

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ
Проректор-директор ФТИ

_____ В.П.Кривобоков
« ___ » _____ 2012 г.

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ НА
МАШИНЕ АТВУДА**

Методические указания к выполнению лабораторных работ М–23
по курсу общей физики
для студентов всех специальностей

Составитель **Н.С. Кравченко, Н.И.Гаврилина**

Издательство
Томского политехнического университета
2012

УДК 53.076

Изучение законов кинематики и динамики на машине Атвуда.

Методические указания к выполнению лабораторной работы М-23 по курсу общей физики / сост. Н.С. Кравченко, Н.И. Гаврилина; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012.–12с.

Методические указания рассмотрены и рекомендованы
к изданию методическим семинаром кафедры
теоретической и экспериментальной физики ФТИ.

« ___ » _____ 2012 г.

Зав. кафедрой ТиЭФ
доктор физ.-мат. наук,
профессор

_____ *В.Ф. Пичугин*

Председатель
учебно-методической комиссии

_____ *С.И. Борисенко*

Рецензент: доцент к.ф. - м.н. Ю.А. Сивов

© Составление. ГОУ ВПО «Национальный
исследовательский Томский политехнический
университет», 2012

© Н.С. Кравченко, Н.И. Гаврилина составление,
2010

© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2012

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М – 23

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы: проверка выполнения второго закона Ньютона, определение ускорения тела из законов динамики и кинематики.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка – машина Атвуда, секундомер, технические весы, дополнительные грузы.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Рассмотрим движение системы, состоящей из двух грузов (А) и (В) массой m каждый и блока, имеющего массу $M_{\text{бл}}$ и радиус R . Грузы подвешены на нерастяжимой, невесомой нити, перекинутой через блок. Блок может вращаться вокруг горизонтальной оси радиуса r (рис.1). Движение системы тел может быть описано уравнениями динамики и уравнениями кинематики.

Динамические уравнения движения системы.

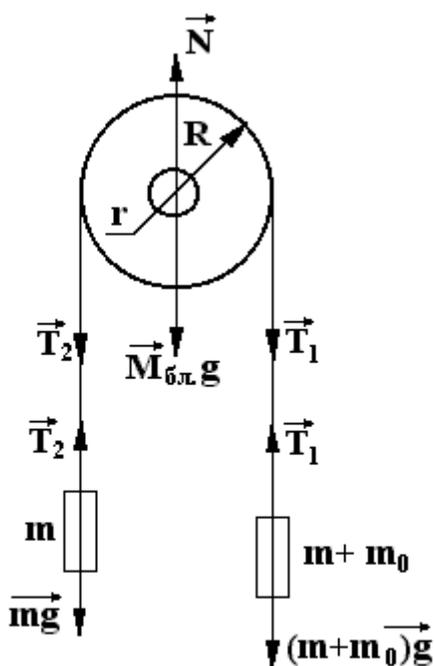


Рис.1

Если на тело, или систему тел, массы m действуют силы $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$, то ускорение, приобретаемое телом под действием этих сил, будет прямо пропорционально результирующей силе \vec{F} и обратно пропорционально массе тела, т.е.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Это уравнение выражает основной закон динамики поступательного движения материальной точки (второй закон Ньютона).

Применим основной закон динамики поступательного движения (второй закон Ньютона) к системе тел, изображенных на рис. 1.

На блок, вращающийся вокруг неподвижной оси, всегда действует момент сил трения, обусловленный взаимодействием блока с осью, вокруг которой происходит вращение.

Сила трения определяется произведением силы реакции оси $-N$ на коэффициент трения k , т.е. $F_{\text{тр.}} = kN$. Момент силы трения $M_{\text{тр.}} = F_{\text{тр.}}r$, где r – радиус оси, на которую насажен блок. Плечом силы является радиус блока r . К блоку приложены следующие силы: сила тяжести блока $M_{\text{бл.}}\vec{g}$, силы, действующие со стороны нитей \vec{T}_1 и \vec{T}_2 ; сила реакции оси блока \vec{N} .

