3.14 Явление электромагнитной индукции

В 1831 году Фарадей обнаружил, что *в замкнутом контуре при изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную контуром, возникает электрический ток*. Этот ток назвали индукционным током.

Возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи ЭДС, которую называют ЭДС электромагнитной индукции $\mathcal{E}_i$. Опыт показывает, что величина $\mathcal{E}_i$ не зависит от способа, с помощью которого осуществляется изменение магнитного потока, а зависит лишь от скорости изменения потока

Закон электромагнитной индукции Фарадея

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}} \qquad (3.14.1)$$

Знак минус в формуле (3.14.1) определяется *<u>правилом Ленца:</u>*

индукционный ток в контуре всегда направлен так, чтобы противодействовать вызвавшей его причине

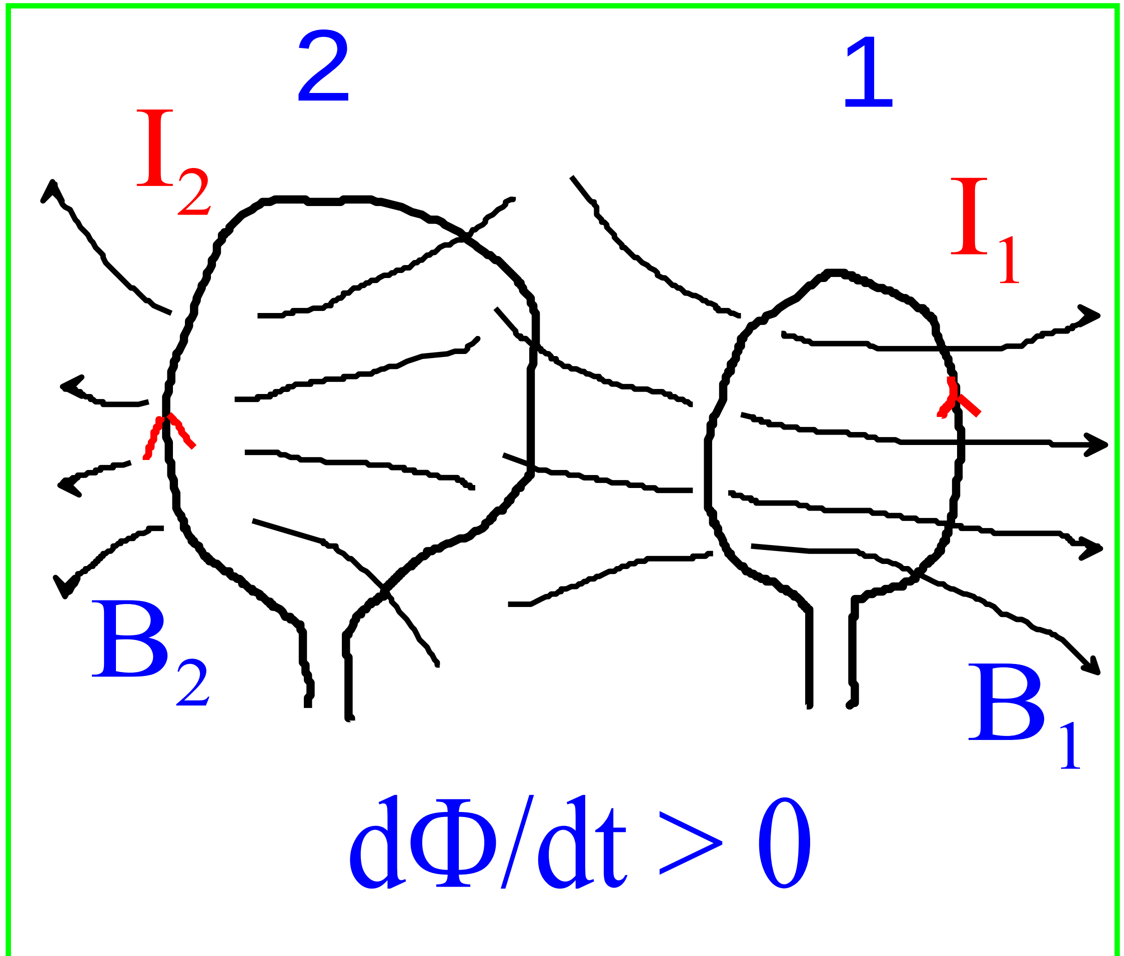
Это значит, что индукционный ток создает такое магнитное поле, которое препятствует изменению потока, вызвавшему индукционный ток.

