3.Интерференция электромагнитных волн

3.1 Световая волна

Свет представляет собой сложное явление: в одних случаях он ведет себя как электромагнитная волна, в других - как поток частиц (фотонов).

Волновая оптика изучает явления, в основе которых лежит волновая природа света.

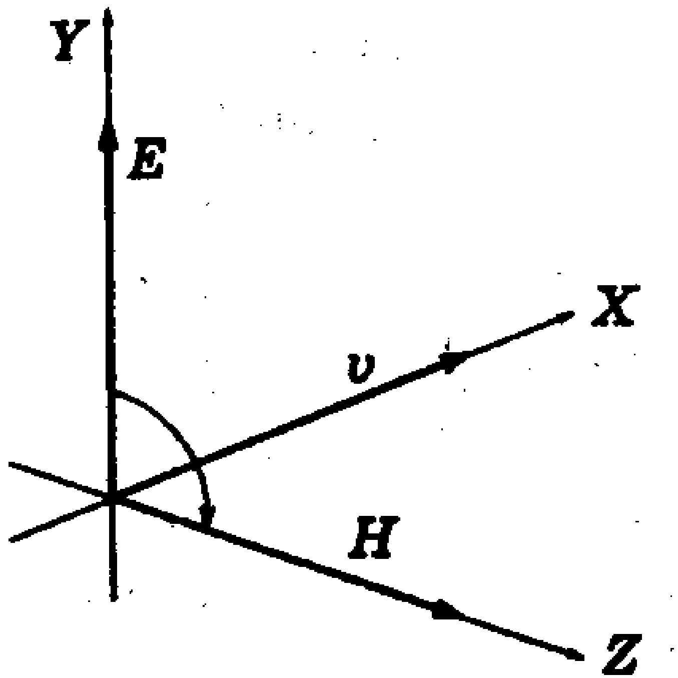
Квантовая оптика изучает совокупность явлений, обусловленных корпускулярной природой света.

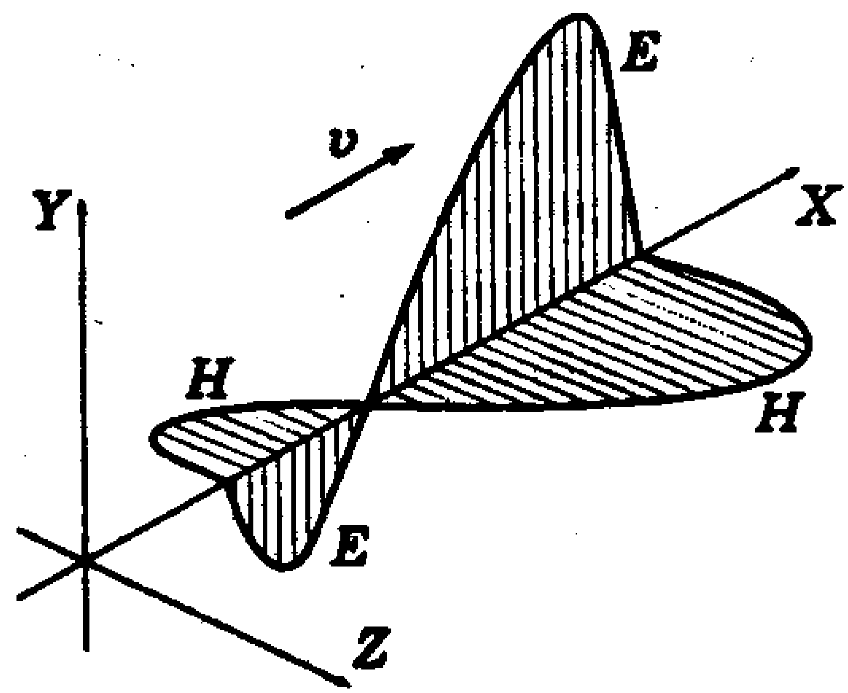
Рассмотрим сначала волновые свойства света.

Из курса “Электричество и магнетизм” известно, что переменное электрическое поле создает вокруг себя переменное магнитное поле и наоборот. В результате все новые и новые области пространства захватываются электромагнитном полем, порождая волновой процесс.

Плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{E}$ называется ***плоскостью колебаний*** (на рисунке **это плоскость** ***xy***).

Плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{H}$ называется ***плоскостью поляризации*** (на рисунке **это плоскость** ***zx***).





Электромагнитная волна переносит энергию. Плотность потока энергии, переносимой электромагнитной волной, дается вектором Пойнтинга

Частота изменений вектора Пойнтинга равна $2\nu \sim 10^{15}$ *гц*.

Глаз не успевает следить за столь частыми изменениями потока энергии и регистрирует лишь усредненный поток за время его восприятия $\tau \sim 0.2$ сек.