Поскольку блок в вертикальном направлении не движется, то векторная сумма всех сил равна нулю.

$$\vec{N} + M_{\text{бл.}} \vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$$

Запишем это уравнение в скалярном виде с учетом направления действия сил:

$$N - M_{\text{бл.}} g - T_1 - T_2 = 0$$

Найдем из этого уравнения силу N

$$N = M_{\text{бл.}} g + T_1 + T_2$$

Момент силы трения будет равен:

$$M_{\text{тр.}} = k(M_{\text{бл.}} g + T_1 + T_2)r \quad (5)$$

Отсюда видно что, в общем случае, момент силы трения не является величиной постоянной, а зависит от того, что именно подвешено на нитях. Коэффициент трения может быть найден из следующего простого опыта. Подвесим на нити грузы **A** и **B** одинаковой массы m . На правый груз **A** положим дополнительный груз массой m_0 , подобранный так, что если правый груз чуть подтолкнуть вниз (или груз **B** вверх) вся система придет в равномерное движение (рис. 1). Равномерное вращение блока означает, что момент сил, созданный нитями $M = (T_1 - T_2)R$ в точности равен моменту сил трения. С другой стороны, поскольку грузы движутся равномерно, то силы натяжения нитей в точности равны силам тяжести прикрепленных на них грузов, т.е.

$$T_1 = (m + m_0)g; \quad T_2 = mg,$$

откуда момент силы, вызывающей равномерное вращение блока равен моменту силы тяжести дополнительного груза

$$M = m_0 g R$$

$$M_{\text{тр.}} = k(M_{\text{бл.}} + 2m + m_0)gr$$

Так как $M = M_{\text{тр.}}$, то $m_0 g R = k(M_{\text{бл.}} + 2m + m_0)gr$, откуда:

$$k = \frac{m_0 R}{(M_{\text{бл.}} + 2m + m_0)r} \quad (6)$$

Подставляя (6) в уравнение (5) получим, что в общем виде

$$M_{\text{тр.}} = m_0 R \frac{M_{\text{бл.}} g + T_1 + T_2}{M_{\text{бл.}} + 2m + m_0} = m_0 g R \quad (7)$$

Если на правый груз (**A**) положим дополнительный груз m_1 , то система придет в движение с ускорением \vec{a} (рис.2). При этом выражения для сил натяжения будут иметь вид:

$$T_2' = m(g + a); \quad T_1' = (m + m_1 + m_0)(g - a) \quad (8)$$

Результирующий вращающий момент сил действующих на блок будет:

$$M_1 = (T_1' - T_2')R = [(m_1 + m_0)(g - a) - 2ma]R \quad (9)$$

В наших опытах мы будем использовать грузы $m_0 \ll m$ и $m_1 \ll m$, что приведет к :

$$g \gg a \quad (10)$$

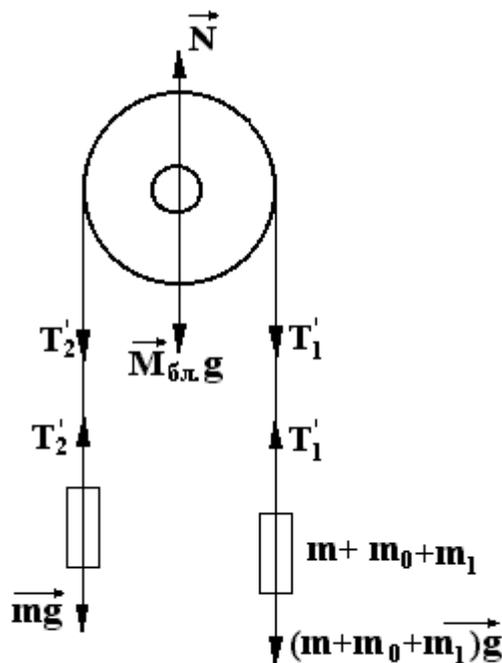


Рис. 2

Если $m_0 \ll m$ и $m_1 \ll m$, то

$$T'_1 + T'_2 = 2mg;$$

$$M'_{тр.} = k(M_{бл.}g + T'_1 + T'_2)r$$

(11)

Или с учетом условия $m_0 \ll m$, $m_1 \ll m$ и уравнений (6)

$$M'_{тр.} = m_0 g R$$

(12)