Рассмотрим явление электромагнитной индукции на примере двух проводников в виде контуров, по одному из которых течет ток.

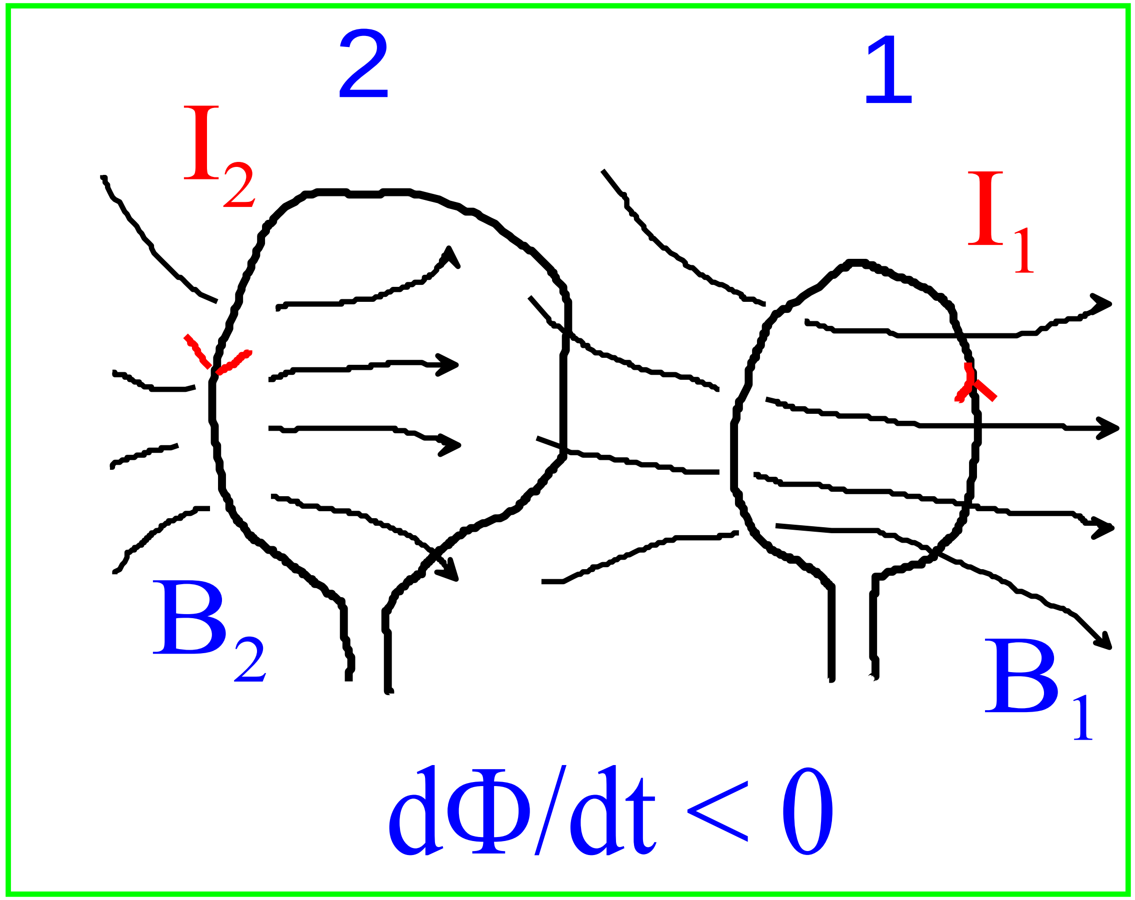
Ток I_1 в контуре *1* создает магнитное поле B_1.