Среднее по времени τ значение модуля вектора Пойнтинга $<|\vec{S}|>_\tau$ дает *интенсивность света I в данной точке пространства*

$$I = <|\vec{S}|>_\tau$$

Выражение для интенсивности света

$$I = <|\vec{S}|>_{\tau} = E_m H_m < \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0) >_{\tau} =$$

$$= \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m^2 = \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} A^2 \qquad (3.1.1)$$

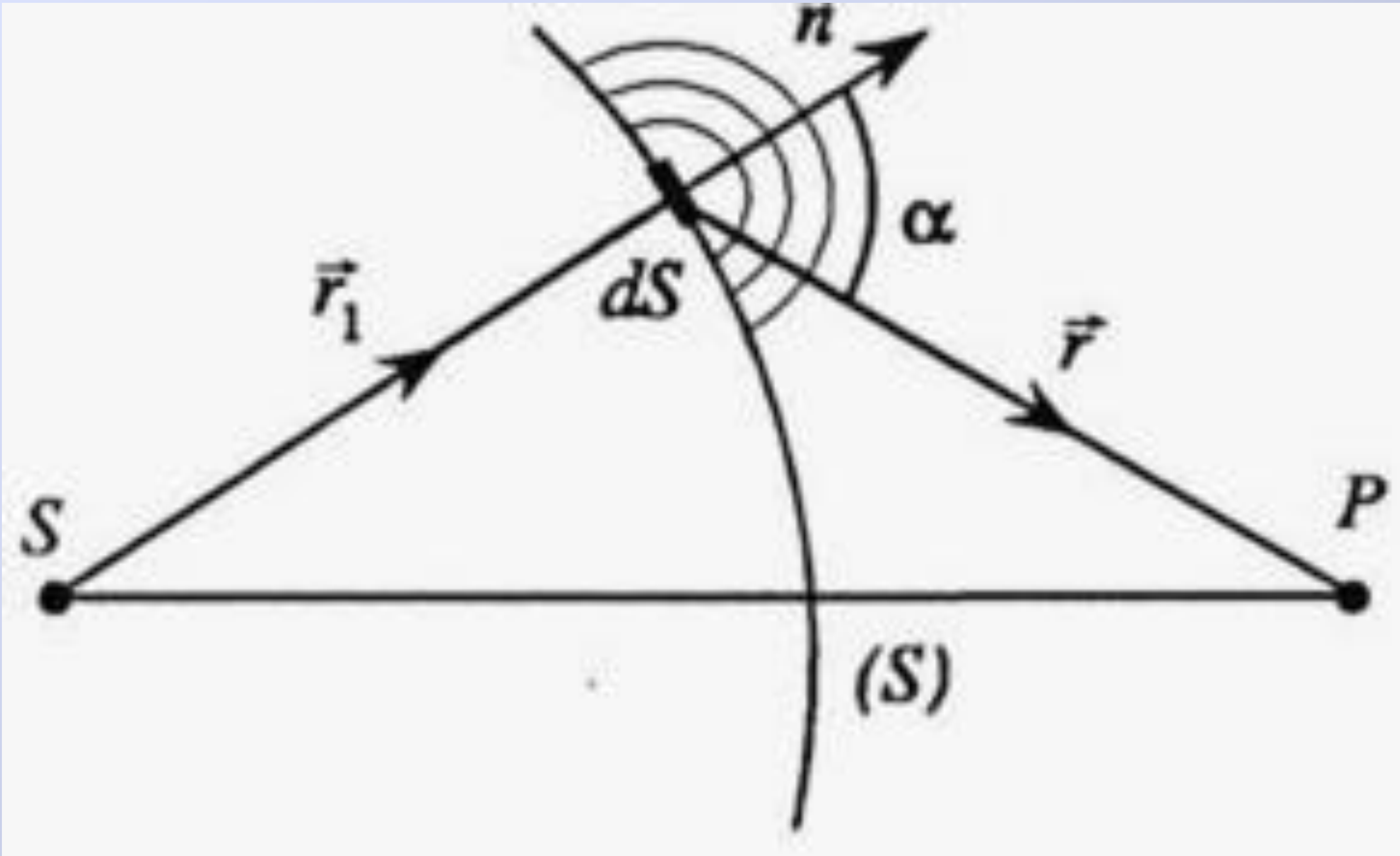
Таким образом, интенсивность света пропорциональна показателю преломления среды и квадрату амплитуды световой волны.

Линии, вдоль которых распространяется световая энергия называются *лучами*.

3.2 Принцип Гюйгенса

Распространение электромагнитных волн в любой среде можно определить из решения уравнений Максвелла. Однако, такое решение представляет из себя сложную задачу. Поэтому на практике часто пользуются более простым методом, основанном на принципе Гюйгенса, который гласит

Каждая точка волнового фронта является источником вторичных электромагнитных волн, распространяющихся в первоначальном направлении со скоростью волны. Новое положение волнового фронта совпадает с огибающей поверхностью вторичных волн.



Принцип Гюйгенса-Френеля – каждый элемент волновой поверхности *dS* служит источником вторичной сферической волны, все вторичные источники когерентны

Амплитуда вторичной волны зависит от :

