)$$

закон преломления магнитной индукции

Из закона преломления следует, что при переходе в магнетик с большей магнитной проницаемостью μ линии индукции отклоняются от нормали, что приводит к их сгущению.

Это используют *для магнитной защиты приборов*.

Приборы окружают железным экраном, в толщине которого происходит сгущение линий магнитной индукции, что приводит к ослаблению магнитного поля внутри экрана.