МАТЕМАТИКА

Математика – это наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира. В неразрывной связи с запросами техники и естествознания запас количественных отношений и пространственных форм, изучаемых математикой, непрерывно меняется и расширяется, так что это общее определение математики наполняется всё более богатым содержанием. Ясное понимание самостоятельного положения математики как особой науки стало возможным только после накопления достаточно большого фактического материала и возникло впервые в древней Греции в 6 – 5 веках до новой эры. Развитие математики до этого времени естественно отнести к периоду ЗАРОЖДЕНИЯ математики, а к 6 – 5 векам до новой эры приурочить начало периода ЭЛЕМЕНТАРНОЙ математики.

В течение этих двух первых периодов математические исследования имеют дело почти исключительно с весьма ограниченным запасом основных понятий, возникших ещё на очень ранних ступенях исторического развития в связи с самыми простыми запросами хозяйственной жизни. Первые задачи механики и физики могли ещё удовлетворяться этим же запасом основных математических понятий.

В 17 веке новые запросы естествознания и техники заставляют математиков сосредоточить своё внимание на создании методов, позволяющих математически изучать движение, процессы изменения величин, преобразование геометрических фигур. С употребления переменных величин в аналитической геометрии и создания дифференциального и интегрального исчисления начинается период математики ПЕРЕМЕННЫХ величин.

Дальнейшее расширение круга количественных отношений и пространственных форм, изучаемых математикой, привело в начале 19 века к необходимости отнестись к процессу расширения предмета математических исследований сознательно, поставив перед собой задачу систематического изучения с достаточно общей точки зрения возможных типов количественных отношений и пространственных форм. Создание «воображаемой» геометрии Лобачевского было первым значительным шагом в этом направлении. Развитие подобного рода исследований внесло в математику столь важные новые черты, что математику 19 и 20 веков естественно отнести к особому периоду современной математики.

1.ЗАРОЖДЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

Счёт предметов на самых ранних ступенях развития культуры привёл к созданию простейших понятий арифметики натуральных чисел. Только на основе разработанной системы устного счисления возникают письменные системы счисления и постепенно вырабатываются приёмы выполнения над натуральными числами четырёх арифметических действий. Потребности измерения (количества зерна, длины дороги, площади участка,…) приводят к появлению названий и обозначений простейших дробных чисел и к разработке приёмов выполнения арифметических действий над дробями. Таким образом накапливается материал, складывающийся постепенно в древнейшую математическую науку – АРИФМЕТИКУ.

Измерение площадей и объёмов, потребности строительной техники, а несколько позднее АСТРОНОМИИ вызывают развитие начатков ГЕОМЕТРИИ. Эти процессы шли у многих народов в значительной мере независимо и параллельно. Особенное значение для дальнейшего развития науки имело накопление арифметических и геометрических знаний в ЕГИПТЕ и ВАВИЛОНИИ. В Вавилонии на основе развитой техники арифметических вычислений появились также начатки АЛГЕБРЫ, а в связи с запросами астрономии – начатки ТРИГОНОМЕТРИИ.

2.ПЕРИОД ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

После накопления большого конкретного материала в виде разрозненных приёмов арифметических вычислений, способов определения площадей и объёмов и т.п. возникает МАТЕМАТИКА как самостоятельная наука с ясным пониманием своеобразия её метода и необходимости систематического развития её основных понятий и предложений в достаточно общей форме.

В применении к арифметике и алгебре указанный процесс начался уже в Вавилонии. Однако вполне определилось это направление, заключавшееся в систематическом и логически последовательном построении основ математической науки, в древней Греции. Созданная древними греками система изложения элементарной геометрии на два тысячелетия вперёд сделалась образцом дедуктивного построения математической теории. Из арифметики постепенно вырастает ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ. Создаётся систематическое учение о величинах и измерении. Процесс формирования (в связи с задачей измерения величин) понятия действительного числа оказывается весьма длительным. Дело в том, что понятие ИРРАЦИОНАЛЬНОГО и ОТРИЦАТЕЛЬНОГО числа относятся к более сложным математическим абстракциям, которые, в отличие от понятий натурального числа, дроби или геометрической фигуры, не имеют достаточно прочной опоры в донаучном общечеловеческом опыте. Создание АЛГЕБРЫ как буквенного исчисления завершается лишь в конце рассматриваемого периода. Период элементарной математики заканчивается(в западной Европе в начале 17 века), когда центр тяжести математических интересов переносится в область математики переменных величин.

3.ПЕРИОД СОЗДАНИЯ МАТЕМАТИКИ ПЕРЕМЕННЫХ ВЕЛИЧИН

С 17 века начинается существенно новый период развития математики. Круг количественных отношений и пространственных форм, изучаемых теперь математикой, уже не исчерпывается числами, величинами и геометрическими фигурами. В основном это было обусловлено явным введением в математику идей движения и изменения. Уже в алгебре в скрытом виде содержится идея зависимости между величинами (значение суммы зависит от значений слагаемых и т.д.). Однако чтобы охватить количественные отношении в процессе их изменения, надо было самые зависимости между величинами сделать самостоятельным объектом изучения, поэтому на первый план выдвигается понятие ФУНКЦИИ, играющее в дальнейшем такую же роль основного и самостоятельного изучения, как ранее понятие величины и числа. Изучение переменных величин и функциональных зависимостей приводит далее к основным понятиям математического анализа, вводящим в математику в явном виде идею бесконечного, к понятиям предела, производной, дифференциала и интеграла. Создаётся анализ бесконечно малых, в первую очередь в виде ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО исчисления, ИНТЕГРАЛЬНОГО исчисления, позволяющий связывать конечные изменения переменных величин с их поведением в непосредственной близости отдельных принимаемых ими значений. Основные законы механики и физики записываются в форме дифференциальных уравнений, и задача интегрирования этих уравнений выдвигается в качестве одной из важнейших задач математики. Разыскание неизвестных функций, определённых условиями другого рода(условия минимума или максимума некоторых связанных с ними величин), составляет предмет ВАРИАЦИОННОГО исчисления. Таким образом, наряду с уравнениями, в которых неизвестными являются числа. Появляются уравнения, в которых неизвестны и подлежат определению функции. Предмет изучения геометрии также существенно расширяется с проникновением в геометрию идей движения и преобразования фигур. Геометрия начинает изучать движения и преобразования сами по себе. Так, например, в ПРОЕКТИВНОЙ геометрии одним из основных объектов изучения являются сами проективные преобразования плоскости и пространства. Однако, сознательное развитие этих идей относится лишь к концу 18 и началу 19 веков. Гораздо раньше, с созданием в 17 веке АНАЛИТИЧЕСКОЙ геометрии, принципиально изменилось отношение геометрии к остальной математике – был найден универсальный способ перевода вопросов геометрии на язык алгебры и анализа и решения их чисто алгебраическими или аналитическими методами, а с другой стороны открылась широкая возможность изображения (иллюстрирования) алгебраических и аналитических фактов геометрически, например, при графических изображениях функциональных зависимостей.

4.СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА

Все созданные в 17 и 18 веках разделы математического анализа продолжали с большой интенсивностью развиваться в 19 и 20 веках. Чрезвычайно расширился за это время и круг их применения к задачам, выдвигаемым естествознанием и техникой. Помимо этого количественного роста с конца 18 и в начале 19 века в развитии математики наблюдается ряд существенно новых черт.

Накопленный в 17 и 18 веках огромный фактический материал привёл к необходимости углублённого логического анализа и объединения его с новых точек зрения. Связь математики с естествознанием, оставаясь по существу не менее тесной, приобретает теперь более сложные формы. Большие новые теории возникают не только в результате непосредственных запросов естествознания и техники, но также из внутренних потребностей самой математики. Таково в основном было развитие ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО, занявшего в 19 веке центральное положение во всём математическом анализе. Другим замечательным примером теории, возникшей в результате внутреннего развития самой математики, явилась геометрия ЛОБАЧЕВСКОГО. В более непосредственной и непрерывной зависимости от запросов механики и физики происходило формирование ВЕКТОРНОГО и ТЕНЗОРНОГО исчислений. Перенесение векторных и тензорных представлений на бесконечномерные величины происходит в рамках ФУНКЦИОНАЛЬНОГО анализа и тесно связывается с потребностями современной физики.

Чрезвычайное расширение предмета математики привлекло в 19 веке усиленное внимание к вопросам её обоснования, то есть к критическому пересмотру её исходных положений(аксиом), построению строгой системы определений и доказательств, а также критическому рассмотрению логических приёмов, употребляемых при этих доказательствах. Глубокий и тщательный анализ требований к логической строгости доказательств, строения математических теорий, вопросов алгоритмической разрешимости и неразрешимости математических проблем составляет предмет МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ. Получают широкое развитие важнейшие разделы МЕХАНИКИ НЕПРЕРЫВНЫХ СРЕД. Быстро растут и математические запросы техники. В качестве основного аппарата новых областей механики и математической физики усиленно разрабатывается теория ОБЫКНОВЕННЫХ дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений с ЧАСТНЫМИ производными и уравнений МАТЕМАТИЧЕСКОЙ физики. Теория дифференциальных уравнений послужила отправным путём исследования по ТОПОЛОГИИ многообразий. Другое направление в топологииполучило на основе теории множеств и функционального анализа и привело к построению теории общих ТОПОЛОГИЧЕСКИХ пространств. Существенным дополнением к методам дифференциальных уравнений при изучении природы и решении технических задач являются методы ТЕОРИИ вероятностей. Если в 19 веке главными потребителями теории вероятностей были теория артиллерийской стрельбы и теория ошибок, то в конце 19 века и в начале 20 века теория вероятностей получает много применений благодаря созданию теории СЛУЧАЙНЫХ процессов и развитию аппарата математической СТАТИСТИКИ. Теория чисел развивалась как стройная теория в различных направлениях (алгебраическая теория чисел, аналитическая теория чисел, диофантовы приближения).

Элементарная и проективная геометрия привлекают внимание математиков главным образом под углом зрения изучения их логических и аксиоматических основ. Основными разделами геометрии становятся ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ геометрия, АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ геометрия, риманова геометрия.

В результате систематического построения математического анализа на основе строгой математической теории иррациональных чисел и теории множеств возникла ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО.

Практическое использование результатов теоретического исследования требует получение ответа на поставленную задачу в числовой форме. Между тем даже после исчерпывающего теоретического разбора задачи это часто оказывается весьма трудным делом. Для решения этих проблем была создана ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ математика.

В настоящее время появился целый ряд новых математических дисциплин: теория автоматов, теория информации, теория игр, исследование операций, кибернетика, математическая экономика, информатика.

На основании задач теории УПРАВЛЯЮЩИХ систем, комбинаторного анализа, теории графов, теории кодирования возник ДИСКРЕТНЫЙ анализ. Вопросы о наилучшем управлении физическими или механическими системами, описываемыми дифференциальными уравнениями привели к созданию математической теории ОПТИМАЛЬНОГО управления. Совершенно ясно, что процесс этот будет продолжен и в недалёком будущем появятся новые ветви математики, которые будут способствовать прогрессу человечества.