

**Б.М.РЕБРИК Н.В.СИРОТКИН
В.Н.КАЛИНИЧЕВ**

**ИНЖЕНЕРНО-
ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ
ГРАФИКА**



**ВЫСШЕЕ
ОБРАЗОВАНИЕ**

ББК 26.3

Р 31

УДК [519.674 + 744.425] (075.8)

Организация-спонсор Московский геологоразведочный институт
имени Серго Орджоникидзе (МГРИ)

Рецензенты: кафедра начертательной геометрии и графики Томского политехнического института им. С. М. Кирова, проф. Г. Г. Ломоносов (Московский горный институт)

Р $\frac{2502010300-161}{043(01)-91}$ 102 -- 91

© Б. М. Ребрик, Н. В. Сироткин,
В. Н. Калинин, 1991

ISBN 5-247-01398-0

ПРЕДИСЛОВИЕ

Законы, принятые съездами народных депутатов СССР, РСФСР и других союзных республик, решения правительства последних лет поставили перед нашей страной грандиозные задачи по перестройке народного хозяйства с целью ускорения научно-технического прогресса и всемерного улучшения благосостояния советского народа. Эти задачи требуют существенной перестройки и высшей школы как важного звена в деле реализации принятых решений. Основной смысл известного постановления по высшей школе -- поднять уровень знаний выпускаемых специалистов до современных требований практики. Подготовка специалиста, объем и характер получаемых им знаний прежде всего должны определяться практикой, производством. Это требует усиления фундаментальной общенаучной и общинженерной подготовки и в то же время — практической подготовки. Смещение акцентов в ту или другую сторону одинаково вредно. Пренебрежение фундаментальной подготовкой приведет к тому, что молодой специалист не сможет самостоятельно ставить и решать научные и прикладные задачи, быстро и свободно ориентироваться в потоке новой информации, не сможет осуществлять широкие обобщения и анализ непрерывно возникающих сложных производственных ситуаций. Пренебрежение практической подготовкой сделает молодого инженера неспособным решать простейшие производственные вопросы, будет сковывать его инициативу и творческие возможности, будет порождать стремление уклониться от решения текущих и подчас острых практических задач. Такой специалист окажется просто ненужным производству.

К числу дисциплин, формирующих общинженерное и общенаучное мышление специалиста, с полным основанием может быть отнесена инженерно-геологическая графика. Эта дисциплина не только прививает навыки построения изображений различных материальных объектов, в том числе горно-геологических, но и является исходной базой для изучения других общинженерных (например, технической и прикладной механики), а также специальных дисциплин.

Настоящий учебник подготовлен коллективом авторов кафедры механики Московского ордена Трудового Красного Знамени геологоразведочного института им. Серго Орджоникидзе (МГРИ). Он издается впервые. В нем нашли отражение результаты многолетних научно-исследовательских и методических разработок кафедры в направлении приближения традиционных курсов начертательной геометрии и технического черчения к профилю геологических специальностей, таких как геологическая съемка, поиски и разведка

месторождений полезных ископаемых (0801), гидрогеология и инженерная геология (0804), геофизические методы поисков и разведки полезных ископаемых (0802), отчасти экономика и управление в отраслях горной промышленности и геологии (0714) и геология нефти и газа (0805).

Указанные разработки начаты были кафедрой еще в шестидесятых годах при тесной координации их с кафедрами геологического профиля. При этом отрабатывались не только основная направленность и содержание курса, но и составлялись новые, во многом с геологическим уклоном, примеры и задачи, а также контрольные задания. Важнейшим этапом этой деятельности было выявление логической необходимости введения в учебный процесс по данной дисциплине курсовой работы. Первоначально курсовая работа по инженерной графике в порядке эксперимента была введена только для специальности 0801. Двухлетний опыт ее апробации превзошел все ожидания. Главный итог состоял не только и не столько в высоком качестве выполнения работы студентами, но в существенном повышении интереса студентов к данной дисциплине и улучшении качества знаний по ней в целом. В последующем курсовая работа была введена для других специальностей, а через некоторое время была включена и в типовые учебные планы.

Как уже отмечалось, подготовке настоящего учебника предшествовала большая работа по изданию многочисленных внутривузовских учебных пособий и методических указаний. При этом пособия широко использовались в учебном процессе не только в МГРИ, но и в других вузах и факультетах геологического профиля.

Выдающийся вклад в создание по существу нового курса инженерно-геологической графики внес доц. кафедры механики Николай Васильевич Сироткин. Им были заложены методологические основы курса и составлены первые учебные пособия. В последующем к этой работе подключились и другие сотрудники кафедры: Е. С. Булгаков, Г. И. Лукинский, М. Ф. Елисеева, В. Н. Калинин, Б. М. Ребрик, Г. В. Лукошков, Д. И. Павлов. Большая консультативная помощь была оказана кафедре проф. В. Н. Павлиновым и А. Е. Михайловым.

Среди немногих литературных источников, использованных при написании учебника, особо следует выделить учебник Г. Г. Ломоносова «Инженерная графика».

Авторы с признательностью примут все замечания и предложения с целью улучшения как содержания, так и оформления учебника.

ВВЕДЕНИЕ В ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКУЮ ГРАФИКУ

Трудно указать такой вид человеческой деятельности, где, решая ту или иную задачу, не приходилось бы прибегать к помощи изображений различных материальных объектов (машин, деталей, строений, геологических образований, поверхности земли и т. д.). Главная особенность таких изображений состоит в том, что объемный по самой своей природе материальный объект представляется в виде некоего аналога, размещаемого целиком и полностью в одной плоскости. От характера изображаемого объекта зависит название этого аналога: чертеж, эскиз, схема, план, карта, геологический разрез, блок-диаграмма и т. д. Все они объединяются одним термином — *чертежно-графические работы*.

Дисциплина, изучающая теоретические основы, методы и приемы построения изображений и выполнения чертежно-графических работ применительно к задачам геологии, горного и геологоразведочного производства, носит название *инженерно-геологической графики*, а в более широком смысле для всех отраслей народного хозяйства — *инженерной графики*.

ВИДЫ ЧЕРТЕЖЕЙ В ИНЖЕНЕРНОЙ ПРАКТИКЕ*

Творческая деятельность инженера, в том числе геологического профиля, тесно связана с самыми разнообразными видами чертежно-графических работ — различными типами чертежей, графиками, эскизами, схемами и т. д. Всю эту совокупность чертежно-графических работ будем в дальнейшем называть общим термином — *чертежи*. Объектами отображения на чертежах могут быть материальные тела, абстрактные образы, условные схемы, всевозможные процессы, функции, зависимости и т. д. Чертеж, таким образом, можно рассматривать как плоскую геометрическую модель отображенных на нем указанных объектов и процессов.

По характеру выполнения чертежи подразделяются на: *проекционные*, т. е. построенные на основе законов и методов проецирования;

схематические, выполняемые без учета проекционных связей, в том числе с помощью условных знаков;

и выполненные в форме *графиков*, отображающих количественные связи параметров каких-либо процессов и явлений.

По целевому назначению можно выделить чертежи:

* Настоящий раздел изложен с несущественными уточнениями по Г. Г. Ломоносову [7].

технические, т. е. содержащие информацию о конструкции, размерах и других данных, необходимых для изготовления технических изделий и различных сооружений. Выполнение этих чертежей регламентируется государственными стандартами СССР, входящими в Единую систему конструкторской документации (ЕСКД), а при изображении строительных деталей и конструкций — также стандартами Системы проектной документации для строительства (СПДС);

технологические, в которых содержится информация о технологии производства. Этот тип чертежей выполняется в соответствии со стандартами Единой системы технологической документации (ЕСТД), а также строительными, горными, геологоразведочными и другими отраслевыми стандартами и нормативами в части отображения технологии работ;

иллюстративные, отображающие в графической форме основное содержание какого-либо устройства, изделия, замкнутого производства, системы горных или геологоразведочных выработок, буровой скважины, теоретической или экспериментальной зависимости, гистограммы распределения случайных величин, расчетные схемы, диаграммы содержания полезного компонента в образце, диаграммы трещиноватости горных пород и т. д. Эти чертежи широко применяются во всех областях науки и практики, в том числе в геологоразведочном и горном производстве. За исключением выбранных шрифтов, толщин линий, некоторых условных обозначений, иногда формата, выполнение этих чертежей практически не регламентировано.

Наконец, в зависимости от сферы инженерной деятельности различают следующие чертежи:

машиностроительные, т. е. чертежи машин, механизмов, узлов, деталей, спецификации и т. д. Степень регламентации этих чертежей универсальна, т. е. выполнение регламентировано во всех частях;

инженерно-строительные, т. е. чертежи строительных конструкций, узлов, деталей; зданий, сооружений, генеральных планов и т. д. Степень регламентации выполнения этих чертежей также достаточно высока;

топографические — чертежи планов участков земной поверхности;

горные, на которых изображаются все особенности и элементы горного производства;

электро-, радио- и электронно-технические, представляющие собой чертежи соответствующих устройств.

В особую группу можно выделить геологические чертежи, в основном геологические карты, правила выполнения которых регламентированы специальными нормативно-методическими документами.

Таким образом, можно отметить большое разнообразие типов чертежей, применяемых в инженерной практике. Поэтому конкрет-

ное содержание цикла графических занятий в вузе прежде всего должно определяться профилем соответствующих специальностей. Каждая из них имеет свои особенности и требует использования определенных методов и приемов из обширнейшего арсенала, каким располагает инженерная графика.

Методической и научной основой инженерно-геологической графики является самостоятельная ветвь математической дисциплины — геометрии — начертательная геометрия.

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ]— ОСНОВА ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ГРАФИКИ

Не всякое изображение может быть использовано для решения технических или горно-геологических задач. Для этого оно, в первую очередь, должно быть геометрически равноценно изображенному объекту, т. е. построено по определенному геометрическому закону, на основании так называемых проекционных связей. Поэтому значительную долю выполняемых инженером чертежей составляют так называемые проекционные чертежи. Все они выполняются с помощью методов и приемов начертательной геометрии.

Начертательная геометрия — это наука о геометрических основах построения изображений материальных объектов на плоскости и о методах решения пространственных геометрических задач при помощи изображений.

Инженерно-геологическая графика, как она излагается в настоящем учебнике, — это начертательная геометрия применительно к решению преимущественно геологических и горных задач.

Начертательная геометрия входит в группу общетехнических (общинженерных) дисциплин, составляющих основу всякого инженерного образования. Ее методы и приемы широко используются в механике, сопротивлении материалов, геологии, минералогии, кристаллографии, архитектуре и т. д.

Как и любая наука, начертательная геометрия изучает объективные закономерности существования независимого от сознания материального мира. С ее помощью познаются геометрические свойства реальных материальных объектов, в том числе и геологических. Эти свойства находят отражение в таких понятиях, как «форма», «размеры», «положение в пространстве», «взаимное положение», «видимая и невидимая часть» и т. д. Методами начертательной геометрии определяются наиболее общие принципы построения чертежей вне зависимости от конкретных условий их применения. Такое абстрагирование создает предпосылки для широкого использования графических методов в самых различных сферах инженерной деятельности, в том числе и в горно-геологической.

Основным, важнейшим методом начертательной геометрии является *метод проецирования*, т. е. метод построения проекций про-

пространственных объектов, тел, предметов на плоскости. Этот метод лежит в основе всех разновидностей проекционных чертежей.

В начертательной геометрии различают два основных класса задач: позиционные и метрические.

Позиционными называются задачи установления взаимного положения и принадлежности геометрических элементов. К их числу, например, относятся задачи определения по чертежу взаимного положения в пространстве двух или нескольких тел, построение линии взаимного пересечения двух фигур; установление положения точки пересечения заданной прямой с поверхностью и т. д.

Метрические — это задачи определения по чертежу натуральных (истинных) величин отрезков (расстояний), углов, площадей и других размеров.

Логика решения задач в начертательной геометрии выражается в виде алгоритмов, т. е. последовательности выполнения графических операций. Эти алгоритмы могут иметь форму словесного описания последовательности графических действий, представлять собой условную формализованную символическую запись либо, наконец, программу для ЭВМ, если задача решается с помощью компьютера.

Для того чтобы отобразить на чертеже какой-либо предмет, геологическое тело или горную выработку, а тем более для проектирования машин, горных объектов или буровых скважин, необходимо мысленно (в своем воображении) представить форму, размеры и положение этих объектов в пространстве. Без этого качества — умения мыслить пространственно — работа инженера любого профиля, а тем более горно-геологического, будет затруднена или невозможна. Одна из задач, которую должна решать и успешно решает начертательная геометрия при обучении студентов, — развитие навыков пространственного мышления. Это качество особенно важно для инженеров горно-геологического профиля.

ОСОБЕННОСТИ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ГРАФИКИ

Для горного инженера-геолога начертательная геометрия имеет особое значение. При изображении различных геологических объектов абстрактность понятий и логическая строгость выводов должны быть тесно связаны с наглядностью. Многие вопросы изучения различных геологических структур и геологических тел, а также разведки и разработки месторождений полезных ископаемых по присущим им особенностям и приемам решения задач носят четко выраженный пространственный графический характер.

Без четкого, своевременно составленного пространственного представления о характере месторождения полезного ископаемого, направлении проектируемых и проводимых работ деятельность геолога-разведчика, маркшейдера, горняка лишена предвидения

и расчета и тем самым во многом подчинена случайностям. Практика показывает, что графические методы решения многих горно-геологических задач являются более целесообразными, а подчас единственно возможным средством получить удовлетворительное решение. К числу таких задач относятся определение элементов залегания слоев, жил и других геологических тел, построение линий выхода слоев на земную поверхность, изучение формы и пространственных элементов залегания полезного ископаемого

И Т. Д.

Как известно, горно-геологические объекты (геологические тела, горные выработки, буровые скважины) в подавляющем большинстве случаев имеют сложнейшее пространственное строение. Точно отобразить эти объекты на чертеже со всеми их особенностями вообще невозможно. Поэтому инженер-геолог должен уметь не только представлять себе их положение в пространстве, но и при отображении на бумаге упрощать, моделировать, приводить к более или менее простым геометрическим телам, не внося существенных погрешностей в форму и размеры изображаемого объекта. Умение инженера абстрагироваться от несущественных факторов в пространственном строении геологического объекта — также одно из важнейших качеств квалифицированного специалиста.

Следует учитывать еще одно обстоятельство. Если в машиностроении изображаемые объекты, как правило, являются неизменными, т. е. имеют статическую природу, объекты горно-геологического характера изменяются как в пространстве, так и во времени, т. е. по своей природе являются динамическими. Следовательно, инженер должен не только воспринимать эту объективную закономерность существования горно-геологических объектов, но уметь отображать ее с учетом строгих проекционных связей в графической документации. Сама по себе это уже достаточно сложная позиционная задача и ее успешное решение требует определенных навыков, инженерной интуиции и даже фантазии. Во многих случаях ее решение требует привлечения компьютеров, методов и приемов деловых игр и т. д.

Следует отметить, что в горной и геологической практике и особенно при проведении научно-исследовательских работ все шире начинают применяться графические методы исследований и расчетов. Это объясняется тем, что многие горно-геологические процессы не могут быть описаны точными аналитическими зависимостями из-за случайного характера и дискретности как функций, так и аргументов, а также из-за относительно малой точности исходных данных. Поэтому графические методы, отражая в наглядной форме общую картину того или иного процесса, помогают более обоснованно принимать требуемые решения. Широко применяемые в инженерной практике методы линейного и динамического программирования, сетевого планирования и номографии имеют в своей основе графические образы, которые в сочетании с аналитическим

аппаратом создают наилучшие условия для решения сложных практических задач.

В последние годы в практику инженерной деятельности, в том числе в геологической отрасли, все шире внедряются компьютеры. В системе с ЭВМ работают графопостроители, успешно выполняющие чертежные работы и решающие многие графические задачи. Горный инженер-геолог должен владеть и методами машинной графики.

Инженерно-геологическая графика, таким образом, занимает важное место среди других дисциплин в подготовке высококвалифицированного горного инженера-геолога. Она учит грамотно владеть выразительным техническим языком — языком чертежа, умению составлять и свободно читать чертежи, решать при помощи чертежей различные инженерно-геологические и горные задачи. Кроме того, изучение этой дисциплины способствует развитию у студентов пространственных представлений и пространственного воображения — качеств, характеризующих высокий уровень инженерного мышления и необходимых для решения прикладных задач. Особое значение ее заключается в том, что она ранее других дисциплин учебного плана готовит базу, необходимую студентам при изучении инженерной геодезии, структурной геологии и геологического картирования, общей геологии, геотектоники и других специальных дисциплин, успешное изучение которых обусловлено хорошо развитым пространственным мышлением. В процессе изучения курса достигаются и другие цели: расширяется общенаучный кругозор студентов, развиваются навыки логического мышления, внимательность, наблюдательность, аккуратность и другие моральные качества, развитие которых является одной из задач обучения и воспитания в высшей школе.

КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Метод изображения различных элементов окружающего нас мира с целью использования в практической деятельности людей (не для удовлетворения художественных и эстетических требований) зародился в глубокой древности. Точную дату появления первого чертежа назвать затруднительно. Однако известно, что при возведении египетских пирамид простейшие схематические чертежи уже использовались.

Самой древней картой (за 2500 лет до н. э.) является вавилонский чертеж, выполненный на глиняной плитке. Реки на нем показаны волнистыми линиями, города у рек изображены кружками с клинообразными подписями возле них, горные хребты показаны в виде холмиков, расположенных вдоль двойной линии, обозначающей подошву хребта.

Первым составителем географической карты древние ученые называют Анаксимандра (611—546 гг. до н. э.). Он же соорудил

«сферу» (очевидно глобус?). На древних географических картах изображались не только материка, моря, озера, реки, но и горы. Древнегреческий историк Геродот (485—425 гг. до н. э.) упоминает некоего Аристагора, который, по словам лакедемонян, вступает с персидским царем в переговоры, принес с собой медную доску, где была вырезана карта «всей земли» с морями и реками. Известно, что географические карты и схемы составлялись и другими древнегреческими и древнеримскими учеными.

Особо остановимся на очень интересной древнейшей карте-схеме одного из золоторудных месторождений Древнего Египта. Карта изготовлена из папируса коричневого цвета. Дороги окрашены в светло-розовый цвет. Этот же цвет имеют здания поселка золотоискателей и святилище Аммона. Более интенсивным розовым цветом окрашены горы, идущие по краям дорог. Одна из гор покрыта тремя полосами темно-коричневого цвета, разрабатываемая гора — темной красной краской. Карта датируется временем не позже 1320 г. до н. э.

Об умении древними специалистами составлять достаточно точные схемы свидетельствует изумительное сооружение на острове Самос — водопровод Эвпалия. Этот водопровод проложен в туннеле длиной более 1 км, прорытом в горе. Особенность сооружения водопровода состояла в том, что туннель начали рыть с обоих концов горы одновременно. Здесь наиболее интересен вопрос, каким образом удалось обеспечить почти точную сбойку двух выработок. Древнегреческий ученый Гиерон, изобретатель первого визирного инструмента, дал принципиальное решение этой задачи. Эвпалий, руководивший сооружением водопровода, прекрасно разобрался в тонкостях этого дела, что и обеспечило успех работы.

В Египте, Греции, а позднее в Древнем Риме крупные сооружения строились по предварительно составленным чертежам. Дальнейшее развитие производственной деятельности человека требовало решения более сложных технических задач, связанных с необходимостью изображения различных пространственных форм на плоскости, т. е. составлением более сложных чертежей. Никакое словесное описание вновь создаваемого механизма не может заменить его изображения на чертеже, определяющего не только геометрическую форму механизма, но и все размеры, необходимые для его изготовления. Еще в древности существовали различные правила и приемы получения изображений. Они разрабатывались и совершенствовались строителями и ремесленниками, художниками и учеными различных стран мира. Эти правила нашли применение при составлении кораблестроительных чертежей эпохи Петра I, чертежей русских механиков И. И. Ползунова, И. П. Кулибина и др.

Все существовавшие раньше методы построения изображений были впервые систематизированы французским геометром Гаспаром Монжем и изложены в его труде «Начертательная геометрия»,

вышедшем в 1798 г.* С этого времени начертательная геометрия получила строго научное обоснование, а ее выводы нашли широкое применение в различных областях науки и техники.

В России преподавание начертательной геометрии началось с 1810 г. в Институте корпуса инженеров путей сообщения, ныне Ленинградском институте инженеров железнодорожного транспорта. Преподавание предмета велось на французском языке. В 1821 г. появился первый учебник по начертательной геометрии на русском языке, автором которого был преподаватель того же института (позже профессор) Я. А. Севастьянов. В 1855 г. проф. А. Х. Редером написана книга по теории проекций с числовыми отметками. Преподавание начертательной геометрии было введено и в других учебных заведениях России и прочно вошло в систему инженерного образования.

В последующие годы русскими учеными Н. И. Макаровым, В. И. Курдюмовым, Н. А. Рыниным были составлены учебные руководства, которые в значительной степени содействовали развитию начертательной геометрии как науки. Необходимо отметить труды акад. Е. С. Федорова — основоположника научной кристаллографии. Им были разработаны оригинальные методы построения изображений, которые он с успехом применял при изучении структурной геологии. Советские ученые Н. А. Глаголев, А. И. Добряков, Н. Ф. Четверухин и другие развили новые разделы начертательной геометрии, расширив область применения ее методов.

Большой вклад в развитие методов горной геометрии и горно-инженерной графики внесли советские ученые В. В. Ржевский, В. А. Букринский, В. М. Гудков, И. Н. Ушаков, А. А. Трофимов, В. И. Борщ-Компанец, Г. Г. Ломоносов и др.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

При изложении материала в настоящем учебном пособии авторы придерживались следующей системы обозначений:

1. Точки пространства обозначены прописными буквами латинского алфавита: A, B, C, D, \dots

2. Прямые и кривые линии пространства обозначены строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, d, \dots

3. Плоскости, а также поверхности пространства обозначены прописными буквами греческого алфавита: $\theta, \Lambda, \Sigma, \Phi, \Psi, \dots$

4. Углы обозначены строчными буквами греческого алфавита: $\angle \alpha, \angle \beta, \angle \gamma, \angle \mu, \dots$; размер угла $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, \dots$

5. Горизонтальные прямые обозначены буквой h .

6. Последовательность геометрических образов обозначается надстрочным индексом:

точек — A^1, A^2, A^3, \dots

прямых — a^1, a^2, a^3, \dots

плоскостей — $\Sigma^1, \Sigma^2, \Sigma^3, \dots$

7. Проекции точек, прямых, плоскостей и поверхностей обозначены теми же буквами, какими обозначены их оригиналы.

8. Новые положения точки A , прямой m или плоскости Σ после преобразования соответственно обозначены: $\bar{A}, \bar{m}, \bar{\Sigma}$, а после двух преобразований — $\bar{\bar{A}}, \bar{\bar{m}}, \bar{\bar{\Sigma}}$.

9. Основные операции обозначены:

совпадение двух геометрических элементов \equiv , например: $A \equiv B$;

взаимная принадлежность двух геометрических элементов \in , например: $A \in m$;

пересечение геометрических элементов \cap или \times , например: $m \cap \Sigma$;

скрещивание прямых $\dot{-}$, например: $m \dot{-} n$;

результат геометрического действия $=$, например: $m \cap \Sigma = A$.

* Несколько раньше, в 1795 г. в Журнале нормальной школы были опубликованы стенограммы лекций Г. Монжа.

Часть I
**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
 ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ
 ГРАФИКИ**

**1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ
 ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ПЛОСКОСТИ**

Изображение пространственных форм на плоскости производят в начертательной геометрии методом проекций. Проекцией точки A на плоскости Π' называют точку A' пересечения прямой a с плоскостью Π' (рис. 1.1). Прямую a принято называть проецирующим лучом, плоскость Π — плоскостью проекций.

Метод центрального проецирования. Для построения фигуры $ABCD$ из точки S пространства, называемой центром проекций, проводят проецирующие лучи a, b, c и d к характерным точкам фигуры (рис. 1.2). Совокупность точек A', B', C' и D' пересечения проецирующих лучей с плоскостью Π' представляет собой проекцию фигуры на данной плоскости проекций.

Метод, в котором все проецирующие лучи проходят через одну и ту же точку S пространства, называют методом центрального проецирования, а проекции — центральными.

Метод параллельного проецирования. При удалении центра проекций на бесконечно большое расстояние от плоскости Π' центральное проецирование преобразуется в параллельное. В этом случае проецирующие лучи параллельны друг другу и одинаково наклонены к плоскости проекций. Направление s проецирующих лучей называют направлением проецирования (рис. 1.3).

В зависимости от направления проецирования параллельные проекции делят на косоугольные и прямоугольные. В прямоугольном проецировании проецирующие лучи перпендикулярны к плоскости проекций, в косоугольном они составляют с плоскостью проекций угол, не равный 90° (рис. 1.4).

1.1. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ

Сущность метода прямоугольных проекций заключается в проецировании изображаемого предмета на две и более взаимно перпендикулярные плоскости проекций лучами, перпендикулярными к этим плоскостям.

На рис. 1.5, *a* изображены две взаимно перпендикулярные плоскости проекций: горизонтальная Π_1 и фронтальная Π_2 . Линия их пересечения x — ось проекций. В пространстве на произвольном

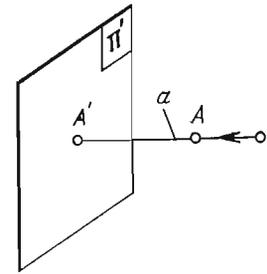


Рис. 1.1

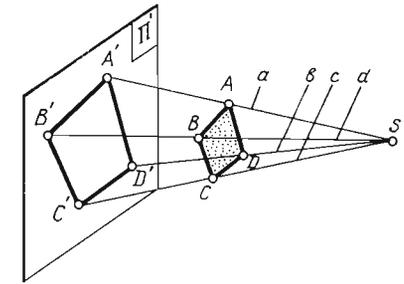


Рис. 1.2

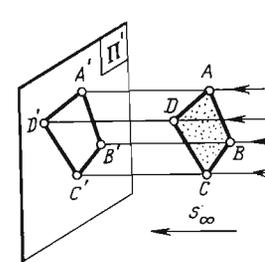


Рис. 1.3

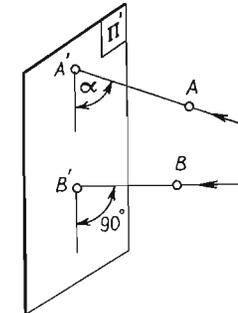


Рис. 1.4

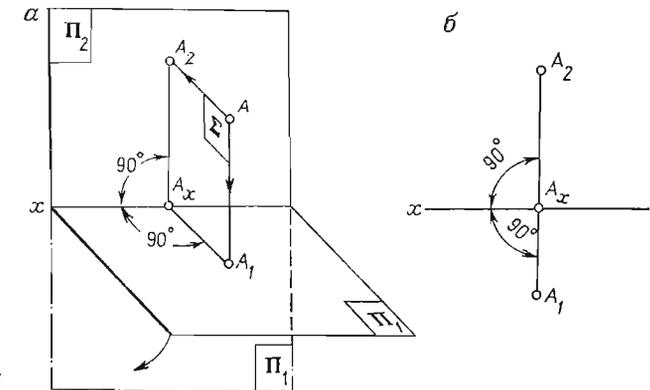


Рис. 1.5

расстоянии от этих плоскостей задана точка A . Для построения ее проекций из точки A опускают перпендикуляры на плоскости Π_1 и Π_2 , которые пересекают эти плоскости в точках A_1 и A_2 . Полученные точки и являются проекциями точки A : A_1 — горизонтальная проекция, A_2 — фронтальная проекция. Следовательно, прямоугольная проекция точки представляет собой основание пер-

пендикуляра, опущенного из проецируемой точки пространства на плоскость проекций. Расстояние AA_2 от точки пространства до фронтальной плоскости проекций называют глубиной точки A , расстояние AA_1 до горизонтальной плоскости проекций — высотой точки A .

Из рис. 1.5 видно, что проецирующие лучи AA_1 и AA_2 определяют некоторую плоскость Σ , перпендикулярную как к плоскостям проекций, так и к линии их пересечения — оси x . Плоскости проекций Π_1 и Π_2 пересекают плоскость Σ по прямым A_1A_x и A_2A_x , ось проекций x — в точке A_x . Следовательно, $A_2A_x \perp x$; $A_1A_x \perp x$.

Удалив точку A и совместив плоскость Π_1 с плоскостью Π_2 , вращая первую вокруг оси x , получают плоский чертеж, содержащий проекции A_1 и A_2 проецируемой точки A . В начертательной геометрии его называют комплексным чертежом (рис. 1.5, б).

Проекция точки на этом чертеже располагаются на общем перпендикуляре к оси проекций x . Линию A_2A_1 , соединяющую разноименные проекции точки, называют линией проекционной связи. Комплексный чертеж является обратимым, так как по нему можно реконструировать оригинал (проецируемую точку A). Для этого необходимо в точке A_2 или A_1 восставить перпендикуляр к плоскости чертежа и отложить на нем глубину A_1A_x или высоту A_2A_x точки. Конец перпендикуляра определит положение точки A в пространстве. Из сказанного следует, что две точки на комплексном чертеже однозначно определяют ее пространственное расположение.

1.2. ТРЕХКАРТИННЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ. КООРДИНАТЫ ТОЧКИ

В практике построения технических чертежей часто возникает необходимость в использовании дополнительной проекции изображаемого предмета, так как две проекции не обеспечивают ясность его форм и размеры. В этом случае вводят еще одну плоскость — Π_3 , которая носит название профильной плоскости проекций. Профильная плоскость располагается перпендикулярно к двум другим плоскостям, образуя в пространстве трехгранный угол, составленный плоскостями Π_1 , Π_2 , Π_3 . Линии пересечения плоскостей Π_1 с Π_3 и Π_2 с Π_3 также носят название осей проекций и обозначаются соответственно буквами y и z .

На рис. 1.6, а показано построение трех проекций точки A . Из проецируемой точки опускают перпендикуляры на все три плоскости. Развернув трехгранный угол и совместив плоскости Π_1 и Π_3 с плоскостью Π_2 , вращая первую вокруг оси x , а вторую вокруг оси z , получают трехкартинный комплексный чертеж точки A (рис. 1.6, б). Третья проекция точки A носит название профильной проекции. Расстояние от профильной плоскости проекций носит название широты точки. Оно изобразилось на чертеже отрезком AA_3 (или A_1A_y).

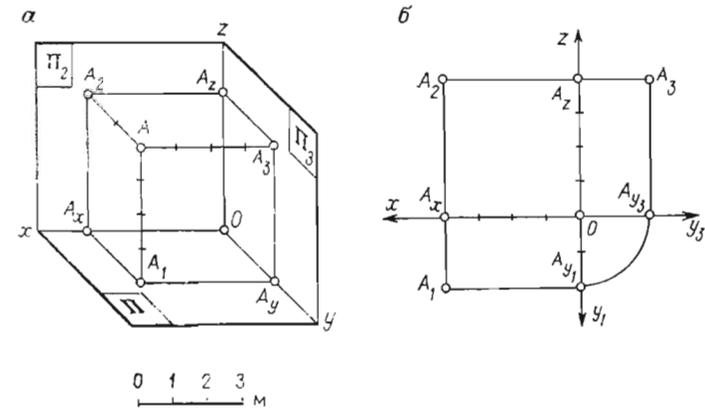


Рис. 1.6

Если плоскости проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 принять за координатные плоскости, то широта точки, равно как ее глубина и высота, могут быть измерены какой-либо единицей длины и выражены числами, которые носят название координат точки. Число, определяющее расстояние от точки A до плоскости Π_3 , называют абсциссой точки, расстояние до плоскости Π_2 — ординатой точки и расстояние до плоскости Π_1 — аппликатой точки. Координаты точки обозначают соответственно буквами x , y , z и записывают в следующем порядке: $A(4, 2, 4)$ (рис. 1.6, а). Выше говорилось, что широта, глубина и высота точки определяются на комплексном чертеже расстояниями от проекций точки до соответствующих осей проекций. Следовательно, и координаты точки могут быть определены по ее комплексному чертежу (рис. 1.6, б): $x = OA_x = 4$ ед., $y = -OA_{y1} = 2$ ед., $z = OA_z = 4$ ед.

1.3. ПРЯМАЯ ЛИНИЯ

Проекция прямой линии на плоскость есть прямая. Отсюда следует, что для построения проекций прямой достаточно построить проекции двух точек, ей принадлежащих, и соединить их одноименные проекции прямыми линиями (рис. 1.7).

В зависимости от расположения прямых в пространстве относительно плоскостей проекций различают три вида прямых: прямые общего положения, прямые уровня и проецирующие прямые. На рис. 1.7 изображены проекции прямой n (прямой общего положения), не параллельной и не перпендикулярной к плоскостям проекций. Проекция отрезка прямой n меньше его истинной длины: $A_1B_1 < AB$; $A_2B_2 < AB$. Различают три типа прямых уровня: горизонтальную, фронтальную и профильную прямые.

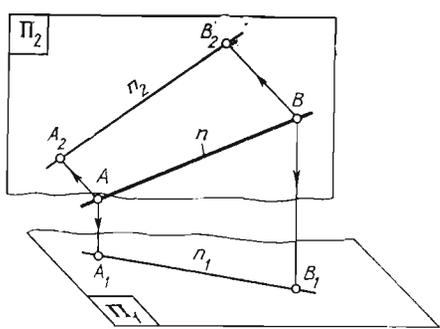


Рис. 1.7

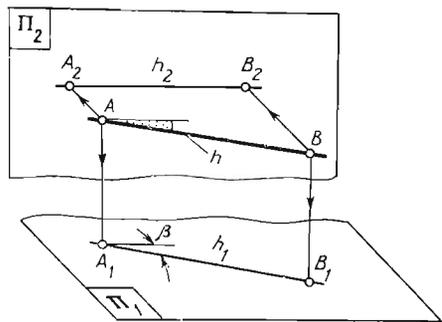
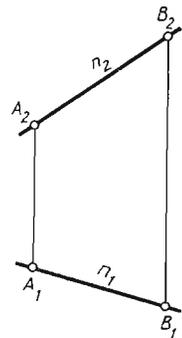


Рис. 1.8

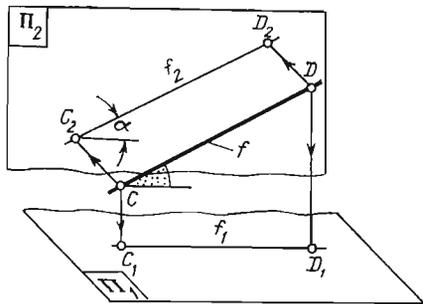
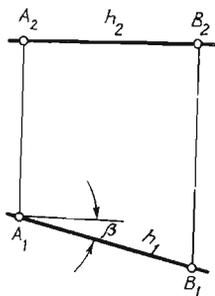
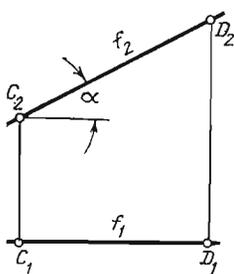


Рис. 1.9



К прямым уровня относятся прямые, параллельные какой-либо из плоскостей проекций. Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется горизонтальной прямой или горизонталью — h (рис. 1.8). Все точки этой прямой имеют одну и ту же высоту, следовательно, ее фронтальная проекция h_2 парал-

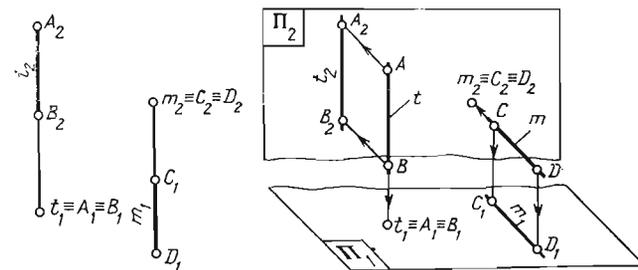


Рис. 1.10

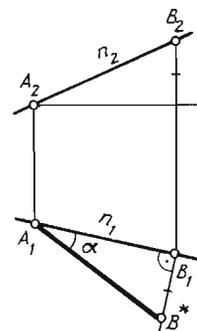


Рис. 1.11

ельна оси x (перпендикулярна к вертикальной линии связи). Угол β , образованный горизонтальной проекцией h_1 и осью x , является углом наклона прямой к фронтальной плоскости проекций. Горизонтальная проекция отрезка AB , принадлежащего этой прямой, равна его истинной длине: $A_1B_1 = AB$.

Прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций (рис. 1.9), называется фронтальной прямой или фронталью — f . Все точки прямой имеют одну и ту же глубину, следовательно, ее горизонтальная проекция на комплексном чертеже параллельна оси x (перпендикулярна к линии проекционной связи). Угол, образованный фронтальной проекцией и осью x , определяет истинную величину угла наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций. Фронтальная проекция какого-либо отрезка, принадлежащего прямой, равна его истинной длине.

Прямые, перпендикулярные к одной из плоскостей проекций, называются проецирующими. На рис. 1.10 изображена горизонтально проецирующая прямая t , перпендикулярная к горизонтальной плоскости проекций. Горизонтальная проекция прямой t вырождается в точку, фронтальная совпадает с линией вертикальной связи. Прямая m , перпендикулярная к фронтальной плоскости проекций, носит название фронтально проецирующей прямой. Фронтальная проекция прямой m вырождается в точку, горизонтальная — совпадает с линией вертикальной связи.

Из сказанного следует, что одноименные проекции точек, принадлежащих этим прямым, совпадут с проекциями самих прямых: $t_1 \equiv A_1 \equiv B_1$, $m \equiv C_2 \equiv D_2$. Такие точки принято называть конкурирующими. Точки A и B , принадлежащие горизонтально проецирующей прямой t , называются горизонтально конкурирующими, точки C и D , принадлежащие фронтально проецирующей прямой m , — фронтально конкурирующими.

В качестве примера определим длину отрезка прямой общего положения. Это можно осуществить с помощью построения прямоугольного треугольника, одним из катетов которого является проекция отрезка AB на плоскость Π_1 (рис. 1.11). Гипотенуза A_1B^* прямоугольного треугольника представляет собой истинную длину отрезка, а угол α определяет угол наклона прямой к плоскости проекции Π_1 . Длину отрезка и угол наклона прямой к плоскости проекции Π_2 можно определить, построив прямоугольный треугольник на фронтальной проекции отрезка.

1.4. плоскость

Положение плоскости в пространстве, а следовательно, и на комплексном чертеже определяется (рис. 1.12):

- 1) тремя точками, не лежащими на одной прямой, — плоскость $\Sigma(ABC)$ — рис. 1.12, а;
- 2) прямой a и точкой C , не лежащей на этой прямой, — плоскость $T(a, C)$ — рис. 1.12, б;
- 3) двумя пересекающимися прямыми n и m — плоскость $\Delta(n \cap m)$ — рис. 1.12, в;
- 4) двумя параллельными прямыми a и b — плоскость $\Lambda(a \parallel b)$ — рис. 1.12, г;
- 5) любой плоской фигурой ABC — рис. 1.12, д.

Каждый из указанных способов задания плоскости позволяет однозначно судить о положении ее в пространстве.

Плоскость на комплексном чертеже можно задать прямыми линиями, по которым данная плоскость пересекается с плоскостями проекций. Эти линии в начертательной геометрии называют следами плоскости (рис. 1.13). Линия пересечения плоскости Σ с горизонтальной плоскостью проекций называется горизонтальным следом плоскости и обозначается h^2 . Линия пересечения плоскости с фронтальной плоскостью проекций называется фронтальным следом и обозначается f^2 .

В общем случае следы плоскости пересекаются в точке F_x^2 , лежащей на оси проекций, которая называется точкой схода следов, следовательно, задание плоскости следами является частным случаем задания ее двумя пересекающимися прямыми h и f . Каждый из следов плоскости совпадает со своей одноименной проекцией, другая проекция следа лежит на оси проекций. Например, гори-

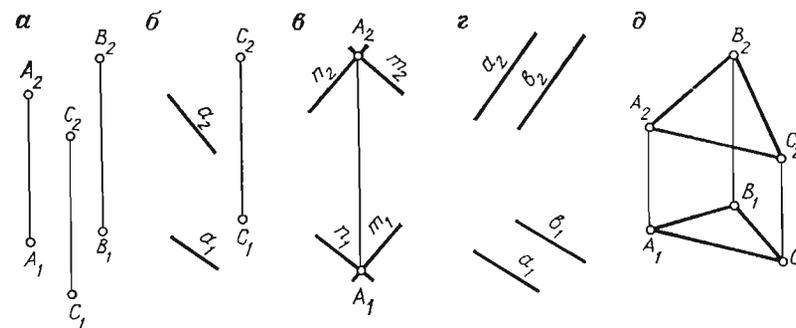


Рис. 1.12

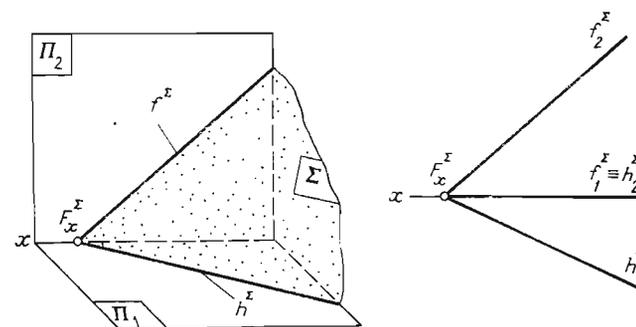


Рис. 1.13

зонтальная проекция горизонтального следа совпадает с самим следом, фронтальная проекция горизонтального следа лежит на оси x .

Ко всему сказанному о плоскости необходимо добавить, что каждый рассмотренный способ изображения плоскости допускает переход к любому другому.

В зависимости от расположения плоскостей в пространстве относительно плоскостей проекций различают плоскости общего положения, проецирующие плоскости и плоскости уровня.

Плоскость, не перпендикулярная ни к одной из плоскостей проекций, называется плоскостью общего положения (рис 1.13). Любая плоская фигура, лежащая в этих плоскостях, проецируется на все три плоскости проекций с искажением.

Плоскость, перпендикулярная к одной из плоскостей проекций, называется проецирующей плоскостью. Горизонтально проецирующая плоскость — плоскость, перпендикулярная к горизонтальной плоскости проекций. Фронтально проецирующая плоскость — плоскость, перпендикулярная к фронтальной плоскости проекций.

Наконец, плоскость, параллельная какой-либо плоскости проекций, называется плоскостью уровня. Всякая фигура, лежащая в этой плоскости, проецируется на фронтальную плоскость проекций без искажения. Горизонтальная проекция фигуры изобразится прямой линией, перпендикулярной к линии проекционной связи.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается разница между параллельным и центральным проецированием? Между прямоугольным и косоугольным?
2. Что такое комплексный чертеж и как он образуется?
3. Где будут находиться горизонтальная и фронтальная проекции точек, принадлежащих соответственно плоскостям проекций Π_1 и Π_2 ? Где будут находиться и горизонтальная и фронтальная проекции точки, принадлежащей обеим плоскостям проекций?
4. Как располагаются проекции прямой общего положения по отношению к плоскостям проекций?
5. Каким методом определяется истинная длина отрезка прямой общего положения и углы ее наклона к плоскостям проекций?
6. Какие существуют способы для задания на комплексном чертеже плоскостей общего положения и проецирующих плоскостей?

2. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ. ТОЧКА, ПРЯМАЯ ЛИНИЯ

2.1. СУЩНОСТЬ МЕТОДА. ПРОЕКЦИИ ТОЧЕК НА ПЛАНЕ

В прямоугольных проекциях изображаемый предмет проецируют на две и более плоскости проекций. Но если вертикальные размеры изображаемого предмета существенно невелики по сравнению с горизонтальными (длиной и шириной), то построение фронтальной проекции затруднительно, а практическое ее использование неудобно. В таком случае пользуются особым методом построения изображений, называемым методом проекций с числовыми отметками. Наибольшее применение этот метод нашел в решении задач при горном и геологоразведочном производстве.

Сущность метода проекций с числовыми отметками заключается в следующем. Изображаемый предмет прямоугольно проецируют только на одну горизонтально расположенную плоскость проекций Π_0 , называемую плоскостью нулевого уровня. На чертеже в этом случае отображаются только два его измерения: длина и ширина. Третье измерение — высота изображаемого предмета — выражается числами, определяющими расстояние от точек предмета до плоскости проекций. Условимся в дальнейшем эти числа называть числовыми отметками. Плоскость проекции Π_0 , относительно которой ориентируют точки пространства, называют основной плоскостью или плоскостью нулевого уровня. В решении географических, геодезических и геологических задач за такую плоскость принимают уровень воды моря и океана. В СССР все абсолютные

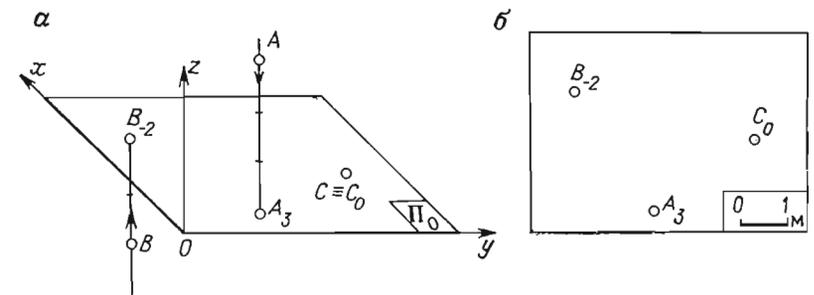


Рис. 2.1

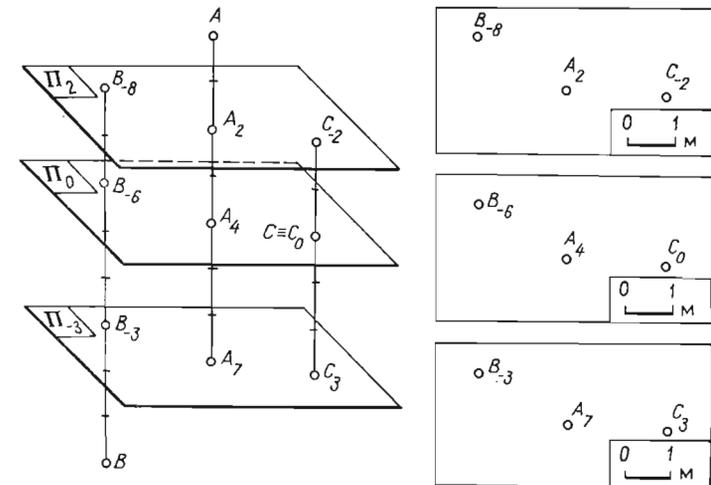


Рис. 2.2

высоты отсчитываются от нуля Кронштадтского футштока. Изображение в проекциях с числовыми отметками называют планом.

Для полного определения пространственного расположения изображенных на чертеже точек необходимо наличие масштаба (масштаб всегда указывается на чертеже) и указания линейной единицы, в которой выражены числовые отметки.

На рис. 2.1, а изображены точки A , B и C . Основания перпендикуляров, опущенных из этих точек на плоскость Π_0 , являются их проекциями на эту плоскость. Проекция каждой точки определяет две координаты точки в пространстве: по оси x и по оси y . Третья координата по оси z — высота точки — определяется числом. Точка A находится над плоскостью Π_0 и отстоит от нее на

расстоянии 3 ед. длины. Точка B находится под плоскостью Π_0 на расстоянии 2 ед. длины. Эти числа указаны около проекций точек A и B . Числовые отметки точек, расположенных ниже плоскости Π_0 , имеют отрицательный знак (B_{-2}). Точка C , принадлежащая плоскости нулевого уровня, имеет нулевую отметку (C_0). На рис. 2.1, б дан план, на котором показаны проекции точек A , B и C с их числовыми отметками.

В решении практических задач геодезии, а также маркшейдерии возможен случай перехода от одной плоскости проекций к другой: новую плоскость проекций располагают параллельно Π_0 , но выше или ниже нее (рис. 2.2). Расположение точек в пространстве остается неизменным, поэтому положение их проекций не изменяется, изменяются только отметки точек. Если новую плоскость расположить выше первоначальной, то положительные отметки всех точек уменьшатся на n ед. (на рис. 2.2 на 2 ед.), а отрицательные — увеличатся на n ед. (на рис. 2.2 на 2 ед.). Если плоскость проекций расположить ниже, то отрицательные отметки всех точек уменьшатся на n ед., а положительные — увеличатся на n ед. (на рис. 2.2 на 3 ед.). Числовая отметка, выражающая удаление точки от плоскости проекций, называется абсолютной, от произвольно взятой плоскости проекций — условной.

2.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРЯМЫХ И СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПРЯМОЙ НА ПЛАНЕ

В основу классификации прямых берут их расположение относительно плоскости проекций. Получают три вида прямых: наклонные, горизонтальные и вертикальные.

Наклонные прямые. Наклонная прямая m (рис. 2.3, а) не параллельна и не перпендикулярна к плоскости проекций и может быть определена: 1) двумя точками — $m(A_1B_4)$, рис. 2.3, б; 2) точкой B , направлением наклона (на плане показано стрелкой) и величиной угла наклона к плоскости проекций Π_0 — $m(B_4 \angle 40^\circ)$ (рис. 2.3, в). Определитель прямой условимся указывать в скобках.

Под определителем прямой будем понимать совокупность условий, необходимых и достаточных для ее однозначного задания. На рис. 2.3, б, в прямая m задана на плане двумя указанными способами.

У наклонной прямой различают два направления: направление падения и противоположное ему направление восстания. Каждое из направлений с северным направлением меридиана составляет на плане угол, который носит название азимута. Угол β (азимут) отсчитывают по ходу часовой стрелки (рис. 2.3, в).

В горно-геологической практике, помимо перечисленных выше двух способов, используется задание прямой ее элементами залегания: точкой, азимутом падения и углом наклона прямой к пло-

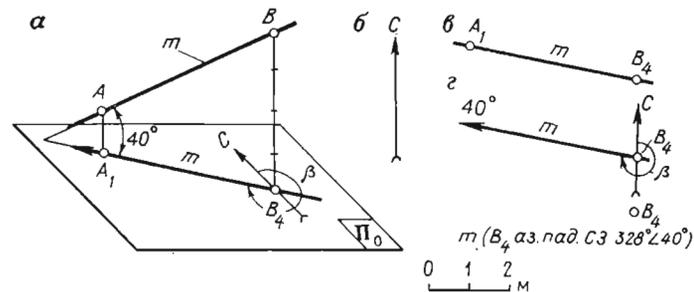


Рис. 2.3

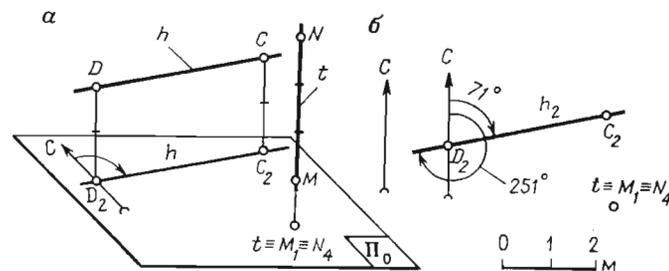


Рис. 2.4

скости проекций, который носит название угла падения прямой. Под азимутом падения понимают правый угол, составленный на плане северным направлением меридиана и направлением падения прямой. Определитель прямой записывается в следующем порядке (рис. 2.3, в): $m(B_4 \text{ аз. пад. } СЗ 328^\circ \angle 40^\circ)$. Кроме угловой величины азимута (для большей ясности) указывают и азимутальную четверть (СВ, ЮВ, ЮЗ, СЗ), в которой этот угол находится. На плане проекция отрезка наклонной прямой m меньше его наклонной длины: $|A_1B_4| < |AB|$.

Горизонтальная прямая. Прямая h (C_2D_2) параллельна плоскости проекций (рис. 2.4, а). Такую прямую называют горизонтальной. Горизонтальная прямая проходит через точки, расположенные на одной и той же высоте. Поэтому на чертеже (рис. 2.4, б) такую прямую можно задать проекцией с указанием высоты, на которой она проходит, — h_2 .

У горизонтальной прямой различают два направления, которые носят название направлений простираения. На плане с северным направлением меридиана они составляют углы, которые называют азимутами простираения. Под азимутом простираения понимают правый угол, составленный на плане северным направлением меридиана и одним из направлений простираения прямой. Второе направление простираения образует азимут, величина которого больше

первого на 180° . Определитель горизонтальной прямой записывается в следующем порядке: $h(D_2 \text{ аз. пр. } \frac{CB71}{ЮВ251})$. Отрезок горизонтальной прямой проецируется без искажения: $|C_2D_2| = |CD|$, так как $\alpha = 0^\circ$, $\cos 0^\circ = 1$.

Вертикальная прямая. Прямая $t (M_1N_4)$, перпендикулярная к основной плоскости проекций, показана на том же рис. 2.4, а. Такую прямую называют вертикальной. Проекция вертикальной прямой вырождается на плане в точку (рис. 2.4, б). Проекции точек M и N , принадлежащих вертикальной прямой, совпадают: $M_1 \equiv N_4$. Точки, проекции которых на плане совпадают, называют конкурирующими.

Истинную длину отрезка вертикальной прямой можно определить аналитически как разность числовых отметок его концов: $|NM| = 4 - 1 = 3 \text{ м}$.

2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТИННОЙ ДЛИНЫ ОТРЕЗКА И УГЛА ПАДЕНИЯ ПРЯМОЙ

Истинную длину отрезка наклонной прямой n , а также угол ее падения можно определить построением ее профиля (рис. 2.5). Через прямую n проводят вспомогательную вертикальную плоскость T , которую в дальнейшем условимся называть плоскостью профиля прямой (рис. 2.5, а). Плоскость профиля совмещают с плоскостью чертежа наложением ее на свободное от построений место (рис. 2.5, б). Построенная проекция отрезка (профиль отрезка) равна его истинной длине. Угол α , составленный профилем отрезка и линией горизонта, является углом падения прямой n .

Построение профиля прямой n сводится к построению ее вертикальной проекции и проводится в следующем порядке:

1) на свободном месте чертежа наносят линию вертикального масштаба (при решении метрических задач вертикальный масштаб берут равным горизонтальному — рис. 2.5, б);

2) на произвольно выбранном горизонте (в рассматриваемом примере на горизонте 0 метров) отмечают положение горизонтальных проекций заданных точек A и B , соблюдая равенство: $|A^0B^0| = |A_1B_{3,5}|$. Точки A^0 и B^0 условимся в дальнейшем называть основаниями точек;

3) через основания точек проводят линии вертикальной связи до пересечения их с горизонтами 1 и 3,5 в точках A и B . Точки A и B определяют профиль прямой n . Угол α , составленный профилем прямой n и линией горизонта, определяет наклон прямой к плоскости проекций. Отрезок AB определяет истинное расстояние между точками A и B .

В практике решения горно-геологических задач построенное изображение носит название профиля разреза, выполненного плоскостью T по направлению прямой n .

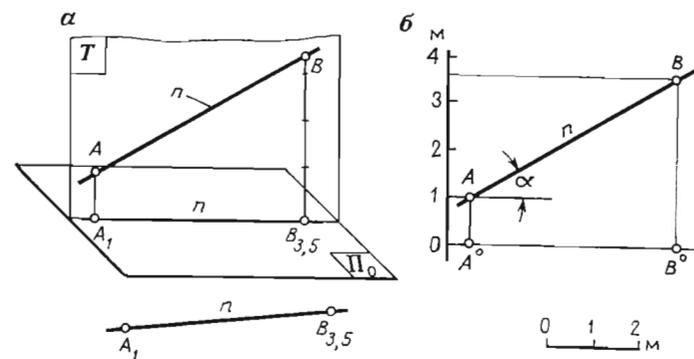


Рис. 2.5

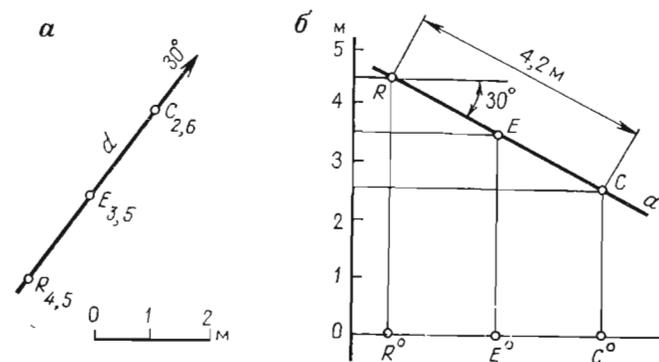


Рис. 2.6

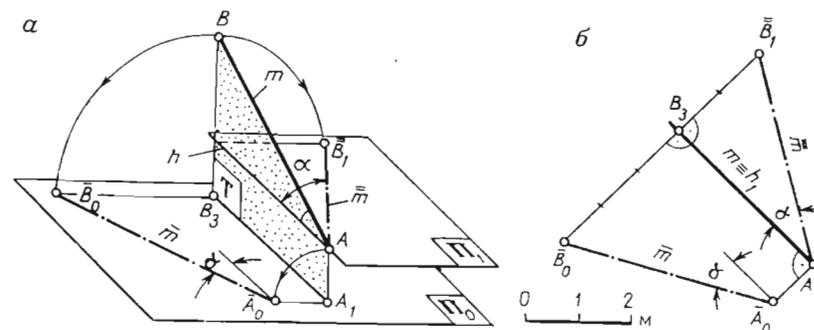


Рис. 2.7

На рис. 2.6 дан пример построения профиля прямой d , заданной на плане точкой R , направлением падения и углом падения 30° (рис. 2.6, а). Построение профиля и в этом случае начинают с проведения масштабной вертикальной линии (рис. 2.6, б). На горизонте 4,5 м отмечают точку R , через которую проводят профиль прямой d , пересекающий линию горизонта под углом 30° .

По профилю прямой можно построить на плане проекцию точки C , принадлежащей прямой d и удаленной от точки R на расстояние 4,2 м, а также построить проекцию точки E с заданной числовой отметкой. Решение задачи в первом случае:

1) на профиле прямой d , отложив от точки R длину 4,2 м, отмечают точку C ;

2) определяют основание — C° и высотную отметку точки — 2,6 м;

3) строят проекцию точки C на плане, исходя из равенства: $|R^\circ C^\circ| = |R_{4,5} C_{2,5}|$.

Во втором случае проекцию точки с отметкой 3,5 м определяют проведением линии соответствующего горизонта до пересечения ее с профилем прямой в точке E . Построив основание E° , строят проекцию точки E на плане: $|R^\circ E^\circ| = |R_{4,5} E_{3,5}|$.

На рис. 2.7 рассматривается другой метод построения профиля прямой m , заданной на плане точками A и B . Вертикальную плоскость T (плоскость профиля прямой) вращением вокруг линии пересечения ее с плоскостью проекций совмещают с плоскостью чертежа (рис. 2.7, а). На плане построение профиля прямой проводят в следующем порядке: через точки A_1 и B_3 перпендикулярно к проекции прямой m проводят линии проекционной связи, на которых в масштабе плана откладывают высоты точек A и B . Точки A_0 и B_0 определяют профиль прямой m . Профиль отрезка равен его истинной длине $|\bar{A}_0 \bar{B}_0| = |AB|$ (рис. 2.7, б).

Профиль прямой можно строить, совмещая плоскость T с любой горизонтальной плоскостью. В этом случае плоскость T вращается вокруг линии пересечения ее с горизонтальной плоскостью Π_1 . Решение задачи на плане сводится либо к построению прямоугольной трапеции $A_1 \bar{A}_0 \bar{B}_0 B_3$, либо прямоугольного треугольника $A_1 \bar{B}_1 B_3$, один из катетов которого равен длине проекции отрезка, а второй — разности высот его концов.

2.4. УКЛОН И ЗАЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

На рис. 2.8 изображен отрезок прямой m , наклоненной к плоскости проекций под углом α . Однако наклон прямой к плоскости Π_0 может быть выражен не только величиной угла падения, но и другими величинами — уклоном, обозначаемым буквой i , а также заложением прямой, обозначаемым буквой l . Уклон прямой равен тангенсу угла падения

$$i = \operatorname{tg} \hat{\alpha}.$$

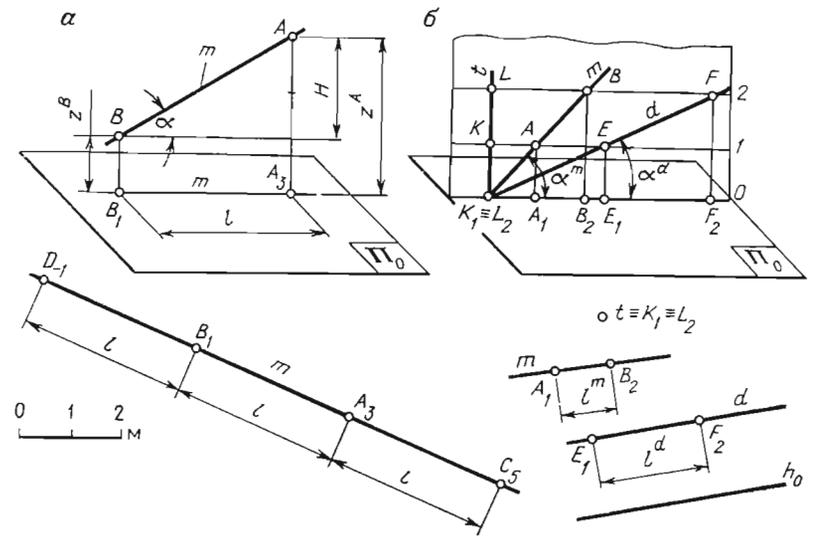


Рис. 2.8

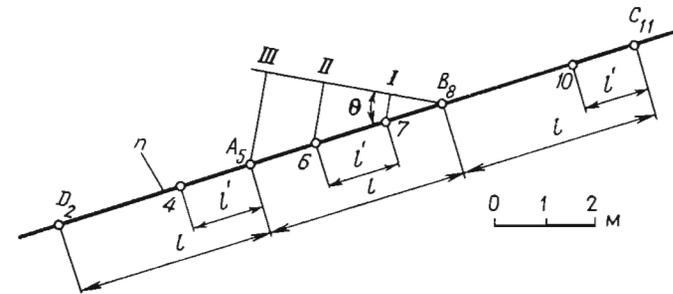


Рис. 2.9

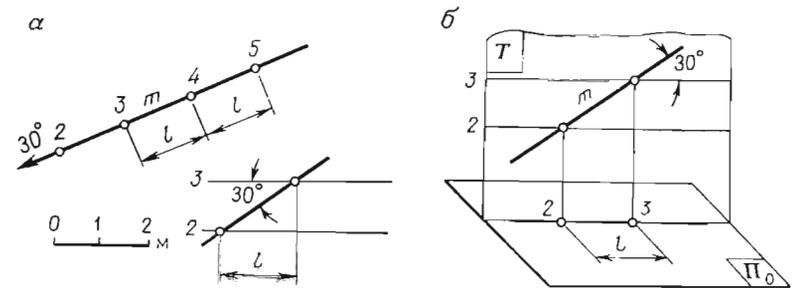


Рис. 2.10

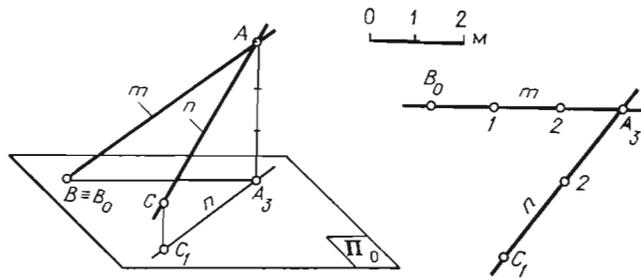


Рис. 2.12

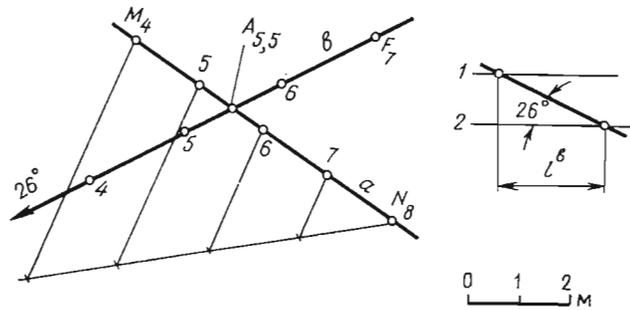


Рис. 2.13

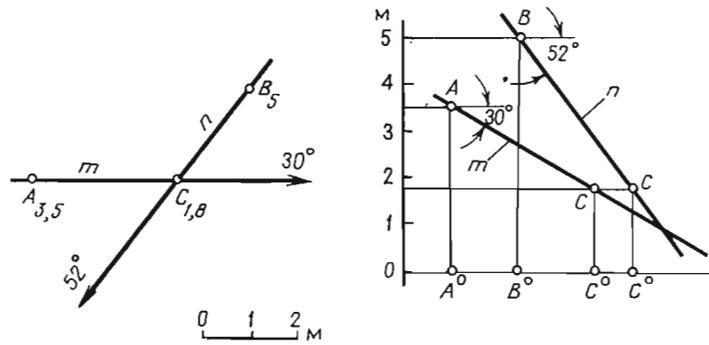


Рис. 2.14

Пересекающиеся прямые. Пересекающиеся прямые имеют общую точку (рис. 2.12). Следовательно, на плане проекции таких прямых пересекаются, причем точка пересечения имеет одинаковую отметку. Отметку общей для прямых точки определяют либо интерполированием прямых (рис. 2.13), либо построением их профилей (рис. 2.14).

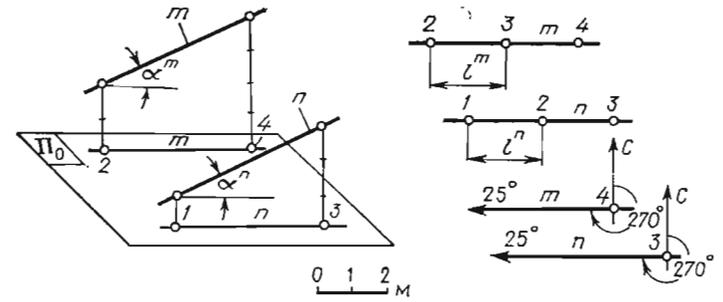


Рис. 2.15

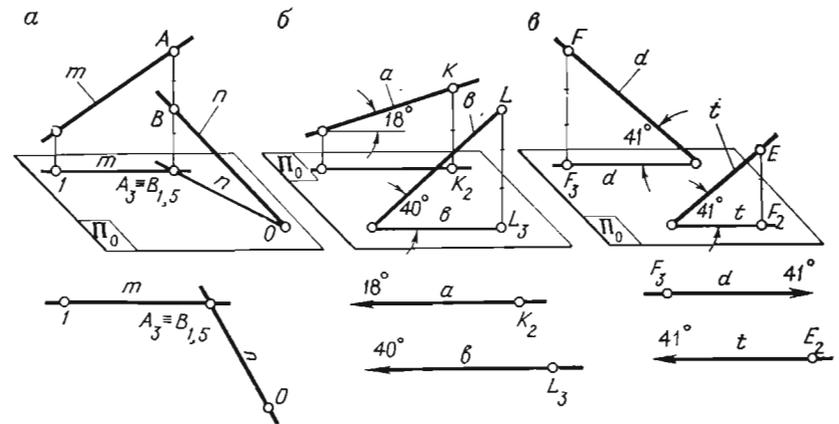


Рис. 2.16

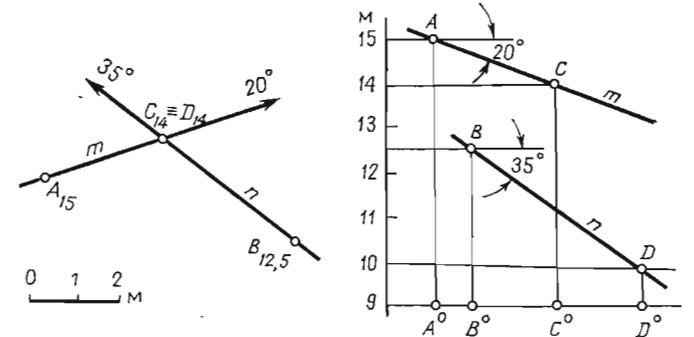


Рис. 2.17

Решая задачу первым способом, построения выполняют в следующем порядке: прямую a интерполируют делением отрезка M_4N_8 на четыре равных части, а прямую b интерполируют с помощью масштаба заложений. Отметка искомой точки A и в одном, и в другом случаях равна 5,5 м, следовательно, точка A является общей для прямых a и b . На рис. 2.14 дан другой способ решения задачи. Построив профили прямых m и n , определяют отметку искомой точки C . В обоих случаях она равна 1,8 м. В целях сокращения количества построений плоскость профиля прямой m совмещают с плоскостью профиля прямой n . При построении профилей прямых расстояние между основаниями точек A и B берут произвольным. В решении практических задач рассмотренный вид построений профилей прямых носит название сводного разреза.

Параллельные прямые. У параллельных прямых m и n углы падения равны (рис. 2.15): $\angle \alpha^m = \angle \alpha^n$. Равенство углов определяет равенство заложений: $l^m = l^n$. Плоскость профиля прямой m параллельна плоскости профиля прямой n . Следовательно, у параллельных прямых проекции параллельны, заложения равны (углы падения равны), направления падения совпадают: пад \rightleftharpoons , т. е. параллельные прямые имеют одинаковые элементы залегания.

Скрещивающиеся прямые. Прямые, не пересекающиеся и не параллельные между собой, называются скрещивающимися. Возможны три случая расположения двух скрещивающихся прямых (рис. 2.16):

- 1) проекции прямых m и n пересекаются, но точка пересечения имеет разные числовые отметки, она является проекцией конкурирующих точек A и B , расположенных на одном и том же проецирующем луче (рис. 2.16, а);
- 2) проекции прямых a и b параллельны, но углы падения не равны: $\angle \alpha^a \neq \angle \alpha^b$; заложения также не равны: $l^a \neq l^b$ (рис. 2.16, б);
- 3) проекции прямых d и t параллельны, заложения равны, но направления падения не совпадают: пад \nrightarrow (рис. 2.16, в).

На рис. 2.17 взаимное расположение прямых m ($A_{15} \angle 20^\circ$) и n ($B_{12,5} \angle 35^\circ$) определяется построением профиля сводного разреза, из которого следует, что точка пересечения проекций прямых является проекцией двух различных точек пространства, через которые проходят прямые m и n . Высота точки C не равна высоте точки D . Следовательно, прямые m и n скрещиваются, причем прямая m проходит над прямой n . Отметим еще один признак, пользуясь которым можно отличить на плане пересекающиеся прямые от скрещивающихся: прямые линии, соединяющие точки с одинаковыми отметками, в случае пересекающихся прямых a и b взаимно параллельны (рис. 2.18, а), в случае скрещивающихся прямых m и n — не параллельны друг другу (рис. 2.18, б).

Взаимно перпендикулярные прямые. Линейный угол, образованный двумя пересекающимися прямыми, проецируется без искажения, если обе стороны угла параллельны плоскости проекций.

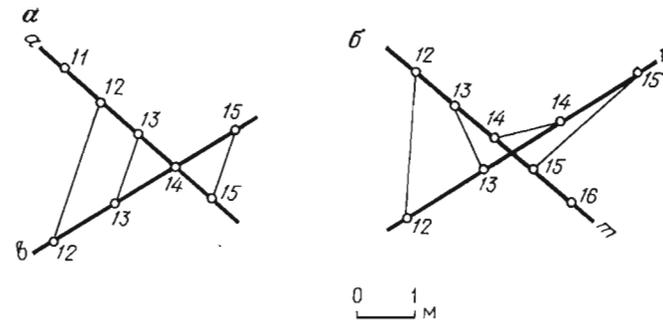


Рис. 2.18

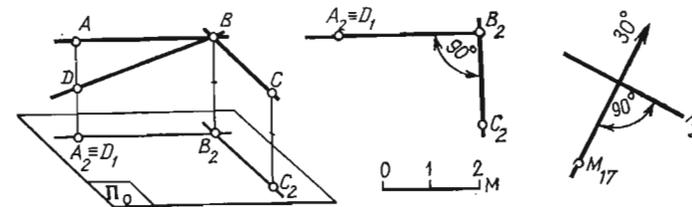


Рис. 2.19

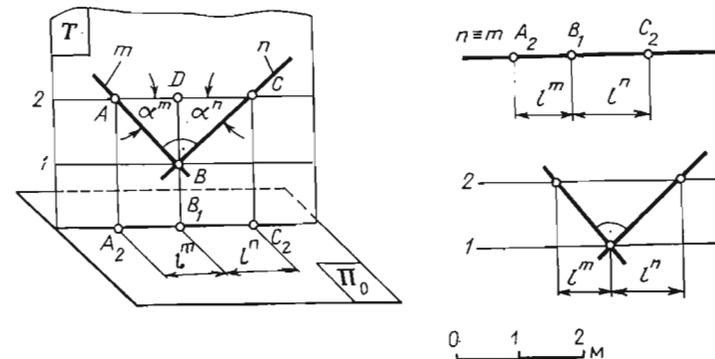


Рис. 2.20

Однако прямой угол проецируется без искажения и в том случае, если только одна из его сторон параллельна плоскости проекций. На рис. 2.19 изображен прямой угол ABC , стороны которого параллельны плоскости Π_0 . Он проецируется без искажения, т. е. $\angle A_2B_2C_2 = \angle ABC$. Отметим на проецирующем луче AA_2 произвольную точку D и соединим ее с точкой B . Полученный угол DBC — тоже прямой, так как отрезок BC перпендикулярен к плоскости Π_0 .