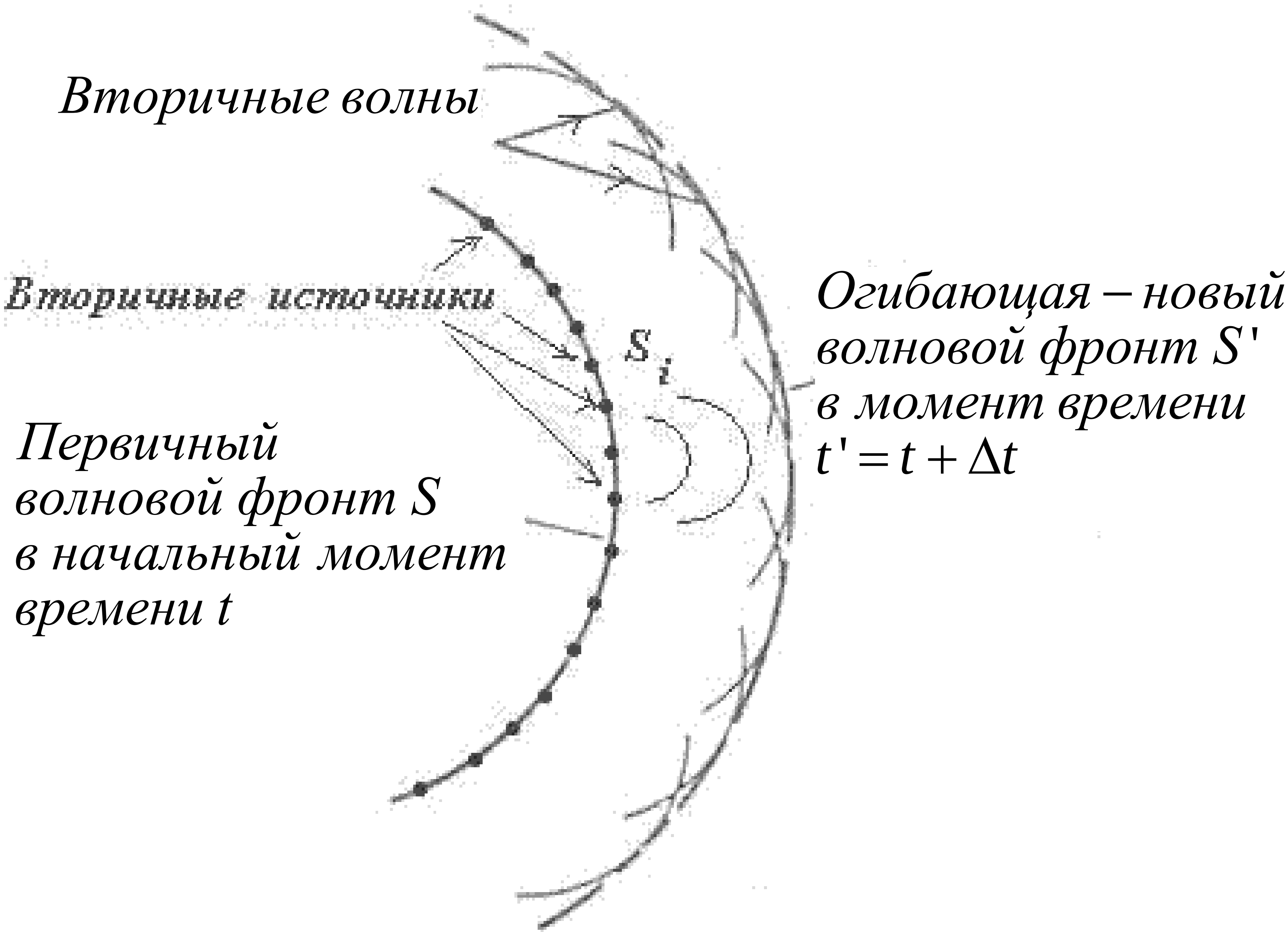
1) амплитуды падающей волны

2) площади поверхности dS

3) угла α между нормалью к поверхности ***n*** и направлением в точку наблюдения P

4) расстояния между элементом поверхности и точкой наблюдения r.

Результирующее колебание в точке *P* представляет собой суперпозицию колебаний, взятых по всей поверхности *S*.


Вторичные волны
Вторичные источники
S_i
Огибающая – новый волновой фронт S' в момент времени $t' = t + \Delta t$
Первичный волновой фронт S в начальный момент времени t

Справедливость принципа Гюйгенса была доказана Кирхгоффом из анализа уравнений Максвелла.

Точность решений, получаемых с применением принципа Гюйгенса удовлетворительная, если *размеры препятствий и расстояние между препятствием и точкой наблюдения велики по сравнению с длиной волны света*.

3.3 Интерференция электромагнитных волн

Пусть электромагнитные волны, излучаются несколькими источниками. Согласно принципу суперпозиции результирующее электромагнитное поле является суммой электромагнитных полей, созданных отдельными источниками.

Однако, ***интенсивность суммарной волны в общем случае не равна сумме интенсивностей волн отдельных источников***.

Это обнаруживается в виде перераспределения интенсивности светового потока в пространстве. Данное явление называется ***интерференцией волн***.

Чтобы интерференционная картина не менялась с течением времени необходимо, чтобы разность фаз не зависела от времени.

Волны, разность фаз которых постоянна во времени, называются *когерентными*.

Пусть имеются две волны с фазами

$$\varphi_1 = \omega_1 t - (\vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + \varphi_{01}$$

$$\varphi_2 = \omega_2 t - (\vec{k}_2 \cdot \vec{r}) + \varphi_{02}$$

Их разность равна

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t - ((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r}) + (\varphi_{02} - \varphi_{01}) \qquad (3.3.1)$$

Отсюда следует, что *условием наблюдения интерференции является* одинаковость частот двух волн $\omega_1 = \omega_2 = \omega$

Электромагнитные волны, излучаемые разными атомами *некогерентны* друг к другу, так как их излучение происходит независимо.

В тоже время *волны, испускаемые одним атомом в один акт излучения, являются когерентными*.

Поэтому, чтобы получить когерентные пучки света, надо разделить излучение, идущее от одного атома на несколько частей (например, с помощью отражения или преломления на границах двух сред), а затем заставить их пройти разные оптические пути и свести в одну точку наблюдения.

Если источник света не точечный и имеет конечные размеры, то в точку наблюдения будут приходить волны от различных его участков. Каждому такому участку отвечает свое значение волнового вектора. *Волны от разных участков не когерентны друг другу, так как излучаются разными атомами.*

Поэтому интерференционная картина будет наблюдаться лишь в том случае, если в результате взаимодействия таких волн интенсивность света в точке наблюдения не будет уменьшаться. Это накладывает условие на максимальное значение модуля разности волновых векторов $|\Delta\vec{k}|$ и связанный с ним максимальный размер источника света.

