

3. Динамика материальной точки

В основе классической механики лежат три закона динамики, сформулированные Ньютоном в 1687 г. Эти законы являются обобщением опытных фактов о поведении макроскопических тел, движущихся со скоростями много меньшими скорости света.

3.1 Первый закон Ньютона.

Инерциальные системы отсчета

В разных системах отсчета движение одного и того же тела носит разный характер. Но относительно некоторых систем движение тел оказывается особенно простым. Эти системы отличаются от других тем, что в них *тело не подверженное воздействию других тел движется прямолинейно и равномерно*. Такие системы называются *инерциальными системами отсчета*.

Представление о существовании инерциальных систем ввел Галилей.

Казалось бы, опыт противоречит этому представлению и говорит об обратном – все движущиеся тела рано или поздно останавливаются, если их не подталкивать.

Поэтому Аристотель считал, что “естественному” состоянию тел является покой, а состояние движения требует постоянного воздействия силы.

Галилей же предположил, что трение, являющееся причиной остановки движения тел, надо рассматривать как силу, которую в принципе можно исключить. Тогда “естественному” состоянию тел становится не только покой, но и движение с постоянной скоростью, если на тела не действуют внешние силы.

Строго говоря, тел не подверженных влиянию других тел, в природе в принципе не существует, хотя бы потому, что *все тела притягивают друг друга гравитационными силами*. Но в ряде случаев влиянием этих сил можно пренебречь.

Например, *гелиоцентрическая* (*гелиос* по греч. – Солнце) система отсчета, связанная с Солнцем, с высокой степенью точности может считаться инерциальной.

С меньшим основанием можно рассматривать как инерциальную систему отсчета, связанную с Землей (*геоцентрическая система*), поскольку Земля движется с ускорением за счет вращения как вокруг Солнца, так и вокруг своей оси. Но это ускорение сравнительно мало и при решении многих практических задач им можно пренебречь.

Итак, Галилей пришел к выводу, что если на тело не действует никакая сила, то оно движется с постоянной скоростью. Каков при этом вид траектории тела в работах Галилея не уточняется.

Декарт и Ньютон считали, что эта траектория должна быть прямой линией.

Итак, первый закон Ньютона (закон инерции)

утверждает существование инерциальных систем и формулируется следующим образом:

всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, до тех пор пока воздействие со стороны других тел не изменит это состояние.

Любая система отсчета, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы прямолинейно и равномерно, тоже является инерциальной. Поэтому *существует бесконечное множество инерциальных систем*.

Первый закон Ньютона говорит, что лишь внешнее воздействие может изменить скорость тела и сообщить ему ускорение. Всякое тело как бы “*противится*” изменению своего состояния движения. Это свойство тел называют *“инертностью”*.

Опыт показывает, что одно и тоже воздействие разным телам сообщает разные ускорения, следовательно, *инертность разных тел разная*.

Мерой инертности, то есть ее количественной характеристикой, является масса тела.

Масса тела определяется из сравнения с массой некоторого избранного тела, принятого за эталон. В роли эталона выступает *платино-иридиевое тело*, хранящееся в Севре (местечко около Парижа). Его масса считается равной *1 кг в международной системе единиц СИ*.

Масса обладает *свойством аддитивности*. Это значит, что масса составного тела равна сумме масс отдельных его частей. Однако, данное свойство справедливо лишь в рамках классической механики.

В релятивистской механике аддитивность массы не имеет места.

Для количественного описания внешних воздействий вводится понятие *силы*.

Сила – это векторная величина, выступающая мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

3.2 Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона является *основным законом динамики*. Он говорит о том, как меняется механическое движение тела под действием приложенной к нему силы.

Опыт показывает, что:

ускорение тела пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально его массе

второй закон Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (3.2.1)$$

Второй закон Ньютона, также как и первый закон, *справедлив только в инерциальных системах отсчета.*

Из (3.2.1) следует, что когда сила равна нулю, ускорение тоже равно нулю. Это совпадает с утверждением первого закона Ньютона. Поэтому первый закон является частным случаем второго. Но, несмотря на это, первый закон формулируется независимо от второго, так как он *постулирует существование инерциальных систем отсчета*, что не является очевидным.

В классической механике считается, что масса тела не зависит от его движения, поэтому уравнение (3.2.1) можно переписать в виде

$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ - импульс тела.