скости ABB_2A_2 . Точки D и A лежат на одном перпендикуляре к плоскости Π_0 , следовательно, проекции углов ABC и DBC совпадут. Отсюда следует, что $\angle D_1B_2C_2 = \angle A_2B_2C_2 = 90^\circ$. Это свойство прямого угла дает возможность строить на плане проекции двух взаимно перпендикулярных прямых, одна из которых является горизонталью.

На рис. 2.20 дан пример построения на плане проекций двух взаимно перпендикулярных прямых, лежащих в одной вертикальной плоскости T . Проекции прямых m и n на плане совпадают: $m \equiv n$. Сумма углов падения таких перпендикулярных прямых равна 90° : $\angle \alpha^m + \angle \alpha^n = 90^\circ$. Заложение прямой m обратно пропорционально заложению прямой n : $l^m = H/l^n$. Это следует из прямоугольного треугольника ABC , в котором $\frac{|AD|}{|BD|} = \frac{|BD|}{|DC|}$; $|BD|^2 = |AD| \cdot |DC| = l^m \cdot l^n$. Если $|BD|$ принять за единицу, соответствующую выбранной высоте сечения, то уравнение примет вид: $1 = l^m \cdot l^n$, откуда $l^m = 1/l^n$. Как видно из чертежа, падения у прямых m и n направлены в противоположные стороны: пад. \neq .

Контрольные вопросы

1. Почему в решении задач горного и геологоразведочного производства широкое применение нашел метод проекций с числовыми отметками?
2. Какие новые относительные числовые отметки будут иметь точки A_5 , B_{12} , C_0 , если новая плоскость проекций располагается выше плоскости Π_0 на 7 ед. масштаба?
3. Определите длину отрезка $|A_3B_{7,25}|$ вертикальной прямой t .
4. Что такое азимут падения и угол падения наклонной прямой?
5. Чему равно заложение прямой, если ее угол падения равен 45° ?
6. Как отличить на плане пересекающиеся и скрещивающиеся прямые?
7. Каковы условия параллельности двух прямых, заданных на плане?
8. В каком случае прямой угол проецируется на план без искажения в виде прямого угла?

3. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ. ПЛОСКОСТЬ

3.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПЛОСКОСТЕЙ И СПОСОБЫ ИХ ЗАДАНИЯ НА ПЛАНЕ

В основу классификации плоскостей берется их положение относительно плоскости проекций. Различают три вида плоскостей: наклонные, вертикальные и горизонтальные (рис. 3.1).

Наклонная плоскость. Плоскость Σ (ABC), не перпендикулярную и не параллельную плоскости проекций, называют наклонной. Наклонную плоскость определяют (рис. 3.2): тремя точками, не лежащими на одной прямой: Λ ($A_2C_{15}B_9$); прямой и точкой, не лежащей на этой прямой: Δ (m, L_{11}); двумя параллельными прямыми: Ψ ($a \parallel b$); двумя пересекающимися прямыми: θ ($t \times d$).

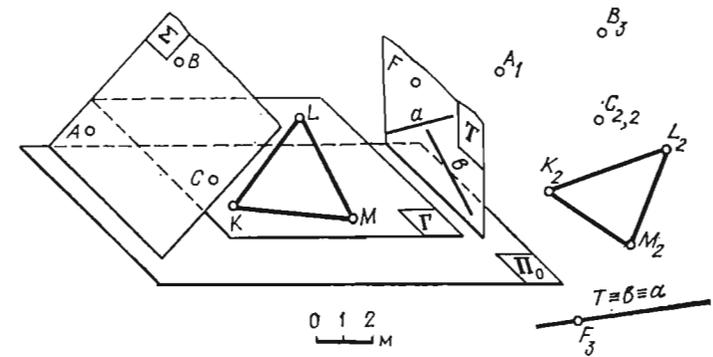


Рис. 3.1

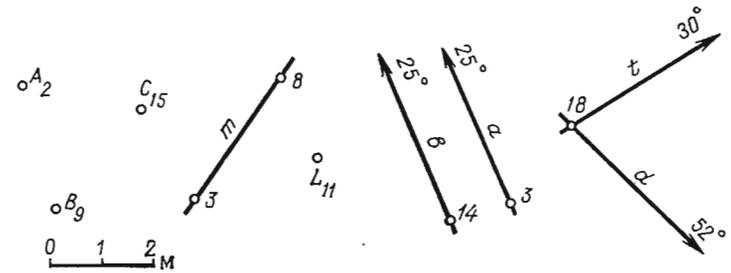


Рис. 3.2

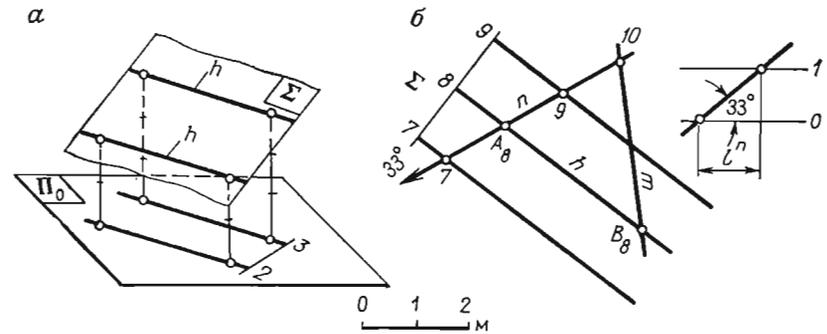


Рис. 3.3

Однако при решении задач плоскость удобнее всего задавать на плане горизонталями — линиями плоскости, расположенными параллельно плоскости проекций. Горизонтали плоскости проводят обычно через один и тот же высотный интервал, который называют высотой сечения. Проекции горизонталей на плане параллельны и отстоят друг от друга на одинаковом расстоянии (рис. 3.3, а).

Построение проекции горизонтали сводится к определению проекций двух точек плоскости, имеющих одинаковые отметки. На рис. 3.3, б дан пример построения горизонталей плоскости Σ , заданной на плане двумя пересекающимися прямыми m и n . Для определения точек, имеющих одинаковые отметки, интерполируют прямую n . Полученную точку A_8 соединяют с точкой B_8 прямой линией. Прямая h (A_8B_8) — искомая горизонталь плоскости Σ . Проекция остальных горизонталей проводят через соответствующие точки параллельно построенной.

Горизонтальная плоскость. Плоскость Γ ($K_3L_2M_2$) (см. рис. 3.1), параллельную плоскости проекций, называют горизонтальной. Всякая фигура, лежащая в горизонтальной плоскости, проецируется без искажения: $|K_2L_2| = |KL|$; $\angle K_2L_2M_2 = \angle KLM$; $\Delta K_2L_2M_2 = \Delta KLM$.

Вертикальная плоскость. Плоскость T (b, F_3) (см. рис. 3.1), перпендикулярную к плоскости проекций, называют вертикальной. Проекция вертикальной плоскости вырождается на плане в прямую линию, следовательно, и проекции прямых, лежащих в этой плоскости, совпадают: $T \equiv a \equiv b$. Такие прямые называют конкурирующими.

3.2. ЗАЛОЖЕНИЕ И УКЛОН ПЛОСКОСТИ

Кратчайшее расстояние между проекциями двух соседних горизонталей на плане называют заложением плоскости (рис. 3.4). Чем больше наклон плоскости к плоскости проекций, тем меньше расстояние между проекциями ее горизонталей, и наоборот, чем меньше наклон плоскости, тем больше это расстояние. Иначе говоря, с увеличением угла наклона заложение уменьшается, с уменьшением угла оно увеличивается: $L^\Sigma > l^A$; $\angle \alpha^\Sigma < \angle \alpha^A$.

Прямая u , лежащая в плоскости Σ перпендикулярно к ее горизонталям, называется линией падения плоскости (рис. 3.5).

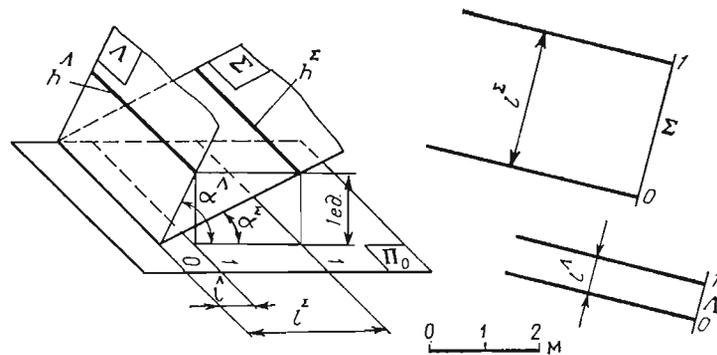


Рис. 3.4

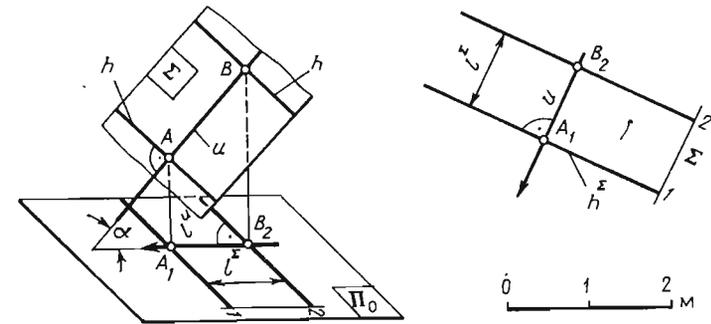


Рис. 3.5

Проекция линии падения перпендикулярна к проекции горизонтали: $u(A_1B_2) \perp h^\Sigma$. Это следует из свойств проекции прямого угла, одна сторона которого параллельна плоскости проекций. Угол α , составленный линией падения и ее проекцией, называют углом падения плоскости. Им определяют наклон плоскости к плоскости проекций: $\angle \alpha^u = \angle \alpha^\Sigma$. Следовательно, $l^u = l^\Sigma$. Заложение и уклон плоскости, как и в случае с прямой линией, величины обратно пропорциональные: $l^\Sigma = l/i^\Sigma$, где i^Σ — уклон плоскости.

В геологии линией падения определяют направление и угол падения слоев горных пород, рудных тел и т. п.

3.3. ЭЛЕМЕНТЫ ЗАЛЕГАНИЯ ПЛОСКОСТИ

В решении практических задач геологоразведочного производства поверхности, ограничивающие слои горных пород, рудных тел, разрывных нарушений и т. п., часто отождествляют с плоскостями, пространственное положение которых определяют тремя угловыми величинами: азимутом линии простирания, азимутом линии падения и углом падения (рис. 3.6). В геологии эти угловые величины носят название «элементов залегания».

Азимутом линии простирания называют правый угол β , составленный на плане северным направлением меридиана и одним из направлений простирания плоскости. Второе направление образует угол β' : $\beta' = \beta + 180^\circ$. Азимутом линии падения называют правый угол γ , составленный северным направлением меридиана и направлением падения плоскости. Линии простирания и падения взаимно перпендикулярны, следовательно, их азимуты отличаются друг от друга на 90° .

Запись элементов залегания наклонной плоскости производят следующим образом: Σ (A_3 аз. пад. ЮЗ $\hat{\gamma}^\circ \hat{\alpha}^\circ$). Азимуты линии простирания не указывают из следующих соображений:

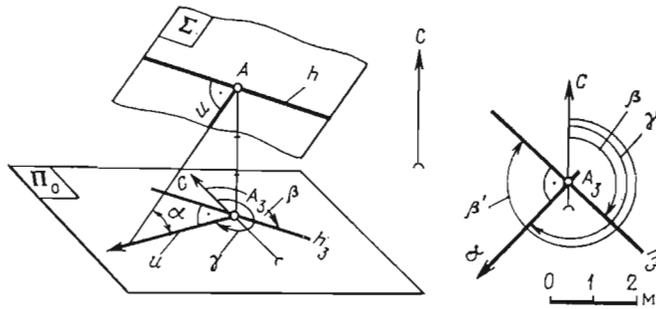


Рис. 3.6

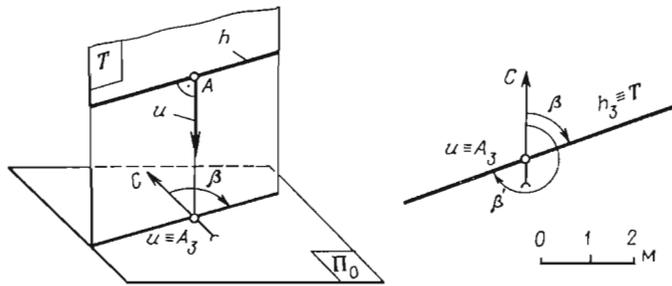


Рис. 3.7

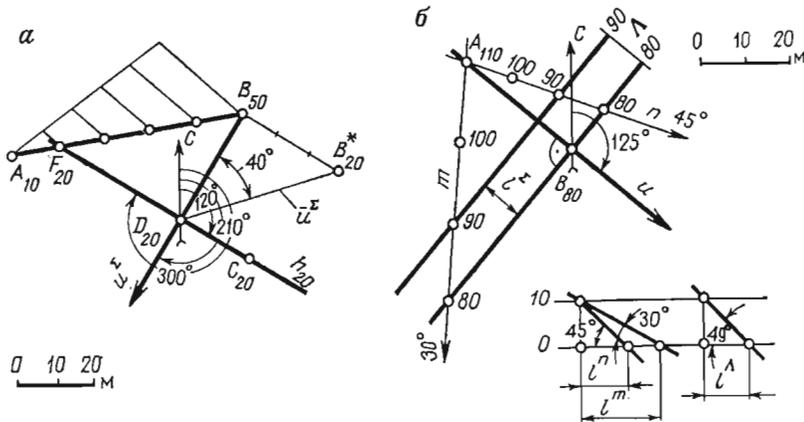


Рис. 3.8

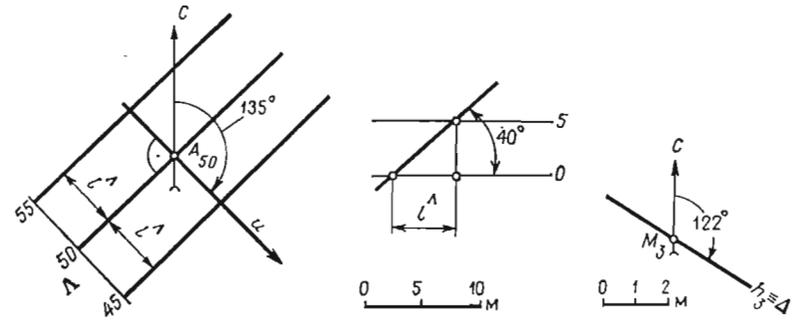


Рис. 3.9

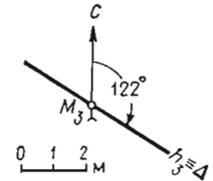


Рис. 3.10

1) азимут простирания легко определяется аналитически: $\hat{\beta} = \hat{\gamma} \pm 90^\circ$;

2) азимуты линии простирания без указания азимута линии падения не определяют однозначно пространственного расположения наклонной плоскости — всегда возможны два варианта с противоположными направлениями падений.

Пространственное расположение вертикальной плоскости определяют точкой, азимутом линии простирания и углом падения, равным 90° . Азимут падения вертикальной плоскости T не может быть определен, так как линия падения u проецируется в точку (рис. 3.7). Элементы залегания вертикальной плоскости записывают следующим образом: $T (A_3, \text{аз. пр. } \left[\begin{array}{l} \text{СВ } 75^\circ \\ \text{ЮЗ } 255^\circ \end{array} \right] \angle 90^\circ)$.

Пространственное положение горизонтальной плоскости определяют либо точкой, через которую эта плоскость проходит, либо указывают ее высотную отметку: $\Gamma (D_{15})$.

В геологической практике непосредственный замер перечисленных углов горным компасом не всегда представляется возможным. Тогда прибегают к косвенным способам, один из которых — графический приведен на рис. 3.8. На плане (рис. 3.8, а) нанесены проекции точек A, B, C пересечения трех разведочных скважин с поверхностью слоя горной породы. Для определения элементов залегания слоя поступают следующим образом:

1) поверхность, ограничивающую слой горной породы, приравнивают к плоскости, заданной на плане точками A, B и C ;

2) строят проекцию горизонтали плоскости — $h^\Sigma (F_{20}C_{20})$, которая определяет направление простирания плоскости;

3) перпендикулярно к проекции линии простирания на плане строят проекцию линии падения — $u^\Sigma (B_{50}D_{20})$ и измеряют транспортиром ее азимут;

4) построив профиль линии падения, измеряют угол, составленный проекцией линии падения $u^{\Sigma}(B_{50}D_{20})$ и ее профилем $u^{\Sigma}(B_{20}D_{20})$. Таким образом, плоскость Σ имеет следующие элементы залегания: Σ (D_{20} аз. пад. ЮЗ $210^{\circ} \angle 40^{\circ}$). Азимут простираения плоскости Σ при необходимости может быть найден аналитически:

$$\hat{\beta} = \hat{\gamma} \pm 90^{\circ} = \frac{\text{ЮВ } 120^{\circ}}{\text{СЗ } 300^{\circ}}.$$

На рис. 3.8 рассматривается случай, когда поверхность, ограничивающая слой горной породы, определена двумя видимыми падениями m и n . Видимым падением слоя в геологии называют всякое направление на его поверхности, не совпадающее с направлением истинного падения. Истинное падение определяется линией падения плоскости. Поверхность слоя приравниваем к плоскости, заданной на плане двумя пересекающимися прямыми — Λ ($m \cap n$). Элементы залегания плоскости определяют в следующем порядке:

1) проинтерполировав с помощью масштаба заложения прямые m и n , строят горизонтали плоскости Λ высотой сечения 10 м;

2) перпендикулярно к проекциям горизонталей проводят проекцию линии падения $u^{\Lambda}(A_{100}B_{80})$;

3) на масштабе заложений с помощью заложения плоскости l^{Λ} (кратчайшее расстояние между соседними горизонталями) находят и измеряют угол падения плоскости — $\hat{\alpha}^{\Lambda} = 45^{\circ}$;

4) измерив на плане азимут падения плоскости, записывают ее элементы залегания: Λ (A_{100} аз. пад. ЮВ $125^{\circ} \angle 45^{\circ}$).

Возможно решение и обратной задачи. На рис. 3.9 показано построение горизонталей плоскости Λ (A_{50} аз. пад. ЮВ $135^{\circ} \angle 40^{\circ}$). Высота сечения горизонталей 5 м. На плане задача выполняется в следующем порядке:

1) через точку A проводят проекцию линии падения плоскости, составляющую угол 135° с северным направлением меридиана. Стрелкой отмечают направление падения плоскости;

2) строят масштаб заложения, на котором определяют заложение плоскости Λ , соответствующее высоте сечения 5 м: $l^{\Lambda} = l^u$;

3) интерполируют линию падения плоскости и через полученные точки перпендикулярно к проекции линии падения проводят проекции горизонталей плоскости. Если даны элементы залегания вертикальной плоскости Δ (M_3 аз. пр. $122^{\circ} \angle 90^{\circ}$), то для построения ее проекции на плане необходимо по заданному азимуту построить проекцию линии простираения (горизонталей) h_3 (рис. 3.10). Проекция искомой плоскости совпадает с проекцией горизонтали: $\Delta \equiv h_3$.

3.4. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости в пространстве могут располагаться либо параллельно друг другу, либо пересекаться.

Параллельные плоскости. В проекциях с числовыми отметками признаком параллельности плоскостей на плане служит параллельность их горизонталей, равенство заложений и совпадение направлений падения плоскостей: пл. $\Sigma \parallel$ пл. $\Lambda - h^{\Sigma} \parallel h^{\Lambda}, l^{\Sigma} = l^{\Lambda}$, пад. \rightarrow (рис. 3.11).

В геологии плоское однородное тело, сложенное той или иной горной породой, называют слоем. Слой ограничен двумя поверхностями, верхнюю из которых называют кровлей, а нижнюю — подошвой. Если слой горной породы рассматривается на сравнительно небольшой протяженности, то кровлю и подошву приравни-

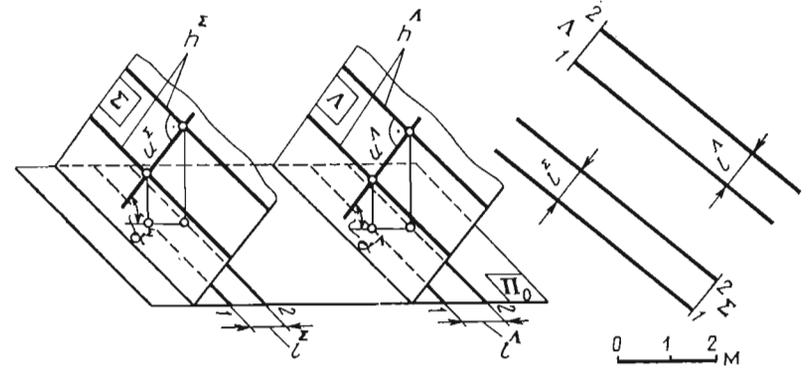


Рис. 3.11

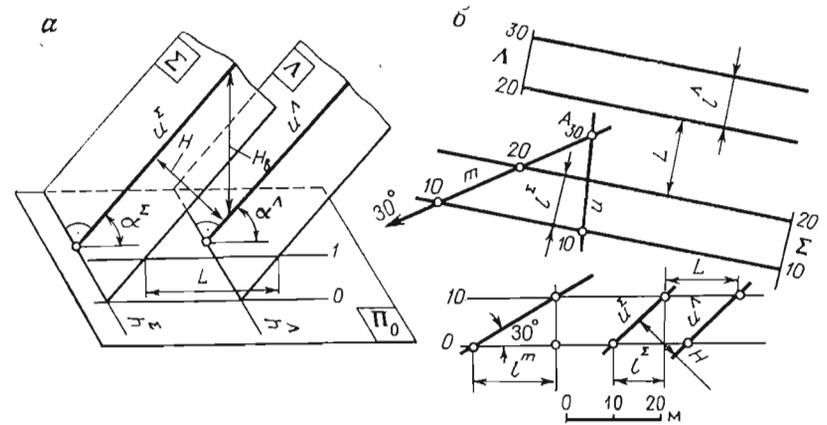


Рис. 3.12

вают к плоскостям, получая в пространстве геометрическую модель двух параллельных наклонных плоскостей.

Плоскость Σ — кровля, а плоскость Λ — подошва слоя (рис. 3.12, а). В геологии кратчайшее расстояние между кровлей и подошвой слоя называют истинной мощностью (на рис. 3.12, а истинная мощность обозначена буквой H). Помимо истинной мощности, в геологии используют и другие параметры слоя горной породы: вертикальную мощность — H_v , горизонтальную мощность — L , видимую мощность — $H_{\text{вид}}$. Вертикальной мощностью в геологии называют расстояние от кровли до подошвы слоя, измеренное по вертикали. Горизонтальная мощность слоя есть кратчайшее расстояние между кровлей и подошвой, измеренное в горизонтальном направлении. Видимая мощность — кратчайшее расстояние между видимым падением кровли и подошвы (видимым падением называют прямолинейное направление на структурной плоскости, т. е. прямую, принадлежащую плоскости). Таким образом, видимая мощность всегда больше истинной. Следует отметить, что у горизонтально залегающих слоев истинная мощность, вертикальная и видимая совпадают.

Рассмотрим пример построения параллельных плоскостей Σ и Λ , отстоящих друг от друга на заданном расстоянии (рис. 3.12, б).

На плане пересекающимися прямыми m и n задана плоскость Σ . Необходимо построить плоскость Λ , параллельную плоскости Σ и отстоящую от нее на расстоянии 12 м (т. е. истинная мощность — $H = 12$ м). Плоскость Λ расположена под плоскостью Σ (плоскость Σ — кровля слоя, плоскость Λ — подошва).

1. Плоскость Σ задают на плане проекциями горизонталей.

2. На масштабе заложений строят линию падения плоскости Σ — u^Σ . На перпендикуляре к линии u^Σ откладывают заданное расстояние 12 м (истинную мощность слоя H). Ниже линии падения плоскости Σ и параллельно ей проводят линию падения плоскости Λ — u^Λ . Определяют расстояние между линиями падения обеих плоскостей в горизонтальном направлении, т. е. горизонтальную мощность слоя L .

3. Отложив на плане горизонтальную мощность от горизонтали h^Σ , параллельно ей проводят горизонталь плоскости Λ с той же числовой отметкой h^Λ . Следует обратить внимание на то, что если плоскость Λ расположена под плоскостью Σ , то горизонтальную мощность следует откладывать в направлении восстания плоскости Σ .

4. Исходя из условия параллельности двух плоскостей, на плане проводят горизонталь плоскости Λ .

Пересекающиеся плоскости. Признаком пересечения двух плоскостей обычно служит непараллельность на плане проекций их горизонталей. Линию пересечения плоскостей в этом случае определяют точками пересечения двух пар одноименных (имеющих

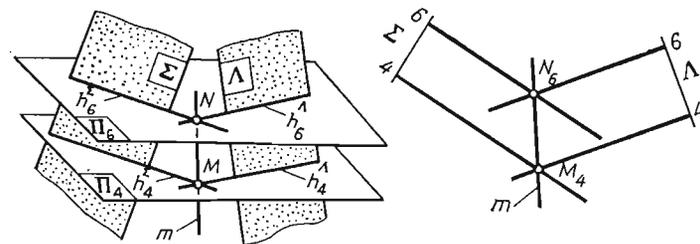


Рис. 3.13

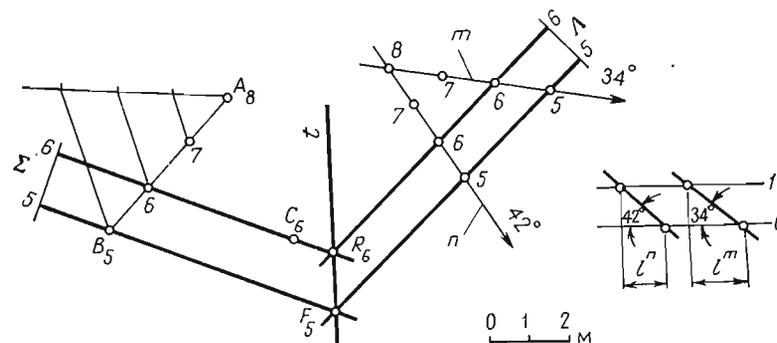


Рис. 3.14

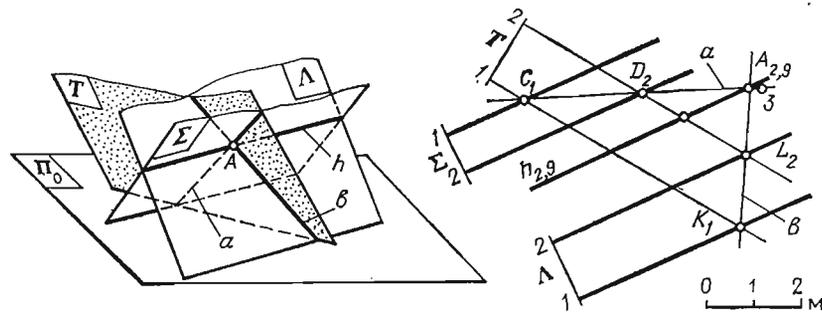


Рис. 3.15

одинаковые числовые отметки) горизонталей (рис. 3.13): $h_6^\Sigma \cap h_6^\Lambda = N_6$; $h_4^\Sigma \cap h_4^\Lambda = M_4$. Соединив полученные точки N и M прямой m , определяют проекцию искомой линии пересечения. Если плоскости Σ (A, B, C) и Λ ($m \cap n$) заданы на плане не горизонталями, то для построения их линии пересечения t необходимо построить две пары горизонталей с одинаковыми числовыми отметками, которые в пересечении и определяют проекции точек R и F искомой прямой t (рис. 3.14). На рис. 3.15 представлен случай,

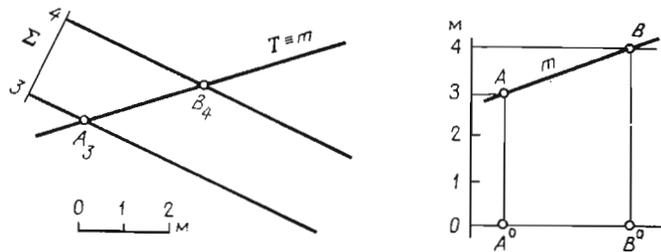


Рис. 3.16

когда у двух пересекающихся плоскостей Σ и Λ горизонтالي параллельны. Линией пересечения таких плоскостей будет горизонтальная прямая h . Для нахождения точки A , принадлежащей этой прямой, проводят произвольную вспомогательную плоскость T , которая пересекает плоскости Σ и Λ . Плоскость T пересекает плоскость Σ по прямой a (C_1D_2), а плоскость Λ — по прямой b (K_1L_2).

Точка пересечения прямых a и b , принадлежащих соответственно плоскостям Σ и Λ , будет общей для этих плоскостей: $a \cap b = A$. Отметку точки A можно определить, проинтерполировав прямые a и b . Остается провести через точку A горизонтальную прямую $h_{2,9}$, которая и является линией пересечения плоскостей Σ и Λ .

Рассмотрим еще один пример (рис. 3.16) построения линии пересечения наклонной плоскости Σ с вертикальной плоскостью T . Искомая прямая m определяется точками A и B , в которых горизонтали h_3 и h_4 плоскости Σ пересекают вертикальную плоскость T . Из чертежа видно, что проекция линии пересечения совпадает с проекцией вертикальной плоскости: $m \equiv T$. В решении геологоразведочных задач сечение одной или группы плоскостей (поверхностей) вертикальной плоскостью называют разрезом. Построенную в рассматриваемом примере дополнительную вертикальную проекцию прямой m называют профилем разреза, выполненного плоскостью T по заданному направлению.

3.5. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Возможны следующие случаи взаимного расположения прямой и плоскости: прямая принадлежит плоскости, прямая параллельна плоскости и прямая пересекает плоскость.

Прямая, принадлежащая плоскости. Прямая принадлежит плоскости, если две точки, принадлежащие прямой и плоскости, имеют одинаковые отметки. Укажем и на другое, вытекающее из сказанного положение: точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости. Для построения прямой m , лежащей в плоскости Σ , необходимо на горизонталях плоскости

задать точки A и B и соединить их прямой линией (рис. 3.17). Меняя на горизонталях плоскости положение проекций двух точек, можно в плоскости провести прямые m, m^1, m^2, \dots , которые отличаются друг от друга как направлением падения, так и заложением (следовательно, и углом падения). Из всех прямых, проведенных в плоскости Σ , наименьший угол падения имеет прямая с наибольшей величиной заложения, и наоборот: $l^m < l^{m^1} < l^{m^2}$, значит $\hat{\alpha}^m > \hat{\alpha}^{m^1} > \hat{\alpha}^{m^2}$.

На рис. 3.18 показано решение другой задачи — проведение в плоскости Λ через точку D прямой n с углом падения 20° :

- 1) на масштабе заложения определяем заложение прямой n ;
- 2) из точки D_8 , как из центра радиусом l^n , проводят дугу окружности до пересечения с горизонталью h_7 . Из чертежа видно, что можно получить два направления искомой прямой — n и n^1 .

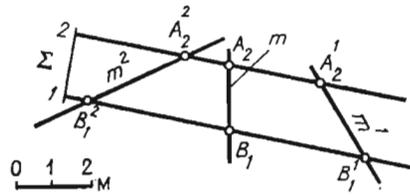
Решение задачи возможно лишь при условии, если угол падения искомой прямой не превышает угла падения плоскости: $\hat{\alpha}^n \leq \hat{\alpha}^\Lambda$, т. е. провести в плоскости прямую с углом падения, большим угла падения плоскости, не представляется возможным. Это видно из рис. 3.18. Угол падения прямой d , которую попытаемся провести через точку C_8 , больше угла падения плоскости Λ , а заложение прямой меньше заложения плоскости. В этом случае дуга окружности радиусом l^d , проведенная из точки C_8 , не пересечет горизонталь h_7 и, следовательно, прямая d не имеет с плоскостью Λ двух общих точек, т. е. такая прямая не может принадлежать плоскости. Если прямая b имеет угол падения, равный углу падения плоскости Λ ($l^b = l^\Lambda$), то дуга окружности радиусом l^b коснется горизонтали h_7 в точке B_7 . Прямая b (C_8B_7) в этом случае пройдет перпендикулярно к горизонталям плоскости Λ и, следовательно, является линией падения плоскости.

Прямая, параллельная плоскости. Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой, лежащей в этой плоскости. Для построения проекции произвольной прямой m , проходящей через точку B параллельно плоскости Σ , необходимо (рис. 3.19):

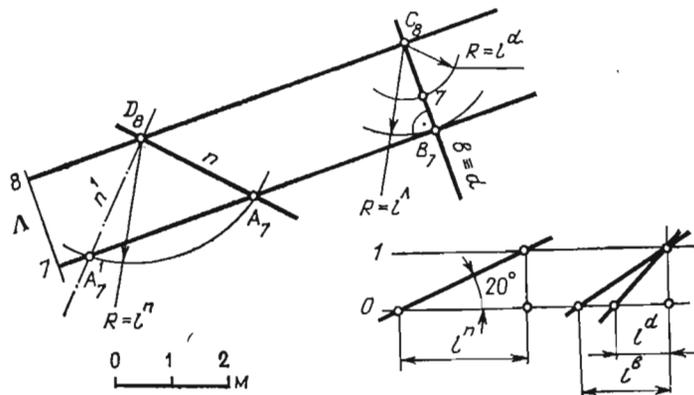
- 1) в плоскости Σ провести в произвольном направлении вспомогательную прямую a ($D_{10}C_{15}$);
- 2) через точку A провести прямую m параллельно прямой a , (пр. $m \parallel$ пр. a ; $l^m = l^a$; \Rightarrow).

Прямая, пересекающая плоскость. Чтобы найти точку пересечения прямой с плоскостью, необходимо (рис. 3.20):

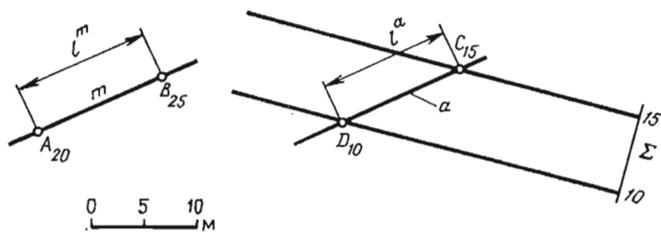
- 1) через заданную прямую m провести вспомогательную плоскость T ;
- 2) построить линию n пересечения заданной плоскости Σ с вспомогательной плоскостью T ;
- 3) отметить точку R пересечения заданной прямой m с линией пересечения n .