При увеличении тока I_1 растет и поле B_1, а вместе с ним и поток **Ф**, пронизывающий контур *2*.

Согласно закону **Фарадея** в контуре *2* возникает индукционный ток I_2, который течет против тока I_1. Поэтому контуры будут ***отталкиваться***, а поле второго контура B_2, будет направлено против поля первого контура B_1.

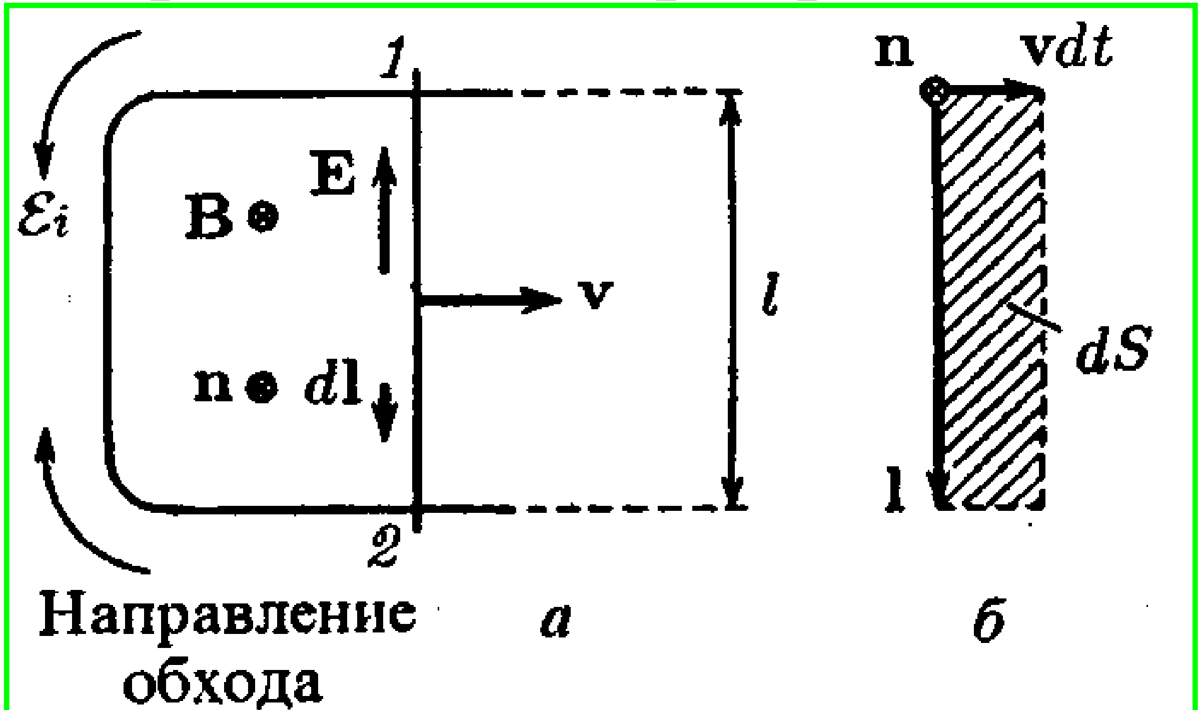


Если же ток I_1 уменьшать, то будет уменьшаться и магнитный поток Φ, пронизывающий контур *2*. Поэтому в контуре *2* ЭДС электромагнитной $\mathcal{E}_i$ индукции изменит свой знак, вместе с ней изменит направление и индукционный ток I_2 и будет течь в том же направлении, что и ток I_1. В результате контуры будут *притягиваться* друг к другу, а созданные ими магнитные поля будут совпадать по направлению.