3.4 Сложение двух когерентных волн

Рассмотрим две монохроматические, электромагнитные волны, имеющие одинаковую частоту ω и одинаковое направление колебаний векторов напряженности $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

Согласно принципу суперпозиции результирующее электромагнитное поле в некоторой точке пространства с радиус-вектором $\vec{r}$ равно векторной сумме двух полей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Выберем систему координат, в которой ось x направлена вдоль этих векторов, тогда они будут иметь только одну ненулевую проекцию на ось x, а проекция напряженности суммарной волны будет равна сумме проекций напряженности двух волн.

Запишем проекции световых векторов на направление оси x в виде

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$$

$$E_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$$

$$\alpha_1 = -(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + \varphi_{01} \qquad \textbf{(3.4.1)}$$

$$\alpha_2 = -(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}) + \varphi_{02}$$

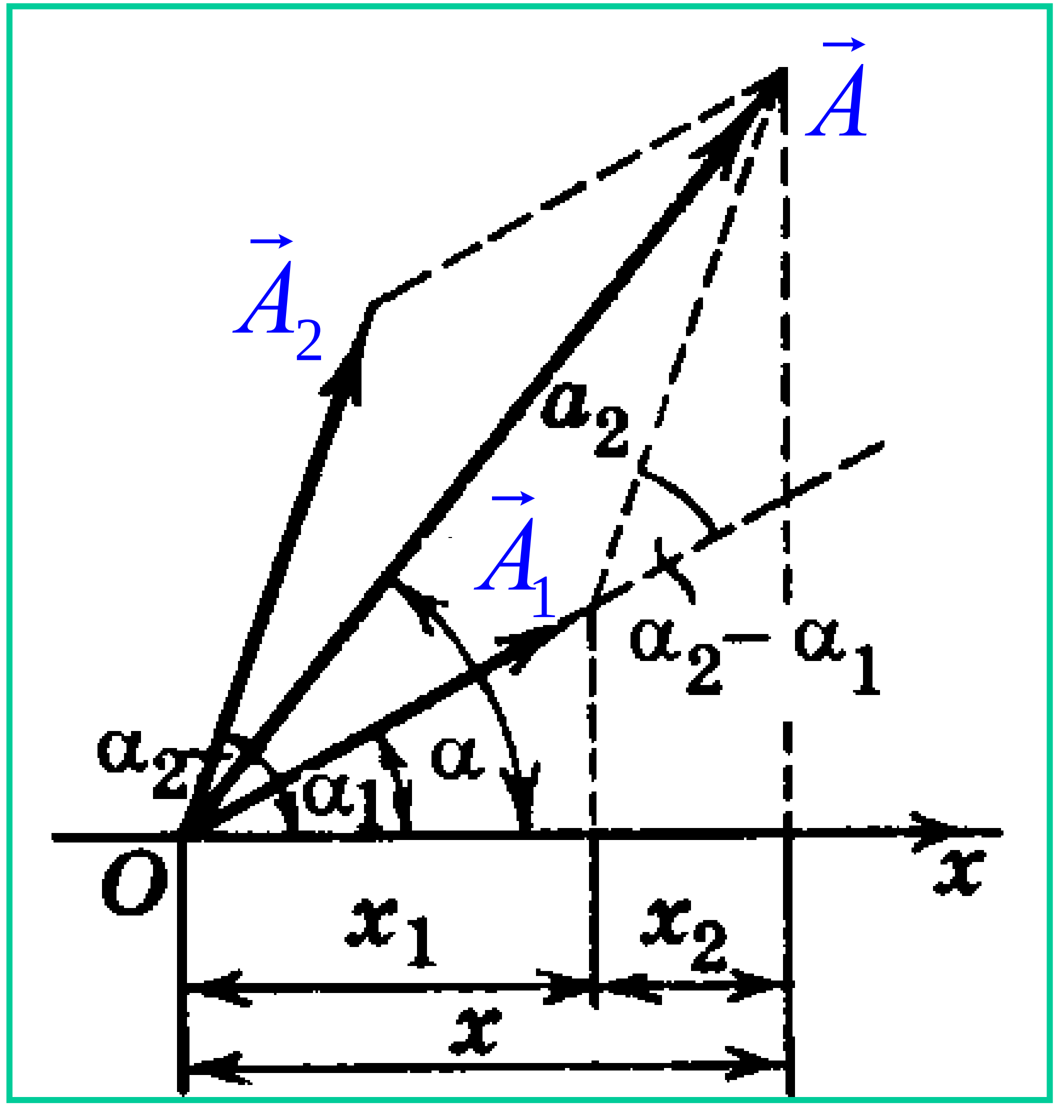
$$E = E_1 + E_2 =$$

$$= A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) =$$

$$= A \cos(\omega t + \alpha)$$

Найдем амплитуду суммарной волны A и фазу α методом графического сложения.

Представим оба колебания с помощью векторов $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ как показано на рисунке.



Построим по правилам сложения векторов результирующий вектор

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

Проекция этого вектора на ось x равна сумме проекций слагаемых векторов

$$x = x_1 + x_2$$

Он вращается с той же угловой скоростью ω, как и вектора $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$.

Из рисунка и теоремы треугольника следует

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)) =$$

$$= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1) \qquad \textbf{(3.4.2a)}$$

Фазы связаны формулой (из рисунка)

$$tg\alpha = \frac{A_1\sin\alpha_1 + A_2\sin\alpha_2}{A_1\cos\alpha_1 + A_2\cos\alpha_2} \qquad \textbf{(3.4.2b)}$$

Таким образом, представление гармонических колебаний посредством векторов позволяет свести сложение колебаний к наглядной операции сложения векторов. Этот же результат получается и путем непосредственных тригонометрических преобразований формулы (3.4.1).

Поскольку интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды волны, то можно записать

$$\boxed{\begin{aligned} &I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cos\delta \\ &\delta = \alpha_2 - \alpha_1 \end{aligned}} \qquad \textbf{(3.4.3)}$$

Если разность фаз δ не меняется во времени, то две волны будут *когерентными*. Тогда в точках пространства, где $\cos\delta > 0$, волны будут усиливать друг друга

$$I > I_1 + I_2$$

Если же $\cos\delta < 0$, то в таких точках пространства волны будут ослаблять друг друга

$$I < I_1 + I_2$$

Таким образом, происходит перераспределение световой энергии в пространстве – возникают минимумы и максимумы интенсивности. В этом и состоит явление интерференции.

Условия максимумов **интерференции, волны колеблются в *фазе***

$$\cos\delta = 1$$

$$\delta = \pm 2\pi m$$
$$m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}$$

(3.4.5a)

Условия минимумов **интерференции, волны колеблются в *противофазе***

$$\cos\delta = -1$$

$$\delta = \pm(2m+1)\pi$$
$$m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}$$

(3.4.5b)

Наибольший контраст интерференционной картины будет тогда, когда интенсивности двух волн будут одинаковыми

$$I_1 = I_2 \quad ; \quad I_{\max} = 4I_1 \quad ; \quad I_{\min} = 0$$

Если же разность фаз δ меняется беспорядочно во времени и принимает с равной вероятностью любые значения, то волны будут *некогерентными*.

Для некогерентных волн среднее значение интенсивности суммарной волны по времени восприятия света глазом τ ~ 0.2 сек будет равно простой сумме интенсивностей отдельных волн, поскольку τ много больше периода колебаний света

$$< I >_{\tau} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} < \cos\delta >_{\tau} = I_1 + I_2$$

$$< \cos\delta >_{\tau} = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} \cos(\delta(t))dt = 0$$

До сих пор считалось, что в точку наблюдения приходят две волны с параллельными векторами $\vec{E}$.

Если же в эту точку приходят две волны со взаимно ортогональными векторами, то квадрат модуля вектора суммарной напряженности будет равен

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad ; \quad \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2 \quad ; \quad (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) = 0$$

$$(\vec{E} \cdot \vec{E}) = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)(\vec{E}_1 + \vec{E}_2) =$$

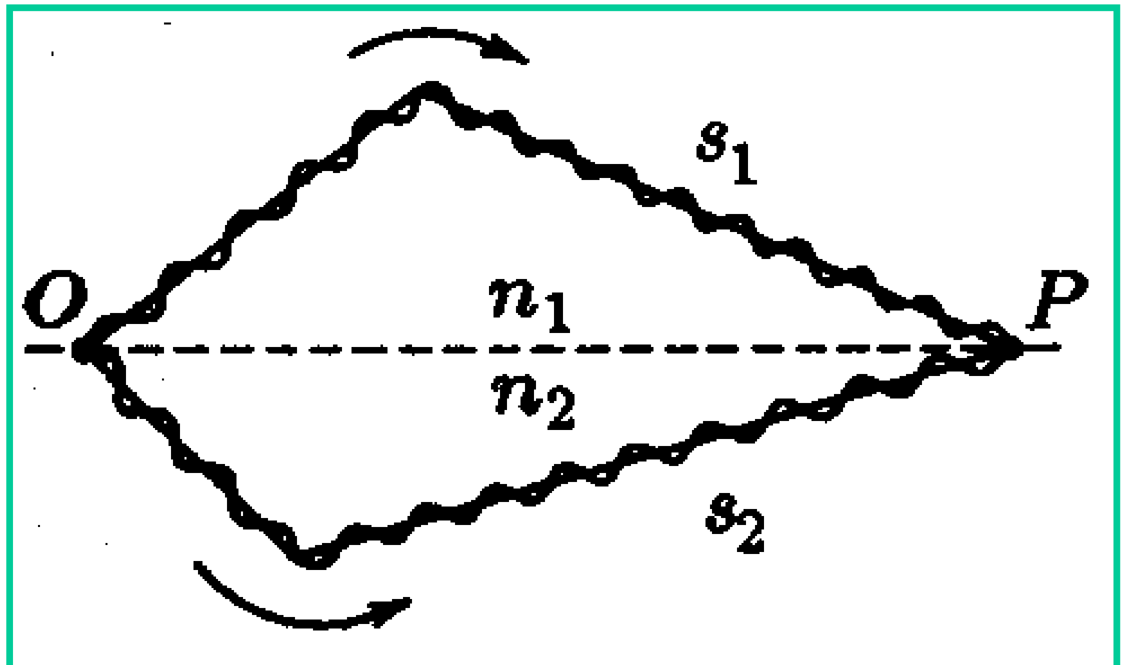
$$= E_1^2 + 2(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) + E_2^2 = E_1^2 + E_2^2$$

Поэтому не зависимо от того являются такие волны когерентными или некогерентными интенсивность суммарной волны всегда будет равна сумме интенсивностей отдельных волн $I = I_1 + I_2$

Отсутствие интерференции лучей, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, было обнаружено Френелем и Араго в 1816 г. и интерпретировано в 1817 г. Юнгом как доказательство поперечности световых волн.