Так как блок теперь вращается неравномерно, то основной закон динамики для него запишется так $M_I - M'_{тр.} = I \varepsilon$, где

$$I = \frac{M_{бл.} R^2}{2} \text{ момент инерции блока;}$$

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{R} \text{ угловое ускорение блока;}$$

Подставляя (11) в (12) получим:

$$[(m_1 + m_0)g - 2ma]R - m_0 g R = \frac{M_{бл.} R}{2} \cdot a$$

откуда:

$$a = \frac{m_1 g}{2m + \frac{M_{бл.}}{2}} \quad (13)$$

Формула (13) показывает, что в заданном приближении ($m_0 \ll m$) и ($m_1 \ll m$) ускорение не зависит от перегрузка m_0 . Этот результат понятен: вся роль перегрузка m_0 свелась к компенсации момента силы трения. Таким образом формула (13) определяет ускорение системы, движущейся без трения под действием силы тяжести перегрузка m_1 , причем ($m_1 \ll m$).
Примечание: В установке компенсация момента силы трения добавочным грузом массой m_0 уже произведена, поэтому грузы помечены метками: груз А – это «П» - правый, груз В – это «Л» - левый.

Кинематические уравнения движения системы тел

Система тел, изображенных на рис. 2, движется равноускоренно.

Если тело А с перегрузом m_1 проходит за время t путь S , то согласно кинематическим уравнениям движения, путь, пройденный телом за время t будет равен:

$$S = \frac{at^2}{2}$$

Отсюда:

$$a = \frac{2S}{t^2} \quad (14)$$

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

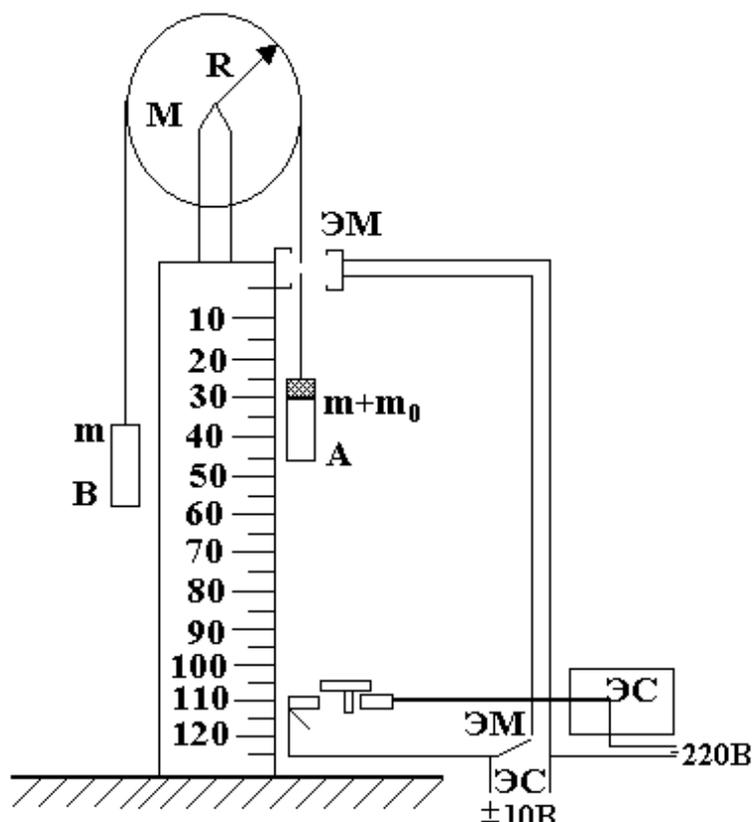


Рис. 3

Машина Атвуда представляет собой вертикальную стойку (1) с делениями в сантиметрах. На верхнем конце стойки укреплен блок (2) радиуса R и массы $M_{\text{бл.}}$, вращающийся с небольшим трением вокруг горизонтальной оси. Через блок перекинута тонкая нить с грузами А и В (рис.3) массами m . Груз А (правый) в верхнем положении может удерживаться с помощью электромагнита (ЭМ). Включение тока, текущего через электромагнит освобождает груз А и система грузов (А, В) и блока приходят в движение. Остановка грузов производится с помощью платформы С (рис.3), на которой имеется контактная (3) пластинка, соединенная с электрическим секундомером (ЭС). Удар груз А о платформу размыкает сеть секундомера.