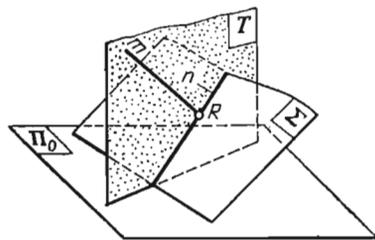
Puc. 3.17



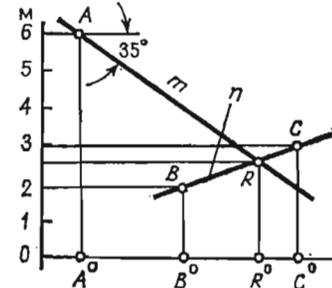
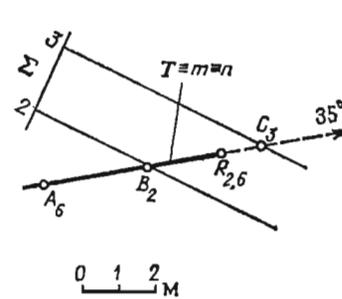
Puc. 3.18



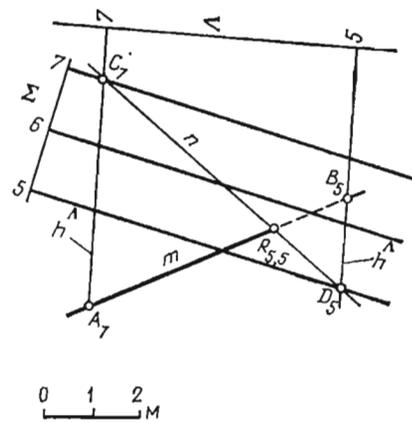
Puc. 3.19



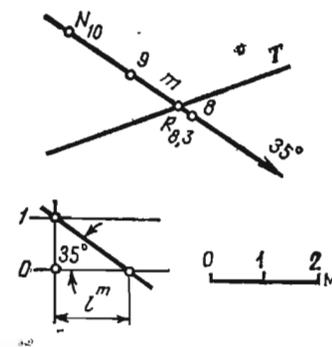
Puc. 3.20



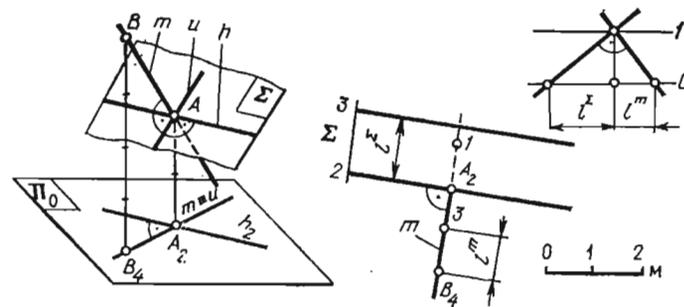
Puc. 3.21



Puc. 3.22



Puc. 3.23



Puc. 3.24

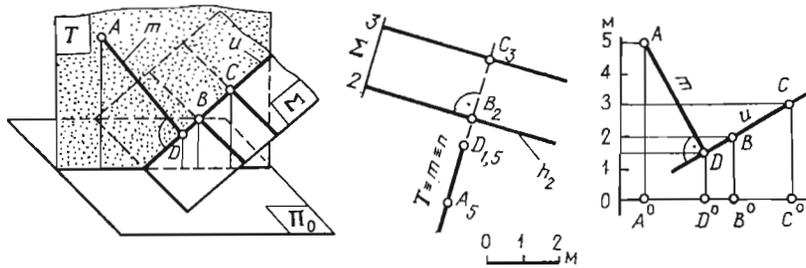


Рис. 3.25

На рис. 3.21 рассматривается пример построения проекции точки R пересечения прямой m ($A_6 \angle 35^\circ$) с плоскостью Σ .

1. Через прямую m проводят вспомогательную вертикальную плоскость T , проекция которой на плане совпадает с проекцией прямой $m \equiv T$.

2. Плоскость T пересекает плоскость Σ . Выше говорилось, что такое сечение называют разрезом. Линия пересечения m определяется точками B и C , а ее проекция на плане совпадает с проекциями прямой m и плоскости T : $T \equiv m \equiv n$.

3. Строят профиль разреза. Пересечение на профиле разреза конкурирующих прямых m и n определяет искомую точку R , общую для прямой m и плоскости Σ : $m \cap n = R$.

4. Определив на профиле разреза расстояние между основаниями точек R^0 и A^0 , а также высотную отметку искомой точки, строят проекцию точки R на плане, соблюдая равенство $|R^0 A^0| = |R_{2,6} A_6|$. В качестве вспомогательной секущей плоскости через прямую m может быть проведена и наклонная плоскость Λ . В этом случае задача решается на плане, без построения разреза (рис. 3.22).

Точку пересечения прямой m ($N_{10} \angle 35^\circ$) с вертикальной плоскостью T определяют на плане пересечением их проекций, а числовую отметку — интерполированием прямой m (рис. 3.23).

Прямая, перпендикулярная к плоскости. Прямая линия перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к любым двум пересекающимся прямым этой плоскости. На рис. 3.24 изображена прямая m , перпендикулярная к плоскости Σ и пересекающая ее в точке A . Через точку A проведена горизонталь плоскости h и линия падения u^2 . Горизонталь h образует с прямой m угол, равный 90° . На плане проекции прямой m и горизонтали плоскости взаимно перпендикулярны (прямой угол, одна сторона которого параллельна плоскости проекций, проецируется без искажения): $m \perp h_2$. Прямая u^2 образует с прямой m угол, также равный 90° . Обе прямые лежат в одной вертикальной плоскости, следовательно, заложения у таких прямых обратны по величине друг другу: $l^m = 1/l^{u^2}$. Но $l^{u^2} = l^\Sigma$, тогда и $l^m = 1/l^\Sigma$, т. е. заложение прямой m

обратно пропорционально заложению плоскости Σ . Из чертежа видно, что падения у прямой и плоскости направлены в разные стороны.

Таким образом, у прямой, перпендикулярной к плоскости, проекция на плане перпендикулярна к проекциям горизонталей плоскости, заложение обратно по величине заложению плоскости, падения у прямой и плоскости направлены в противоположные стороны: пр. $m \perp$ пр. h^Σ , $l^m = 1/l^\Sigma$, пад. \neq .

На рис. 3.25 дан пример определения истинного (кратчайшего) расстояния от точки A до плоскости Σ . Расстояние от точки до плоскости определяется отрезком перпендикуляра, опущенного из точки A на плоскость Σ . Задачу на плане решают в следующем порядке:

1) через точку A перпендикулярно к плоскости Σ проводят прямую m . Ее проекция на плане перпендикулярна к проекции горизонтали плоскости: $m \perp h_2$;

2) определяют точку D пересечения прямой m с плоскостью Σ . Для нахождения этой точки строят профиль разреза, выполненного плоскостью T по направлению прямой m (поперек простирающейся плоскости Σ). Плоскость T пересекает плоскость Σ по прямой u ($B_2 C_3$). Пересечение на профиле разреза конкурирующих прямых m и u (линии падения плоскости Σ) определяет искомую точку: $m \cap u = D$; $|AD| = 4$ м.

3.6. ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости. Следует отметить и другое, вытекающее из первого, положение: две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них перпендикулярна к прямой, лежащей в другой плоскости. Поэтому проекции двух взаимно перпендикулярных плоскостей на плане можно построить двумя способами (рис. 3.26, а):

1) плоскость Λ проводят через прямую m , перпендикулярную к плоскости Σ ;

2) плоскость Σ проводят перпендикулярно к прямой m , лежащей в плоскости Λ .

На рис. 3.26, б рассматривается решение задачи первым способом (через точку A проводят плоскость Λ , перпендикулярную к заданной плоскости Σ):

1) первоначально строят проекцию прямой m , проходящей через точку A перпендикулярно к плоскости Σ : $m \perp h_3$. Заложение прямой m определяют по масштабу заложений $l^m = 1/l^\Sigma$;

2) через точки прямой m в произвольном направлении проводят горизонтали искомой плоскости Λ . Задача имеет бесчисленное множество решений, так как через прямую можно провести неограниченное число плоскостей Λ , Ψ , ..., в том числе и одну верти-

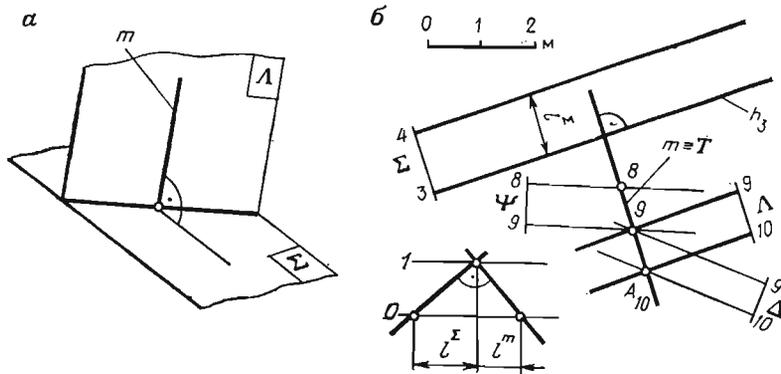


Рис. 3.26

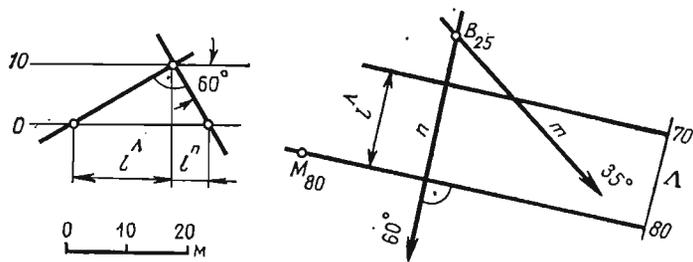


Рис. 3.27

кальную T , проекция которой на плане совпадает с проекцией прямой m .

На рис. 3.27 решение аналогичной задачи дано вторым способом. Искомую плоскость Λ проводят через точку M перпендикулярно к прямой n , лежащей в плоскости Σ ($m \cap n$). Построения на плане выполняют в следующем порядке:

- 1) через точку M проводят горизонталь искомой плоскости: $h_{80} \perp m$;
- 2) по масштабу заложений определяют заложение плоскости $\Lambda - l^\Lambda = 1/l^n$;
- 3) отложив на плане по линии падения плоскости Λ отрезок, равный l^Λ , проводят вторую горизонталь параллельно первой.

3.7. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Задание пространственного положения прямых и плоскостей на плоском чертеже с использованием проекций с числовыми отметками обуславливается практическими требованиями. В одних слу-

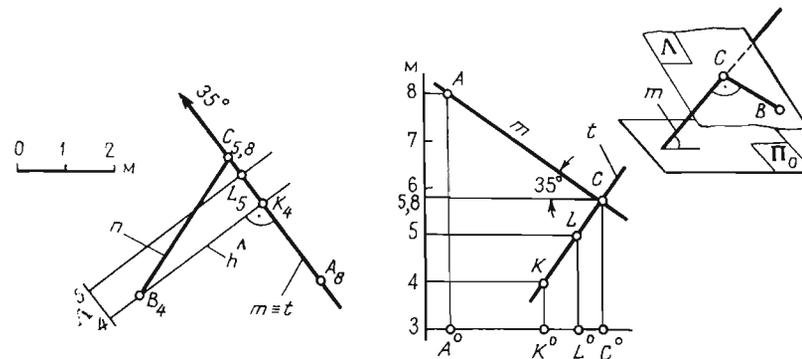


Рис. 3.28

чаях плоскость и прямая должны быть параллельны, в других — перпендикулярны, в третьих прямая должна иметь определенный наклон к плоскости проекций и т. д. Подобного рода практические задачи очень часто возникают при проведении поисковых и геологоразведочных работ, а также в горном производстве. Сюда относятся проектирование подземных горных выработок и буровых скважин, проектирование карьеров и других добычных сооружений и др. Ниже приведены примеры построения прямых и плоскостей, удовлетворяющих определенным требованиям.

Пример 1. Через точку B провести прямую n , которая пересекла бы прямую m ($A_8 \angle 35^\circ$) под углом 90° (рис. 3.28).

Решение

1. Через точку B перпендикулярно к прямой m проводят вспомогательную плоскость Λ , соблюдая условие: пр. $h_{80}^\Lambda \perp$ пр. m , $l^\Lambda = 1/l^m$, пад. \rightleftharpoons .
2. По профилю разреза, выполненного вертикальной плоскостью по направлению прямой m , определяют точку C пересечения прямой m с плоскостью Λ .
3. Через точки B_4 и $C_{5,8}$ проводят проекцию искомой прямой n ($B_4C_{5,8}$).

Пример 2. Через точку A провести прямую b , которая пересекла бы скрещивающиеся прямые m (C_7B_{10}) и n ($F_{11} \angle 38^\circ$) (рис. 3.29).

Решение

Проинтерполировав прямые m и n , строят горизонтали плоскостей Σ (mA_{10}) и Λ (nA_{10}). Точки A и R пересечения одноименных горизонталей плоскостей определяют искомую прямую b ($A_{10}R_9$), которая пересекает заданные прямые m и n в точках D и E .

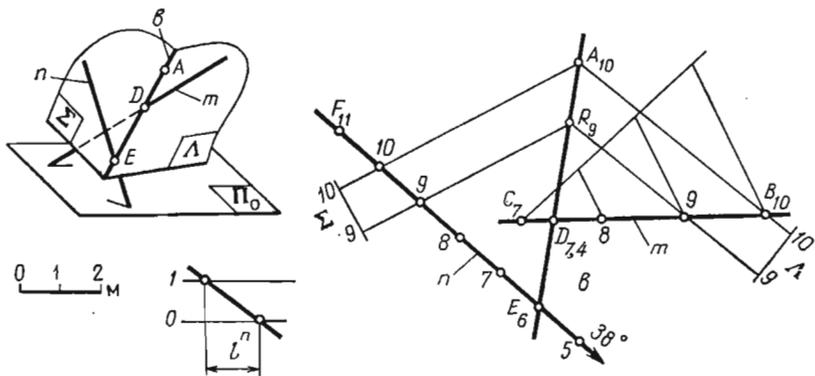


Рис. 3.29

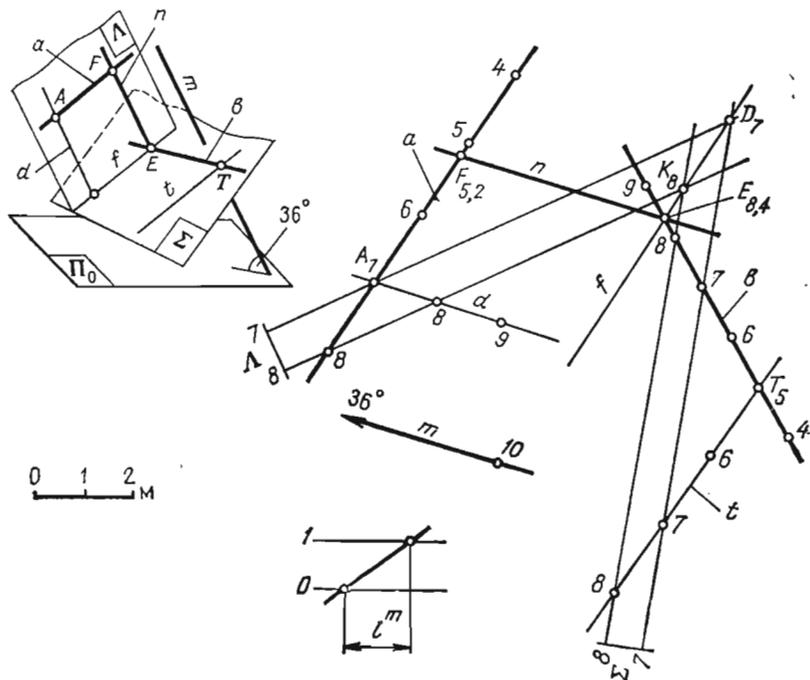


Рис. 3.30

Пример 3. Параллельно заданному направлению m провести прямую n , которая пересекла бы скрещивающиеся прямые a и b (рис. 3.30).

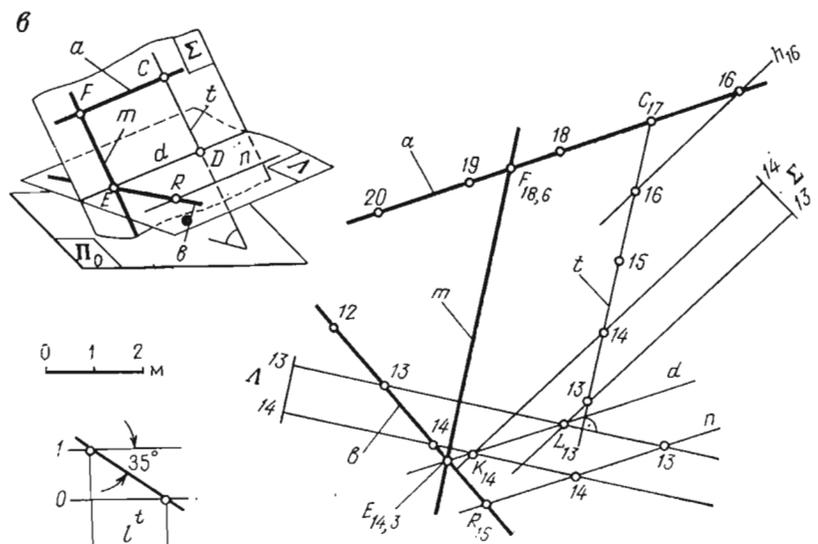
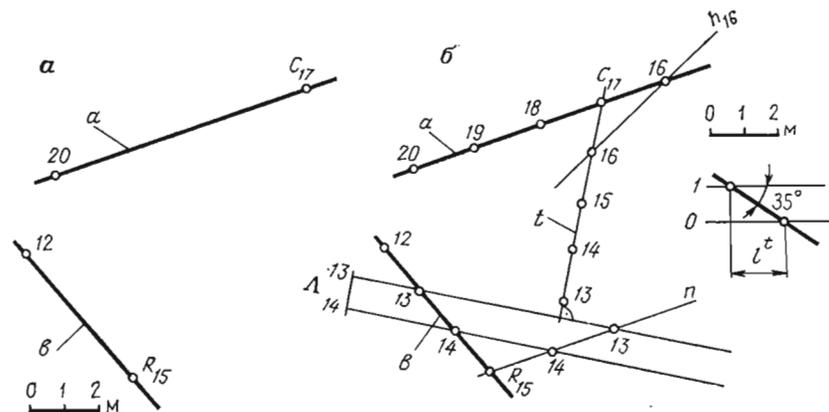


Рис. 3.31

Решение

1. На прямой b выбирают произвольную точку T , через которую параллельно прямой a проводят вспомогательную прямую t , соблюдая условия: пр. $a \parallel$ пр. t , $l^a = l^t$, пад. \rightleftharpoons . Прямые a и b определяют наклонную плоскость Σ , параллельную прямой a .

2. Через прямую a параллельно заданному направлению m проводят вспомогательную плоскость Λ . Плоскость Λ определена на

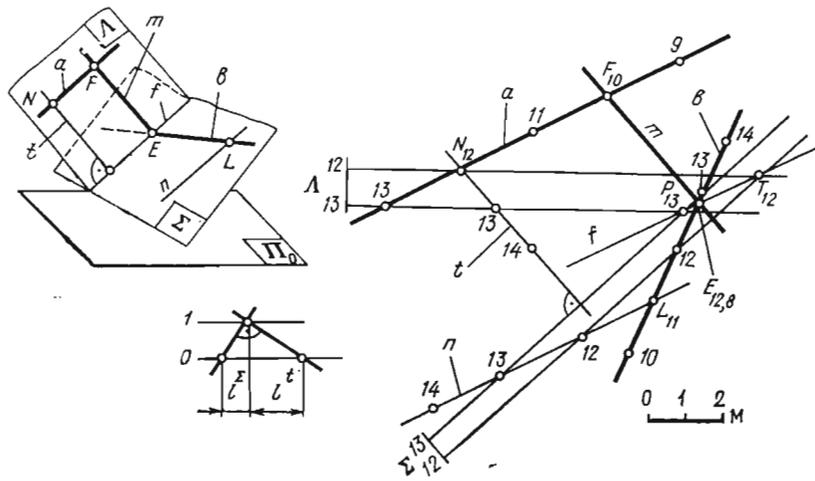


Рис. 3.32

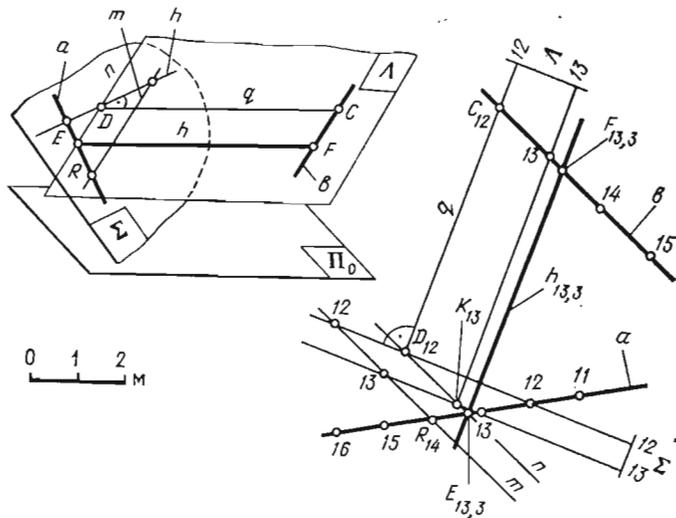


Рис. 3.33

плане прямой a и прямой d , проведенной параллельно прямой m : пр. $d \parallel$ пр. m ; $l^d = l^m$, пад \Rightarrow .

3. Строят прямую f ($K_8 D_7$) пересечения плоскостей Σ и Λ , которая пересечет заданную прямую b в точке E .

4. Через точку E параллельно m проводят искомую прямую до пересечения ее с прямой a в точке F .

Пример 4. Провести прямую m , которая кратчайшим путем соединила бы скрещивающиеся прямые a и b и имела бы угол падения, равный 35° (рис. 3.31, а).

Решение

1. Через прямую b параллельно прямой a проводят вспомогательную плоскость Λ . На плане плоскость Λ определяют двумя пересекающимися в точке R прямыми, одну из которых n проводят параллельно заданной прямой a : Λ ($b \cap n$).

2. Через точку C , принадлежащую прямой a , проводят прямую t , которая скрещивается с горизонталью плоскости Λ под прямым углом и имеет угол падения, равный 35° . Прямые a и t определяют вспомогательную плоскость Σ (рис. 3.31, б).

3. Строят линию d ($L_{13} K_{14}$) пересечения плоскостей Σ и Λ , которая пересечет заданную прямую b в точке E .

4. Через точку E параллельно прямой t проводят искомую прямую m до пересечения ее с прямой a в точке F (рис. 3.31, в).

Пример 5. Провести наклонную прямую m , которая кратчайшим путем соединила бы скрещивающиеся прямые a и b (рис. 3.32).

Решение

1. Через прямую b параллельно прямой a проводят вспомогательную плоскость Σ . На плане плоскость Σ определяют двумя пересекающимися прямыми b и n , причем прямую n проводят параллельно прямой a .

2. Через произвольную точку N , принадлежащую прямой a , перпендикулярно к плоскости Σ ($b \cap n$) проводят прямую t . Пересекающиеся прямые a и t определяют вспомогательную плоскость Λ .

3. Строят линию f ($P_{13} T_{12}$) пересечения плоскостей Σ и Λ . Построенная прямая f пересекает прямую b в точке E .

4. Через точку E параллельно t проводят искомую прямую m до пересечения ее с прямой a в точке F .

Пример 6. Провести горизонтальную прямую h , которая кратчайшим путем соединила бы скрещивающиеся прямые a и b (рис. 3.33).

Решение

1. Через прямую a параллельно прямой b проводят вспомогательную плоскость Σ . На плане плоскость Σ определяют двумя пересекающимися прямыми a и m , причем прямую m проводят параллельно прямой b .

2. Через точку C , принадлежащую прямой b , проводят горизонтальную прямую q , которая пересекает одноименную горизонтальную плоскость Σ под углом 90° . Пересекающиеся прямые b и q определяют вспомогательную плоскость Λ .

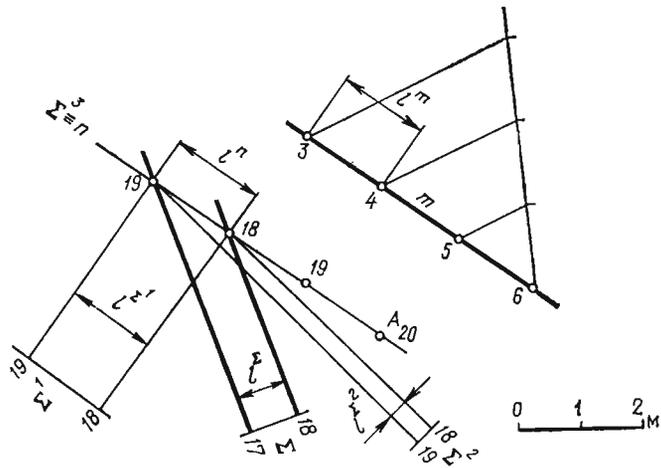


Рис. 3.34

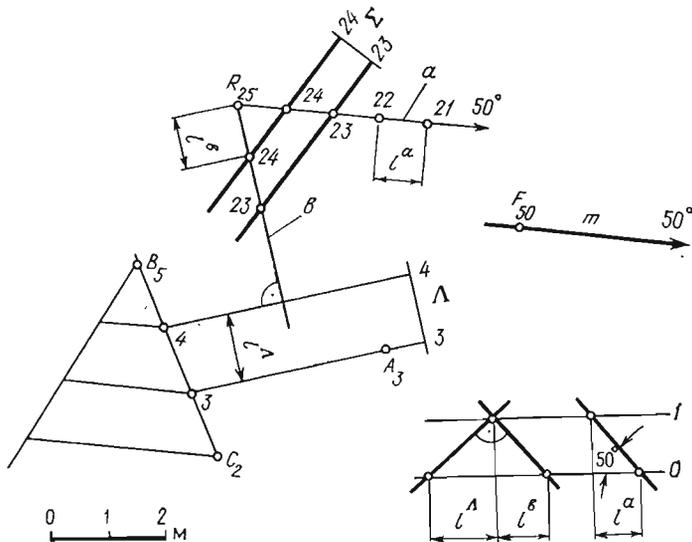


Рис. 3.35

3. Строят линию n ($D_{12}K_{13}$) пересечения плоскостей Σ и Λ . Построенная прямая n пересекает прямую a в точке E .

4. Через точку E параллельно q проводят искомую прямую h до пересечения ее с прямой b в точке F .

Пример 7. Через точку A провести произвольную плоскость Σ , которая была бы параллельна прямой m (рис. 3.34).

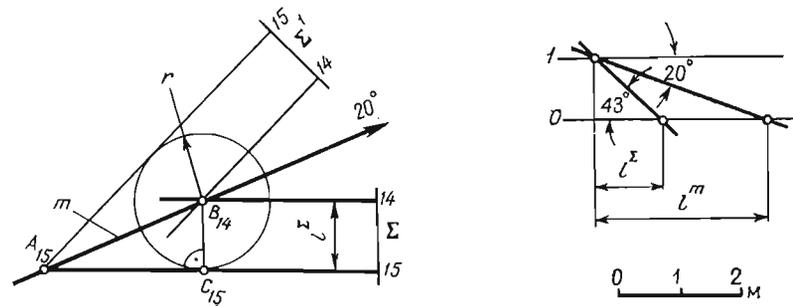


Рис. 3.36

Искомая плоскость будет параллельна прямой m при условии, если в этой плоскости найдется прямая, параллельная заданной прямой m . Задача имеет неограниченное число решений — через точку A можно провести одну вертикальную и бесчисленное количество наклонных плоскостей, параллельных прямой m .

Решение

1. Через точку A параллельно заданной прямой m проводят вспомогательную прямую $n \parallel m$.

2. Через прямую n , определяя парой горизонталей, проводят наклонные плоскости Σ , Σ^1 , Σ^2 и вертикальную плоскость Σ^3 .

Пример 8. Через точку R провести плоскость Σ , которая была бы перпендикулярна к плоскости Λ ($A_3B_5C_2$) и параллельна прямой m ($F_{50} \angle 50^\circ$) (рис. 3.35).

Решение

Искомую плоскость Σ определяют двумя пересекающимися прямыми; прямую b проводят перпендикулярно к плоскости Λ , а прямую a — параллельно прямой m .

Пример 9. Через прямую m ($A_{15} \angle 20^\circ$) провести плоскость Σ , угол падения которой был бы равен 43° (рис. 3.36).

Решение

1. Проинтерполировав прямую m , определяют заложение искомой плоскости Σ .

2. Для определения направления падения плоскости Σ через точку B проводят окружность радиусом, равным заложению $r = l^\Sigma$. Касательные, проведенные из точки A к этой окружности, и определяют горизонтали плоскостей Σ и Σ^1 .

Контрольные вопросы

1. Какие существуют способы задания наклонной плоскости на плане?
2. Как будет проецироваться на плане фигура, лежащая в вертикальной плоскости?
3. Почему в запись элементов залегания наклонной плоскости входит азимут падения, а не азимут простираия?
4. Как должны быть расположены стороны квадрата, лежащего в наклонной плоскости, чтобы он проецировался ромбом?
5. Определяется ли плоскость однозначно прямой линией, если эта прямая является линией ее падения?
6. Каковы признаки параллельности двух плоскостей на плане?
7. В каких пределах может меняться угол падения плоскости, перпендикулярной к заданной плоскости Δ ?
8. Укажите алгоритм решения задачи на пересечение прямой и плоскости.
9. Какой должна быть вспомогательная секущая плоскость Δ , чтобы определить линию пересечения двух плоскостей Σ и Λ , у которых параллельны горизонтали? Какой линией в пространстве будет линия их пересечения?
10. Как провести плоскость Σ через прямую m параллельно заданной прямой n ?
11. Укажите алгоритм решения задачи на определение расстояния от точки до наклонной прямой.

4. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ. МЕТОДЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

При решении метрических задач, в первую очередь связанных с определением величин линейных углов, истинных размеров плоских фигур, а также при решении многих других позиционных задач возникает необходимость изменить положение рассматриваемого объекта в пространстве, чтобы он проецировался на плоскость проекций без искажения, т. е. в натуральную величину. В проекциях с числовыми отметками наиболее удобен в этом отношении метод вращения.

4.1. МЕТОД ВРАЩЕНИЯ. ВРАЩЕНИЕ ТОЧКИ ВОКРУГ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ

Сущность метода вращения заключается в том, что расположение изображаемой фигуры изменяется посредством ее поворота вокруг некоторой оси так, чтобы фигура относительно плоскости проекций заняла удобное для решения задачи положение. При решении задач методом вращения необходимо помнить следующие положения (рис. 4.1):

- 1) точка A при вращении вокруг некоторой оси i перемещается в плоскости T , которую условимся называть плоскостью вращения и которая расположена перпендикулярно к этой оси;
- 2) траекторией движения точки является окружность, центр которой определяется как точка K пересечения плоскости T с осью вращения;

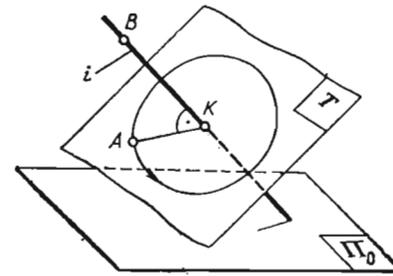


Рис. 4.1

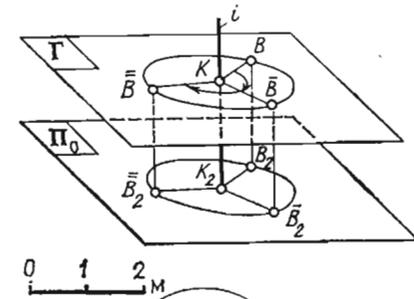


Рис. 4.2

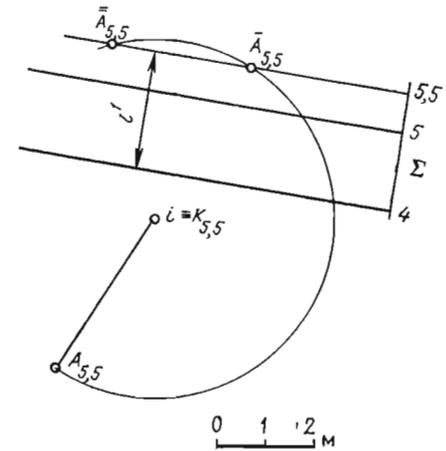
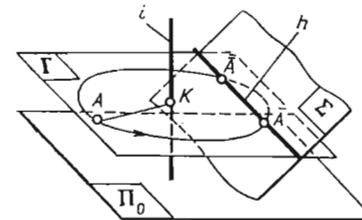


Рис. 4.3

- 3) радиус AK окружности перпендикулярен к оси вращения.
- При вращении точки B (рис. 4.2) вокруг вертикальной оси точка описывает в горизонтальной плоскости Γ окружность радиуса BK , которая на плоскость проекций Π_0 проецируется без искажения. Если точку B повернуть вокруг оси i на угол β , то и проекция точки на плане переместится по дуге окружности на такой же угол и займет положение \bar{B}_2 . На рис. 4.3 рассматривается случай вращения точки A вокруг вертикальной оси i до совмещения ее с плоскостью Σ . Точка A будет принадлежать плоскости Σ при условии, если она при вращении окажется расположенной на горизонтали плоскости Σ с той же числовой отметкой, что и у точки A .

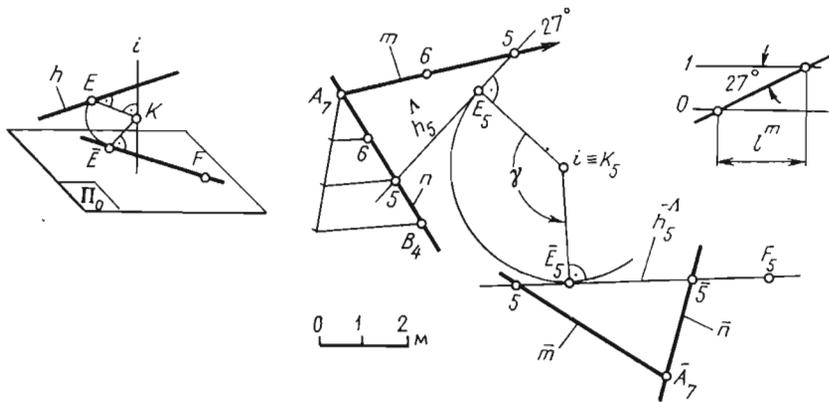


Рис. 4.4

Строим линию пересечения плоскости вращения Γ с плоскостью Σ — $h_{5,5}$ и проводим из центра вращения точки $K_{5,5}$ дугу окружности радиуса $K_{5,5}A_{5,5}$ до пересечения с горизонталью $h_{5,5}$. Таким образом, точка A после поворота займет положение $\bar{A}_{5,5}$ и $\bar{A}_{5,5}$.

На рис. 4.4 рассматривается случай вращения плоскости Λ ($m \cap n$) вокруг вертикальной оси i до совмещения ее с заданной точкой F . Плоскость Λ будет проходить через точку F при условии, если ее горизонталь с отметкой 5 м после поворота будет проходить через эту точку. Заметим также, что при вращении плоскости вокруг оси i ее угол падения не изменит своей величины. Проинтерполировав прямые m и n , строим горизонталь плоскости Λ с отметкой 5 м, которая при вращении плоскости будет перемещаться в горизонтальной плоскости, отметка которой равна 5 м. На горизонтали h_5 находим точку E , ближе других расположенную к оси вращения i . Отрезок EK является радиусом окружности, по которой точка E перемещается при вращении вокруг оси i . Через точку F_5 проводят касательную к окружности — h_5 . Касательная \bar{h}_5 является проекцией искомой горизонтали плоскости, проходящей через точку F после поворота плоскости на угол γ . Проекции пересекающихся прямых \bar{m} и \bar{n} строят, исходя из условия сохранения вращаемой плоскостью величины угла падения. Следует отметить, что задача имеет второе решение, так как через точку F_5 можно провести вторую касательную к окружности n .

4.2. ВРАЩЕНИЕ ТОЧКИ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ ВОКРУГ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ОСИ

При вращении вокруг горизонтальной оси точка A описывает в плоскости вращения T окружность радиуса AK (рис. 4.5). Плоскость вращения является вертикальной плоскостью и проеци-

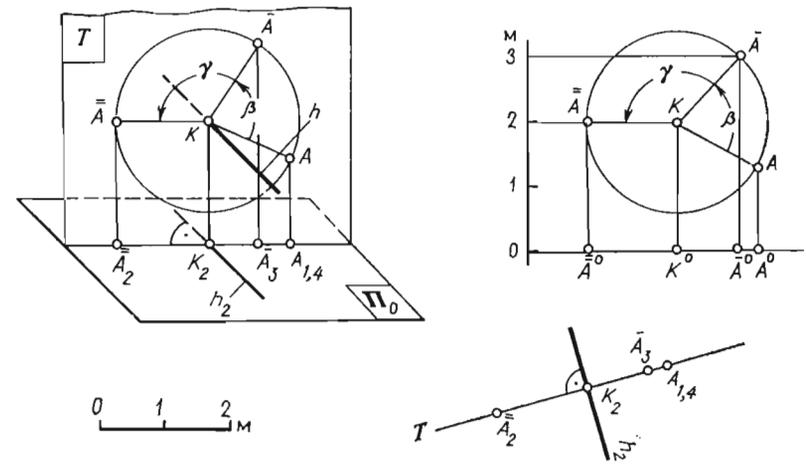


Рис. 4.5

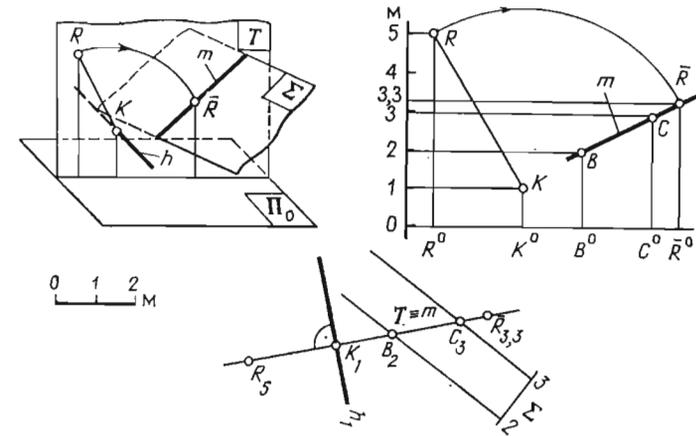


Рис. 4.6

руется на план в виде линии, перпендикулярной к проекции оси вращения. Центр вращения определяется как точка пересечения проекции плоскости вращения с проекцией оси вращения $T \cap h_2 = K_2$.

Если точку A повернуть вокруг оси h на угол β , то проекция точки на плане переместится по проекции плоскости вращения и займет положение \bar{A}_3 , при повороте на угол γ — положение \bar{A}_2 и т. д.

На рис. 4.6 рассматривается случай вращения точки R вокруг горизонтальной оси h до совмещения ее с плоскостью Σ . Точка R

будет принадлежать плоскости Σ , если она при вращении вокруг оси h окажется расположенной на прямой m , принадлежащей этой плоскости. Очевидно, что такой прямой может быть только линия пересечения плоскости Σ с плоскостью вращения T . Построение осуществляется в следующем порядке. Проводим проекцию плоскости вращения T перпендикулярно к проекции оси вращения: $T \perp h_1$. Определяем центр вращения — точку K_1 . Тогда отрезок KR будет радиусом вращения этой точки. На профиле разреза, выполненного плоскостью T , отмечаем положение вращаемой точки R , центра вращения K , а также линии m (B_2C_3) — линии пересечения плоскости вращения T с заданной плоскостью Σ . Из точки K радиусом KR проводим дугу окружности до пересечения ее с профилем прямой m в точке \bar{R} . Определив на профиле разреза положение основания точки \bar{R}^0 , а также высотную отметку, строим проекцию точки \bar{R} на плане: $|\bar{R}^0K^0| = \bar{R}_3, 5K_1$. Если точку R на разрезе вращать в противоположном направлении, можно получить второй вариант решения задачи.

На рис. 4.7 рассматривается случай вращения плоскости Σ вокруг горизонтальной оси h до совмещения плоскости с точкой A . При вращении плоскости Σ вокруг оси h надо добиться такого ее расположения в пространстве, чтобы одна из прямых, принадлежащих плоскости Σ , прошла через заданную точку A . Такой прямой является линия пересечения плоскости вращения T , проведенной через точку A , с плоскостью Σ .

Проведем через точку R проекцию плоскости вращения T перпендикулярно к проекции оси вращения h (следовательно, перпендикулярно и к плоскости Σ). Определяем центр вращения — точку K_4 и линию пересечения плоскости вращения с плоскостью Σ — линию m (A_2B_3). На профиле разреза отмечаем положение точки K и прямой m . При вращении плоскости Σ вокруг оси h прямая m будет перемещаться в плоскости T , при этом точка N этой прямой, ближайшая к центру вращения K , перемещается по дуге окружности радиуса KN . Через точку R проводим касательную t к этой дуге. Определив на профиле разреза положение произвольных точек D и C прямой m , строим ее проекцию на плане: $t \equiv m \equiv T$. Следует также отметить, что при вращении плоскости Σ вокруг оси h одна из точек плоскости останется неподвижной. Этой точкой является точка E пересечения плоскости с осью вращения. Какое бы положение не занимала плоскость Σ при вращении вокруг оси h , горизонталь плоскости с отметкой 4 м будет проходить через эту точку.

При решении задач, связанных с определением истинной величины углов и площадей фигур, расположенных в наклонной плоскости, положение плоскости в пространстве изменяется путем поворота ее вокруг горизонтали h до положения, параллельного плоскости проекций (рис. 4.8). Для преобразования наклонной пло-

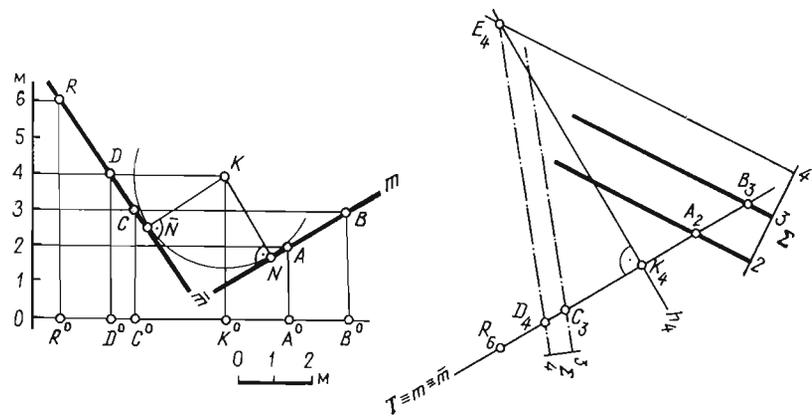


Рис. 4.7

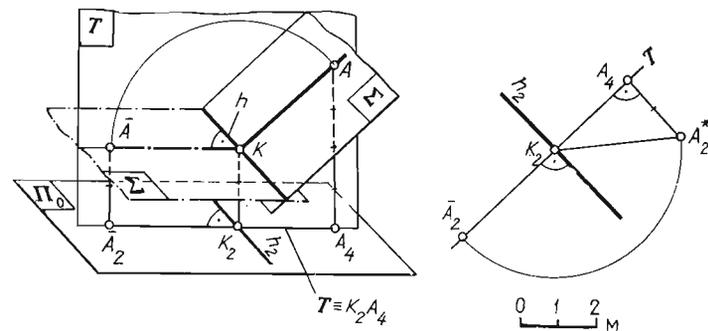


Рис. 4.8

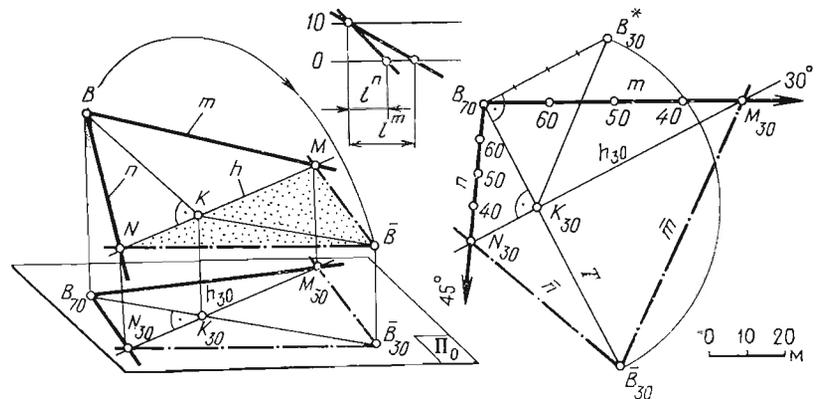


Рис. 4.9

скости в горизонтальную достаточно повернуть только одну произвольно выбранную точку плоскости вокруг этой горизонтали. Применяя метод вращения плоскости вокруг горизонтали, необходимо помнить следующие положения:

плоскость вращения T перпендикулярна к оси вращения и, следовательно, на плане она изображена прямой линией, пересекающей проекцию горизонтали под углом 90° : $T \perp h_2$;

радиус вращения AK располагается в вертикальной плоскости T . Следовательно, его проекция совпадает с проекцией этой плоскости: $T \equiv A_1K_2$;

при горизонтальном расположении плоскости Σ радиус вращения вращаемой точки A займет тоже горизонтальное положение \bar{AK} , следовательно, новая проекция точки \bar{A}_2 на плане удалится от проекции центра вращения K_2 на расстояние, равное истинной длине этого радиуса: $|\bar{A}_2K_2| = |AK|$.

На плане задачу решают в следующем порядке:

1) через точку A_4 проводят проекцию плоскости вращения: $T \perp h_2$;

2) отмечают центр вращения — точку пересечения плоскости вращения с осью вращения: $T \cap h_2 = K_2$;

3) построив профиль радиуса вращения, определяют его истинную длину: $|AK| = |K_2A_2^*|$;

4) отложив на проекции плоскости T от центра K_2 истинную длину радиуса $|K_2A_2^*|$, строят проекцию точки A_2 . Точка A_2 и горизонталь h_2 определяют проекцию горизонтальной плоскости, отметка которой равна 2 м.

Метод вращения широко используется при решении ряда горно-геологических задач: определение угла, составленного двумя горными выработками или буровыми скважинами; проектирование горной выработки, пересекающей другую под заданным углом; определение угла между горной выработкой или скважиной и плоскостью слоя горной породы; определение кратчайшего расстояния от точки до наклонной прямой или истинной величины плоской фигуры.

Ниже рассматриваются примеры решения некоторых задач с применением метода вращения плоскости вокруг ее горизонтали.

Пример 1. Определить истинную величину угла, составленного прямыми m ($B_{70} \angle 30^\circ$) и n ($B_{70} \angle 45^\circ$) (рис. 4.9). Прямые m и n моделируют пересекающиеся горные выработки или буровые скважины при определении угла между ними.

Для определения истинной величины угла наклонную плоскость Σ ($m \cap n$) вращением вокруг ее горизонтали преобразуют в горизонтальную. Вращаемой точкой следует взять вершину угла — точку B . При вращении плоскости точка B будет перемещаться по дуге окружности, точки M и N , лежащие на оси вращения, не из-

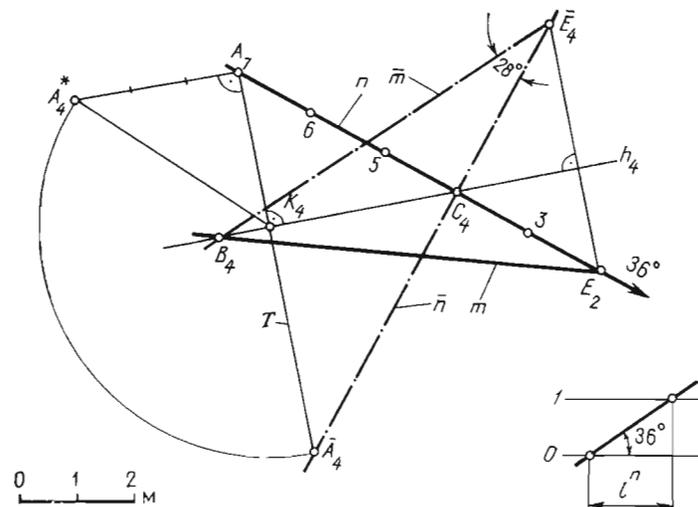


Рис. 4.10

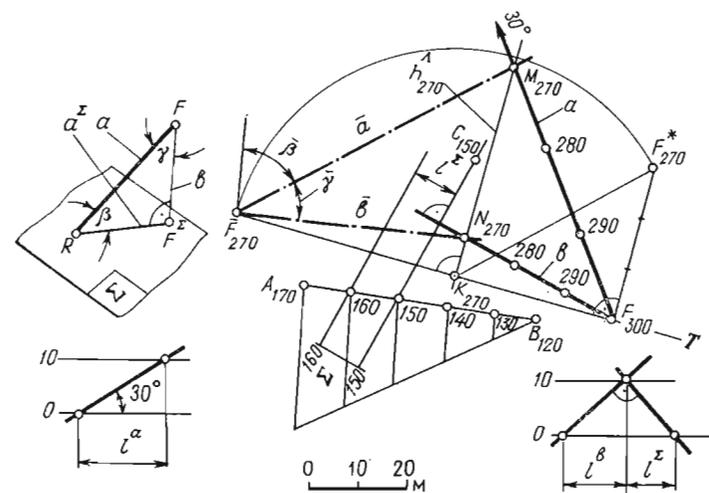


Рис. 4.11

меняют своего положения. Следовательно, при горизонтальном расположении плоскости стороны угла пройдут через те же точки M и N .

Решение

1. Проинтерполировав прямые m и n , проводят горизонталь h ($M_{30}N_{30}$), вокруг которой вращается плоскость Σ .

2. Отмечают проекцию центра вращения — точку K_{30} и проекцию радиуса вращения $|K_{30}B_{70}|$. Построением профиля определяют истинную длину радиуса: $|KB| = |K_{30}B_{30}^*|$.

3. Строят новую проекцию точки B_{30} , отложив от центра K_{30} истинную длину радиуса вращения.

4. Точку B_{30} соединяют прямыми линиями с неподвижными при вращении точками M_{30} и N_{30} плоскостями. Новая проекция угла, составленного горизонтальными прямыми \bar{m} ($B_{30}M_{30}$) и \bar{n} ($B_{30}N_{30}$), конгруэнтна искомому углу $\angle N_{30}B_{30}M_{30} = \angle N_{30}\bar{B}_{30}M_{30}$.

Пример 2. В этом примере мы рассмотрим обратную задачу. Через точку B надо провести прямую m , которая пересекла бы прямую n под углом 28° (рис. 4.10). (Данная задача решается при проектировании горной выработки, пересекающей другую под заданным углом).

Построение двух пересекающихся под заданным углом прямых, расположенных в наклонной плоскости Δ (B_4n), не представляется возможным, так как угол, под которым прямые пересекаются, проецируется на плоскость проекций с искажением. Решение задачи значительно упрощается, если наклонную плоскость Δ вращением вокруг ее горизонтали преобразовать в горизонтальную $\bar{\Delta}$. Построив в горизонтально расположенной плоскости $\bar{\Delta}$ угол заданной величины, плоскость вращают в обратном направлении до занятия ею своего исходного положения.

Решение

1. Проинтерполировав прямую n , строят горизонталь h_4 плоскости Δ .

2. В качестве точки вращения берем точку A и, определив истинную длину радиуса вращения этой точки, строим ее новую проекцию A_4 . Проекция прямой \bar{n} пройдет через точку A_4 и неподвижную при вращении прямую точку C_4 .

3. Через точку B проводим прямую \bar{m} , которая пересекает прямую \bar{n} под углом 28° . Отмечаем точку E их пересечения и, проведя через нее плоскость вращения T , находим положение точки E на прямой m .

4. Соединив на плане проекции точек B и E прямой линией, строим проекцию прямой m (B_4E_2).

Пример 3. Определить истинную величину угла, составленного прямой a и плоскостью Σ ($A_{170}B_{120}C_{150}$) (рис. 4.11). (Данная задача позволяет определить угол, составленный буровой скважиной и плоскостью слоя горной породы).

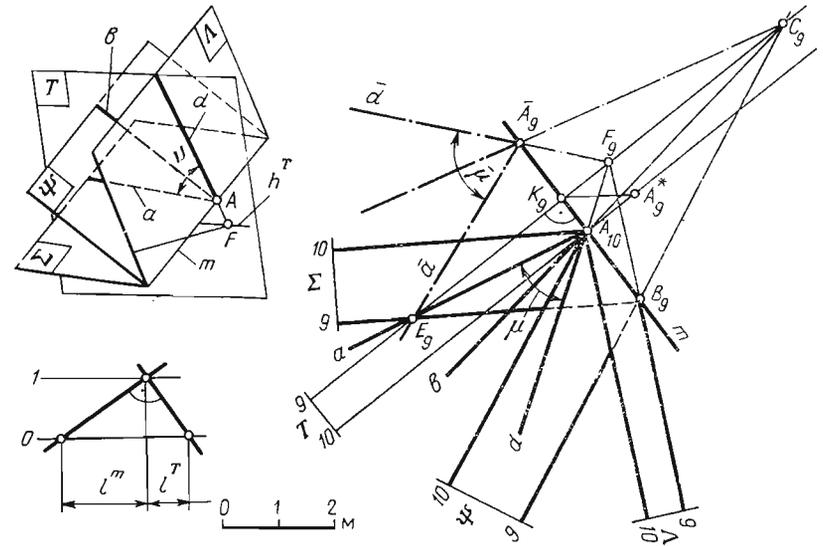


Рис. 4.12

Углом между прямой a и плоскостью Σ называют острый угол β , составленный данной прямой и ее прямоугольной проекцией a^Σ на эту плоскость. Определение истинной величины угла β очень длинно и громоздко. Значительно проще определяется угол γ , дополняющий угол β до 90° : $\hat{\beta} + \hat{\gamma} = 90^\circ$, откуда $\hat{\beta} = 90^\circ - \hat{\gamma}$.

Решение

1. Из точки F опускают перпендикуляр b на плоскость Σ , соблюдая условия: $b \perp h_{270}$, $l^b = 1/l^\Sigma$, пад. \rightleftharpoons .

2. В плоскости Λ ($b \cap a$) проводят горизонталь h^Λ ($N_{270}M_{270}$). Вращением точки F вокруг этой горизонтали наклонную плоскость Λ преобразуют в горизонтальную $\bar{\Lambda}$. Вершина дополнительного угла γ займет при этом положение \bar{F}_{270} .

3. Проекцию вершины \bar{F}_{270} соединяют прямыми \bar{a} и \bar{b} с точками M_{270} и N_{270} , которые при вращении плоскости Λ оставались неподвижными. Построенный угол γ , как говорилось выше, дополняет искомый до 90° . Дополнив угол γ до 90° , получают искомый угол β .

Пример 4. Определить истинную величину двугранного угла $\Sigma m \Lambda$; построить проекцию его биссекторной плоскости (рис. 4.12). (Подобные задачи также встречаются в геологической практике при определении угла складки, угла, составленного плоскостью слоя горной породы и плоскостью геологического нарушения, и др.).

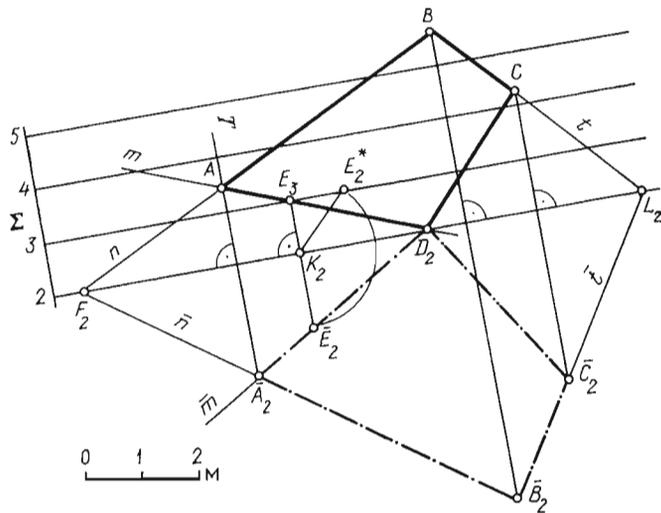


Рис. 4.13

Величина двугранного угла определяется линейным углом, составленным прямыми a и d пересечения его граней с плоскостью T , перпендикулярной к ребру m . Биссекторная плоскость двугранного угла пройдет через ребро m и биссектрису b линейного угла μ .

Решение

1. Строят проекцию линейного угла μ , которым измеряют двугранный угол $\Sigma m \Lambda$. Через точку A перпендикулярно к ребру m проводят вспомогательную плоскость T , соблюдая условия: $h^T \perp m$, $l^T = 1/l^m$, пад \rightleftharpoons .

Плоскость T пересекает полуплоскости Σ и Λ (границы угла) по полупрямым a и d , которые и являются сторонами искомого угла μ .

2. Истинную величину угла μ определяют методом вращения плоскости T вокруг ее горизонтали h_9 . Точки E и F , расположенные на оси вращения, не изменяют своего положения при вращении плоскости, точка A переместится по дуге окружности, проекция которой совпадает с проекцией ребра m . Истинную длину радиуса вращения точки A определяют построением его профиля: $|KA| = |K_9 A_9^*|$. Новая проекция угла, составленного полупрямыми a и d , равна его истинной величине.

3. Через точку A_9 проводят биссектрису \bar{b} линейного угла до пересечения ее с осью вращения в точке C_9 . Если плоскость T вращать в обратном направлении, то проекция биссектрисы займет положение b ($A_{10} C_9$). Биссектриса b и ребро m , как две пересекаю-

щиеся прямые, определяют в пространстве биссекторную плоскость Ψ ($m \cap b$) двугранного угла $\Sigma m \Lambda$.

4. Горизонталь h_9 плоскости Ψ определяется точками B и C , имеющими одинаковые числовые отметки. Вторую горизонталь h_{10} проводят через точку A параллельно первой. Следует помнить, что Ψ является полуплоскостью, поэтому ее горизонталь — полупрямая.

Пример 5. Определить истинную величину четырехугольника $ABCD$, лежащего в наклонной плоскости Σ (рис. 4.13).

Заметим предварительно, что сторонами четырехугольника являются отрезки прямых m , n , t , построение которых возможно по любым их точкам.

Решение

1. За ось вращения выбираем горизонталь плоскости, проходящую через вершину D , которая останется неподвижной при вращении. Определив истинную длину радиуса вращения произвольно взятой точки E плоскости, строят ее новую проекцию \bar{E}_2 .

2. Сторона AD_2 является отрезком прямой m . Новую проекцию этой прямой можно построить по точке \bar{E}_2 и точке D_2 . Для построения новой проекции точки A , принадлежащей этой прямой, проводим проекцию плоскости вращения этой точки — T , пересечение которой с проекцией прямой m и определит точку A_2 .

3. Прямая n , отрезок AB которой является стороной четырехугольника, может быть определена точками F_2 и \bar{A}_2 . Точка F_2 при вращении плоскости остается неподвижной. Искомая проекция n , таким образом, пройдет через точки F_2 и \bar{A}_2 . Аналогично точке \bar{A}_2 определяем проекцию вершины \bar{B}_2 .

4. Вершина C , находящаяся на прямой t , строится точно таким же образом. Построенная проекция четырехугольника равна его истинной величине: $\bar{A}_2 \bar{B}_2 \bar{C}_2 \bar{D}_2 = ABCD$.

4.3. ВРАЩЕНИЕ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ВОКРУГ НАКЛОННО РАСПОЛОЖЕННОЙ ОСИ

При вращении точки и прямой вокруг наклонно расположенной оси перпендикулярная к ней плоскость вращения будет наклонной. Поэтому окружность, по которой движется точка A вокруг этой оси, будет проецироваться с искажением (в виде эллипса). Чтобы избежать построения эллипса и тем самым упростить решение задачи, наклонную плоскость Σ преобразуют в горизонтальную $\bar{\Sigma}$. Выполнив в горизонтально расположенной плоскости поворот точки A вокруг оси i на заданный угол, плоскость $\bar{\Sigma}$, вращая вокруг той же горизонтали, приводят в первоначальное положение (рис. 4.14). На плане задачу решают в следующем порядке:

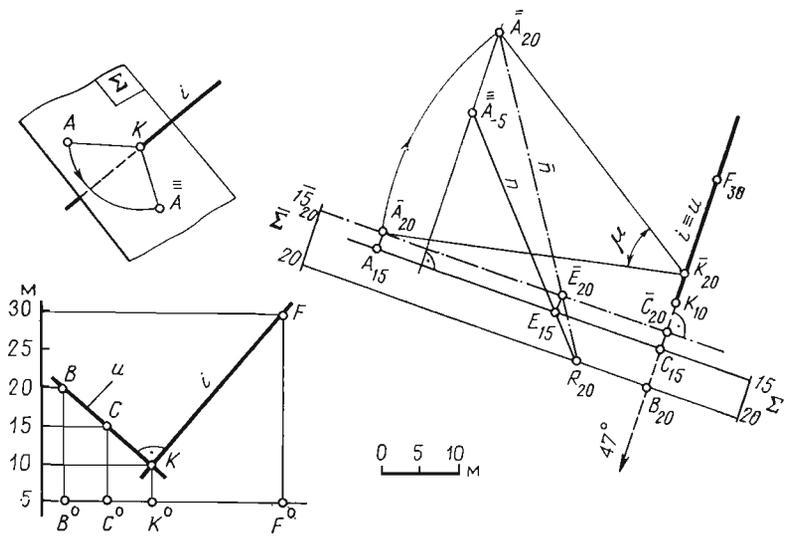


Рис. 4.14

1) через точку A перпендикулярно к оси i ($F_{30} \angle 47^\circ$) проводим плоскость вращения $\Sigma: h^\Sigma \perp i$, $l^\Sigma = 1/l^i$, пад. \rightleftharpoons ;

2) определяем с помощью профиля разреза центр вращения точки A как точку пересечения плоскости Σ с осью вращения i : $\Sigma \cap i = K$;

3) вращением вокруг горизонтали с отметкой 20 м плоскость Σ преобразуем в горизонтальную $\bar{\Sigma}$. Вращаемая точка A после преобразования займет положение \bar{A}_{20} , а проекция точки K удалится от проекции своего центра вращения точки B_{20} на длину радиуса вращения $B_{20}\bar{K}_{20} = BK$ (истинную длину отрезка BK определяем по профилю разреза);

4) точку A поворачиваем вокруг центра \bar{K} на угол μ . Ее новая проекция займет положение \bar{A}_{20} . Через точку A проводим вспомогательную прямую \bar{n} , которая пересечет горизонтали плоскости $\bar{\Sigma}$ в точках \bar{E} и R ;

5) горизонтальную плоскость $\bar{\Sigma}$ вращением вокруг горизонтали h_{20} вновь преобразуем в наклонную. При вращении плоскости $\bar{\Sigma}$ точка R остается неподвижной, так как она принадлежит оси вращения, а точка E принадлежит другой горизонтали плоскости. Таким образом, вспомогательная прямая, на которой располагается точка A , займет положение n ($R_{20}E_{15}$). Пересечение проекции плоскости вращения точки A с проекцией прямой n определяет проекцию искомой точки \bar{A} , повернутой вокруг оси i на угол μ .

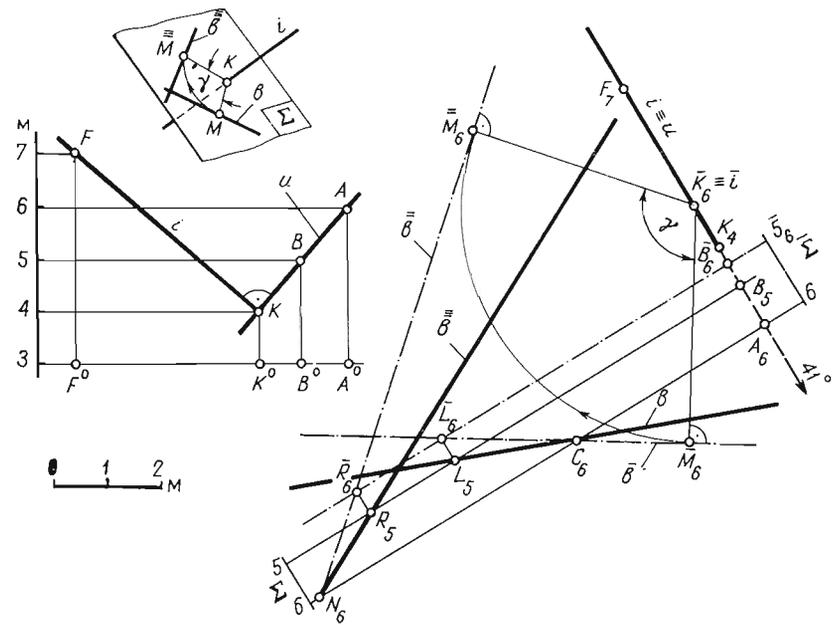


Рис. 4.15

На рис. 4.15 рассматривается пример вращения прямой b (C_6L_5) вокруг наклонной оси i ($F_7 \angle 41^\circ$). По условию задачи прямая b , расположенная в плоскости Σ , перпендикулярной к оси i , должна быть повернута вокруг этой оси на угол γ .

Как и в рассмотренном выше примере, прямую вращаем после преобразования наклонной плоскости Σ в горизонтальную $\bar{\Sigma}$. При вращении прямой b вокруг оси i каждая ее точка поворачивается на один и тот же угол, поэтому вокруг оси i вращаем только одну, ближайшую к оси вращения точку M . Радиус вращения этой точки перпендикулярен к прямой b : $KM \perp b$. После поворота прямой вокруг оси i на угол γ взаимное расположение радиуса вращения и прямой b не изменится. Если точка M займет положение \bar{M} , то прямая b — положение \bar{b} , причем $K\bar{M} \perp \bar{b}$. Задача решается в следующем порядке:

1) строим точку пересечения плоскости Σ с осью вращения i : $\Sigma \cap i = K$. Точка K является центром вращения для всех точек прямой b , в том числе и для точки M , ближайшей к оси вращения i ;

2) наклонную плоскость Σ вращением вокруг ее горизонтали h_6 преобразуем в горизонтальную $\bar{\Sigma}$. Ось вращения при этом займет вертикальное положение \bar{i} , а проекция точки K , удалившись от

проекция центра вращения A_6 на длину радиуса вращения этой точки, займет положение \bar{K}_6 : $\bar{K}_6 A_6 = KA$. Таким образом, проекция оси \bar{i} совпадает на плане с проекцией точки \bar{K} : $\bar{i} \equiv \bar{K}_6$.

Прямая b пересекает горизонтали плоскости Σ в точках C и L . Точка C при вращении плоскости не изменит своего расположения, а точка L займет положение \bar{L}_6 . Эти точки определяют положение прямой после преобразования наклонной плоскости в горизонтальную $\bar{\Sigma}$;

3) на прямой \bar{b} определяем точку \bar{M}_6 , ближайшую к оси вращения \bar{i} . Радиус вращения этой точки перпендикулярен к прямой \bar{b} : $\bar{K}_6 \bar{M}_6 \perp \bar{b}$. Точку \bar{M}_6 поворачиваем вокруг оси \bar{i} на угол γ — ее новая проекция \bar{M}_6 . Через точку \bar{M}_6 перпендикулярно к радиусу вращения $\bar{K}_6 \bar{M}_6$ проводим искомую прямую \bar{b} , которая пересекает горизонталь $h_{5.6}$ плоскости $\bar{\Sigma}$ в точках \bar{R}_6 и N_6 ;

4) горизонтально расположенную плоскость $\bar{\Sigma}$ вращаем вокруг горизонтали h_6 в обратном направлении. При этом точка \bar{R}_6 , лежащая на горизонтали $h_{5.6}$, займет положение R_6 , а точка N_6 , расположенная на оси вращения, останется неподвижной. Эти точки и определяют положение искомой прямой \bar{b} ($N_6 R_6$), повернутой вокруг оси \bar{i} на угол γ .

В том случае, когда необходимо осуществить поворот наклонной прямой, произвольно расположенной относительно оси \bar{i} на заданный угол, достаточно повернуть рассмотренным способом на этот угол две произвольные точки прямой — они и определят положение прямой, повернутой вокруг оси \bar{i} на заданный угол.

4.4. ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ СМЕЩЕНИЕ ТОЧКИ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Построения, связанные со смещением геометрической фигуры по направлению прямой или ломаной линии, выполняют при геологическом картировании тектонически нарушенных месторождений полезных ископаемых.

Под поступательным смещением понимают перемещение точки (или множества точек) по направлению прямой или ломаной линии (рис. 4.16). Вектор L^s , соединяющий исходное и конечное положения смещающейся точки A , носит название истинной величины (амплитуды) смещения. Соединяемые им точки A и A^* называют соответственными.

Проекция истинной амплитуды смещения l^s носит название горизонтальной величины (амплитуды) смещения, а разность высот точек A и A^* , выраженная на чертеже отрезком H^s , — вертикальной величины (амплитуды) смещения.

На рис. 4.16 дан пример построения проекции точки A , сместившейся в указанном направлении по прямой s на заданное расстоя-

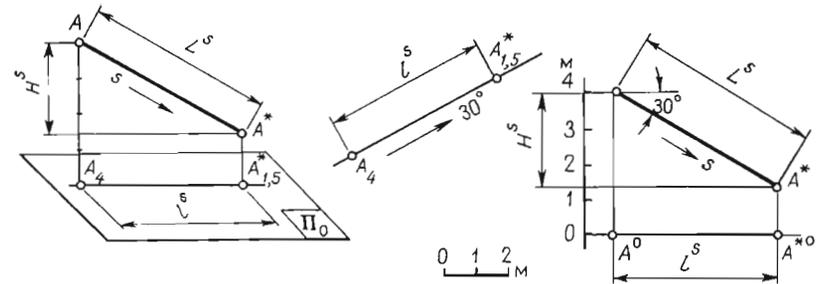


Рис. 4.16

Рис. 4.17

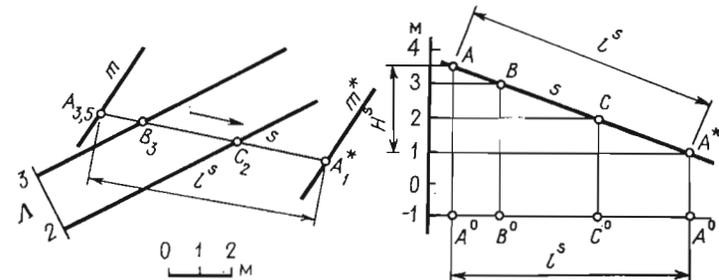
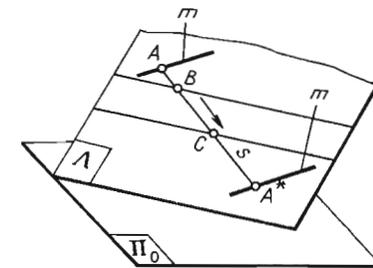


Рис. 4.18

ние L^s . Решение задачи начинается с построения проекции прямой s ($A_4 \angle 30^\circ$) — траектории прямолинейного движения точки A . Построив профиль прямой s и отложив на нем истинную величину смещения L^s , определяем горизонтальную l^s и вертикальную H^s величины смещения: $l^s = |A^0 A^{*0}|$, $H^s = h_A - h_{A^*}$. Горизонтальная величина смещения l определяет положение проекции точки A^* , вертикальная H^s — ее числовую отметку 1,5 м.

В приведенном на рис. 4.17 примере рассматривается случай смещения прямой m на плоскости Λ . Плоскость Λ , по которой смещается прямая m , условно называют плоскостью сместителя. Так, в решении практических задач называют тектоническую трещину в горном массиве, по которой происходило смещение горных по-

род. По условию задачи смещение прямой m происходит без ее вращения. Смещаясь, она остается параллельной своему исходному положению: $m \parallel m^*$. Следовательно, для построения новой проекции прямой, сместившейся по плоскости в указанном направлении, достаточно определить горизонтальную величину смещения для любой ее точки. На плане задача решается в следующем порядке (рис. 4.18):

1) через точку A прямой m в указанном направлении проводим вспомогательную прямую s . По этой прямой точка A будет перемещаться при смещении прямой m по плоскости Λ . Прямая s определяется точками B и C пересечения ее с горизонталями плоскости Λ ;

2) по профилю прямой s с учетом истинной величины смещения L^s определяем горизонтальную l^s и вертикальную H^s величины смещения рассматриваемой точки A ;

3) построив проекцию точки A^* , параллельно исходному положению m проводим прямую m^* — проекцию заданной прямой, сместившейся по плоскости Λ на указанное расстояние L^s .

Возможно решение и обратной задачи — определение истинной величины смещения прямой по проекциям ее исходного n и конечного n^* положений, а также проекции плоскости сместителя Λ (рис. 4.19). Истинную величину смещения определяют по направлению соответственных точек M и M^* (можно выбирать любые соответственные точки, в том числе R и R^*). Прямая s , соединяющая соответственные точки M и M^* , является траекторией движения точки M по плоскости Λ . Расстояние L^s , измеренное на профиле разреза в масштабе плана, и будет искомым.

Построение проекции плоскости, прямолинейно сместившейся в указанном направлении на заданное расстояние, можно свести к методике решения рассмотренных выше задач. При этом решение упрощается, если иметь в виду, что:

смещается только часть плоскости, отсекаемая плоскостью сместителя (рис. 4.20). Отсекаемую часть условимся называть крылом плоскости;

крыло плоскости смещается без вращения, следовательно, элементы залегания этого крыла не меняются, т. е. $\Sigma \parallel \Sigma^*$.

Из сказанного следует, что построение проекции смещенного положения одного из крыльев плоскости может быть сведено к построению одной из точек этого крыла, сместившейся по плоскости сместителя в указанном направлении. Аналогично решаются задачи на смещение проекции крыла любой поверхности, если известны положения плоскости сместителя, направление и истинная амплитуда смещения.

Возможно решение и обратной задачи — определение истинной величины смещения прямой по проекциям ее исходного n и конечного n^* положений, а также проекции плоскости сместителя.

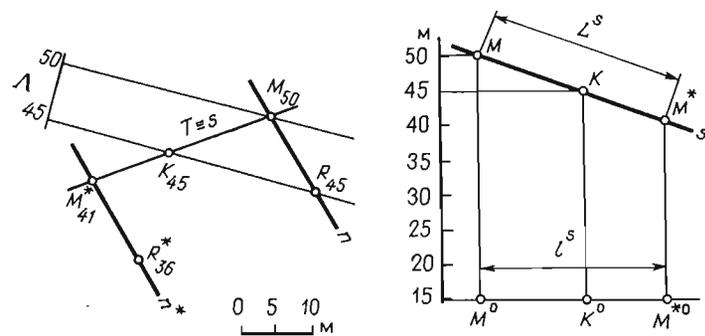


Рис. 4.19

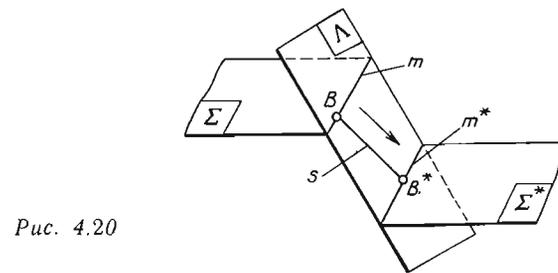


Рис. 4.20

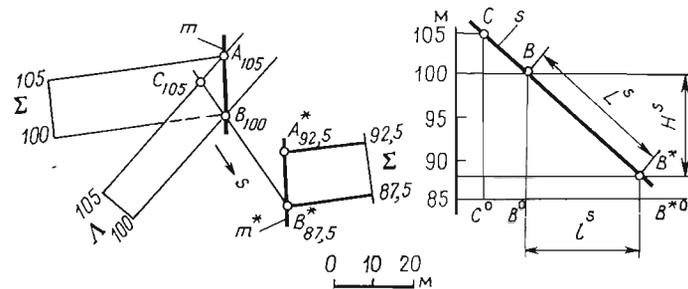


Рис. 4.21

Пример. На рис. 4.21 рассматривается пример построения смещенного положения плоскости. На плане дано исходное положение плоскости Σ и положение плоскости сместителя Λ . Необходимо построить проекцию правого крыла плоскости Σ , сместившегося по плоскости Λ в указанном направлении на расстояние L^s .

Решение

1. Строим прямую m пересечения плоскости Σ с плоскостью Λ . В решении практических задач применительно к случаю разрыва пласта эту линию называют линией обреза (скрещения) плоскостей.

2. В последовательности, изложенной выше, строим проекцию смещенного положения прямой m . Горизонтальную l^s , а также вертикальную H^s величины смещения произвольно выбранной точки B линии обреза определяем построением профиля разреза, выполненного вертикальной плоскостью по направлению s ($C_{105}B_{100}$).

3. Исходя из условия параллельности смещенного положения линии обреза своему исходному положению, а также неизменности элементов залегания крыльев плоскости, строим проекцию ее правого крыла: $m^* \parallel m$ и далее $\Sigma^* \parallel \Sigma$.

Контрольные вопросы

1. Как располагается плоскость вращения по отношению к оси вращения?
2. Что такое центр вращения и радиус вращения точки?
3. Какие точки плоской фигуры остаются неподвижными при вращении этой фигуры вокруг оси?
4. Как методом вращения определить расстояние от точки до наклонной прямой?

5. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ. МНОГОГРАННИКИ И КРИВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

5.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

о геометрическим признакам все поверхности делят на две группы:

1) геометрически правильные поверхности, образованные по определенному геометрическому закону;

2) геометрически неправильные поверхности, образование которых не связано с геометрическими законами.

К первой группе поверхностей относят цилиндрическую, коническую, сферическую и другие, для точного изображения которых на чертеже требуется совершенно определенный минимум данных.

Поверхности второй группы изображаются только приближенно, причем изображение будет тем точнее, чем больше исходных данных приходится на единицу рассматриваемой поверхности. Ко второй группе наряду с другими относятся и все поверхности топографического порядка.

Поверхности, ограничивающие разного рода геологические тела, являются поверхностями топографического порядка. Однако в решении практических задач геологоразведочного производства эти поверхности часто аппроксимируются близкими по форме геометрически правильными поверхностями: многогранными, цилиндрическими, коническими и др.

5.2. МНОГОГРАННИКИ

В природе очень многие вещества имеют кристаллическое строение в виде многогранников. К ним прежде всего следует отнести вещества, слагающие горные породы. В решении горно-геологических задач форму таких объектов как котлованы, отвалы горных пород, насыпи и т. п. тоже приравнивают к многогранникам. Из всего многообразия многогранников практический интерес представляют прежде всего призмы, пирамиды, а также другие выпуклые правильные многогранники.

Многогранником называют совокупность плоских многоугольников, не лежащих в одной и той же плоскости, где каждая сторона одного из них является одновременно стороной другого. Многоугольники, составляющие поверхность многогранника, называют его гранями, их стороны — ребрами, а вершины — вершинами многогранника, совокупность всех граней — его поверхностью. Многогранник называют выпуклым, если вершины и ребра многогранника расположены по одну сторону от любой из его граней.

При изображении многогранника достаточно указать проекции его вершин, соединив их в определенном порядке прямыми линиями — проекциями ребер. При этом на чертеже необходимо указать видимые и невидимые ребра.

Призма. Призмой называют многогранник, две грани которого параллельны, а остальные пересекаются по параллельным прямым и представляют собой параллелограммы. Грани призмы, параллельные между собой, носят название ее оснований, остальные грани называют боковыми. Призму, основанием которой служит параллелограмм, называют параллелепипедом. Если боковые ребра призмы перпендикулярны к ее основаниям, призму называют прямой. В противном случае ее называют наклонной (рис. 5.1, а).

Пирамида. Пирамидой называют многогранник, ограниченный гранями многогранного угла и плоскостью, пересекающей все эти грани (рис. 5.1, б). Многоугольник, полученный в результате такого сечения, называют основанием пирамиды. Боковыми гранями пирамиды будут треугольники с общей вершиной S . Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на ее основание, называется высотой пирамиды. Если основанием пирамиды является правильный многоугольник, а высота проходит через его центр, пирамиду называют правильной.

Особой группой выпуклых многогранников является группа правильных многогранников, у которых все грани — равные между собой правильные многоугольники и все многоугольные углы равны. Существует пять видов правильных многоугольников (рис. 5.2):

Тетраэдр — правильный четырехгранник, ограниченный равносторонними треугольниками, имеет 4 вершины и 6 ребер (рис. 5.2, а).

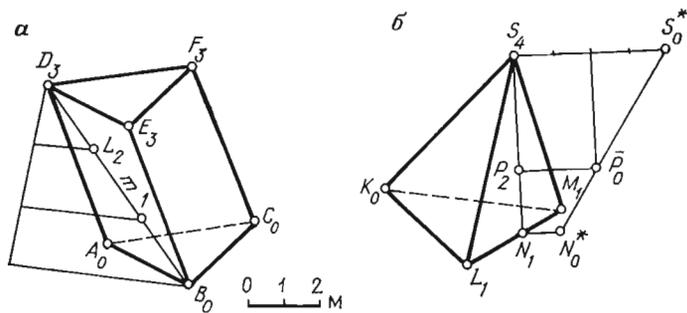


Рис. 5.1

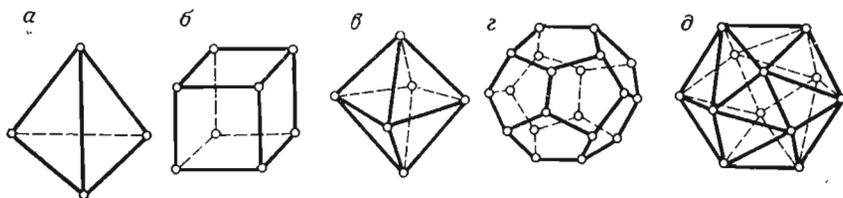


Рис. 5.2

Гексаэдр — правильный шестигранник (куб), ограниченный шестью равными квадратами; имеет 8 вершин и 12 ребер (рис. 5.2, б).

Октаэдр — правильный восьмигранник, ограниченный восемью равносторонними треугольниками, соединенными по четыре около каждой вершины; имеет 6 вершин и 12 ребер (рис. 5.2, в).

Додекаэдр — правильный двенадцатигранник, ограниченный двенадцатью правильными пятиугольниками, соединенными по три около каждой вершины; имеет 20 вершин и 30 ребер (рис. 5.2, г).

Икосаэдр — правильный двадцатигранник, ограниченный двадцатью равносторонними треугольниками, соединенными по пять около каждой вершины; имеет по 12 вершин и 30 ребер (рис. 5.2, д).

При построении проекции точки, лежащей на грани многогранника, необходимо провести прямую, заведомо принадлежащую этой грани, и на ее проекции отметить проекцию точки. На грани $ABED$ при помощи вспомогательной прямой m (B_0D_3) построена точка L , принадлежащая поверхности призмы. Таким же способом построены проекции и точки P , принадлежащей поверхности пирамиды (см. рис. 5.1).

5.3. КРИВЫЕ ЛИНИИ

Кривые линии подразделяются на два вида: плоские кривые и пространственные кривые (линии двойкой кривизны).

Плоские кривые линии. Если все точки кривой лежат в одной плоскости, то такую кривую называют плоской. К плоским кривым относят окружность, эллипс, параболу, гиперболу, циклоиду, лимниску и т. д. При построении проекций плоских кривых необходимо указывать проекции их характерных точек, а также точек, наиболее удаленных от плоскости проекций, и точек, наиболее близких к ней.

К особым точкам плоских кривых относят (рис. 5.3):

- 1) узловую точку — точку A , в которой кривая t пересекает сама себя (рис. 5.3, а);
- 2) точку перегиба — точку B , в которой кривая d , касаясь прямой m , переходит на другую сторону, оставаясь касательной к прямой m в той же точке B (рис. 5.3, б);
- 3) точку возврата — точку C , в которой кривая f , касаясь прямой, делает резкий поворот в обратном направлении, оставаясь касательной к прямой. Различают точку возврата первого рода — C (рис. 5.3, в) и второго рода — D (рис. 5.3, г).

В решении практических задач часто возникает необходимость проведения прямых, касательных, а также нормальных к кривой в данной точке.

Прямую m , которая соединяет две бесконечно близкие точки кривой t , называют касательной. Через каждую точку кривой можно провести касательную к ней прямую (рис. 5.4).

Ниже даны примеры, в которых рассматриваются способы построения прямых, касательных и нормальных к плоским кривым.

Пример 1. Через точку A провести прямую m , которая была бы касательной к кривой t (рис. 5.5).

Через точку A проводят пучок прямых, пересекающих кривую в точках C, E, K, \dots, B . Хорды BC, DE, \dots, LM делят пополам. Соединив полученные точки I, II, III, IV плавной кривой, строят кривую ошибок p , которая пересекает заданную кривую t в точке N . Прямая m , проходящая через точки A и N , является искомой.

Пример 2. Параллельно заданному направлению n провести прямую m , которая была бы касательной к кривой t (рис. 5.6).

Для определения точки A касания прямой, параллельной заданному направлению, проводят ряд секущих прямых. Хорды BC, DE, FK и LM делят пополам. Соединив точки I, II, III и IV плавной кривой, строят кривую ошибок p , которая пересекает кривую t в точке A . Через точку A параллельно заданному направлению проводят искомую касательную m .

Пример 3. Провести прямую m , которая была бы касательной к кривой t в заданной точке A (рис. 5.7).

Перпендикулярно к предполагаемому направлению искомой прямой m проводят вспомогательную прямую b , а через точку A — пучок секущих кривую t прямых и пересекающих вспомогательную прямую в точках D, E и R . От точек D и E вправо, а от точки R —

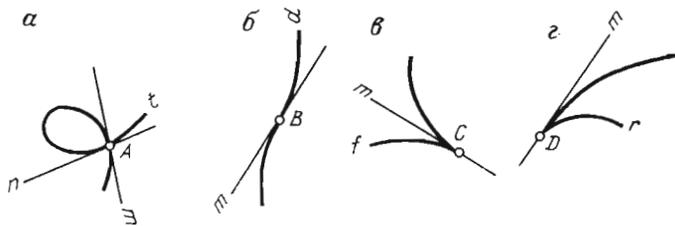


Рис. 5.3

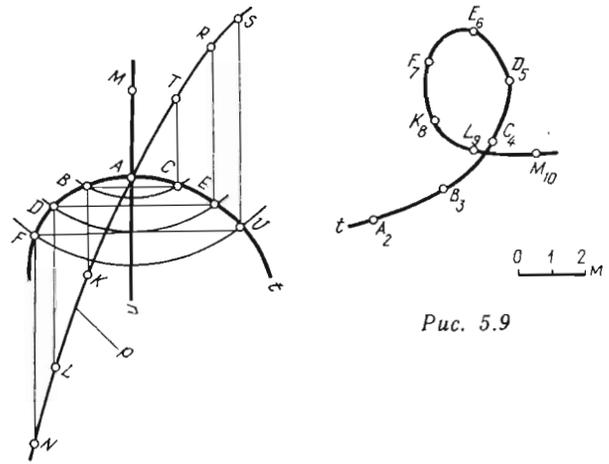


Рис. 5.9

Рис. 5.8

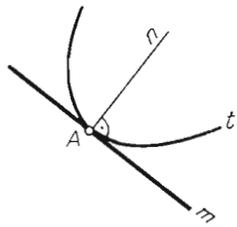


Рис. 5.4

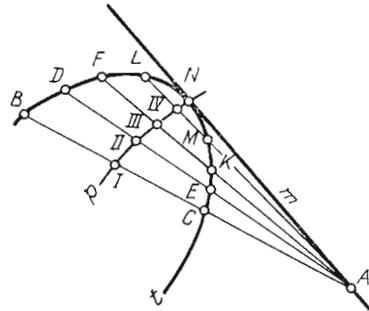


Рис. 5.5

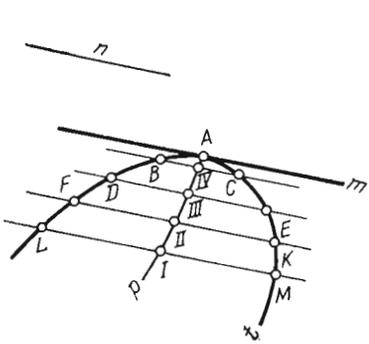


Рис. 5.6

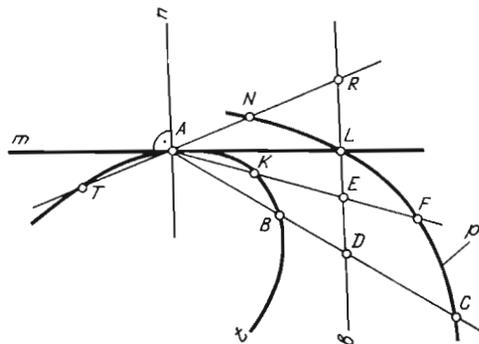


Рис. 5.7

влево откладывают хорды $AB = DC$ и $AK = EF$, а влево — хорду $AT = RN$. Точки C, F, N определяют кривую ошибок p . Кривая ошибок пересекает вспомогательную прямую b в точке L . Прямая m , проходящая через точки A и L , является искомой.

Пример 4. Через точку M провести прямую n , нормальную к кривой t (рис. 5.8).

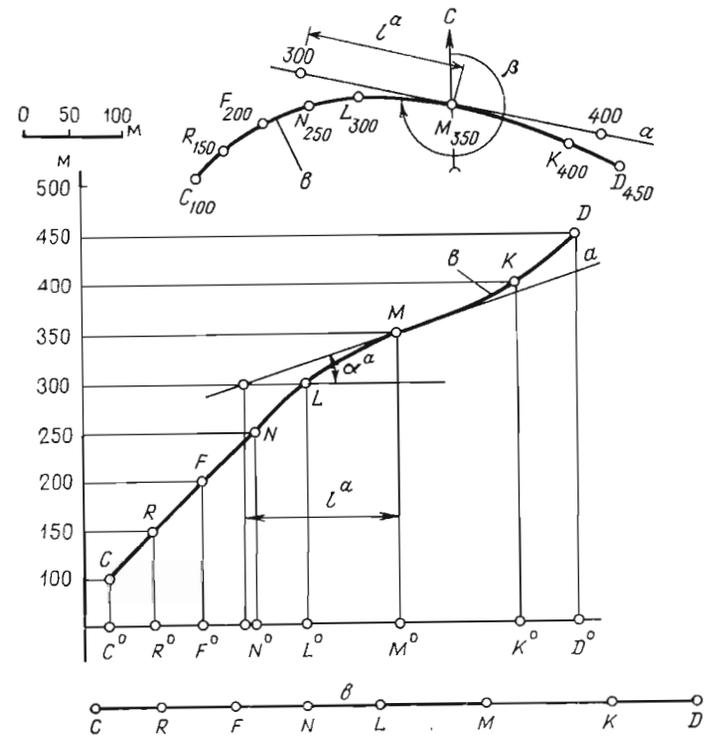


Рис. 5.10

Приняв точку M за центр, проводят ряд концентрических окружностей, которые пересекают кривую t в точках B, C, D, \dots, U . Через точки B, D, E в одном, а через точки C, E, U в противоположном направлении проводят перпендикулярные к хордам прямые, на которых откладывают отрезки, равные длинам хорд:

$$\begin{aligned} BK &= BC, & TC &= BC; \\ DL &= DE, & RE &= DE; \\ FN &= FU, & SU &= FU. \end{aligned}$$

Точки S, R, T, K, L и N определяют кривую ошибок p . Она пересекает заданную кривую t в точке A . Прямая n , проходящая через точки M и A , является искомой.

Следует отметить, что проекции кривых на плане в общем случае есть кривые линии, сохраняющие многие свойства своих оригиналов.

Пространственные кривые линии. Кривая линия, которая не может быть совмещена с плоскостью всеми своими точками, носит название пространственной. К пространственным кривым следует отнести прежде всего цилиндрическую и коническую винтовые линии. На плане пространственную кривую задают проекциями последовательного ряда точек (рис. 5.9). В геологической практике вид пространственной кривой имеет ось искривленной разведочной скважины. Одним из основных требований, предъявляемых к буровой геологоразведочной скважине, является проведение ее в соответствии с проектным профилем, поэтому в процессе бурения возникает необходимость контролировать пространственное положение скважины в любой ее точке. Пространственное положение скважины может быть определено в заданной точке, если известны следующие ее параметры: глубина, зенитный угол α (зенитным называют угол, составленный прямой, касательной к оси скважины, и вертикалью) и азимутальный угол β (азимутальным называют правый угол, составленный северным направлением меридиана и направлением падения касательной на плане).

На рис. 5.10 рассматривается пример определения зенитного и азимутального углов кривой b , моделирующей буровую скважину в заданной точке M , а также определение истинной длины скважины от устья — точка D до забоя — точка C . Задача решается в следующем порядке:

1) строим на плане проекцию касательной прямой a к проекции кривой b в точке M по правилу, изложенному в примере 3;

2) строим профиль развернутого разреза, выполненного по направлению кривой b . Решение этой задачи проводят приближенно — заменой пространственной кривой b ломаной линией \bar{b} . Точки на кривой b определяют дуги, близкие к отрезкам прямых: $(\bar{D})(\bar{K}) = D_{450}K_{400}$; $(\bar{K})(\bar{M}) = K_{400}M_{350}$; $(\bar{R})(\bar{C}) = R_{150}C_{100}$. В результате выполненных построений пространственная кривая b преобразовалась в плоскую кривую \bar{b} :

3) полученную кривую \bar{b} измеряют по правилу спрямления плоских кривых. Для этого на прямой, проведенной на свободном поле чертежа, откладывают отрезки, равные соответствующим частям плоской кривой \bar{b} : $DK = \bar{D}\bar{K}$, $KM = \bar{K}\bar{M}$, \dots , $RC = \bar{R}\bar{C}$. Сумма этих отрезков, равная DC , и дает приближительную длину пространственной кривой b ;

4) через точку M касательно к развернутому профилю кривой b проводим прямую a и определяем по ее профилю заложение и зенитный угол γ ;

5) строим проекции точек касательной прямой a на плане.

5.4. КРИВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ. ОБЗОР НЕКОТОРЫХ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ИХ ЗАДАНИЕ И ИЗОБРАЖЕНИЕ НА ПЛАНЕ

В начертательной геометрии кривую поверхность рассматривают как геометрическое место последовательных положений некоторой линии, движущейся в пространстве по определенному закону. Эту линию, которая может быть прямой или кривой, называют образующей, а неподвижную линию, по которой она движется, называют направляющей.

За основу классификации кривых поверхностей принимают либо вид образующей, либо закон ее движения. По виду образующей различают поверхности: линейчатые, если образующая — прямая линия; нелинейчатые, если образующая — кривая линия. Примерами первой группы могут быть цилиндрическая и коническая поверхности, косая плоскость и другие, примерами второй — сферическая поверхность, тор, эллипсоид и др.

По закону движения образующей различают: поверхности вращения, винтовые поверхности, поверхности с плоскостью параллелизма.

Примерами первой группы поверхностей могут быть круговой цилиндр, круговой конус, сфера и другие, второй группы — прямой и косоугольный геликсонид, третьей группы — цилиндрический конус, косая плоскость и др.

Инженеру-геологу при геометризации месторождений полезных ископаемых приходится иметь дело в основном с геометрически неправильными поверхностями топографического порядка. Однако в решении практических задач поверхности, ограничивающие геологические или рудные тела, часто приравнивают к геометрически правильным поверхностям: цилиндрической, конической, сферической, косой плоскости и другим и пользуются ее геометрическими свойствами.

При задании поверхности на чертеже необходимо указать на нем такие элементы поверхности, которые позволяли бы построить каждую точку этой поверхности. Для придания большей наглядности часто на чертеже строят еще и очертание поверхности, кото-

рое является границей видимости частей поверхности на плане и отделяет видимую часть поверхности от невидимой. В практике решения задач геологоразведочного производства кривые поверхности на плане обычно изображают горизонтальными. Исходными данными для построения горизонталей поверхности являются образующая и направляющая поверхности; направляющая и элементы залегания образующей, отнесенные к определенным точкам поверхности; образующая и ось вращения поверхности и т. д.

Кратчайшее расстояние между проекциями двух соседних горизонталей на плане называется заложением кривой поверхности, которое, как будет показано ниже, не является постоянной величиной.

Цилиндрическая поверхность. Цилиндрическая поверхность образуется прямой t , которая, перемещаясь по произвольной кривой h , остается параллельной своему исходному положению (рис. 5.11), т. е. все образующие параллельны друг другу и имеют одинаковые элементы залегания.

В основу классификации цилиндрических поверхностей положен вид кривой, которую получают при пересечении поверхности с плоскостью, перпендикулярной к ее образующей. Цилиндрическую поверхность называют круговой, если линия пересечения является окружностью; эллиптической, если линия пересечения — эллипс, и т. д. Если линией пересечения является геометрически неопределенная кривая, цилиндрическую поверхность называют поверхностью общего вида. На рис. 5.11 цилиндрическая поверхность общего вида изображена горизонтально расположенной направляющей h и наклонно расположенной образующей $t: \Phi(h \cap t)$. На рис. 5.12 такого же вида поверхность изображена направляющей n , расположенной в вертикальной плоскости (n^* — профиль направляющей на плане) и горизонтально расположенной образующей $t(A_2B_2): \Phi(n \cap t)$. Цилиндрическая поверхность без разрывов и складок разворачивается на плоскости, поэтому ее называют разворачивающейся поверхностью.

На рис. 5.13 дан пример образования и изображения на плане цилиндрической поверхности вращения образующей t вокруг параллельной ей оси i . Полученную таким способом поверхность называют поверхностью вращения. При вертикальном расположении оси i проекция рассматриваемой поверхности на плане вырождается в окружность.

На рис. 5.14 приведен пример построения горизонталей цилиндрической поверхности общего вида, заданной на плане направляющей h и образующей t . Направляющая располагается горизонтально и является, таким образом, одной из горизонталей поверхности. Для построения большого количества горизонталей через произвольно выбранные точки направляющей h проводят дополнительные образующие. Определив на профиле заложение образующей $t(A_0B_3) — l'$, интерполируют и остальные образующие. Плав-

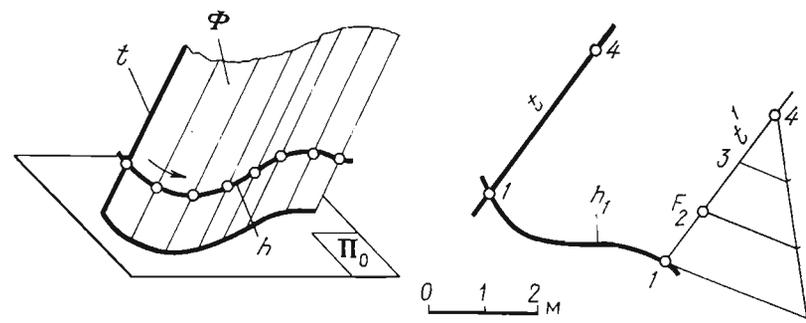


Рис. 5.11

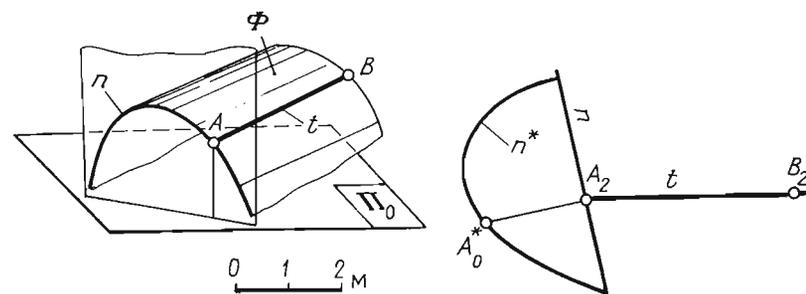


Рис. 5.12

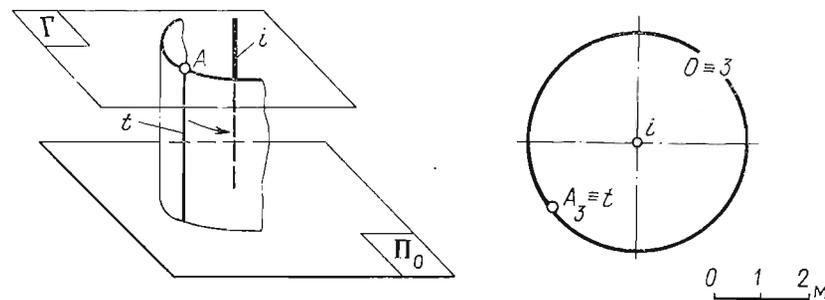


Рис. 5.13

ные кривые, проведенные через точки образующих с одинаковыми числовыми отметками, являются проекциями искомых горизонталей.

Горизонталью цилиндрической поверхности, изображенной на рис. 5.15, является ее образующая $t(A_3B_3)$. Для построения про-

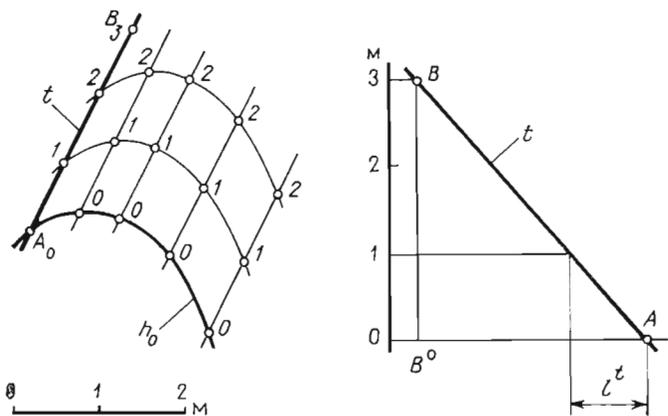


Рис. 5.14

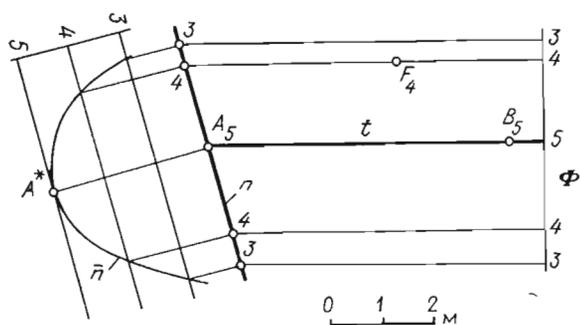


Рис. 5.15

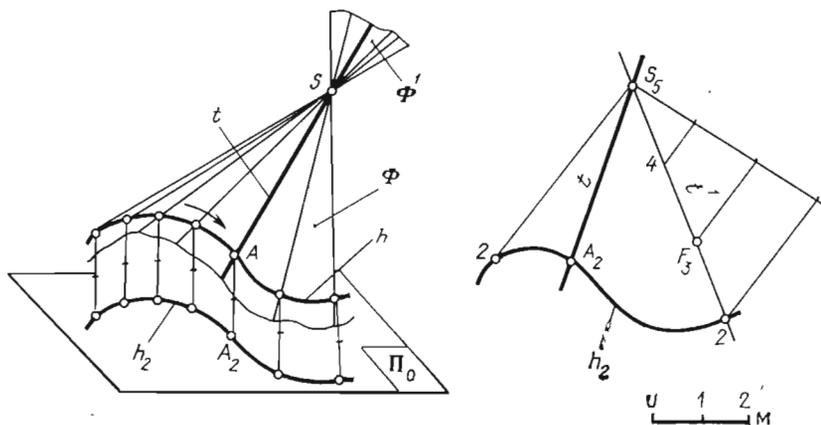


Рис. 5.16

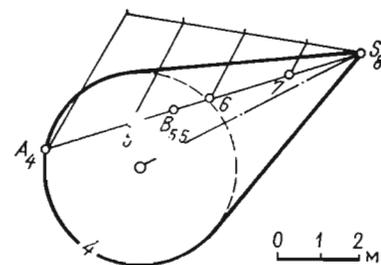


Рис. 5.17

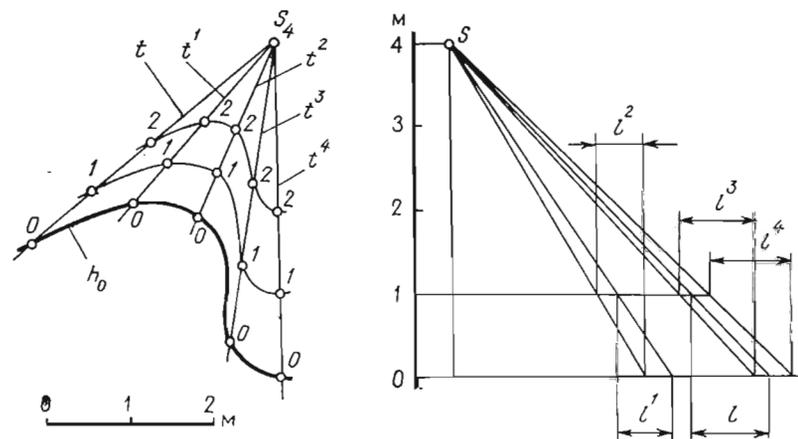


Рис. 5.18

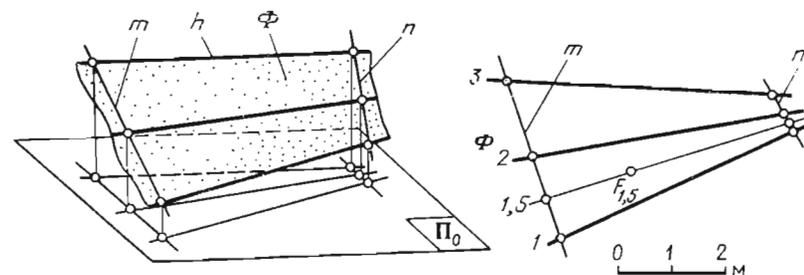


Рис. 5.19

екций большего количества горизонталей необходимо проинтерполировать направляющую поверхности n , отметив на ее проекции точки, разность отметок которых соответствует выбранной высоте сечения. Через проекции полученных точек проводят горизонталы поверхности, исходя из условия их параллельности друг другу.

Коническая поверхность. Коническая поверхность образуется прямой t , которая, перемещаясь по произвольной кривой h , во всех положениях проходит через неподвижную точку S пространства (см. рис. 5.5) — вершину поверхности. Поверхность, неограниченно простираясь в обе стороны от точки S , образует две полости: верхнюю Φ^1 и нижнюю Φ .

В основу классификации конических поверхностей берут вид кривой, которую можно получить при пересечении поверхности плоскостью, перпендикулярной к ее оси. Под осью поверхности понимают линию пересечения ее двух плоскостей симметрии. Как и в случае с цилиндрической, коническая поверхность может быть круговой, эллиптической и т. д. Коническую поверхность, не имеющую оси симметрии, называют поверхностью общего вида.

На рис. 5.16 горизонтально расположенная направляющая h и образующая t определяют коническую поверхность общего вида: $\Phi(h \cap t)$. Эллиптический конус, основанием которого является горизонталь поверхности с отметкой 4 м, изображен на рис. 5.17: $\Omega(h, S_8)$. Очертание поверхности на чертеже дано проекциями двух очерковых образующих и основанием конуса. Коническую поверхность относят к числу развертывающихся.

Горизонталь конической поверхности общего вида, заданной направляющей h и вершиной S , строят в следующем порядке (рис. 5.18): через произвольно выбранные точки направляющей h и вершину S проводят образующие конической поверхности; определив по профилю их заложения, интерполируют образующие поверхности; плавные линии, проведенные через точку с одинаковыми отметками, являются проекциями искомых горизонталей конической поверхности.

Косая плоскость. Косая плоскость относится к поверхностям параллелизма. Она образуется прямой h , которая, перемещаясь по двум скрещивающимся прямым m и n , во всех положениях остается параллельной заданной плоскости. Эту плоскость называют плоскостью параллелизма (рис. 5.19): $\Phi(m \dot{-} n)$.

При изображении такой поверхности ее обычно располагают в пространстве так, чтобы плоскость проекций была одновременно и плоскостью параллелизма семейства образующих поверхности. При таком расположении горизонталь косой плоскости будут прямыми линиями, однако их проекции на плане не параллельны друг другу. Линиями пересечения этой поверхности с плоскостями могут быть как параболы, так и гиперболы. Этим объясняется и другое название поверхности: гиперболический параболоид.

Для построения горизонталей косой плоскости необходимо проинтерполировать ее направляющие и через точки с одинаковыми отметками провести прямые линии.

Если одну из направляющих косой плоскости заменить кривой линией, то поверхность превращается в коноид (рис. 5.20). При

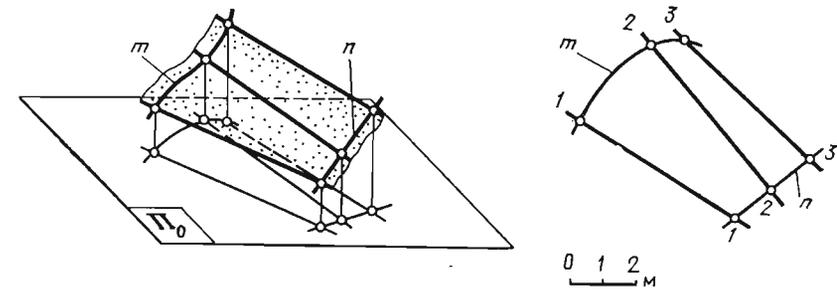


Рис. 5.20

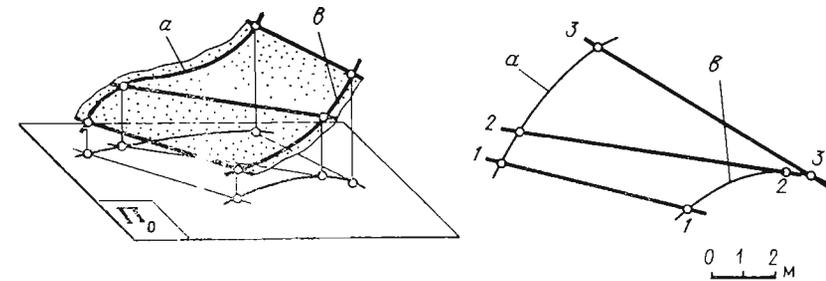


Рис. 5.21

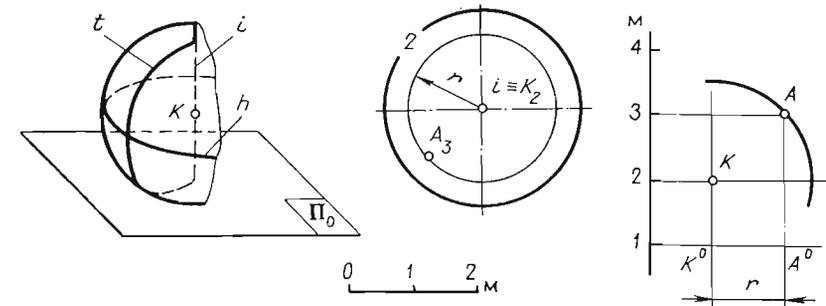


Рис. 5.22

замене обеих направляющих кривыми линиями поверхность превращается в цилиндрическую (рис. 5.21).

Сферические поверхности. Сферическую поверхность относят к поверхностям вращения. Она образуется вращением окружности вокруг ее диаметра (рис. 5.22). На плане сферическая поверхность

определена центром K и проекцией одной из ее горизонталей h_2 (экватора сферы): $\Phi(K_2, h)$. Построение горизонтали сферической поверхности показано на чертеже. Проинтерполировав на профиле образующую (она изображена полуокружностью), на плане строят проекцию точки с заданной числовой отметкой. Проекцией горизонтали будет окружность, радиус которой равен расстоянию от точки K_2 до проекции A_3 $r = K_2A_3$.

5.5. ТОПОГРАФИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ И ЕЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Топографическую поверхность относят к геометрически неправильным поверхностям, так как она не имеет геометрического закона образования. Для характеристики поверхности определяют положение ее характерных точек относительно плоскости проекций.

На рис. 5.23 дан пример плана участка топографической поверхности, на котором показаны проекции ее отдельных точек. Такой план хотя и дает возможность составить представление о форме изображаемой поверхности, однако отличается малой наглядностью. Чтобы придать чертежу большую наглядность и облегчить тем самым его чтение, проекции точек с одинаковыми отметками соединяют плавными кривыми линиями, которые называют горизонталями — (изолиниями) (рис. 5.23).

Горизонтали топографической поверхности иногда определяют и как линии пересечения этой поверхности с горизонтальными плоскостями, отстоящими друг от друга на одно и то же расстояние (рис. 5.24). Разность отметок у двух смежных горизонталей называют высотой сечения. Изображение топографической поверхности тем точнее, чем меньше разность отметок у двух смежных горизонталей. На топографических планах горизонтали замыкаются в пределах чертежа или вне его. На более крутых склонах поверхности проекции горизонталей сближаются, на пологих — их проекции расходятся.

Кратчайшее расстояние между проекциями двух смежных горизонталей на плане называют заложением. На рис. 5.25 через точку A топографической поверхности проведено несколько отрезков прямых: $|AB|$, $|AC|$ и $|AD|$. Все они имеют разные углы падения. Наибольший угол падения имеет отрезок $|AC|$, заложение которого имеет минимальное значение. Очевидно, он и будет являться проекцией линии падения поверхности в данном месте. Проекция этой линии перпендикулярна к касательной n , проведенной через точку C . На рис. 5.26 приводится пример построения проекции линии падения через заданную точку A . Из точки A_{100} , как из центра, проводят дугу окружности, касающуюся ближайшей горизонтали в точке B_{90} . Точка B_{90} , лежащая на горизонтали h_{90} , будет принадлежать линии падения. Из точки B_{90} проводят

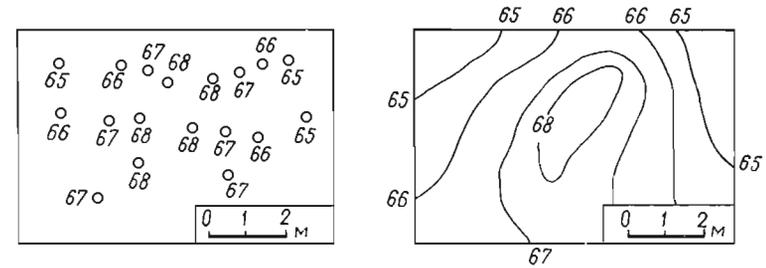


Рис. 5.23

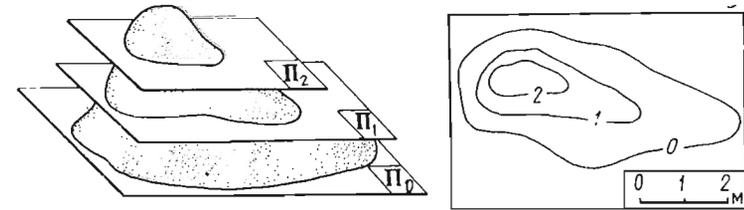


Рис. 5.24

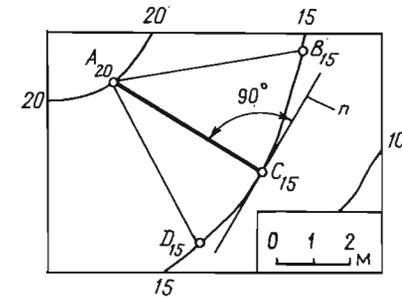


Рис. 5.25

дугу, касающуюся следующей горизонтали в точке C_{80} , и т. д. Из чертежа видно, что линией падения топографической поверхности является ломаная линия, каждое звено которой перпендикулярно к горизонтали, проходящей через нижний, имеющий меньшую отметку, конец звена.

На рис. 5.27 дан пример построения проекции линии постоянного уклона, соединяющей кратчайшим путем точки A и C топографической поверхности. Проведение такого рода линий связано с проектированием технических сооружений на сильно пересеченном рельефе местности. Задачу решают в следующем порядке:

1) через точку A проводят ломаную линию постоянного уклона (AB^1C^1), заложение l^1 которой берут произвольно. Отрезок, сое-

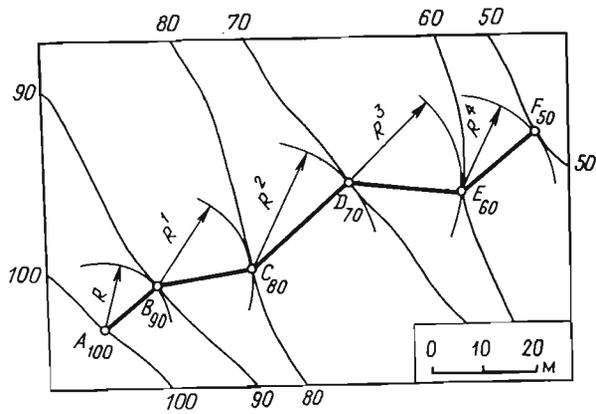


Рис. 5.26

диняющий заданную точку C с построенной точкой C^1 , является величиной несходности точки C^1 с точкой C ;

2) через точку A проводят несколько ломаных линий (AB^2C^2), (AB^3C^3) . . . , причем их заложения l^2, l^3 берут в сторону уменьшения (увеличения) заложения $l^1 : l^2 < l^1, l^3 < l^2$ и т. д.;

3) строят кривую ошибок. На горизонтальной прямой от точки A откладывают заложения проведенных по поверхности линий: $|AB^1| = l^1, |AB^2| = l^2, |AB^3| = l^3$ и т. д.

Через точки B^1, B^2, B^3 . . . проводят вертикальные линии, на которых откладывают величины несходности точек C^1, C^2, C^3 . . .

$$C_{18}C_{18}^1 = |B^1C^1|, \quad |C_{18}C_{18}^2| = |B^2C^2|, \quad |C_{18}C_{18}^3| = |B^3C^3|.$$

Соединив точки C^1, C^2, C^3 . . . плавной линией p , отмечают точку B пересечения кривой ошибок с горизонтальной прямой. Отрезок $[AB]$ является заложением l искомой линии.

На рис. 5.28 дан пример построения дополнительной горизонтали поверхности с отметкой 24,75 м. Между горизонталями с отметками 24 и 25 м проводят отрезки прямых, на которых методом профиля находят точки с заданной отметкой. Полученные точки A, B, C . . . соединяют плавной линией.

В заключение следует заметить, что для построения точки, принадлежащей какой-либо из рассмотренных поверхностей, необходимо построить линию (прямую или кривую), лежащую на этой поверхности, и на ней отметить искомую точку (см. рис. 5.11, 5.15, 5.16, 5.18, 5.19, 5.22).

Контрольные вопросы

1. Перечислите известные виды правильных многогранников, укажите их характерные признаки.
2. Как задаются призма и пирамида на плане?
3. Дайте определение пространственной и плоской кривой.
4. Что называется кривизной плоской кривой и как графически ее определить?
5. Какие точки относят к особым точкам плоской кривой?
6. Какая прямая называется касательной к кривой линии?
7. Какие способы задания поверхностей вы знаете?
8. Что такое определитель поверхности?
9. Дайте классификацию линейчатых поверхностей.
10. К какому типу поверхностей относится топографическая поверхность? Как ее можно задать на плане?

6. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ

6.1. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКА С ПЛОСКОСТЬЮ

Фигурой сечения многогранника плоскостью является многоугольник, вершины которого могут быть построены как точки M, N, L пересечения ребер многогранника с секущей плоскостью Σ ,

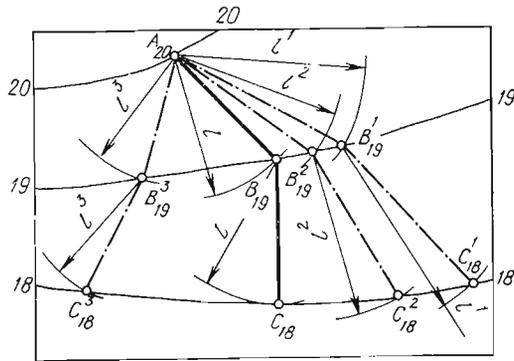


Рис. 5.27

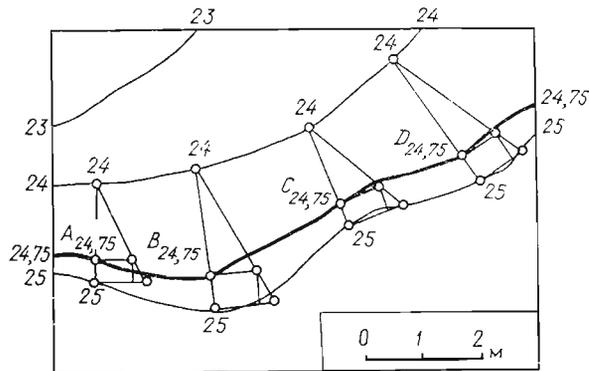
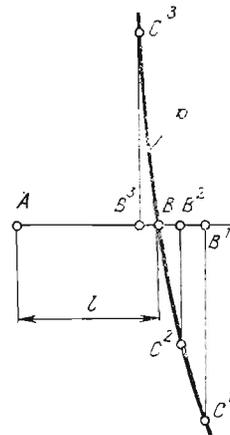


Рис. 5.28

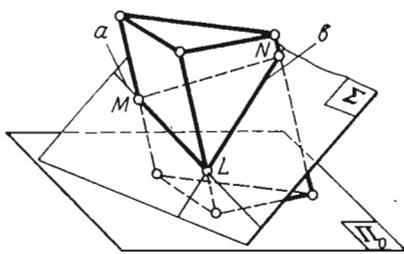


Рис. 6.1

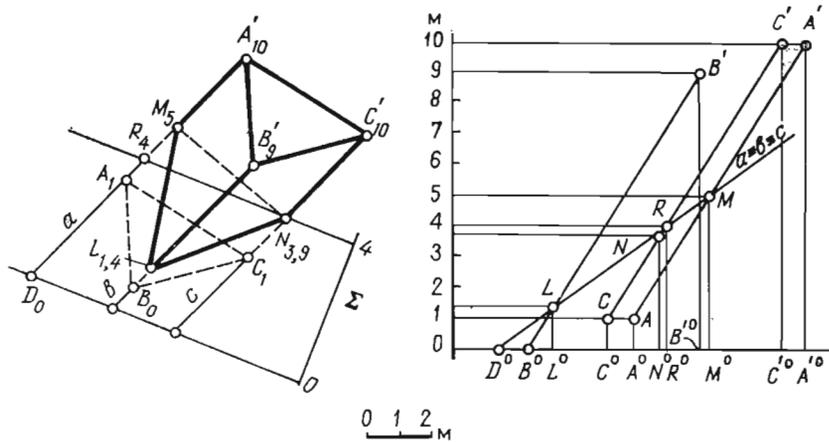


Рис. 6.2

а стороны — как отрезки a , b , по которым секущая плоскость пересекает грани многогранника (рис. 6.1). В первом случае задача сводится к построению точек пересечения прямых с плоскостью, во втором — к построению линий пересечения плоскостей. Ниже приведены примеры построения фигуры сечения многогранника плоскостью.

Пример 1. Построить проекцию фигуры сечения наклонной призмы плоскостью Σ (рис. 6.2).

Вершины искомой фигуры могут быть построены пересечением ребер многогранника с секущей плоскостью Σ . Для построения точки M пересечения ребра $|AA'|$ с плоскостью Σ строят профиль разреза, выполненный по направлению этого ребра. Пересечение на разрезе профилей прямой a и ребра $|AA'|$ определяет вершину M . Вершины L и N определяют построением профилей разрезов, выполненных по направлению ребер BB' и CC' . Для уменьшения количества выполняемых построений задачу решают на «сводном разрезе», геометрическая сущность которого заключается в следующем: так как секущая плоскость Σ пересекается с плоскостями разрезов по параллельным прямым a , b и c (это следует из условия параллельности боковых ребер многогранника),

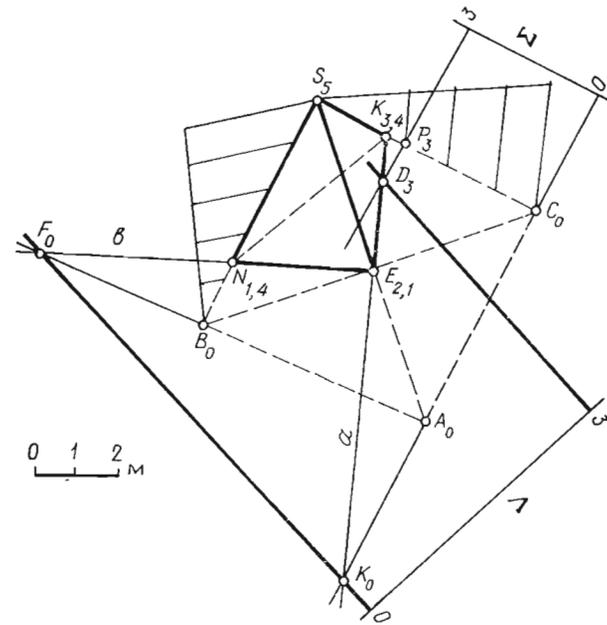


Рис. 6.3

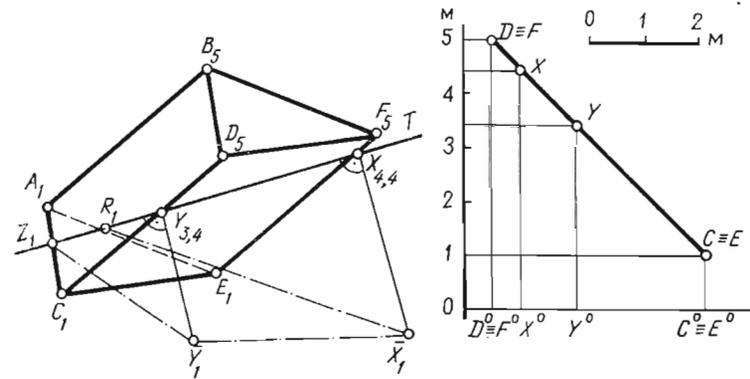


Рис. 6.4

то при построении профилей разрезов возможно наложение одного разреза на другой. Совместив профили прямых a , b и c , строят профили боковых ребер, которые изобразятся отрезками параллельных прямых: $|AA'| \parallel |BB'| \parallel |CC'|$. Взаимное пересечение профилей прямых и боковых ребер определяют точки L и N — недостающие вершины искомой фигуры сечения.

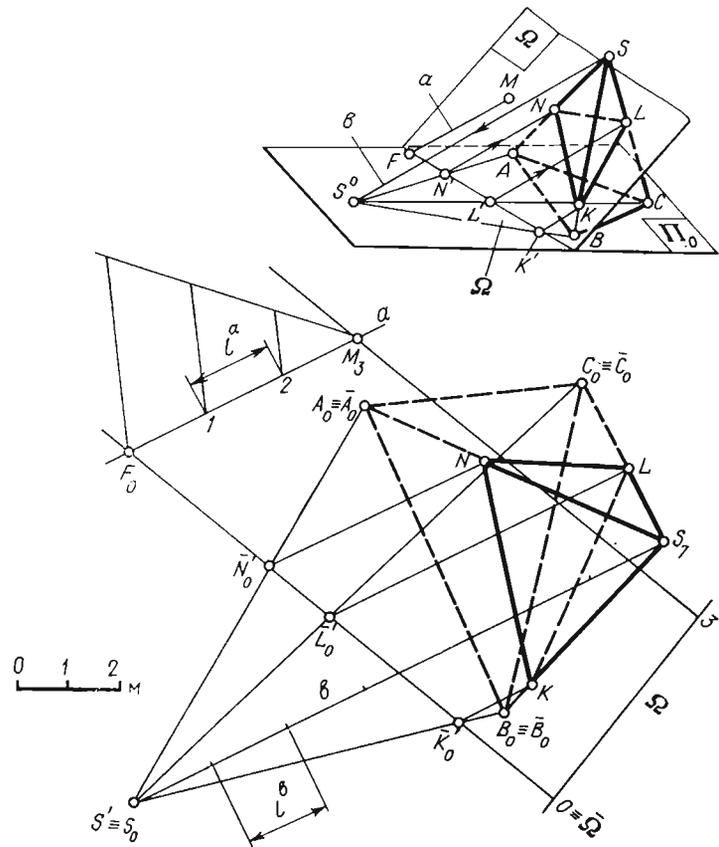


Рис. 6.5

Пример 2. Построить фигуры сечения наклонной пирамиды плоскостью Σ (рис. 6.3).

В данном примере стороны искомой фигуры сечения определяют как линии пересечения граней пирамиды с секущей плоскостью Σ . Для построения прямой a пересечения грани SAC (плоскости Λ) с плоскостью Σ можно воспользоваться пересечением двух пар одноименных горизонталей. Первой парой могут быть горизонтали с нулевой отметкой, пересечение которых определяет точку K . Точку D определяют пересечением горизонталей с отметкой 3 м. Отрезок $|EL|$ прямой a является стороной искомой фигуры сечения пирамиды. Найденные точки E и L принадлежат также граням BSA и CSB пирамиды. Следовательно, линии пересечения этих граней с плоскостью Σ должны пройти через точки E и L . Грань BSA пересекает плоскость Σ по прямой b , которая определяется

точкой E и точкой F пересечения горизонтали грани $h(A_0B_0)$ с одноименной горизонталью плоскости Σ . Отрезок $|EN|$ прямой b является второй стороной искомой фигуры. Третья сторона фигуры определяется точками N и L , принадлежащими одной и той же грани BSC .

Пример 3. Построить истинный вид фигуры сечения наклонной призмы вертикальной плоскостью T (рис. 6.4).

Искомой фигурой сечения многогранника с плоскостью T является четырехугольник $ZYXR$, проекция которого на плане совпадает с проекцией секущей плоскости. Вершины четырехугольника определяют пересечением ребер призмы с плоскостью T . Для определения истинного вида фигуры сечения необходимо определить предварительно высотные отметки ее вершин — точек Z , Y , X и R . Точки Z и R имеют отметки 1 м. Отметки точек X и Y определяют построением профиля боковых ребер $|CD|$ и $|EF|$ (профили указанных ребер на чертеже совмещены). Истинный вид фигуры сечения построен совмещением секущей плоскости T с плоскостью горизонта, отметки которой равны 1 м: $Z_1\bar{Y}_1\bar{X}_1R_1 \cong \cong ZYXR$.

Пример 4. Построить проекцию фигуры сечения наклонной пирамиды плоскостью Ω (рис. 6.5).

Рассмотрим еще один способ построения фигуры сечения, сущность которого заключается в следующем. Пирамида косоугольно проецируется на плоскость проекции Π_0 в направлении какой-либо прямой (исключая горизонталь), лежащей в плоскости Ω . В рассматриваемом примере пирамида проецируется в направлении прямой a , произвольно взятой на плоскости Ω . При таком направлении проецирования проекция секущей плоскости вырождается в прямую $\bar{\Omega}$, а проекция пирамиды изобразится фигурой $\bar{S}ACB$. Точки N , L и K пересечения ребер пирамиды с плоскостью Ω определяют по их косоугольным проекциям \bar{N} , \bar{L} и \bar{K} .

Решение

1. В плоскости Ω через точку M в произвольном направлении проводят вспомогательную прямую a (M_3F_0), которую и принимают за направление вспомогательного проецирования.

2. Строят дополнительную косоугольную проекцию пирамиды. Так как основание пирамиды располагается на плоскости проекций, то его косоугольная проекция совпадает с прямоугольной — $A_0B_0C_0 = \bar{A}_0\bar{B}_0\bar{C}_0$. Для построения косоугольной проекции вершины пирамиды через точку S параллельно вспомогательной прямой a проводят прямую b ($S_7\bar{S}_0$) до пересечения ее с плоскостью проекций в точке \bar{S}_0 . Точку \bar{S}_0 , которая является косоугольной проекцией вершины пирамиды, соединяют прямыми линиями с точками \bar{A}_0 , \bar{B}_0 и \bar{C}_0 .

3. Отмечают точки \bar{N}_0 , \bar{K}_0 и \bar{L}_0 пересечения косоугольных проекций боковых ребер пирамиды с косоугольной проекцией секущей плоскости Ω :

4. Проведением линий проекционной связи, параллельных направлению косоугольного проецирования, строят проекции точек N , K и L на плане. Треугольник NKL является проекцией искомой фигуры сечения.

6.2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КРИВОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКОСТЬЮ

Сечение кривой поверхности плоскостью в общем случае представляет собой плоскую кривую линию. Проекция этой линии на плане может быть построена по ее отдельным точкам, которые определяют либо пересечением семейства образующих кривой поверхности с секущей плоскостью, либо пересечением одноименных горизонталей плоскости и поверхности (рис. 6.6).

Цилиндрическая поверхность. Цилиндрическая поверхность пересекается с плоскостью по прямым линиям (образующим), если секущая плоскость параллельна образующим этой поверхности. Во всех остальных случаях линия, ограничивающая фигуру сечения, будет плоской кривой — окружностью, эллипсом и т. д.

Пример 1. На рис. 6.7 наклонный цилиндр пересекается плоскостью Σ , параллельной образующей цилиндра t . Для построения проекции фигуры сечения на плане отмечают точки D_0 и A_0 пересечения горизонтали h_0 плоскости с нижним основанием (горизонталью h_0) цилиндра. Пересечение верхнего основания с горизонталью h_4 плоскости определяют точки C_4 и B_4 , принадлежащие искомой фигуре сечения. Боковая поверхность пересекается с плоскостью Σ по образующим t^1 и t^2 , нижнее и верхнее основания — по отрезкам горизонталей $|D_0A_0|$ и $|C_4B_4|$.

Фигурой сечения цилиндра является параллелограмм $DCBA$, истинный вид которого определен методом вращения плоскости Σ вокруг ее горизонтали h_0 : $D_0\bar{C}_0\bar{B}_0\bar{A}_0 \cong DCBA$.

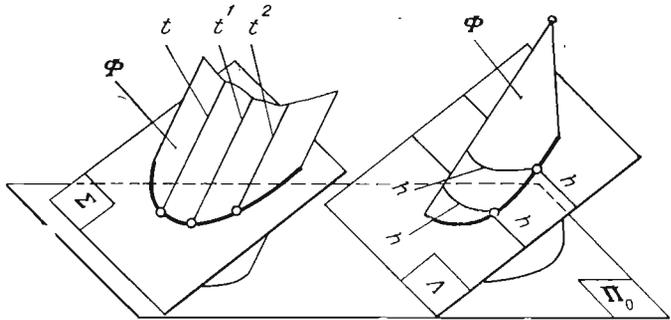


Рис. 6.6

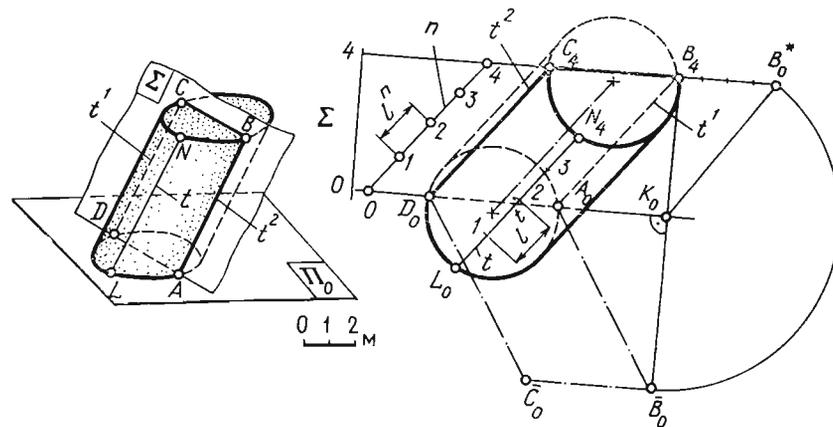


Рис. 6.7

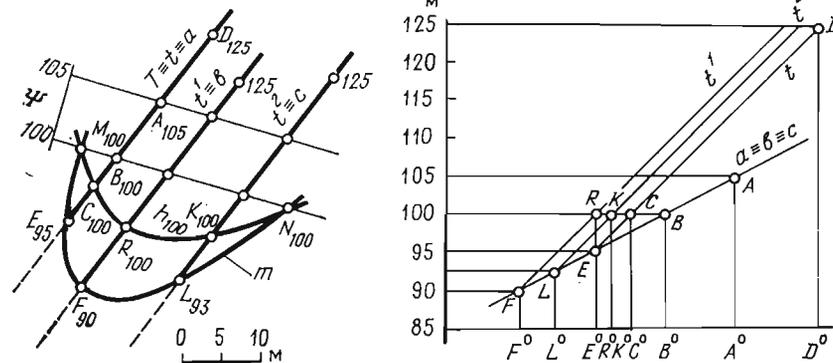


Рис. 6.8

Пример 2. Построить линию пересечения цилиндрической поверхности общего вида Φ ($h \cap t$) с плоскостью Ψ , не параллельной образующим поверхности (рис. 6.8).

Искомую кривую m определяют точками пересечения образующих поверхности с секущей плоскостью.

Решение

1. Определяют точку пересечения первой образующей поверхности с плоскостью Ψ построением разреза, выполненного вертикальной плоскостью T по направлению образующей t ($D_{125}C_{100}$). Пересечение конкурирующих прямых t и a на разрезе определяет искомую точку E , ее отметку — 95 м, а основание E^0 — положение проекции точки на плане.

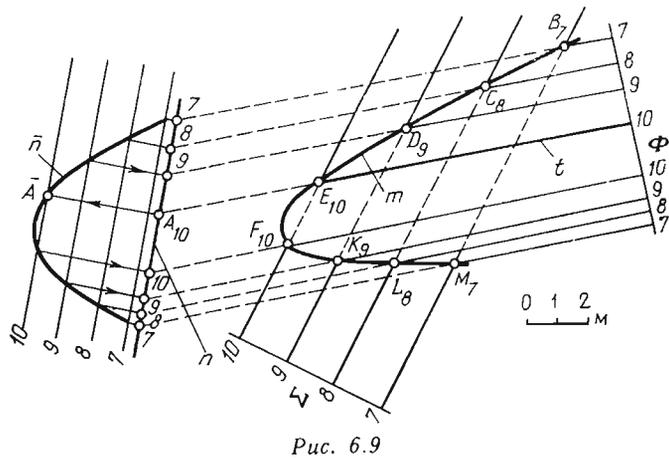


Рис. 6.9

2. Так как образующие поверхности являются параллельными прямыми, для нахождения остальных точек кривой m можно воспользоваться построением сводного разреза. Профили прямых b и c (линий пересечения плоскости Ψ с плоскостями разрезов) совмещают с профилем прямой a . Пересечение прямых b и c с образующими t^1 и t^2 определяет точки F и L , принадлежащие искомой линии пересечения.

3. Направляющая h является горизонталью цилиндрической поверхности. Пересечение ее с одноименной горизонтальной плоскости Ψ определяет еще две точки кривой m — точки M и N .

В заключение следует сказать, что количество разрезов по образующим поверхности должно быть минимальным, но достаточным для определения характера кривизны искомой линии.

Пример 3. Построить линию пересечения плоскости Σ с цилиндрической поверхностью общего вида Φ ($n \cap t$), образующая которой расположена параллельно плоскости проекций, а направляющая n — в вертикальной плоскости. Характер ее кривизны определяется профилем \bar{n} (рис. 6.9).

Решение

1. Интерполируют направляющую n . Для этого на профиле n строят точку A . Линию проекционной связи $A_{10}\bar{A}$ проводят перпендикулярно к проекции кривой n . Через точку A проводят горизонталь плоскости профиля с отметкой, соответствующей отметке точки A — 10 м. Остальные горизонтали проводят параллельно первой на расстоянии, равном заданной высоте сечения, — 1 м. Пересечение их с профилем n определяет точки кривой, отметки которых имеют постоянную разность. Проекции полученных точек строят проведением линий проекционной связи в обратном направлении;

2. Через проекции построенных точек параллельно t проводят образующие (горизонтали) поверхности;

3. Искомую кривую m определяют точками B, C, D, \dots, M пересечения одноименных горизонталей плоскости и цилиндрической поверхности.

Пример 4. На рис. 6.10 рассмотрен случай пересечения цилиндрической поверхности Ψ , заданной на плане горизонталями h^Ψ , с плоскостью Λ . Фигура сечения в рассматриваемом примере будет ограничена плоской кривой — эллипсом.

Точки, принадлежащие линии сечения, определяют пересечением горизонталей поверхности с одноименными горизонталями плоскости Λ . Так, пересечение горизонталей с отметками 0 м определяет точки A и A^1 искомой кривой, горизонталей с отметками 1 м — точки B и B^1 и т. д.

Истинный вид сечения определяют методом вращения секущей плоскости вокруг ее горизонтали 0 м. Следует заметить, что в рас-

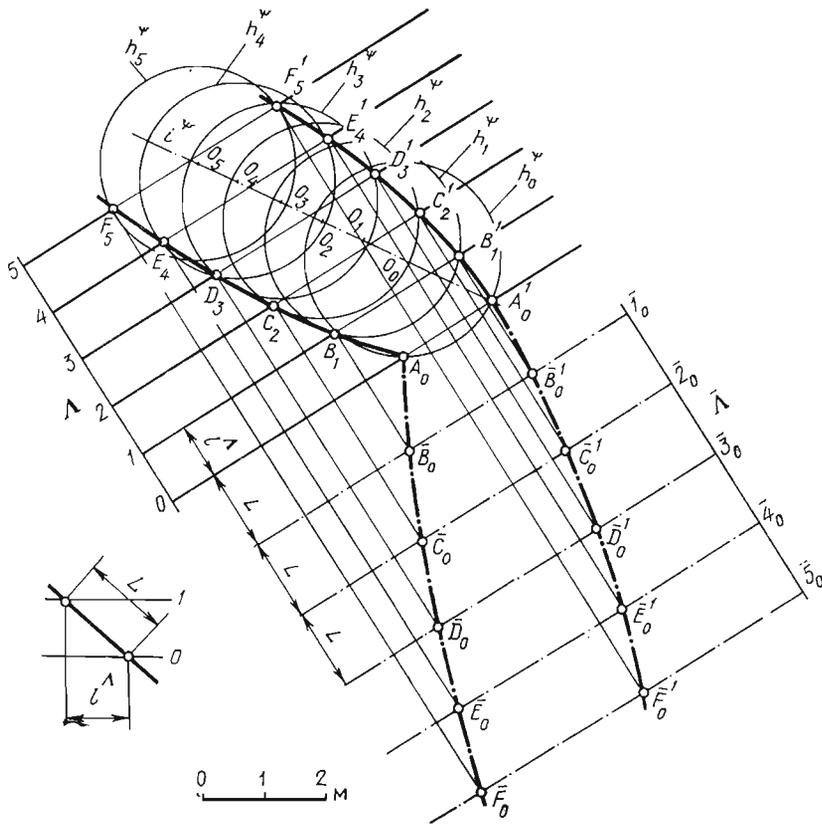


Рис. 6.10

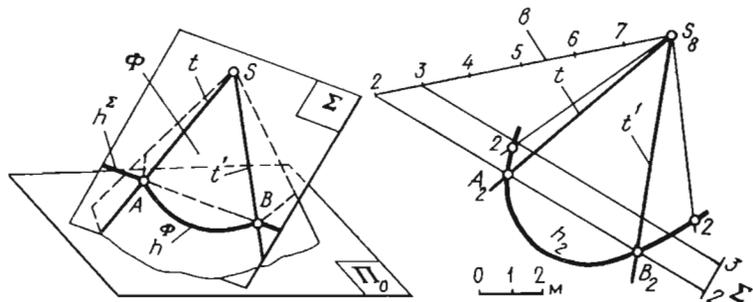


Рис. 6.11

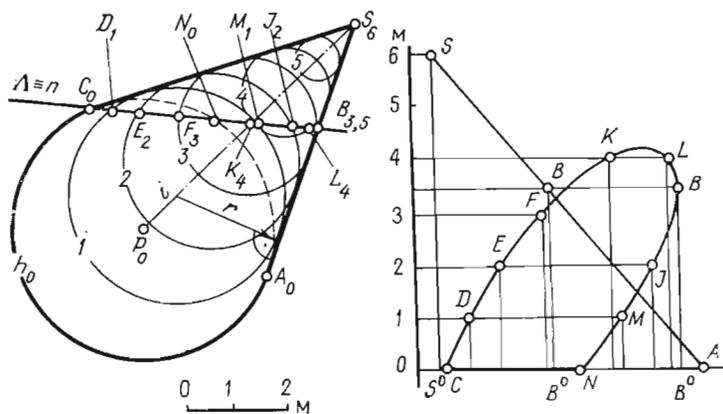


Рис. 6.12

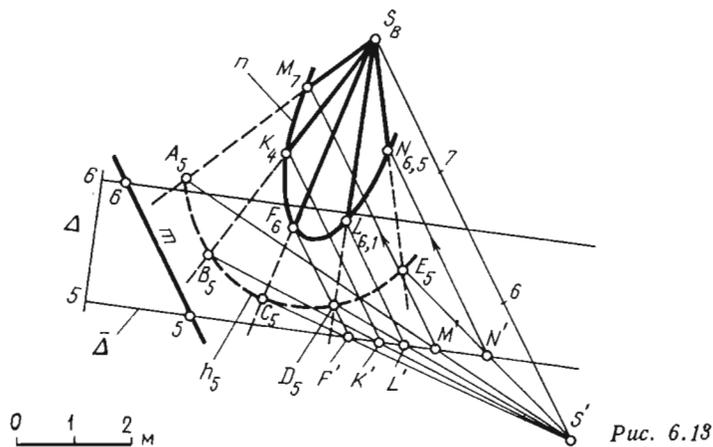


Рис. 6.13

смаатриваемом примере радиусы вращения точек, принадлежащих линии сечения, находить не надо. Так как все найденные точки линии сечения располагаются на горизонталях секущей плоскости Λ , то для построения ее истинного вида достаточно построить новые проекции горизонталей, на которых эти точки располагаются. Расстояния между горизонталями после преобразования плоскости будут истинными и равны отрезку L .