Таким образом

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

(3.2.2)

Отсюда следует другая формулировка 2-го закона Ньютона: *сила равна скорости изменения импульса тела.*

Формула (3.2.2) имеет более широкую область применимости, чем формула (3.2.1), поскольку она, в отличие от (3.2.1), справедлива также для тел с переменной массой и для тел, движущихся с около световыми скоростями.

Опыт показывает, что выполняется принцип независимости сил:

если на тело действуют одновременно несколько сил, то каждая из них сообщает телу такое ускорение, как если бы других сил не было.

Единицей измерения силы в системе СИ (метр-секунда-килограмм) является **ニュ顿**, равный силе, которая массе **1 кг** сообщает ускорение **1 м/с²** в направлении действия силы

$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$$

В системе **СГС** (сантиметр-грамм-секунда) *единицей измерения силы* является **дина**, равная силе, которая массе **1 г** сообщает ускорение **1 см/с²**

$$1 \text{ дин} = 10^{-5} \text{ H}$$

В системе **МКС** (метр-килограмм-секунда) *единицей измерения силы* является **килограмм-сила (кГ)**, равная силе тяжести, действующей на массу **1 кг** в том месте Земли, где **g = 9.8066 м/с²**, поэтому

$$1 \text{ кГ} = 9.8066 \text{ H}$$

3.3 Третий закон Ньютона

Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия: если одно тело действует на другое тело с некоторой силой \vec{F}_1 , то и другое тело в свою очередь тоже действует на первое тело с некоторой силой \vec{F}_2 .

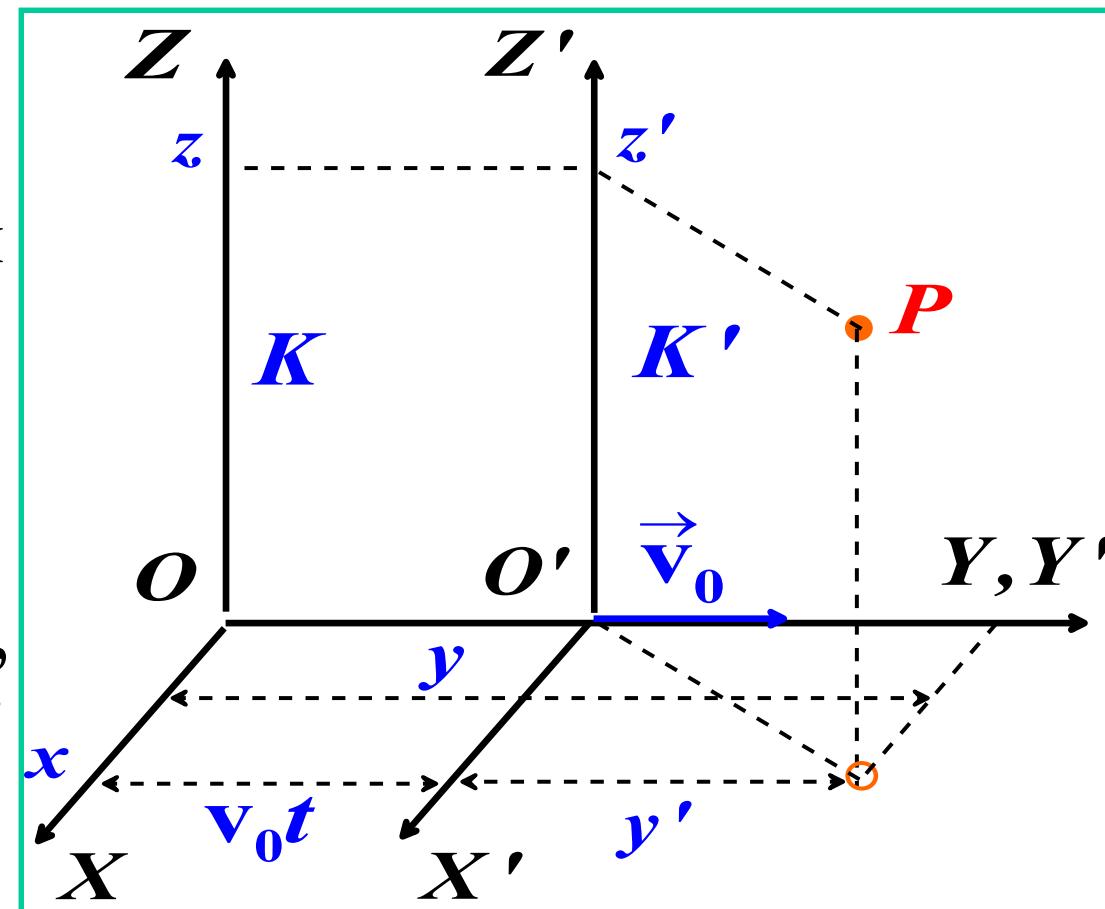
Опыт показывает, что *силы, с которыми действуют тела друг на друга, всегда равны по величине и противоположны по направлению* (третий закон Ньютона)

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad (3.3.1)$$

3.4 Принцип относительности Галилея

Рассмотрим две системы отсчета, движущиеся друг относительно друга с постоянной скоростью v_0 . Систему K будем считать неподвижной.