Работа состоит из двух частей.

2.1. ЧАСТЬ 1.

Сравнить ускорение системы тел, полученных из законов кинематики и динамики

Система тел, рассмотренных ранее и изображенных на рис. 2,

движется равноускоренно.

Если тело А с перегрузом m_1 проходит за время t путь S , то согласно кинематическим уравнениям движения, путь, проходимый телом за время t будет равен:

$$S = \frac{at^2}{2}$$

Отсюда:

$$a = \frac{2S}{t^2} \quad (14)$$

С другой стороны из законов динамики ускорение этого же тела определяется уравнением (13)

$$a = \frac{m_1 g}{2m + \frac{M_{\text{бл.}}}{2}}$$

Выражение для ускорения по формуле (13) было получено из рассмотрения причин движения системы, т.е. динамики движения. Выражение для ускорения в формуле (14) получено без рассмотрения причин движения, т.е. из кинематических уравнений движения.

Таким образом, зная массу грузов $2m$, массу перегрузка m_1 и массу блока $M_{\text{бл.}}$, можно определить ускорение системы, согласно формуле (13). А измерив S и t , можно определить ускорение, согласно формуле (14).

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Определить общую массу ($2m$) движущихся грузов, соединенных леской.
2. Включить установку: в цепь постоянного тока ($\pm 10\text{В}$) электромагнит, в цепь переменного тока ($\sim 220\text{В}$) секундомер.
3. Грузы А и В ставят в исходное положение (груз А - вверху). Тумблер установки ставят в положение "ЭМ" (электромагнит). В этом положении через обмотку электромагнита течет ток и груз А закрепляется в верхнем положении.
4. На груз А кладут перегрузок массой m_1 . Приподнимают платформу С замыкая тем самым цепь секундомера.
5. Замеряют по шкале расстояние между основанием груза А и платформой формой С (расстояние S не меньше 40 см.).
6. Тумблер установки ставят в положение "ЭС" (электрический секундомер). При этом цепь электромагнита выключается, одновременно пускается в ход секундомер. В момент удара груза А о платформу С секундомер автоматически выключается. Его показание дает время t движения системы. Опыт повторяют 5 раз, находят среднее ускорение системы по формуле (14).
7. Данные записывают в таблицу 1.

Таблица 1

	m_1 (г)	$2m$ (г)	$M_{\text{бл.}}$ (г)	S (см)	t (с)	$t_{\text{ср.}}$ (с)	$a = \frac{2S}{t^2}$	$a = \frac{m_1 g}{2m + \frac{M_{\text{бл.}}}{2}}$
1								
2								
3								
4								
5								
1								
2								
3								
4								
5								

8. Сравнить значения ускорений, полученных по формуле (13) и (14), и сделать вывод.

9. Начиная с пункта 3, опыт повторяют для другого перегруза m_2 .

3.1. ЧАСТЬ 2

3.1.1 ПРОВЕРКА ВТОРОГО ЗАКОНА НЬЮТОНА

Рассмотрим движение системы, состоящей из двух грузов (А) и (В) массой m каждый и блока. Грузы подвешены на нерастяжимой, невесомой нити, перекинутой через блок. Блок может вращаться вокруг горизонтальной оси радиуса (рис.1 или 2). Если на груз (А) положить перегрузок массой m_1 , а груз (В) положить перегрузок массой m_2 , то система грузов придет в движение. Грузы будут двигаться с ускорением a_1 .

Сила трения $F_{\text{тр}}$, действующая на ось блока, силы \vec{T}_1 и \vec{T}_2 , являются внутренними силами. Поэтому можно записать уравнение движения для системы двух тел, участвующих в поступательном движении.

$$(m + m_1)g - (m + m_2)g = (2m + m_1 + m_2)a_1$$

Отсюда $a_1 = \frac{(m_1 - m_2)g}{(2m + m_1 + m_2)}$ или $a_1 = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_{\text{сист}}} = \frac{F_1}{m_{\text{сист}}}$ (15),

где $m_{\text{сист}} = 2m + m_1 + m_2$.