Покажем, что закон **Фарадея** является результатом действия силы **Лоренца** на электроны в движущихся проводниках.

Рассмотрим снова контур с подвижной перемычкой. Поместим его в однородное магнитное поле **B**, перпендикулярное к плоскости контура и направленное за лист. Туда же направлен и вектор нормали **n**.



Начнем передвигать перемычку со скоростью υ. Вместе с перемычкой будут перемещаться и находящиеся в ней электроны. На каждый электрон действует сила Лоренца, направленная вдоль перемычки

$$\vec{F}_Л = e[\vec{\upsilon} \times \vec{B}]$$

где e – заряд электрона ($e < 0$).

Действие силы Лоренца эквивалентно действию электрического поля с напряженностью

$$\vec{E} = [\vec{\upsilon} \times \vec{B}]$$

Однако, это поле имеет магнитное, а не электростатическое происхождение.

Найдем циркуляцию вектора $\vec{E}$ по замкнутому контуру. Эта циркуляция должна равняться ЭДС в контуре

$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E} d\vec{l} = \oint [\vec{\upsilon} \times \vec{B}] d\vec{l}$$

Направление обхода контура показано на рисунке. Поскольку поле $\vec{E}$ отлично от нуля лишь на перемычке (участок контура 1-2), то

$$\mathcal{E}_i = \int_1^2 [\vec{\upsilon} \times \vec{B}] d\vec{l} = [\vec{\upsilon} \times \vec{B}] \int_1^2 d\vec{l} = ([\vec{\upsilon} \times \vec{B}] \cdot \vec{l})$$

Воспользуемся свойством смешанного произведения

$$\mathcal{E}_{\text{i}} = ([\vec{\upsilon} \times \vec{B}] \cdot \vec{l}\,) = ([\vec{l} \times \vec{\upsilon}] \cdot \vec{B})$$

Умножим и разделим правую часть на dt

$$\mathcal{E}_{\text{i}} = \frac{([\vec{l} \times \vec{\upsilon}] \cdot \vec{B})dt}{dt} = \frac{([\vec{l} \times \vec{\upsilon}dt] \cdot \vec{B})}{dt}$$

Из рисунка следует, что

$$[\vec{l} \times \vec{\upsilon}dt] = -\vec{n}dS$$

где dS **– приращение площади контура за время перемещения контура** dt**.**

Поэтому можем записать

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = -\frac{(\vec{B}\cdot\vec{n})dS}{dt} = -\frac{(\vec{B}\cdot d\vec{S})}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

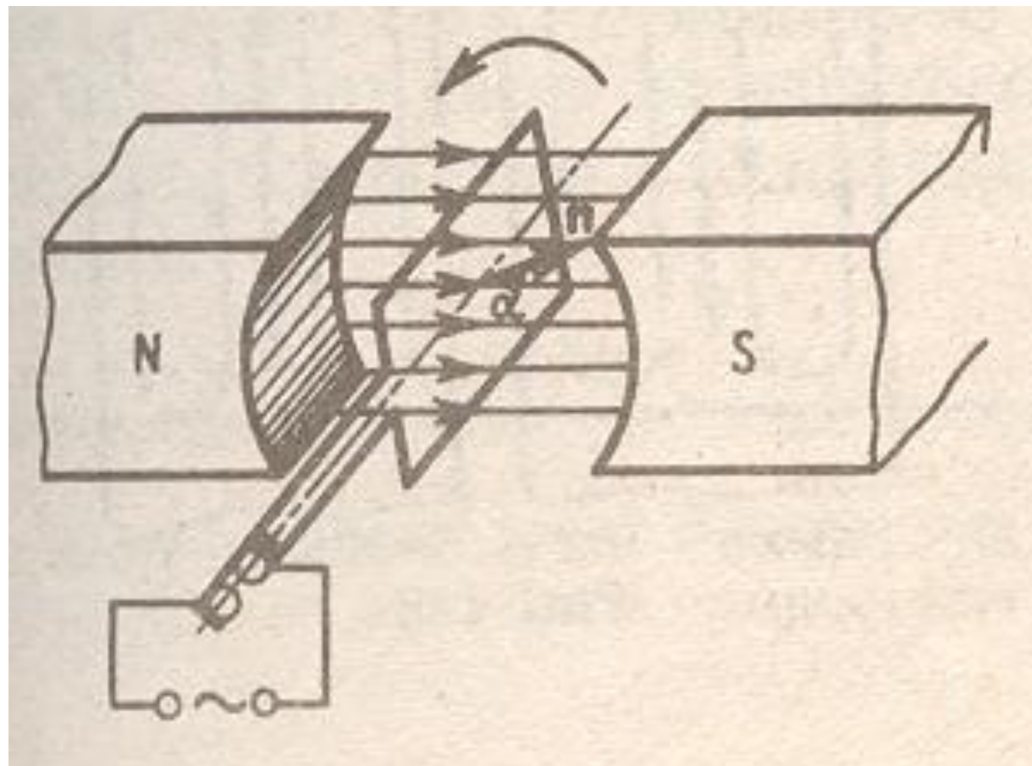
Таким образом, получили закон Фарадея.