Тогда система K' будет двигаться относительно системы K прямолинейно и равномерно. Выберем оси X, Y, Z системы K и оси X', Y', Z' системы K' , так, чтобы оси Y и Y' совпадали, а оси X и X' , а также Z и Z' были параллельны друг другу.



Найдем связь между координатами x, y, z некоторой точки P в системе K и координатами x', y', z' той же точки в системе K' .

Пусть в начальный момент времени начала координат обеих систем совпадали. Тогда, как следует из рисунка, в следующие моменты времени координаты двух систем будут связаны соотношениями

преобразования
Галилея

$$\begin{aligned}x &= x' \\y &= y' + v_0 t \\z &= z' \\t &= t'\end{aligned}\tag{3.4.1}$$

Равенство времен говорит о том, что *время в классической механике считается абсолютным и течет одинаково во всех инерциальных системах отсчета*.

Продифференцируем по времени обе части (3.4.1). В результате находим связь между скоростями точки P в системах отсчета K и K'

$$\mathbf{v}_x = \dot{\mathbf{v}}_x$$

$$\mathbf{v}_y = \dot{\mathbf{v}}_y + \mathbf{v}_0 \quad (3.4.2a)$$

$$\mathbf{v}_z = \dot{\mathbf{v}}_z$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}' + \vec{\mathbf{v}}_0 \quad (3.4.2b)$$

Или в векторном виде

Эти соотношения дают *правило сложения скоростей в классической механике*. Формула (3.4.2b) справедлива при произвольном выборе направлений координатных осей систем K и K' , тогда как формулы (3.4.2a) выполняются только при выборе осей, указанном на рисунке.

Покажем, что из преобразований Галилея вытекает прежнее утверждение о том, что любая система отсчета, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы с постоянной скоростью, тоже является инерциальной.

Для этого продифференцируем по времени соотношение (3.4.2b). Учитывая, что скорость v_0 постоянна, получаем

$$\vec{a} = \vec{a}' \quad (3.4.3)$$

Следовательно, ускорение тела во всех системах отсчета, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, одно и тоже. Поэтому, если одна из этих систем инерциальная (то есть при отсутствии сил, когда $\vec{a} = 0$), то и остальные также будут инерциальными ($\vec{a}' = 0$).

Умножая (3.4.3) на массу тела, получим равенство сил

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

Таким образом, силы, действующие на частицу во всех инерциальных системах отсчета одинаковые.

Поэтому основное уравнение динамики (3.2.1) не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Значит, механические явления во всех инерциальных системах протекают одинаково и никакими механическими опытами нельзя установить находится ли инерциальная система в состоянии покоя или в состоянии равномерного и прямолинейного движения

принцип относительности Галилея

3.5 Границы применимости классической механики

В течение 200 лет после создания механика Ньютона считалась абсолютно строгой теорией. Для объяснения любых физических явлений их сводили к механическим процессам, подчиняющимся законам Ньютона.

Однако, на рубеже 19-20 веков обнаружились факты, которые не укладывались в рамки классической механики. Рассмотрим некоторые из таких фактов.

1) Вопреки предположению **Ньютона**, массы тел оказываются не постоянными, а зависящими от скорости их движения **v**. Согласно специальной теории относительности **Эйнштейна** эта зависимость дается выражением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

где **c = 3·10⁸ м/с** – скорость света в вакууме, **m₀** - масса покоящегося тела.

Лишь когда **v/c << 1** можно считать, что **m = m₀**.

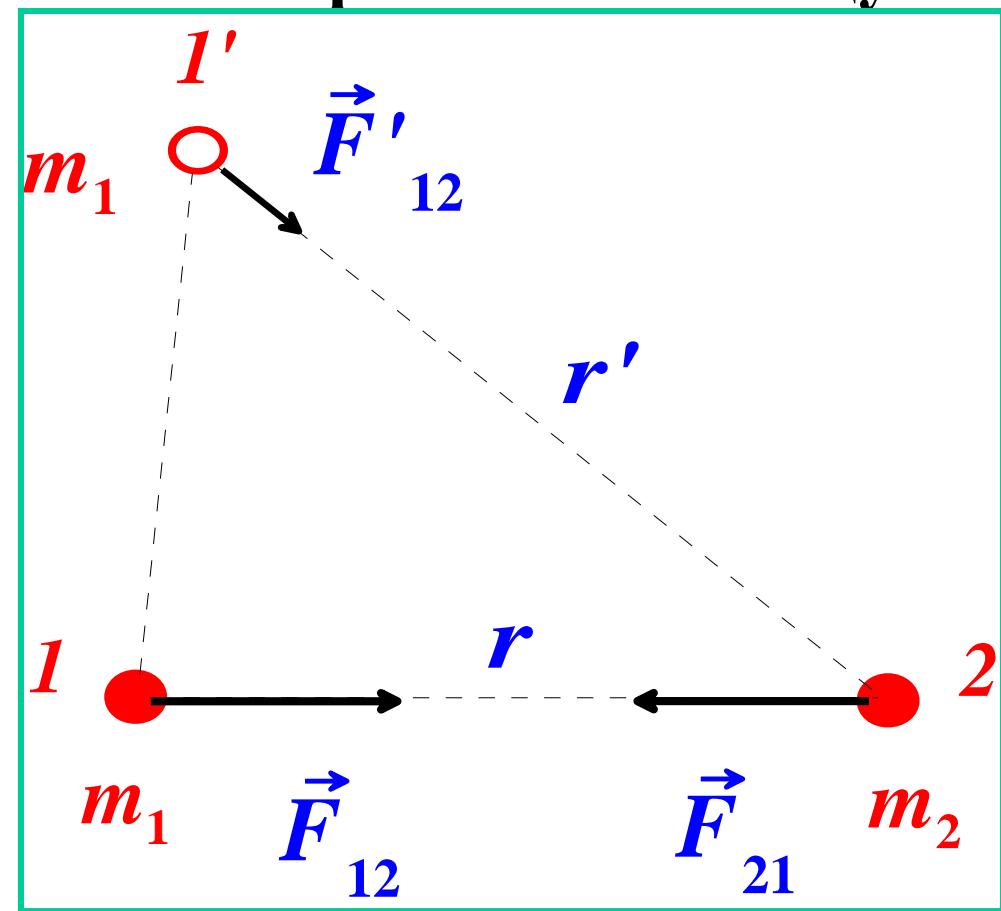
2) В механике **Ньютона** считается, что силы, с которыми действуют тела друг на друга передаются мгновенно. Опыт же показывает, что взаимодействия распространяются с конечной скоростью, равной скорости света в пустоте. Это приводит к нарушению **3-го закона Ньютона**.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим 2 частицы с массами m_1 и m_2 , расположенными на расстоянии r . По закону всемирного тяготения они притягиваются друг к другу с силой

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Данное взаимодействие осуществляется посредством гравитационных полей, созданных вокруг каждой частицы.

Пусть первоначально частицы покоились. Тогда силы притяжения \mathbf{F}_{12} и \mathbf{F}_{21} , действующие на них будут равны по величине и противоположны по направлению. Пусть затем **1** частица со скоростью, близкой к скорости света, сместились в новое положение **1'**. Теперь на **1** частицу со стороны **2** частицы будет действовать новая сила \mathbf{F}'_{12} , несколько меньшая по модулю, так как $\mathbf{r}' > \mathbf{r}$. На **2** же частицу, до тех пор пока возмущение поля, вызванное смещением **1** частицы, не достигнет ее положения, будет действовать прежняя сила \mathbf{F}_{21} .



Поэтому, пока **1** частица двигалась и еще в течение некоторого времени, после того как она достигнет точку **1'**, **3** закон **Ньютона** будет нарушен. Это нарушение связано с запаздыванием взаимодействия.

Следовательно, *классическая механика справедлива лишь для случая контактных взаимодействий или при взаимодействии покоящихся тел.*

3) В микромире элементарные частицы (электроны, позитроны, протоны,...) движутся со скоростями, близкими к скорости света, поэтому механика **Ньютона** к ним не применима. Их поведение может быть описано лишь при учете релятивистских и квантовых эффектов.

Итак, *классическая механика является механикой тел больших масс (по сравнению с массой атомов), движущихся с малыми скоростями (по сравнению со скоростью света).*