Если не меняя массы системы переложить перегрузок с тела (В) на тело (А), то система тел будет двигаться с ускорением a_2 .

$$(m + m_1 + m_2)g - mg = (2m + m_1 + m_2)a_2$$

$$a_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{(2m + m_1 + m_2)} \quad \text{или} \quad a_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{m_{\text{сист}}} = \frac{F_2}{m_{\text{сист}}}$$

Таким образом, действием различных сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 система приобретает ускорение соответственно, \vec{a}_1 и \vec{a}_2 , отношение которых равно отношению сил:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}$$

Это условие выполняется при условии, что масса системы остается постоянной $m_{сум} = const$.

Отношение сил из (15) и (16) равно:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = K_1 \quad (16)$$

Движение системы грузов в обоих случаях равноускоренное, поэтому ускорение a_1 и a_2 можно найти по формуле (14), измерив промежутки времени t_1 и t_2 прохождения грузом А расстояние S . При $S = const$, отношение

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = K_2 \quad (17)$$

Таким образом, определив отношение сил по формуле (16) и отношение ускорения по формуле (17) можно сравнить результаты и убедиться в справедливости второго закона Ньютона.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Тумблер установки ставят в положение «ЭМ» – электромагнит. При этом груз А закреплен в верхнем положении. На грузы А и В кладут соответственно перегрузки m_1 и m_2 , ($m_1 > m_2$).

2. Установить платформу «С» на расстоянии S (по указанию преподавателя) от основания груза А.

3. Приподнять платформу «С».

4. Тумблер установки ставят в положение «ЭС». Система грузов приходит в движение. Ударом о платформу груз А выключает секундомер. Записывают показания секундомера (t_1) в таблицу 3. Опыт повторяют 5 раз. Определяют среднее значение времени $t_{1ср}$.

5. Перекладывают перегрузок m_2 с тела В на тело А и определяют время t_2 , так же как описано в пунктах 2, 3, 4.

6. Результаты измерений записывают в таблицу 3.

Таблица 2

	m_1 (г)	m_2 (г)	$K_1 = \frac{F_1}{F_2}$	S (м)	t_1 (с)	t_2 (с)	$K_1 = \frac{a_1}{a_2}$
1							
2							
3							

4							
5							

7. По формулам (16; 17) находят отношение сил и отношение ускорений. Сравнивают результаты и делают вывод.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как зависит сила трения в оси блока от массы подвешенных на нитях грузов?
2. Что необходимо сделать в лабораторной работе, чтобы преодолеть силу трения в оси блока?
3. При каком условии момент сил натяжения нитей равен моменту силы трения в оси блока?
4. Запишите выражение для момента силы трения в оси блока. От чего зависит коэффициент трения?
5. Что необходимо выполнить, чтобы пренебречь трением между осью и блоком?
6. Как будет выглядеть уравнение движения грузов, если не учитывать, что $a \ll g$, $m_1 \ll m$, $m_0 \ll m$?
7. Запишите уравнения движения грузов машины Атвуда.
8. Как можно убедиться, что грузы движутся равномерно? равноускоренно?
9. Запишите кинематические уравнения движения грузов.
10. Если грузы движутся ускоренно, то чему равна сила трения в оси блока?

ЛИТЕРАТУРА.

1. Физический практикум. ч.1,1961. Московский инженерно-физический институт.
2. В.И. Иверонова. Физический практикум. 80, 1963.

Учебное издание

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ НА МАШИНЕ АТВУДА

Методические указания к выполнению лабораторной работы М-23

Составители: Надежда Степановна Кравченко
Нина Ивановна Гаврилина

**Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии
с качеством предоставленного оригинал-макета**

Подписано к печати _____ 2012. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл.печ.л. 9,01. Уч.-изд.л. 8,16.
Заказ . Тираж _____ экз.

Национальный исследовательский Томский
политехнический университет

Система менеджмента качества

Томского политехнического университета

сертифицирована

NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту

ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  **ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30**
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru