Синергетика и компьютерное моделирование.
Игра «Жизнь»

Один из подходов к моделированию процессов самоорганизации – «клеточные автоматы» – появился благодаря развитию вычислительной техники, информатики и теории игр.

- Понятие «клеточные автоматы» было введено в конце сороковых XX столетия Дж. фон Нейманом и К. Цусе как дискретная вычислительная среда для построения разнообразных алгоритмов.
- Клеточные автоматы изобретались много раз, под разными названиями. В математике аналогичные объекты изучались в одном из разделов топологической динамики, а в электротехнике они были известны как итерационные массивы.

- Клеточный автомат представляет собой дискретную динамическую систему, поведение которой полностью определяется набором локальных правил.
- Клеточный автомат состоит из множества объектов-ячеек, образующих регулярную решетку (которая может быть как конечной, так и бесконечной).
- Состояние любого объекта-ячейки в момент времени t характеризуется некоторой переменной (определенным числом или набором чисел) и изменяется синхронно через дискретные интервалы времени в соответствии с правилами, однозначно определяющими последующее состояние объекта-ячейки в зависимости от состояния переменных в ближайших соседних ячейках.
- Правила являются всюду одинаковыми, локальными и не изменяются во времени.

Основные свойства клеточных автоматов

1. Локальность правил: на новое состояние объекта-ячейки влияет лишь она сама и ее соседи. Действия на расстоянии нет.
2. Однородность системы: ни одна область решетки не отличается от другой (но если решетка конечна, то возможны краевые эффекты).
3. Множество возможных состояний клетки конечно. Это условие необходимо, чтобы для получения нового состояния клетки требовалось конечное число операций.
4. Значения во всех клетках изменяются одновременно, в конце операции.

- Конечно, и сама решетка, на которой развертывается процесс, и правила, которым он подчиняется, могут быть различными, следовательно, клеточные автоматы также будут обладать разными свойствами и демонстрировать различное поведение.

В каждой клетке решетки находится число 0 или 1. На каждом шаге все числа во всех клетках одновременно обновляются в соответствии с некоторым простым правилом. В случае одномерной решетки это правило указывает, каким на следующем шаге должно быть содержимое каждой клетки на основании значения этой клетки и ее соседей слева и справа в текущий момент. Правило может быть, например, таким: клетка получает значение 1, если две или более из трех перечисленных ячеек содержат 1; в противном случае значение в клетке равно 0

Можно показать, что в одномерной ситуации возможны $2^8 = 256$ правил такого типа. Допустим, мы начинаем с какой-то случайной конфигурации нулей и единиц. Некоторые правила приводят к неинтересному результату: через какое-то время числа «застывают» в статической конфигурации. Иногда правила ведут к «хаотическому» состоянию, когда числа продолжают меняться без какой бы то ни было закономерности, создавая «шум» — как телевизионный экран в отсутствие сигнала. Порой правила порождают регулярные геометрические узоры.

Классификация клеточных автоматов.

Клеточные автоматы делятся на четыре класса в зависимости от типа динамики их состояний.

- Автоматы *первого класса* через некоторый конечный промежуток времени достигают однородного состояния, в котором значения всех элементов одинаковы и не меняются со временем.
- Ко *второму классу* автоматов относятся системы, приводящие к локализованным структурам стационарных или периодических во времени состояний элементов.
- *Третий класс* составляют «блуждающие» автоматы, которые с течением времени посещают произвольным (непериодическим) образом все возможные состояния элементов, не задерживаясь ни в одном из них.
- *Четвертый класс* составляют так называемые «странные» автоматы, динамика которых зависит от особенностей начального состояния элементов.

- Некоторые начальные состояния приводят к вырождению автомата, другие – к возникновению циклической последовательности состояний, третьи – к непрерывно меняющимся (как «по системе», так и без видимой системы) картинам активности элементов.
- К автоматам четвертого типа относится знаменитая игра «Жизнь», которую предложил в 1970 году кембриджский математик Джон Конвей.
- В процессе этой игры могут возникать, менять форму и погибать различные пространственно-временные структуры.
- Его поведение напоминает развитие сообщества живых организмов. Поэтому Конвей и назвал свой клеточный автомат игрой «Жизнь».

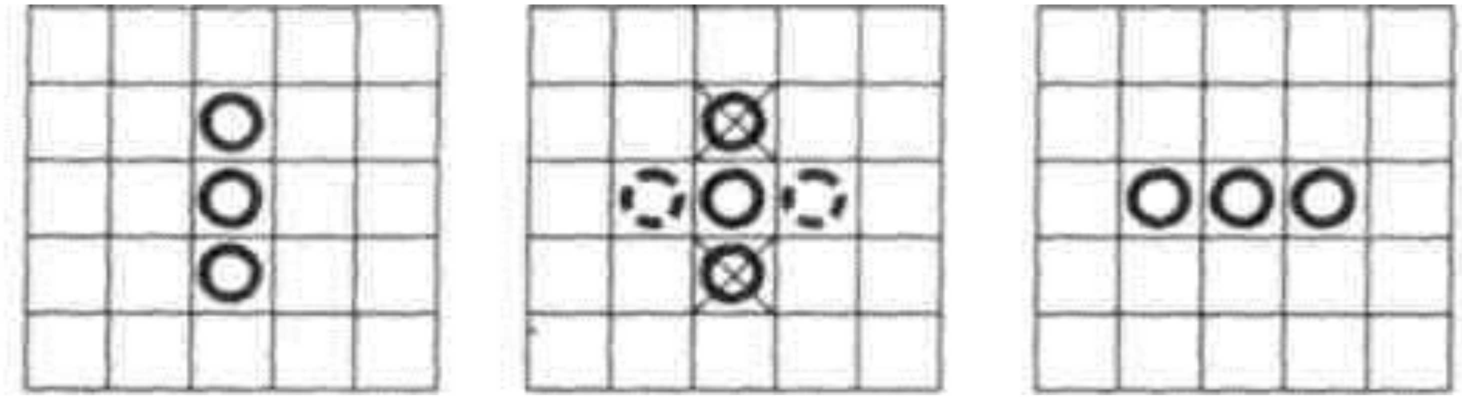
Игра «Жизнь»

- Пространством, на котором развертывается игра «Жизнь», является плоскость, разделенная на квадратные ячейки. Размеры плоскости (количество ячеек по вертикали и горизонтали) могут быть различными. Чаще всего рассматривают бесконечную плоскость.
- Клетка считается «живой», если на ней находится фишка, «пустая» клетка считается «мертвой».
- Время в игре «Жизнь» дискретно и измеряется в поколениях: каждый момент дискретного времени (t=1,2,…) соответствует одному поколению (1,2,…).
- Рождение и гибель клетки в момент времени t+1 определяется состоянием ее соседей в момент t. У каждой клетки имеется 8 соседей, из них 4 имеют с ней общие грани, а 4 имеют с ней общие вершины.

Правила игры:

- Каждая живая клетка, у которой имеется две или три живые соседние клетки, выживает и переходит в следующее поколение.
- Каждая живая клетка, у которой имеется меньше двух живых соседей, в следующем поколении погибает.
- Каждая живая клетка, у которой оказывается больше трех живых соседей, в следующем поколении погибает от перенаселенности.
- Каждая мертвая клетка, рядом с которой оказывается три живых соседа, в следующем поколении оживает.

Таким образом, правила очень просты, но эволюция клеток в этой системе может быть достаточно сложной. В этом можно убедиться на следующих примерах.



а) *б)* *в)*

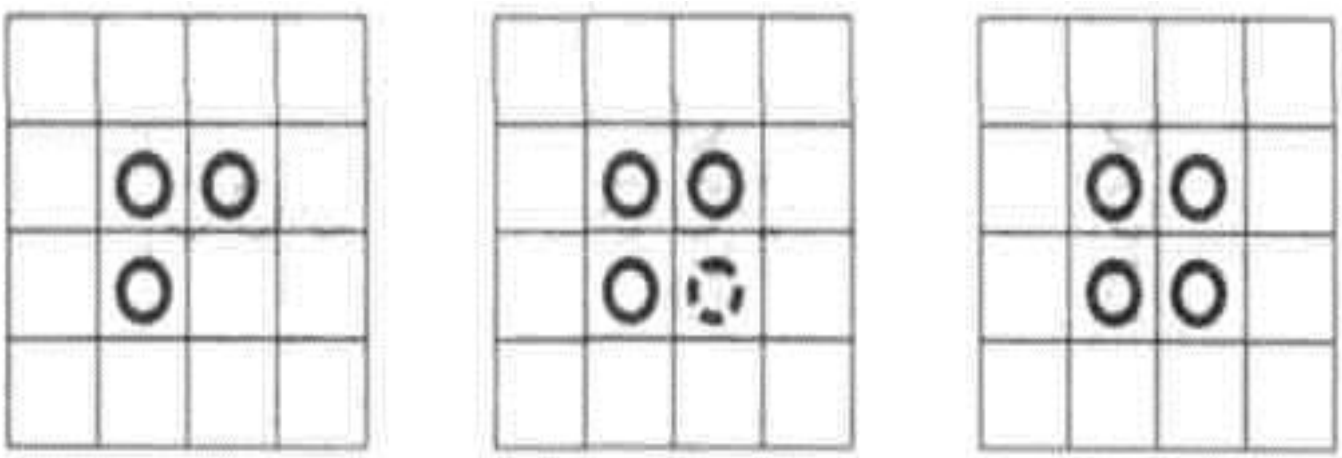
Эволюция триплета «семафор»:

а – исходный триплет в первом поколении;

б – первое поколение, с указанием гибнущих и рождающихся клеток;

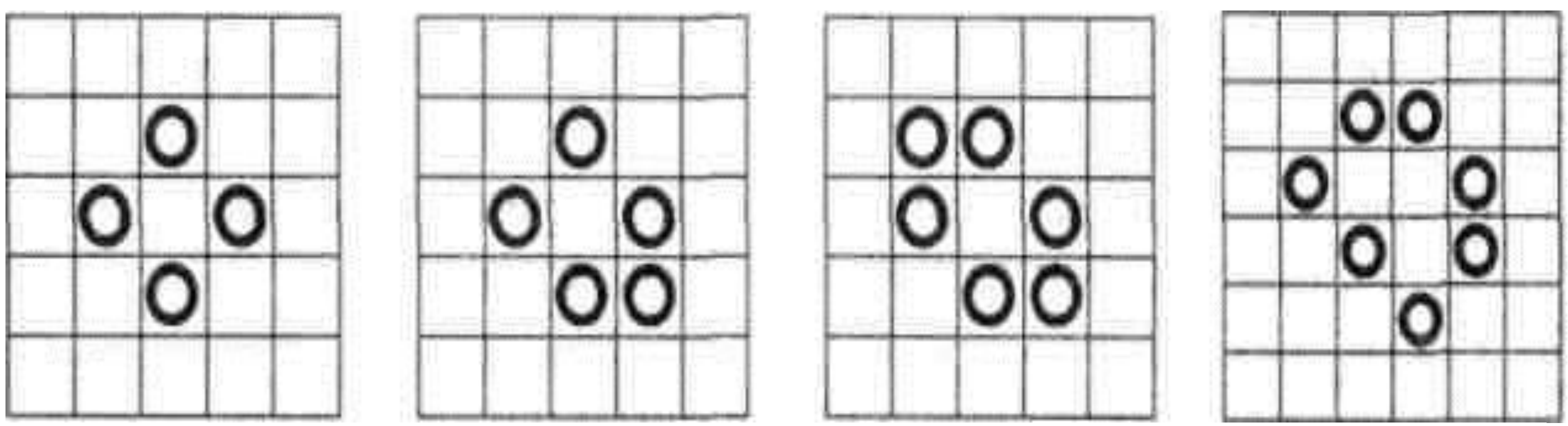
в – конфигурация «семафор» во втором поколении.

Из правил игры следует, что верхняя и нижняя клетки триплета погибают. Центральная же клетка имеет двух живых соседей, поэтому она выживает и переходит в следующее поколение. А на двух клетках, прилегающих к триплету, рождается в следующем поколении новая жизнь.



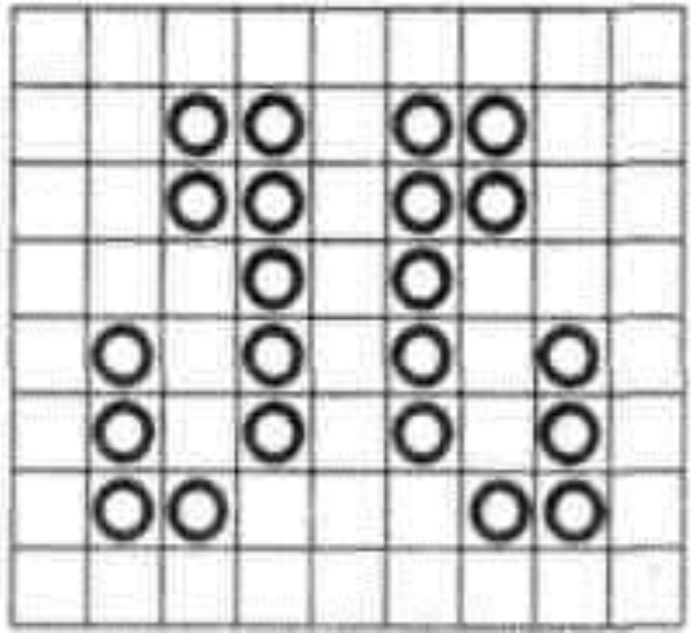
***а*)** **б)** ***в*)**

Исходный триплет (*а*); тот же триплет с указанием рождающейся клетки (*б*) второе поколение – устойчивая структура «блок» (*в*)

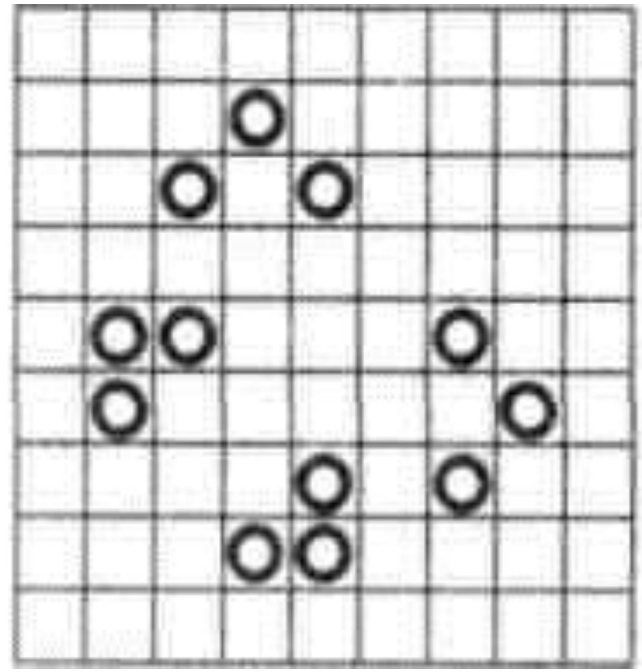


***а*)** **б)** ***в*)** ***г*)**

Некоторые стационарные структуры, возникающие в игре «Жизнь»: *а*) бадья; *б*) лодка; *в*) корабль; *г*) каравай

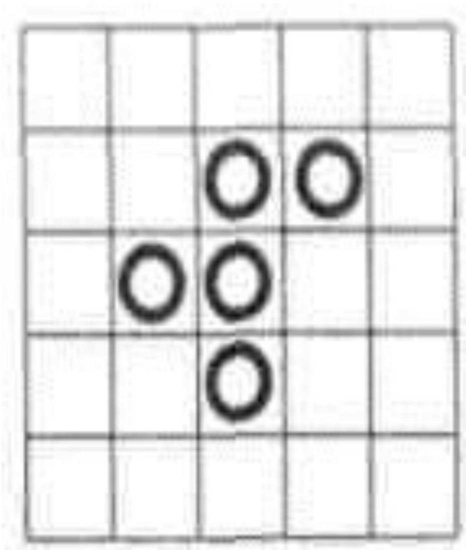


а)

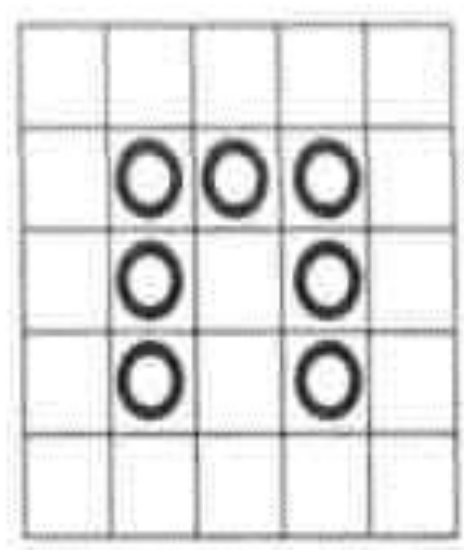


б)

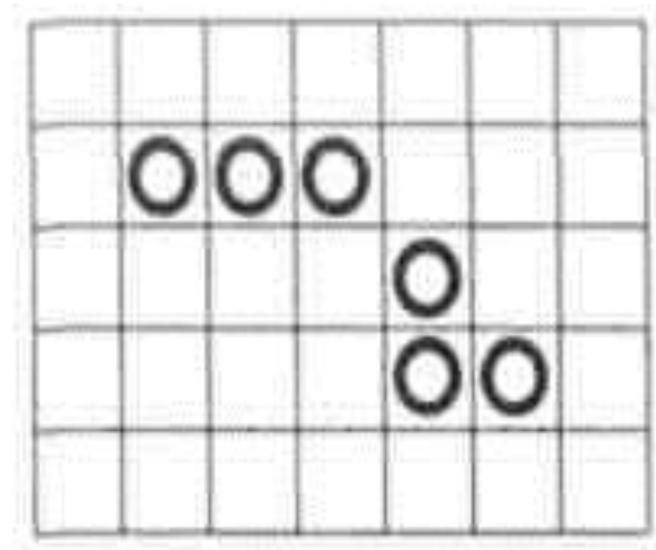
Периодические структуры в игре «Жизнь»



***а*)**

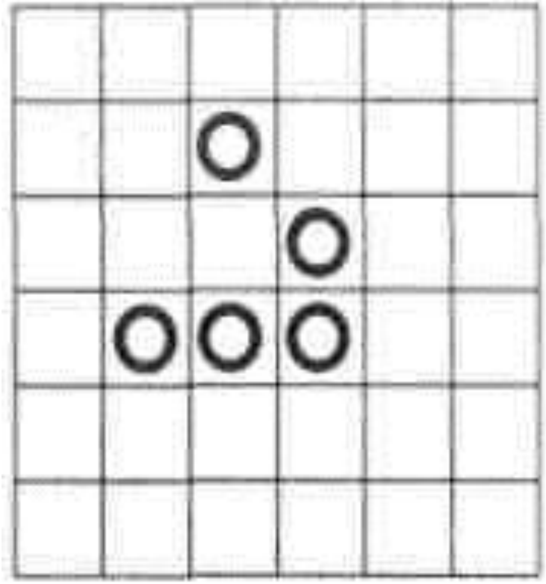


***б*)**

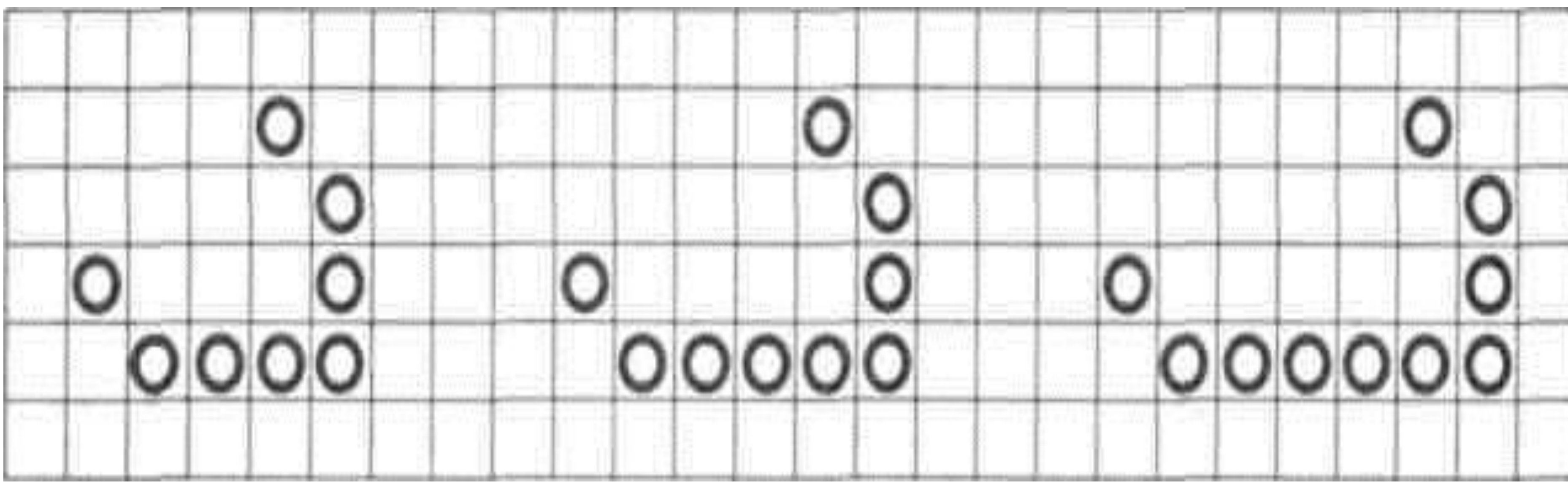


***в*)**

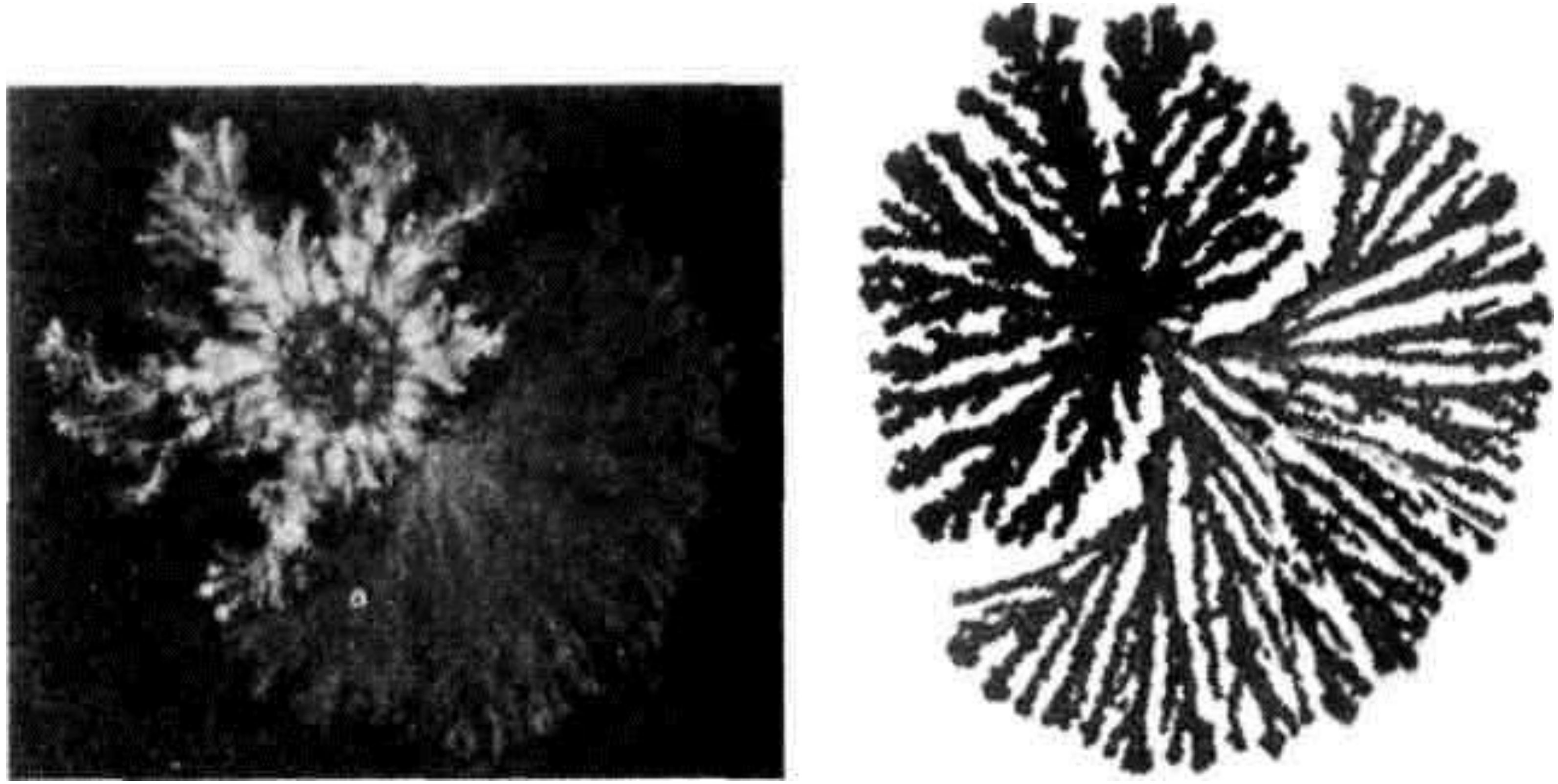
Структуры- «долгожители» в игре «Жизнь»



«Глайдер» или «планер»



Корабли



Пространственная структура колонии бактерий *Yarrowia lipolytica:* эксперимент (слева) и результаты численного моделирования с помощью модели класса клеточных автоматов (справа). Фотография взята из работы *Boschke E.* and *Bley Th.* // Acta Biotechnol. 18 (1998). 17.

Самоорганизованная критичность

Per Bak. How nature work. New York, Copernicus, 1996.

Пер Бак. Как работает природа. М., URSS, 2013.

«В природе сложное поведение отражает тенденцию систем, состоящих из большого числа элементов, эволюционировать в далекое от статического равновесия, но динамически уравновешенное критическое состояние, где даже незначительные возмущения могут привести к событиям, или лавинам, любых масштабов. Большинство изменений происходит не путем плавных постепенных переходов, а через катастрофы. Эволюция к этому чувствительному состоянию происходит без какого-либо вмешательства со стороны. Это состояние возникает исключительно благодаря динамическому взаимодействию составляющих систему элементов: критическое состояние является *самоорганизованным*.»

Самоорганизованная критичность

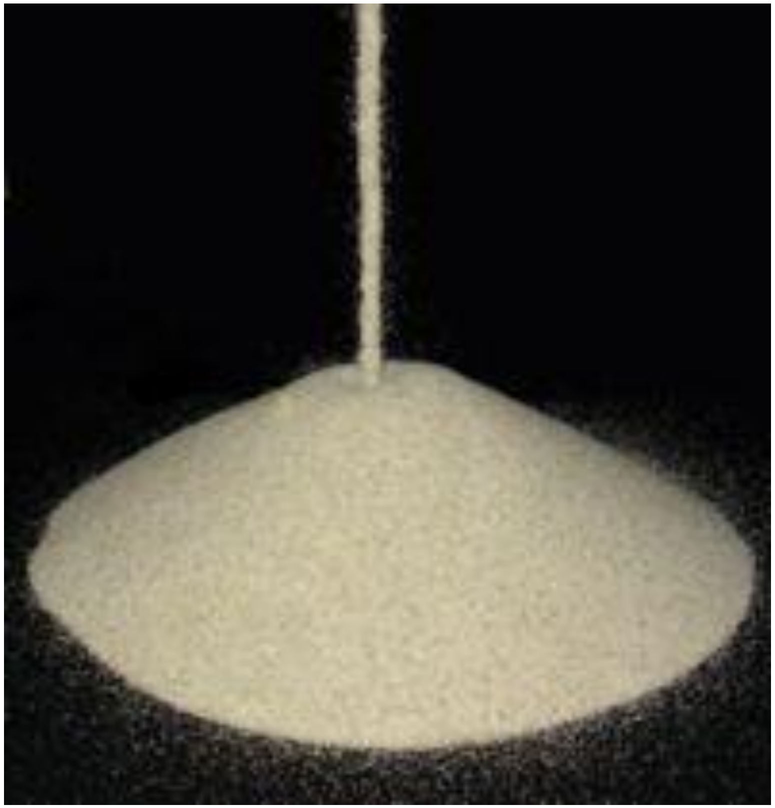
«До сих пор главенствующая экономическая теория – теория общего равновесия – предполагает, что идеальные рынки, идеальный рационализм и т.д. приводят экономические системы к устойчивому равновесию Нэша, при котором ни один участник никакими действиями не может существенно улучшить свое положение. В состоянии равновесия малые возмущения могут произвести лишь слабый эффект, слегка изменяющий его. Отклик системы пропорционален силе воздействия; говорят, что равновесные системы *линейны*. Для непредвиденных обстоятельств здесь нет места; внезапные малые события никогда не имеют драматических последствий.»

«Но если природа находится в равновесии, то как мы вообще здесь оказались? Какая может быть эволюция, если все уравновешено? Равновесные системы, по определению, не могут никуда двигаться.»

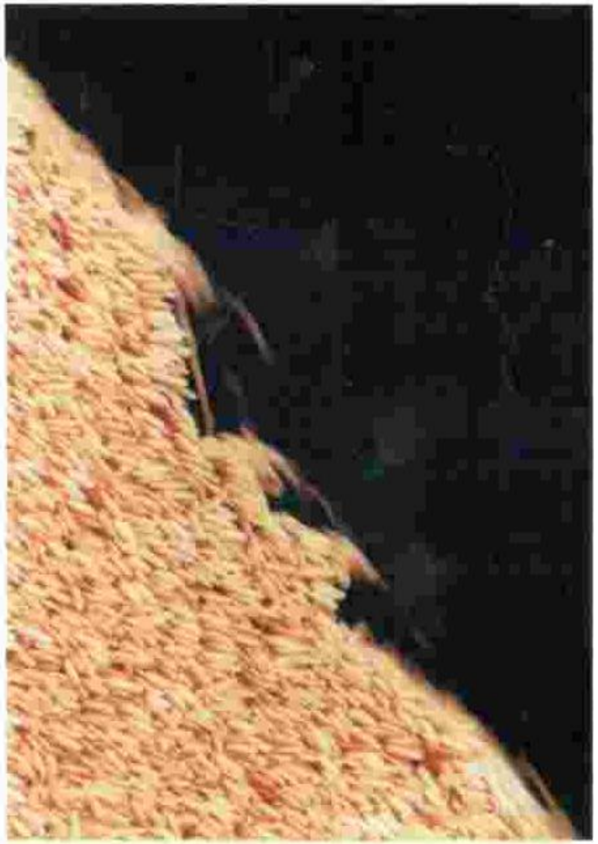
«Видимое равновесие является просто периодом спокойствия, застоя между скачкообразными вспышками активности и изменений, во время которых многие виды исчезают, а на смену им приходят новые. Это явление называется периодически нарушаемым, или *прерывистым равновесием*.»

Самоорганизованная критичность

«Каноническим примером самоорганизованной критичности является куча песка. Этот пример показывает прерывистое равновесие, когда спокойные периоды роста сменяются лавинообразными осыпаниями песка, эти осыпания сопровождаются эффектом домино, когда одна песчинка заставляет падать другую или несколько других, а те, в свою очередь, воздействуют на следующие, вовлекая их в цепную реакцию. Именно масштабные лавины, а не постепенные изменения являются мостом между количественным и качественным поведением.»




б)



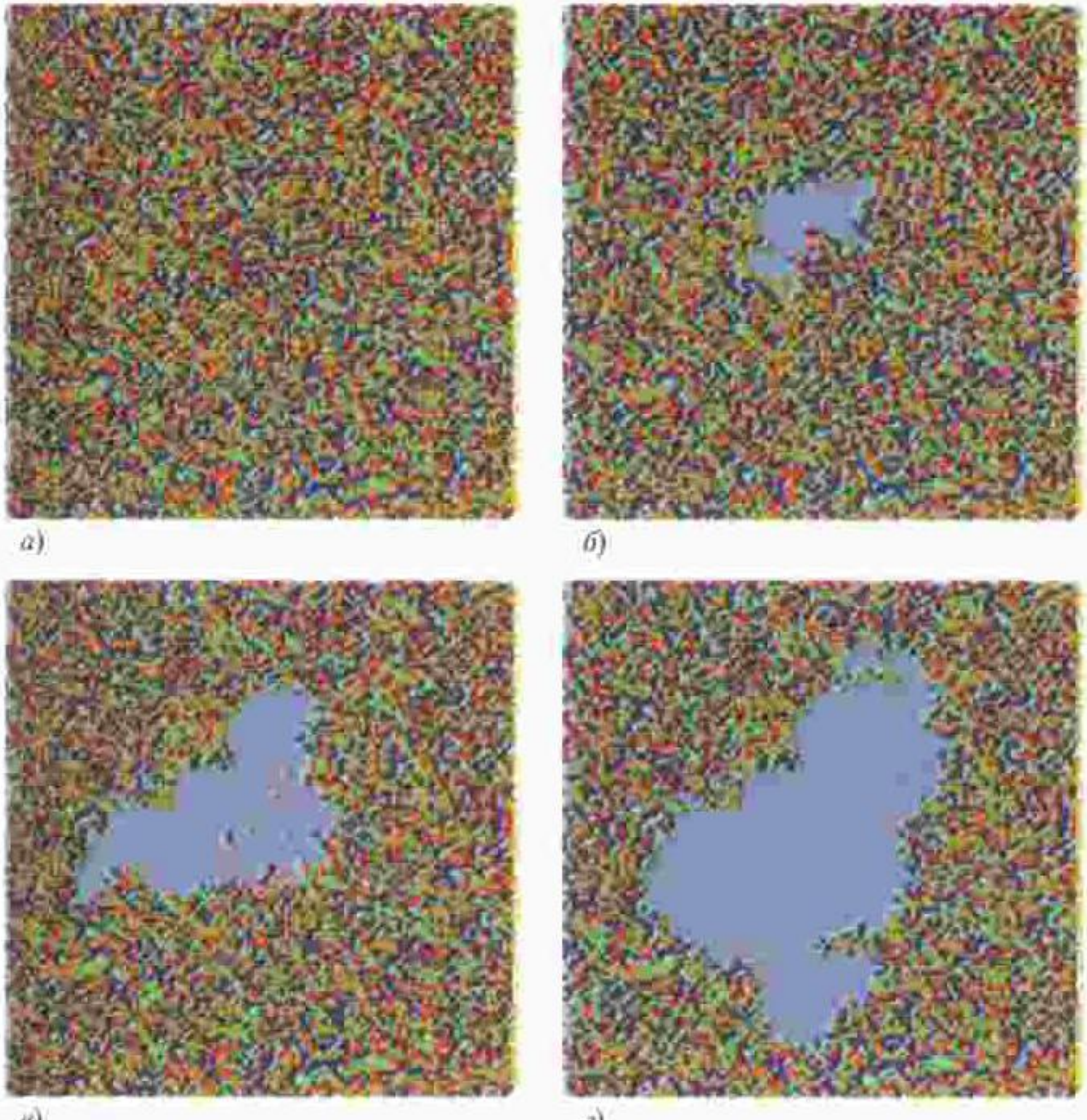


Рис. I. Моментальные снимки распространяющейся лавины в модели кучи песка. *Серым, зеленым, синим* и *красным* цветами показаны высоты 0, 1, 2 и 3 соответственно. *Голубым* показаны те столбики, где осыпание произошло хотя бы один раз. С ростом лавины *голубая* область увеличивается. (С любезного разрешения Майкла Кройца)

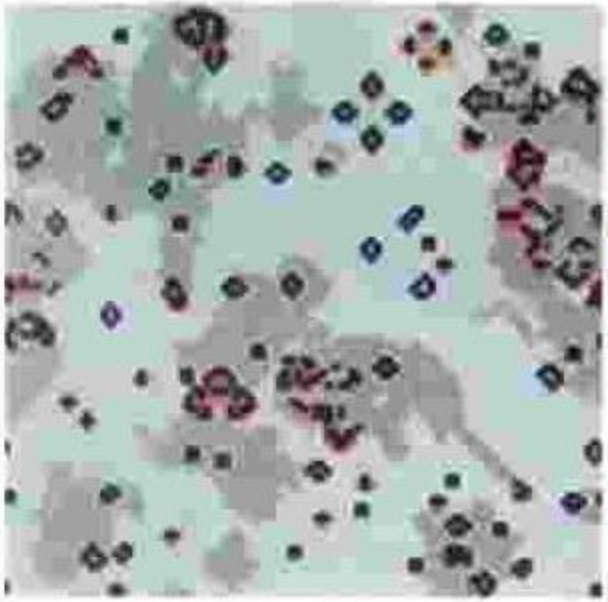


Рис. VI

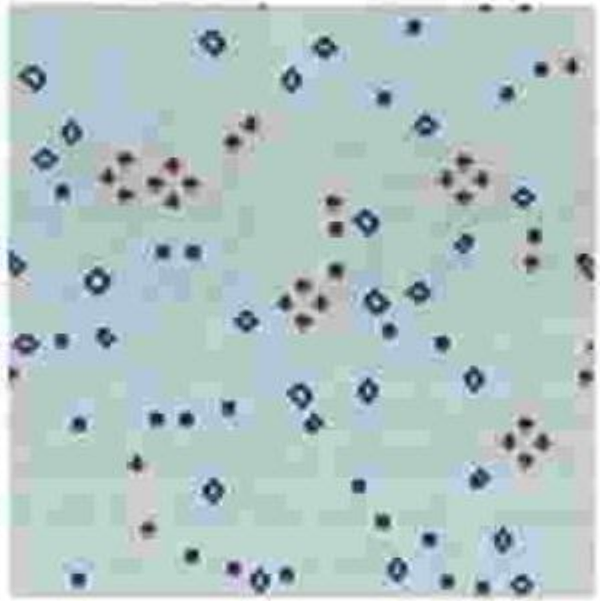


Рис. VII

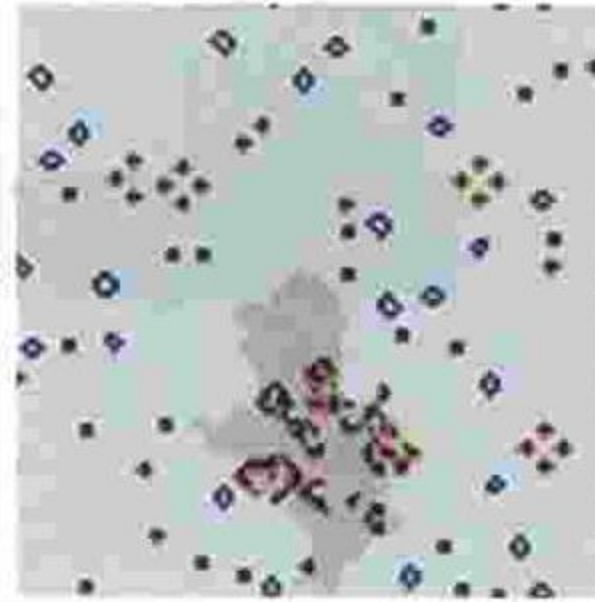


Рис. VIII

Рис. VI. Подвижная конфигурация в игре «Жизнь». *Синим* цветом отмечены стационарные живые клетки. *Красным* — пустые клетки, которые станут живыми на следующем шаге. *Зеленым* — живые клетки, которые на следующем шаге отомрут. *Темно-серым* отмечены области, в которых недавно была какая-либо активность. Обратите внимание на планер в правом нижнем углу, оставляющий за собой серый след

Рис. VII. Стационарное состояние в игре «Жизнь» со стационарными кластерами и семафорами. Обратите внимание на формирование кластеров из семафоров. (С любезного разрешения Майкла Кройца)

Рис. VIII. Распространение лавины в игре «Жизнь», начавшейся со статической конфигурации, показанной на рис. VII. Лавина была запущена путем добавления одной живой клетки. *Темно-серым* цветом показана область, охваченная лавиной; в ней конфигурация отличается от конфигурации с рис. VII

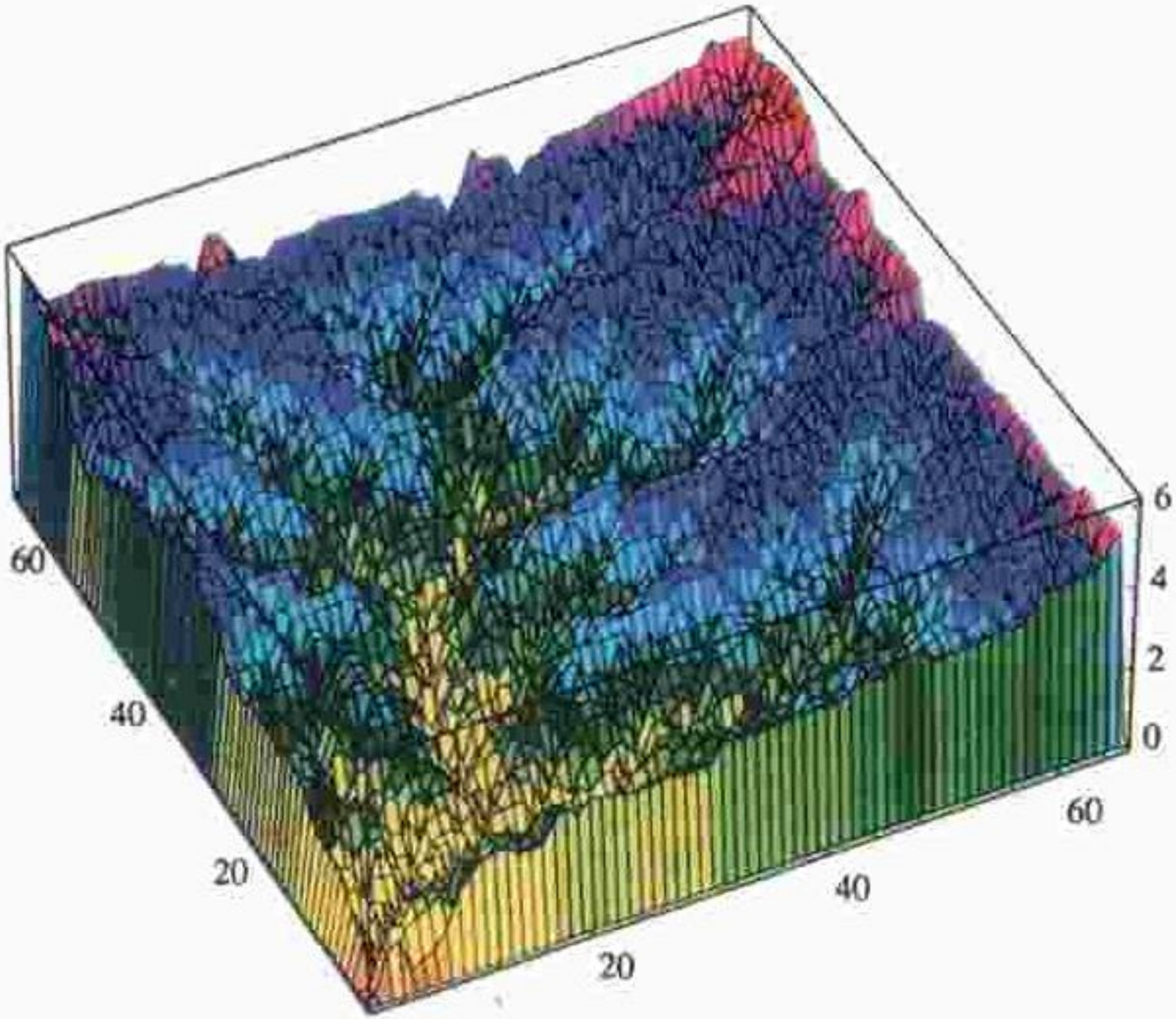


Рис. V. Самоорганизованный фрактальный ландшафт, соответствующий речной сети с рис. 4.7. Цвета от *желтого* к *зеленому*, *голубому* и *синему* отражают подъем ландшафта (Rigon et al., 1994)