Следовательно, роль сторонних сил, вызывающих ЭДС электромагнитной индукции, играет магнитная сила – сила Лоренца.

3.15 Вращение рамки с током

Явление электромагнитной индукции используется в генераторах для преобразования механической энергии в электрическую.

Рассмотрим принцип действия генератора на примере плоской рамки, вращающейся в однородном магнитном поле B, созданном постоянным магнитом.



Магнитный поток, пронизывающий рамку равен

$$\Phi = (\vec{B} \cdot \vec{S}) = BS\cos\alpha$$

Пусть рамка вращается (за счет энергии пара, воды и т.д.) с постоянной угловой скоростью ω. Тогда угол α между нормалью к поверхности рамки n и вектором магнитной индукции B будет зависеть от времени

$$\alpha = \omega t$$

Магнитный поток меняется со временем по гармоническому закону

$$\Phi = BS\cos(\omega t)$$

При вращении рамки в ней возникает переменная ЭДС электромагнитной индукции $\mathcal{E}_i$ зменяющаяся тоже по гармоническому закону

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega\sin(\omega t)$$

Эта переменная ЭДС снимается с вращающегося витка с помощью щеток (см. рисунок).

В России принята частота $\nu = \omega/(2\pi) = 50$ Гц.

3.16 Электродвигатели

В электродвигателях явление электромагнитной индукции используется для обратного преобразования электрической энергии в механическую.

Если по рамке, помещенной в магнитное поле B, пропускать переменный электрический ток I, то на нее со стороны магнитного поля будет действовать вращательный механический момент

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

где $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ **- магнитный момент рамки, S – площадь рамки. В результате рамка будет вращаться с частотой, равной частоте переменного тока ν.**

3.16 Явление самоиндукции

Если по замкнутому контуру течет ток I, то он создает вокруг себя магнитное поле с индукцией **B**.

С этим магнитным полем связан магнитный поток **Ф**, пронизывающий сам контур.

Если ток I изменять, то будет меняться и магнитный поток **Ф**. Вследствие этого в контуре будет возникать ЭДС.

Данное явление называют ***самоиндукцией***. Возникшую ЭДС называют ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_s$.

Согласно закону Био-Савара индукция магнитного поля B пропорциональна силе тока I.

С другой стороны, из определения (3.9.1)

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS$$

магнитный поток Φ пропорционален индукции B.

Поэтому магнитный поток должен быть пропорционален току и можно записать

$$\Phi = L \cdot I \qquad (3.16.1)$$

где L – коэффициент пропорциональности, называемый *индуктивностью контура*.

Индуктивность ***L*** **зависит от формы и размеров контура, а также от магнитных свойств окружающей среды.**

Если контур жесткий и окружающая среда не содержит ***ферромагнетиков*****, то индуктивность является величиной постоянной, не зависящей от силы тока.**

Единицей измерения индуктивности является ***генри***

$$1\ Гн = 1 Вб/А$$

1Гн **– равен индуктивности такого контура, у которого при силе тока в 1А возникает сцепленный с ним поток Ф, равный 1 Вб.**

Вычислим в качестве примера индуктивность и ЭДС самоиндукции соленоида, находящегося в вакууме.

Согласно (3.11.3) магнитный поток (потокосцепление) через соленоид, состоящий из N витков площадью S каждый, равен

$$\Phi_c = BSN$$

где B - магнитная индукция внутри соленоида, равная

$$B = \mu_0 nI$$

$n = N/a$ **– плотность витков,** a **– длина соленоида.**

Подставляя B в потококосцепление Φ_c, получаем

$$\Phi_c = \mu_0 nISN = \mu_0 \frac{N}{a} SNI$$

Следовательно, индуктивность соленоида равна

$$\boxed{L = \mu_0 \frac{N^2}{a} S = \mu_0 n^2 a S = \mu_0 n^2 V} \qquad (3.16.2)$$

где $V = aS$ – объем соленоида.

Отсюда следует, что размерность магнитной постоянной μ_0 равна

$$[\mu_0] = \frac{Гн}{м}$$

Найдем ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_s$ для общего случая. Для этого используем закон Фарадея (3.13.1) и подставим в него магнитный поток Φ (3.16.1)

$$\boxed{\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt} - I\frac{dL}{dt}} \quad (3.16.3)$$

Если при изменении силы тока контур не деформируется, то индуктивность контура не меняется

$$L = const$$

тогда ЭДС самоиндукции равна

$$\boxed{\mathcal{E}_s = -L\frac{dI}{dt}} \quad (3.16.4)$$

Знак минус в формуле (3.16.4) говорит о том, что *индуктивность замедляет изменение тока в контуре*.

Например, если ток по знаку положителен и с течением времени возрастает, то

$$\frac{dI}{dt} > 0 \qquad \mathcal{E}_s < 0$$

Этот результат находится в согласии с *правилом Ленца* :

ЭДС самоиндукции создает отрицательный по знаку индукционный ток, который препятствует нарастанию тока в цепи.

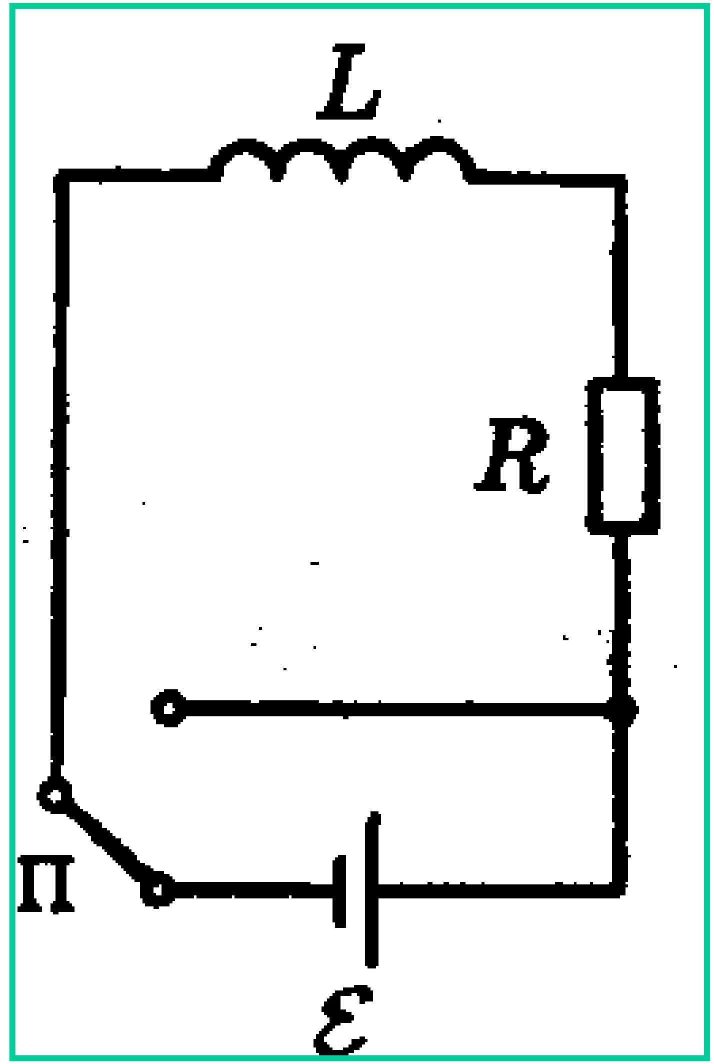
3.17 Экстратоки замыкания и размыкания

Явление самоиндукции приводит к тому, что при замыкании или размыкании цепи ток изменяется не мгновенно, а постепенно.

А) Рассмотрим как меняется ток при размыкании цепи. Пусть имеется цепь, состоящая из источника тока $\mathcal{E}$ индуктивности L и сопротивления R.

Если сопротивление источника пренебрежимо мало, то в цепи течет ток равный

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$



В момент времени $t = 0$ отключим источник тока, одновременно замкнув цепь накоротко переключателем П.

Как только сила тока в цепи начнет убывать, возникнет ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = -L\frac{dI}{dt}$$

которая создаст индукционный ток $I = \dfrac{\mathcal{E}_s}{R}$

Исключая $\mathcal{E}_s$, получаем дифференциальное уравнение для нахождения тока

$$\boxed{\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = 0} \qquad (3.17.1)$$

Решим данное уравнение. Разделяем переменные

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$$

Интегрируя, находим $\quad \ln I = -\frac{R}{L}t + C$

Откуда $\quad I(t) = C_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

Значение постоянной C_1 найдем из начального условия

$$I(t=0) = I_0 = C_1$$

Таким образом

$$\boxed{I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}} \qquad (3.17.2)$$

Значит ток в цепи обращается в нуль не мгновенно, а убывает постепенно по экспоненциальному закону.

Через время, равное

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}} \qquad (3.17.3)$$

сила тока уменьшается в e раз. Время τ называют *постоянной времени* цепи. Формулу (3.17.2) можно записать в виде

$$\boxed{I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}} \qquad (3.17.4)$$

Из (3.17.3 - 3.17.4) следует, что чем больше индуктивность L и меньше сопротивление R, тем больше постоянная времени τ и тем медленнее спадает ток в цепи.

Б) **Рассмотрим случай замыкания цепи.**

После подключения ЭДС $\mathcal{E}$ в цепи возникнет ток, который достигнет своего окончательного значения I_0 не мгновенно, а через некоторое время, постепенно возрастая. Это связано с тем, что в цепи, наряду с ЭДС $\mathcal{E}$ действует ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_s$, которая препятствует росту тока.

Поэтому в законе Ома надо учесть обе ЭДС

$$IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_s = \mathcal{E} - L\frac{dI}{dt}$$

Данное уравнение можно переписать как

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\mathcal{E}}{L} \qquad (3.17.5)$$

Уравнение (3.17.5) - линейное *неоднородное* дифференциальное уравнение. Оно отличается от (3.17.1) наличием в правой части величины $\frac{\mathcal{E}}{L}$.

Известно, что решение неоднородного уравнения равно сумме любого его частного решения и общего решения однородного уравнения. Частным решением уравнения (3.17.5) является

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = I_0$$

Поэтому общее решение уравнения (3.17.5) можно записать в виде

$$I(t) = I_0 + C_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Константу интегрирования C_1 найдем из начального условия

$$I(t=0)=0=I_0+C_1$$

Откуда

$$C_1=-I_0$$

Поэтому окончательно получаем

$$\boxed{I(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)} \qquad (3.17.6)$$

Данная функция описывает нарастание тока в цепи после подключения к ней ЭДС.

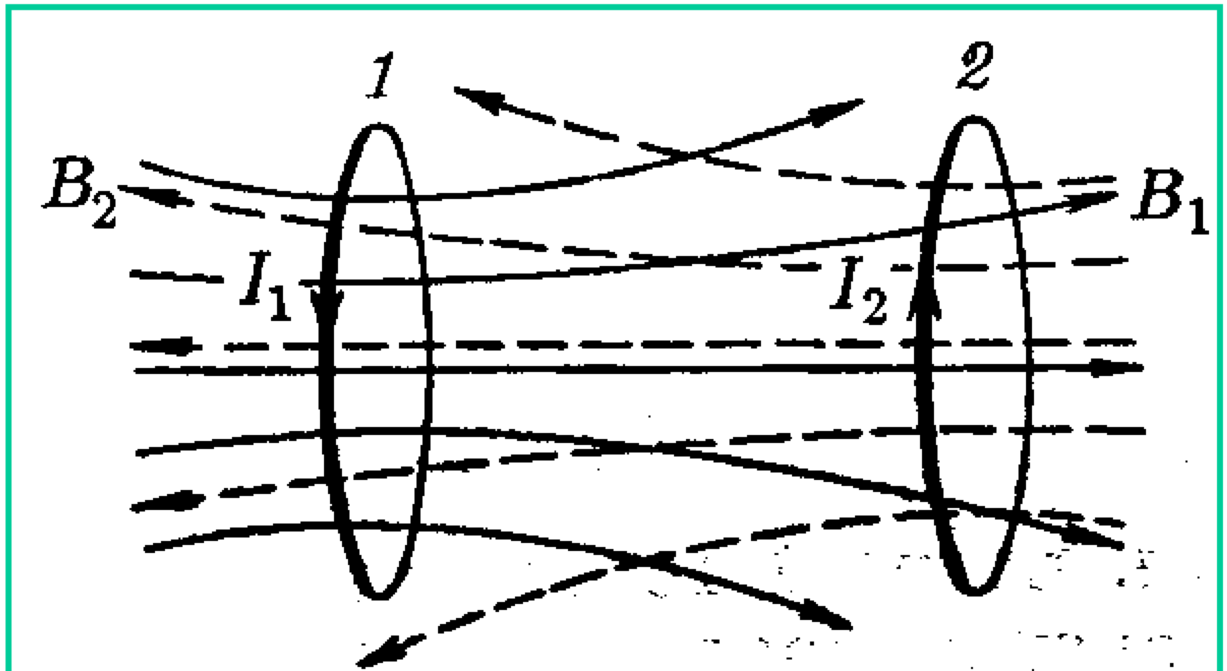
3.18 Явление взаимной индукции

Пусть имеются два контура. Если в контуре 1 течет ток I_1, то он создает магнитный поток, пронизывающий контур 2

$$\Phi_2 = L_{21} I_1$$

где L_{21} - *взаимная индуктивность* контуров.

При изменении тока I_1 в контуре 2 возникает ЭДС индукции



$$\mathcal{E}_2 = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока I_2 создается магнитный поток, пронизывающий контур 1

$$\Phi_1 = L_{12} I_2$$

При изменении тока I_2 в контуре 1 возникает ЭДС электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_1 = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

Контуры 1 и 2 называют *связанными*, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении тока в другом называют *взаимной индукцией*.

Расчеты показывают, что в отсутствие ферромагнетиков коэффициенты *взаимной индуктивности* контуров одинаковы

$$L_{21} = L_{12}$$

Значение этих коэффициентов зависит от формы, размеров, взаимного расположения контуров и окружающей их среды.