3.5 Оптическая длина пути

Пусть имеются 2 среды с показателями преломления n_1 и n_2. И пусть в некоторой точке О, расположенной на границе раздела этих сред, происходит разделение цуга на две когерентные волны. До точки Р, тоже находящейся на границе раздела, первая волна проходит путь s_1 в первой среде, а вторая волна проходит путь s_2 во второй среде.



Если фаза колебания в точке **O** была равна ωt, то в точке **P** фаза первой волны изменится на

$$k_1 s_1 = \frac{2\pi s_1}{\lambda_1} = \frac{2\pi \nu s_1}{\upsilon_1} = \omega \frac{s_1}{\upsilon_1}$$

и она создаст в точке **P** колебание

$$A_1 \cos(\omega(t - \frac{s_1}{\upsilon_1}))$$

Аналогично, вторая волна создаст в этой же точке **P** колебание

$$A_2 \cos(\omega(t - \frac{s_2}{\upsilon_2}))$$

Разность фаз 2-х волн равна

$$\delta = \omega\left(\frac{s_2}{\upsilon_2} - \frac{s_1}{\upsilon_1}\right) = \frac{\omega}{c}(n_2 s_2 - n_1 s_1)$$

Делая замену согласно

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = 2\pi\lambda_0$$

где λ_0 - длина волны света в вакууме, можно записать разность фаз в виде

$$\boxed{\begin{gathered}\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0} \\ \Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1\end{gathered}} \qquad (3.5.1)$$

где $L = nS$ – *оптическая длина пути*,

Δ - *оптическая разность хода*

Из этой формулы следует, что если оптическая разность хода равна *целому* числу волн в вакууме

$$\boxed{\Delta = \pm m\lambda_0 \quad ; \quad m = 0, 1, 2, \ldots} \qquad (3.5.2)$$

то колебания, возбуждаемые в точке **P** обеими волнами, происходят с фазами, отличающимися на число кратное 2π.

Такой сдвиг фазы не меняет колебания и поэтому можно считать, что оба колебания приходят в точку **P** с одинаковой фазой. Значит, в согласии с (3.4.5а), условие (3.5.2) *есть условие интерференционного максимума*.

Если же оптическая разность хода равна *полуцелому* числу длин волн в вакууме

$$\boxed{\Delta = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \quad ; \quad m = 0,1,2,\ldots} \qquad \textbf{(3.5.3)}$$

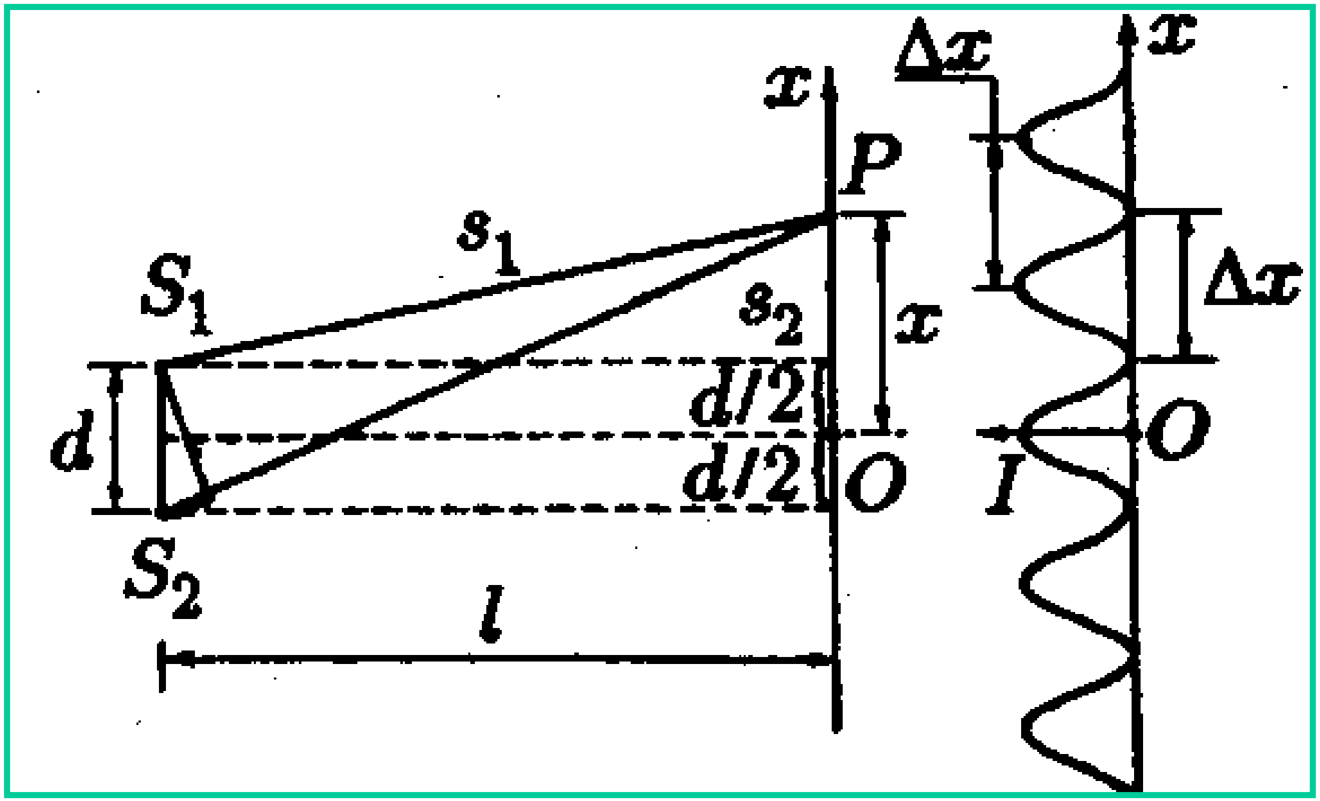
то разность фаз кратна нечетному числу π

$$\delta = \pm(2m+1)\pi$$

и, следовательно, два колебания приходят в точку **P** в противофазе. Поэтому в согласии с **(3.4.5b)** условие **(3.5.3)** есть ***условие интерференционного минимума***.

3.6 Опыт Юнга

В **1801** году **Томас Юнг** впервые наблюдал явление интерференции света. Схема его опыта показана на рисунке. Две щели в экране S_1 и S_2 пропускают солнечные лучи и ***выступают двумя источниками когерентных волн в воздухе***.



Найдем интенсивность суммарной волны в точке наблюдения **P**, считая, что направления световых векторов двух источников совпадают.

Колебания двух световых векторов в точке **P** равны

$$A_1 \cos(\omega(t - \frac{s_1}{\upsilon}))$$

$$A_2 \cos(\omega(t - \frac{s_2}{\upsilon}))$$

Показатель преломления воздуха близок к 1 ($n_1 = n_2 = 1$), поэтому отличие фаз двух волн в точке P связано только с разницей геометрических длин путей S_1 и S_2, пройденных двумя волнами

$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi(s_2 - s_1)}{\lambda}$$

Тогда *условием максимума интерференции* будет

$$\delta = 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\Delta = \pm m\lambda$$

m **- порядок интерференционного максимума.**

Условием минимума интерференции **является**

$$\delta = (2m+1)\pi$$

$$\Delta = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Выразим разность хода Δ двух волн через координату точки наблюдения P на экране.

Из рисунка следует

$$s_1^2 = (x - \frac{d}{2})^2 + l^2$$

$$s_2^2 = (x + \frac{d}{2})^2 + l^2$$

Откуда

$$s_2^2 - s_1^2 = (s_2 - s_1)(s_2 + s_1) = (x + \frac{d}{2})^2 - (x - \frac{d}{2})^2 = 2xd$$

Значит

$$\Delta = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_1 + s_2}$$

Пусть точка наблюдения находится далеко от щелей, так что имеют место

$$l >> d \quad ; \quad s_1 + s_2 \approx 2l \quad ; \quad \Delta \approx \frac{xd}{l}$$

тогда для координат точек P, в которых будет *максимум интерференции*, получаем выражение

$$\boldsymbol{\Delta = \pm m\lambda = \frac{x_{max} d}{l}}$$

(3.6.1)

$$\boldsymbol{x_{max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda \quad ; \quad m = 0, 1, 2, \ldots}$$

В точке $x = 0$ расположен центральный максимум.

Соответственно, *минимум интерференции* наблюдается в точках **P** с координатами

$$\Delta = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda = \frac{x_{min} d}{\lambda}$$

$$x_{min} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{l}{d}\lambda \quad ; \quad m = 0, 1, 2, \ldots \qquad (3.6.2)$$

Соседние минимумы (и максимумы) находятся друг от друга на расстоянии

$$\boxed{\Delta x = \frac{\lambda l}{d}} \qquad (3.6.3)$$

которое является *шириной интерференционной полосы*.

Следовательно, ширина полос *растет* при уменьшении расстояния между источниками d, увеличении длины волны света λ и увеличении расстояния до точки наблюдения *l*.

Если d ~ *l*, то расстояние между соседними полосами будет того же порядка, что и длина волны. Поскольку λ мала ~ 1 μm, то отдельные полосы в этом случае будут неразличимыми невооруженным глазом.

Поэтому *условием наблюдения интерференционной картины* в опыте Юнга является d << *l*.

Зависимость положений максимумов и минимумов от длины волны приводит к тому, что *в естественном белом свете боковые полосы окрашены в цвета радуги*.

При этом *фиолетовый край полос расположен ближе к центру*, а *красный край полос – дальше от центра картины*.

Центральная полоса ($x = 0$, $m = 0$) имеет *белый цвет*, так как в центре максимумы волн с различными длинами совпадают.

По мере удаления от центра максимумы разных цветов все больше смещаются друг относительно друга, что приводит к *смазыванию* интерференционных полос при проведении опыта Юнга в белом свете.

В монохроматическом свете число различимых полос возрастает.

Рассмотрим распределение интенсивности света на экране наблюдения. Пусть интенсивность интерферирующих волн одинаковая $I_1 = I_2 = I_0$.

Тогда, интенсивность суммарной волны равна

$$\boxed{I = 2I_0(1 + \cos\delta) = 4I_0\cos^2(\frac{\delta}{2})} \qquad (3.6.4)$$

где разность фаз двух волн есть

$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda l}x$$

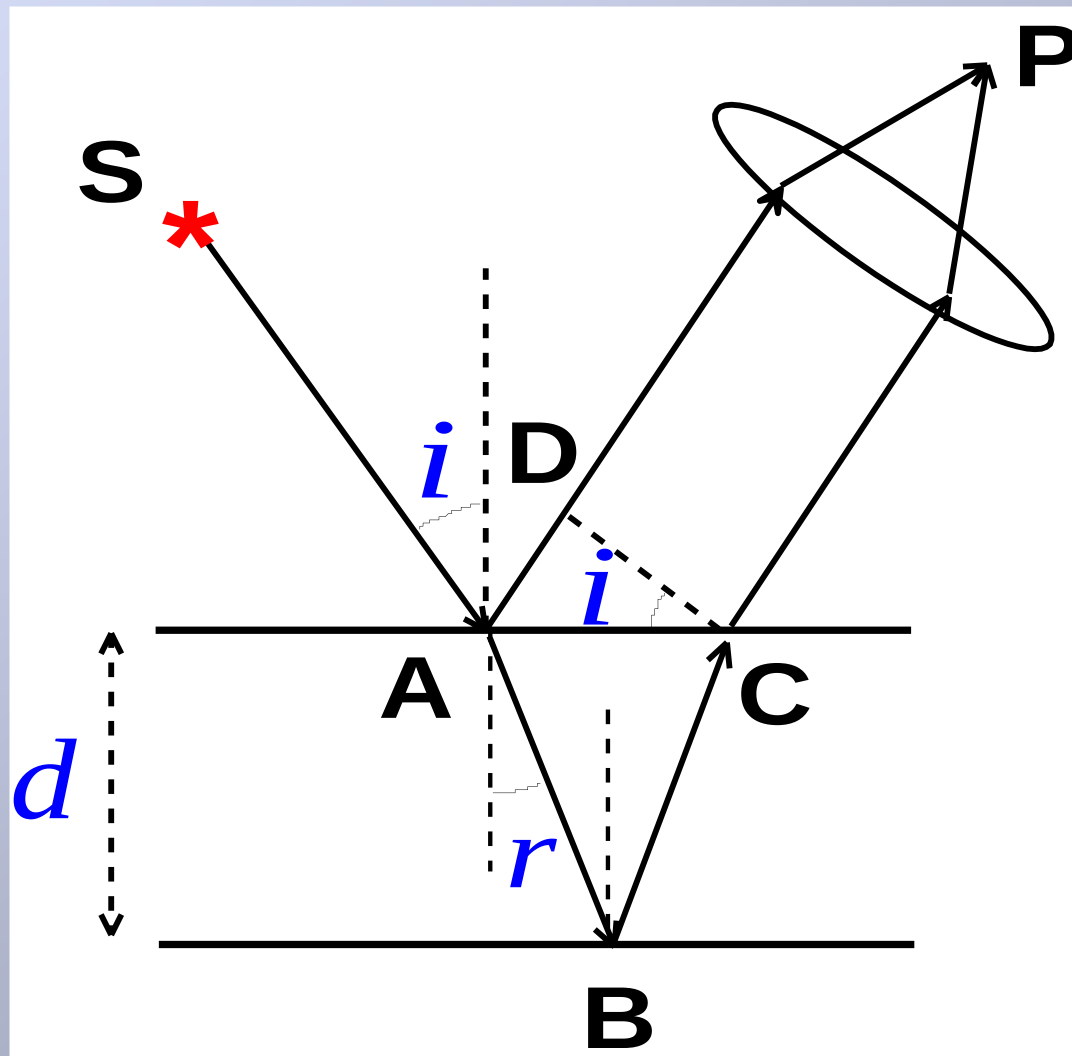
Зависимость (3.6.4) по закону "*квадрат косинуса*" показана в правой части последнего рисунка.

3.7 Интерференция в тонких пленках. Полосы равного наклона.

Важный частный случай интерференции света возникает при взаимодействии двух волн, отраженных двумя поверхностями плоскопараллельной пластины.

Этот тип интерференции наблюдается, например, на тонкой бензиновой пленке, растекшейся на воде, или на окисных пленках металла.

Наблюдение ведется на экране, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы. Источник света находится в воздухе.



Оба луча, идущие от S к P, порождены одним падающим лучом в точке A и после отражения от передней и задней поверхностей пластины идут параллельно друг другу.

Оптическая разность хода между ними в точке наблюдения P равна

$$\Delta = n\cdot(AB + BC) - AD$$

где n - показатель преломления материала пластины.

Из рисунка следуют геометрические пути двух лучей

$$AB + BC = 2d/\cos r \quad , \quad AD = 2d \cdot \mathrm{tg}\, r \cdot \sin i$$

где d **- толщина пластины,**

i **и** r **- углы падения и преломления на верхней грани.**

Из закона преломления $\sin i = n \sin r$

Подставляя $\sin i$ **в оптическую разность хода, получаем**

$$\Delta = 2n \cdot d \cdot \cos r \qquad (3.7.1)$$

Учтем, что из условий для электромагнитных волн на границе раздела двух диэлектриков следует, что ***при отражении волны от оптически более плотной среды фаза отраженной волны терпит скачок*** **(меняется) на π.**

В нашем случае это имеет место для волны, отраженной от верхней поверхности пластины - ее фаза меняется по сравнению с падающей волной на π. У волны же, отраженной от нижней поверхности, такого скачка фазы нет.

Поэтому разность фаз δ взаимодействующих волн в точке P равна

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta = \frac{4\pi \cdot n \cdot d \cdot cos(r)}{\lambda_0} \pm \pi =$$

$$= \frac{4\pi d\sqrt{n^2 - sin^2 i}}{\lambda_0} \pm \pi \qquad (3.7.2)$$

Следовательно, разность фаз δ в точке наблюдения P определяется углом падения i.

Из условия максимумов следует, что светлые полосы расположены в тех местах где

$$2n \cdot d \cdot \cos r \pm \lambda_0/2 = m\lambda_0$$

m=0,1,2,… **-** ***порядок интерференционной полосы*****.**

Полоса, отвечающая ***m*** **- ому порядку интерференции, обусловлена светом, падающим на пластину под определенным углом** ***i*** **.**

Поэтому такие полосы называют ***интерференционными полосами равного наклона.***