Отложив величину L , как показано на рис. 6.10, строят новые проекции горизонталей плоскости $1_0, 2_0, \dots, 5_0$, на которых и отмечают соответственные точки искомой кривой: \bar{B}_0 и \bar{B}_0^1 ; \bar{C}_0 и \bar{C}_0^1 и т. д. Точки $\bar{A}_0, \bar{B}_0, \bar{C}_0, \dots$, а также $\bar{A}_0, \bar{B}_0, \bar{C}_0$ соединяют по лекалу плавной кривой линией.

Коническая поверхность. Если секущая плоскость проходит через вершину конической поверхности, то она пересекает ее по прямым линиям — образующим поверхности. Во всех остальных случаях линия сечения будет плоской кривой: окружностью, эллипсом, кривой общего вида и т. д. Ниже рассматриваются некоторые случаи пересечения конической поверхности плоскостью.

Пример 1. Построить проекции линии пересечения конической поверхности общего вида $\Phi(h, S_8)$ с плоскостью Σ , проходящей через ее вершину (рис. 6.11):

Если секущая плоскость проходит через вершину конической поверхности, то она пересекает ее по прямым линиям — образующим t и t^1 . Образующие t и t^1 имеют общую точку S . Две другие точки A и B , принадлежащие искомым образующим, определяют пересечением горизонталей плоскости Σ и поверхности, отметки которых равны 2 м.

Пример 2. Построить истинный вид фигуры сечения наклонного конуса вертикальной плоскостью Λ . Направляющая линия h , располагающаяся в плоскости Π_0 , является окружностью (рис. 6.12).

Фигура сечения в рассматриваемом примере будет ограничена линией пересечения боковой поверхности конуса с плоскостью Λ , а также отрезком прямой линии пересечения оснований конуса с плоскостью Λ . Проекция фигуры сечения на плане совпадает с проекцией секущей плоскости: $\Lambda \equiv n$. Кривую n пересечения боковой поверхности конуса с плоскостью Λ определяют точками C, D, E, \dots, N пересечения горизонталей конической поверхности с плоскостью Λ . Горизонталы строят как окружности, центры которых определяют интерполированием оси i (S_8P_0). Радиусы окружностей равны кратчайшим расстояниям от их центров до одной из очерковых образующих (например, S_8P_0). Отметку точки B пересечения очерковой образующей SA с плоскостью Λ определяют построением профиля этой образующей, а истинный вид фигуры сечения — построением профиля разреза.

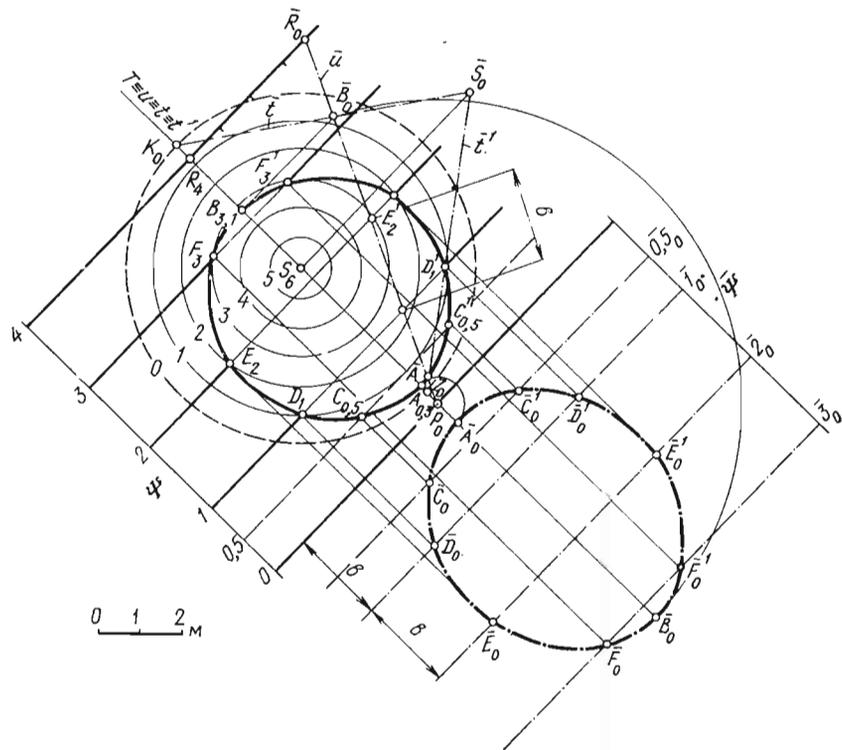


Рис. 6.14

Пример 3. Построить проекцию линии пересечения конической поверхности общего вида Φ (h_5, S_8) с плоскостью Δ (рис. 6.13).

Искомую кривую n определяют, как и в случае с цилиндрической поверхностью, точками пересечения образующих конической поверхности с секущей плоскостью, которые можно определить построением косоугольных проекций плоскости Δ и конической поверхности Φ ($h_5 S_8$).

Косоугольные проекции плоскости Δ и поверхности строят на горизонтальной плоскости, отметка которой равна 5 м. Направление проецирования определяют прямой m , принадлежащей плоскости Δ . При таком направлении проецирования косоугольная проекция секущей плоскости вырождается в прямую линию $\bar{\Delta}$, совпадающую с прямоугольной проекцией горизонтали h_5 . Построив косоугольную проекцию вершины поверхности, строят косоугольные проекции ее образующих. Отметив точки F', K', L', M' и N' пересечения косоугольных проекций образующих с косоугольной проекцией секущей плоскости, обратным проецированием строят

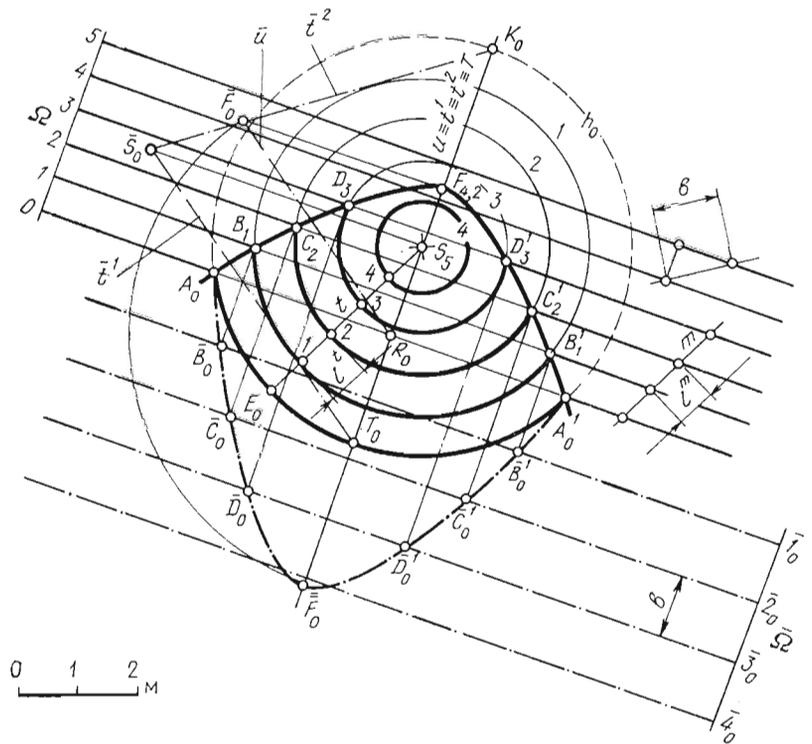


Рис. 6.15

их прямоугольные проекции $F_0, K_{6,7}, L_{6,1}, N_{6,5}$ и M_7 . Соединив полученные точки кривой n , находят проекцию искомой линии пересечения конической поверхности с плоскостью Δ .

Пример 4. Построить истинный вид фигуры сечения кругового конуса (h_0, S_8) плоскостью Ψ (рис. 6.14).

Из теории сечений конуса плоскостью следует, что фигура сечения в данном примере будет ограничена эллипсом. Для построения его проекции определяют точки D и D^1, E и E^1, F и F^1 пересечения одноименных горизонталей поверхности и плоскости. Проекция точек C и C^1 построены при помощи дополнительной горизонтали с отметкой 0,5 м. Наивысшую точку B и наивысшую точку A фигуры сечения определяют построением профиля разреза, выполненного вертикальной плоскостью, проходящей через точку S поперек построения секущей плоскости Ψ . Пересечение на профиле разреза образующих $t(K_0 S_0)$ и $t^1(Z_0 S_0)$ с профилем линии падения $\bar{u}(\bar{R}_0 P_0)$ определяет искомые точки \bar{B}_0 и \bar{A}_0 фигуры сечения. Истинный вид фигуры сечения построен преобразованием наклон-

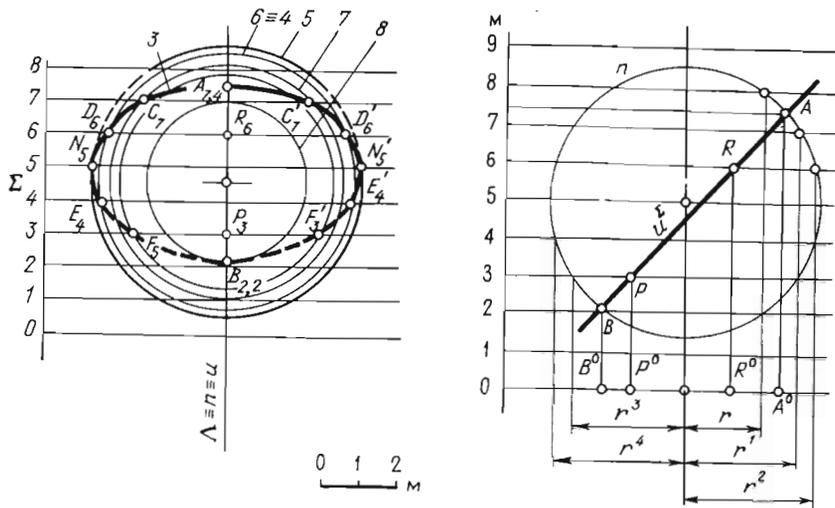


Рис. 6.16

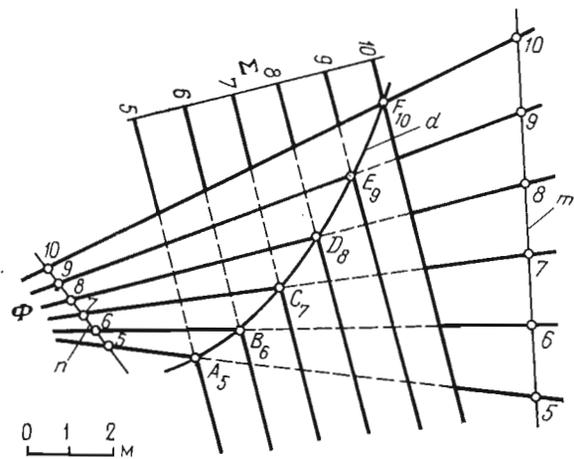


Рис. 6.17

ной секущей плоскости Ψ в горизонтальную $\bar{\Psi}$. Расстояние между горизонталями плоскости после преобразования будет истинным и равно отрезку b , величина которого определена по профилю линии падения u .

Пример 5. Построить истинный вид линии пересечения кругового конуса (h_0, S_5) с плоскостью Ω , параллельной образующей t (S_5E_0) конической поверхности (рис. 6.15).

Коническая поверхность при заданном расположении плоскости пересекается по параболе. Проинтерполировав образующую t ,

строим горизонтали кругового конуса — концентрические окружности с центром S_5 , проходящие через найденные точки.

Чтобы плоскость Ω была параллельна образующей t , она должна пройти через прямую m , параллельную образующей t и проведенную в данном примере в произвольном месте. Проекция прямой m параллельна проекции прямой t , $l^m = l^t$, пад. \Rightarrow . Очевидно, что через прямую m можно провести бесчисленное множество плоскостей и, в частности, плоскость Ω , которую мы задавали на чертеже горизонталями.

Определив точки пересечения одноименных горизонталей плоскости и конуса: B и B^1 , C и C^1 , D и D^1 , находим наивысшую точку сечения, как и в предыдущем примере, построением профиля образующей t^2 и линии падения u^2 : $\bar{t}^2 (\bar{S}_0K_0) \cap \bar{u} (\bar{F}_0R_0) = \bar{F}_0$.

Так как нижняя полость конической поверхности неограниченно продолжается вниз, то нижними точками линии сечения в данном примере могут быть взяты произвольные точки параболы, например точки A_0 и A_0^1 . Истинный вид линии пересечения конуса с плоскостью определяем преобразованием наклонной секущей плоскости Ω в горизонтальную $\bar{\Omega}$.

Сфера. Линией пересечения плоскости с поверхностью сферы является окружность, которая при горизонтальном расположении плоскости проецируется без искажения, при наклонном — в виде эллипса, при вертикальном — отрезком прямой линии.

На рис. 6.16 рассматривается пример построения проекции линии пересечения поверхности сферы с наклонно расположенной плоскостью Σ . Построение проекции эллипса начинают с характерных точек кривой: наивысшей A и наинизшей B , а также точек N и N' , расположенных на проекции контурной образующей сферы и определяющих видимую часть проекции кривой от невидимой. На плане проекции указанных точек строят в следующем порядке:

1) строят профиль разреза поверхности сферы вертикальной плоскостью Λ , проходящей через центр сферы перпендикулярно к простираению секущей плоскости Σ . Плоскость Λ пересекает сферу по окружности n , плоскость Σ — по линии падения u (P_3R_6). Пересечение их профилей на разрезе определяет наивысшую точку A и наинизшую точку B . Определив их высотные отметки и положения оснований, строят их проекции на плане: $|PA| = |P_3A_{7,3}|$; $|PB| = |P_3B_2|$;

2) точки N и N' , отделяющие видимую часть проекции от невидимой, определяют пересечением горизонтали h_5 сферы с одноименной горизонталью плоскости Σ . Остальные точки линии сечения определяют пересечением одноименных горизонталей сферы и плоскости Σ . Истинным видом фигуры сечения будет окружность, диаметр которой определяют по профилю разреза: $d = AB$.

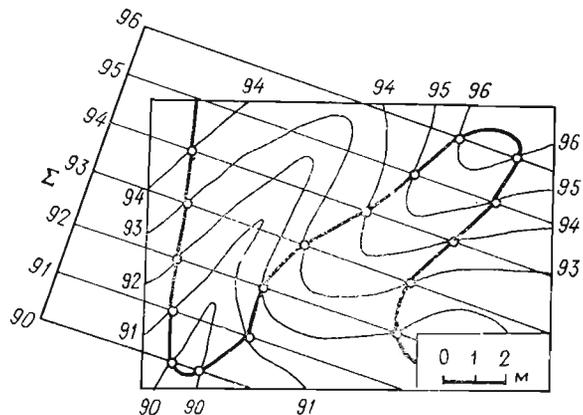


Рис. 6.18

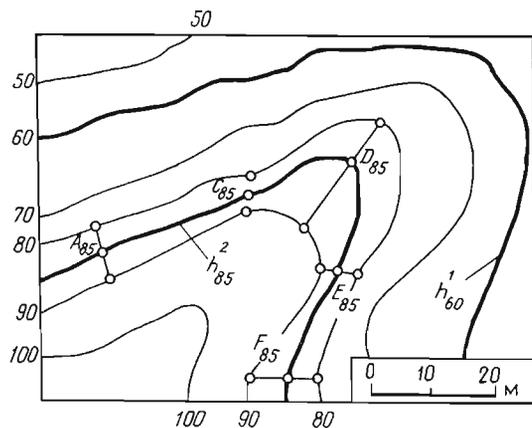


Рис. 6.19

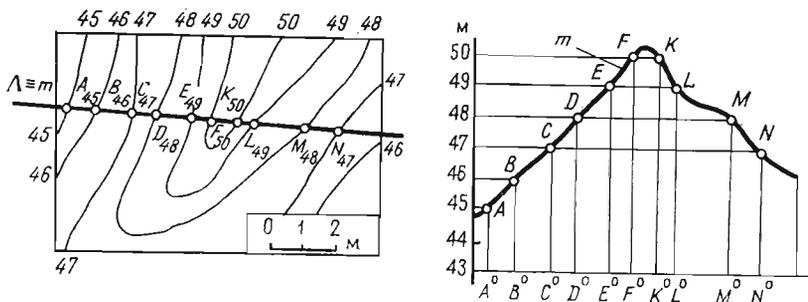


Рис. 6.20

Косая плоскость. На рис. 6.17 дан пример построения проекции линии пересечения косой плоскости Φ ($n-m$) (гиперболического параболоида) с наклонной плоскостью Σ . Точки A, B, \dots, F пересечения одноименных горизонталей плоскости Σ и поверхности определяют искомую кривую d .

Топографическая поверхность. Случай пересечения топографической поверхности с плоскостью наиболее часто встречается в решении геологических задач и прежде всего в решении задач геологического картирования. На рис. 6.18 дан пример построения пересечения топографической поверхности с плоскостью Σ . Искомую кривую m определяют точками пересечения одноименных горизонталей плоскости и топографической поверхности.

На рис. 6.19 топографическая поверхность пересекается с горизонтальными плоскостями Γ^1 и Γ^2 , отметки которых соответственно равны 60 и 85 м. Линиями пересечения указанных плоскостей с топографической поверхностью будут горизонтали h^1 и h^2 с отметками 60 и 85 м.

На рис. 6.20 дан пример построения истинного вида линии пересечения топографической поверхности с вертикальной плоскостью Λ . Искомую линию m определяют точками A, B, C, \dots, N пересечения горизонталей топографической поверхности с секущей плоскостью Λ . На плане проекция кривой вырождается в прямую линию, совпадающую с проекцией плоскости: $m \equiv \Lambda$. Профиль кривой m построен с учетом расположения на плане проекций ее точек, а также их высотных отметок: $|A_{45}B_{46}| = |A^0B^0|$, $|B_{46}C_{47}| = |B^0C^0|$ и т. д.

Рассмотренные выше случаи пересечения топографической поверхности с плоскостью служат геометрической основой при построении линий выхода слоев горных пород на дневную поверхность. В первом случае для наклонного, во втором — для горизонтального и в третьем — для вертикального залегания слоя.

Ниже даны примеры решения задач пересечения топографической поверхности с плоскостью.

Пример 1. Построить проекцию линии пересечения топографической поверхности с плоскостью Σ , а также построить проекции линий, принадлежащих плоскости Σ , с глубиной залегания 5 и 10 м. Построить профиль разреза по линии $T-T^1$ (рис. 6.21).

Решение

1. Линию пересечения t плоскости Σ с топографической поверхностью строят по точкам пересечения одноименных горизонталей плоскости и топографической поверхности.

2. Аналогичным способом решают геологическую задачу построения проекции линии с заданной глубиной залегания — $H_{г.з.}$. Под глубиной залегания понимают расстояние (в вертикальном направлении) от поверхности земли до той или иной точки слоя горной породы (моделируется плоскостью Σ).

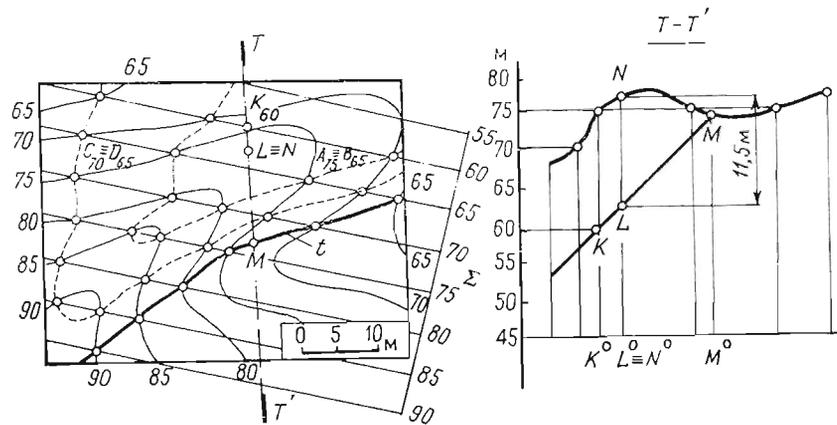


Рис. 6.21

Глубину залегания определяют разностью показателей числовых отметок конкурирующих точек топографической поверхности и плоскости. Проекции таких точек определяют пересечением на плане проекций горизонталей топографической поверхности с горизонталями плоскости Σ , разность отметок у которых равна 5 и 10 м.

$$h^m = z_{(\cdot)C} - z_{(\cdot)D} = 70 \text{ м} - 65 \text{ м} = 5 \text{ м};$$

$$h^n = z_{(\cdot)A} - z_{(\cdot)B} = 75 \text{ м} - 65 \text{ м} = 10 \text{ м}.$$

Полученные точки соединяют плавной штриховой линией.

Построение линии пересечения топографической поверхности с плоскостью можно было бы рассматривать как случай построения геометрического места точек с глубиной залегания 0 м.

3. Построение профиля разреза по линии $T-T^1$ начинают с построения профиля топографической поверхности по точкам пересечения вертикальной плоскости с горизонталями топографической поверхности. Плоскость Σ секущая плоскость пересекает по прямой линии, для построения которой достаточно двух точек. В качестве первой точки можно взять точку M , принадлежащую одновременно плоскости Σ и топографической поверхности. В качестве второй точки можно выбрать точку пересечения плоскости разреза с любой горизонталью плоскости Σ . Для более точных построений выбирают точку, достаточно удаленную от точки M . На чертеже в качестве такой точки выбрана точка K_{80} . С помощью профиля разреза можно определить глубину залегания плоскости Σ в точке L . Как видно из рис. 6.21, глубина залегания выражается длиной отрезка $|NL|$ и равна 11,5 м;

$$H_{г.з}^L = z_{(\cdot)N} - z_{(\cdot)L} = 11,5 \text{ м}.$$

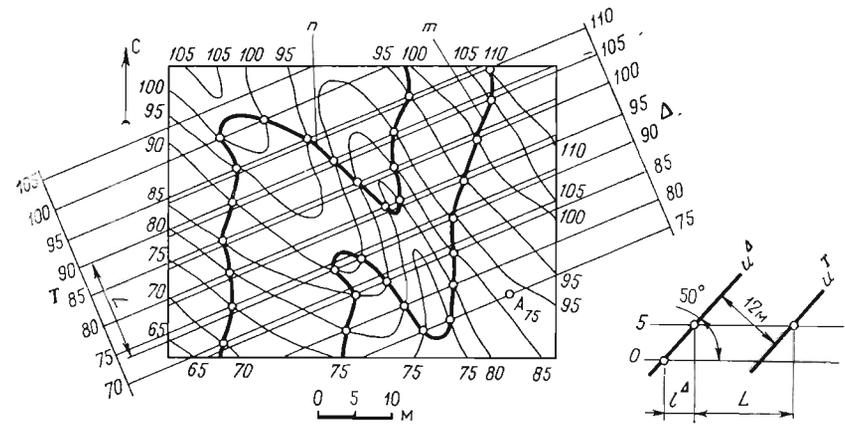


Рис. 6.22

Пример 2. Построить линии пересечения двух параллельных наклонных плоскостей Δ (A_{75} аз. пад. ЮВ $160^\circ \angle 50^\circ$) и T с топографической поверхностью. Расстояние между плоскостями 12 м, плоскость T располагается над плоскостью Δ (рис. 6.22).

Решение

1. Строят горизонтали плоскости Δ . Высота сечения горизонталей плоскости Δ должна соответствовать высоте сечения горизонталей топографической поверхности — 5 м. Отметив точки пересечения одноименных горизонталей топографической поверхности и плоскости Δ , строят проекцию линии m .

2. Исходя из условия расположения плоскости T , строят проекции ее горизонталей на плане: $T \perp D$, если $h^T \parallel h^\Delta$, $l^T = l^\Delta$, пад \rightarrow .

Для определения расстояния между проекциями одноименных горизонталей этих плоскостей на масштабе заложения параллельно профилю линии падения плоскости Δ проводят профиль линии падения плоскости T : $u^\Delta \parallel u^T$. Линия падения плоскости T должна отстоять от линии падения плоскости Δ на расстоянии, равном расстоянию между этими плоскостями. Расстояние L между точками пересечения горизонтали масштаба с профилями линий падения u^Δ и u^T равно расстоянию между проекциями одноименных горизонталей плоскостей Δ и T на плане. В решении задачи это расстояние отложено между проекциями горизонталей с отметками 90 м.

3. Отметив точки пересечения одноименных горизонталей плоскости T и топографической поверхности, строят проекцию линии n .

6.3. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ

Для определения точек пересечения прямой с поверхностью необходимо:

- 1) через заданную прямую m провести вспомогательную плоскость T ;
- 2) построить линию пересечения заданной поверхности с плоскостью T
- 3) отметить точки A и B пересечения прямой m с линией построенного сечения.

Ниже даны примеры построения точек пересечения прямой с некоторыми видами поверхностей.

Пример 1. Построить точки M и N пересечения прямой m (A_9B_6) с поверхностью наклонной пирамиды (рис. 6.23).

Через прямую m и вершину S проводят вспомогательную плоскость Σ , которая пересекает боковые грани пирамиды по прямым

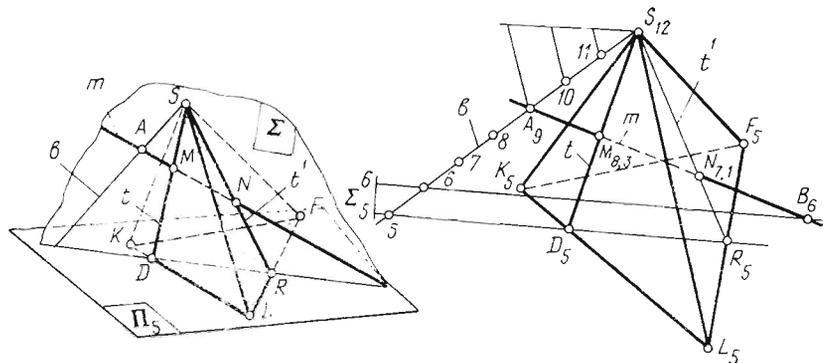


Рис. 6.23

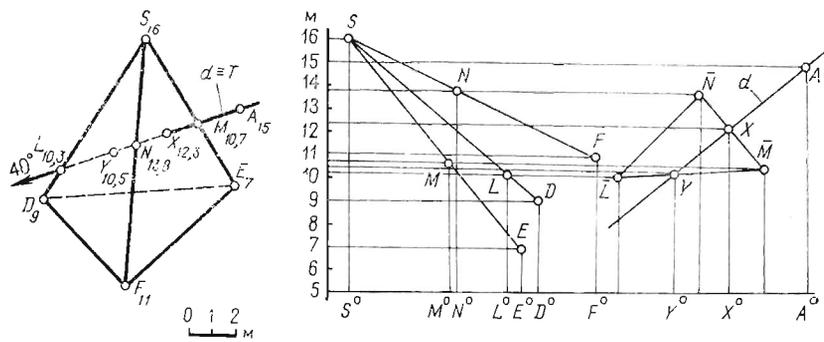


Рис. 6.24

t и t^1 , проходящим через ее вершину. Это следует из принадлежности точки S как боковым граням, так и плоскости Σ . На плане плоскость Σ определена двумя пересекающимися прямыми: прямой m и вспомогательной прямой b , проходящей через вершину пирамиды. Для построения проекций прямых t и t^1 определяют точки D и R пересечения горизонтали h_1 плоскости с основанием пирамиды. Пересечение прямых t и t^1 с заданной прямой m определяет искомые точки M и N .

Другое решение аналогичной задачи дано на рис. 6.24. Через прямую d проводят вертикальную плоскость T , которая пересекает пирамиду по треугольнику $LNМ$. Числовые отметки вершин треугольника определяют построением профиля сводного разреза, выполненного по направлению боковых ребер пирамиды. (Определить отметки этих точек можно и интерполированием на плане боковых ребер пирамиды). Пересечение на профиле разреза прямой d со сторонами NM и LM треугольника определяет искомые точки X и Y .

Пример 2. Построить точки пересечения прямой m ($M_{13}N_9$) с цилиндрической поверхностью общего вида Φ ($h \cap t$) (рис. 6.25).

В случае построения точек пересечения прямой линии с кривой поверхностью вспомогательную плоскость через заданную прямую проводят с таким расчетом, чтобы линии, полученные в сечении поверхности с этой плоскостью, были графически простыми — прямыми и окружностями.

На чертеже через прямую m параллельно образующей t (A_8B_{13}) цилиндрической поверхности проводят вспомогательную плоскость Σ ($m \cap n$). Прямая n проведена параллельно образующей t поверхности. При таком расположении плоскость Σ пересечет цилиндрическую поверхность по образующим t^1 и t^2 . Для построения их проекций определяют точки P и T пересечения горизонталей плоскости Σ и цилиндрической поверхности, отметки которых равны 8 м. Пересечение образующих t^1 и t^2 с прямой m определяет искомые точки F и R . Аналогичным приемом пользуются и при определении положения точек M и N пересечения прямой m с замкнутой цилиндрической поверхностью (рис. 6.26). Отличие может быть только в количестве полученных точек пересечения. Для замкнутой поверхности оно равно двум, для незамкнутой общего вида — не ограничено.

Пример 3. Построить точки пересечения прямой m ($A_{12}B_7$) с замкнутой конической поверхностью (рис. 6.27).

Плоскость пересекает коническую поверхность по образующим в том случае, если она проходит через ее вершину. Следовательно, вспомогательную плоскость Σ в рассматриваемом примере надо провести так, чтобы она проходила через прямую m и вершину S . В решении задачи плоскость Σ определена двумя пересекающимися прямыми m и b , одна из которых (прямая b) проходит через вер-

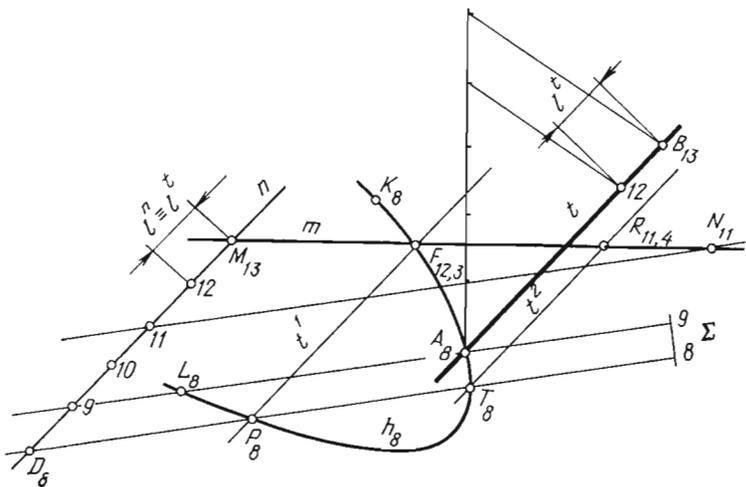


Рис. 6.25

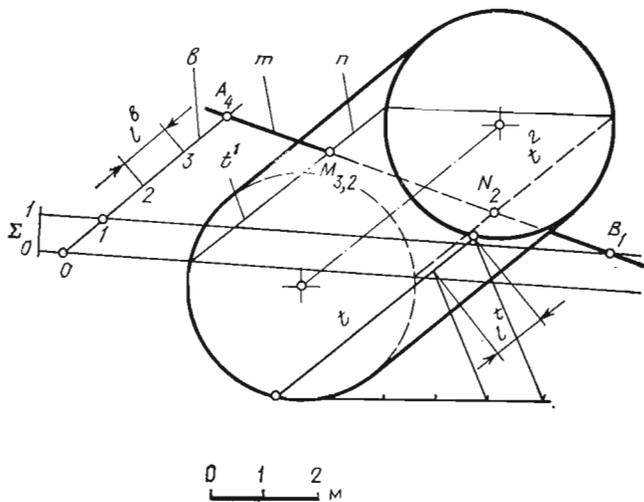


Рис. 6.26

шину S . Из чертежа видно, что основание конуса будет пересекаться плоскостью Σ ($l \cap m$) по горизонтали, отметка которой равна 6 м, а боковая поверхность по образующим t^1 ($S_{15}T_6$) и t^2 ($S_{15}P_6$). (В сечении, таким образом, получается треугольник $S_{15}P_6T_6$). Пересечение прямой m с треугольником SPT и определит искомые точки M и N , числовые отметки которых могут быть най-

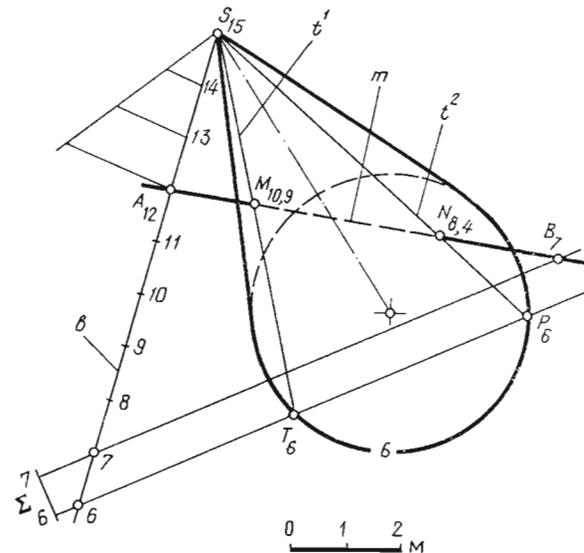


Рис. 6.27

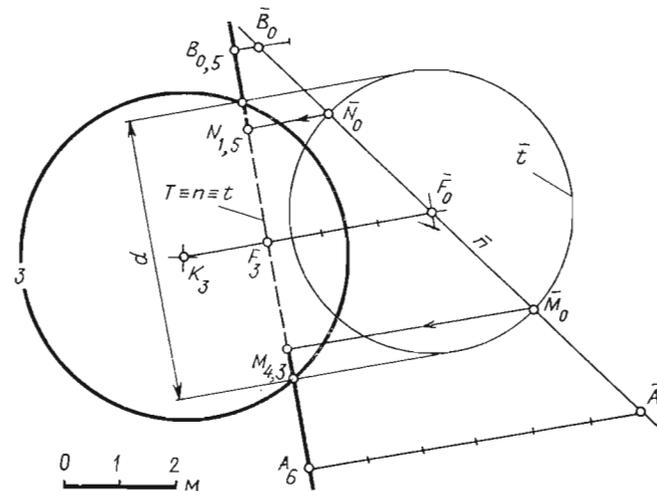


Рис. 6.28

дены интерполированием прямой m или образующих t^1 и t^2 (эти построения на чертеже не приводятся).

Пример 4. Построить точки пересечения прямой n ($A_6B_{0,5}$) с поверхностью сферы (рис. 6.28).

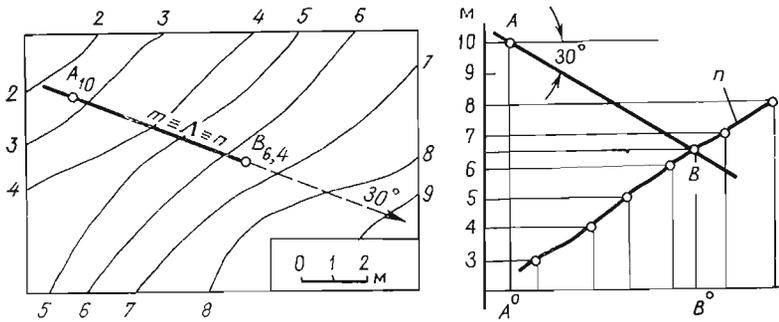


Рис. 6.29

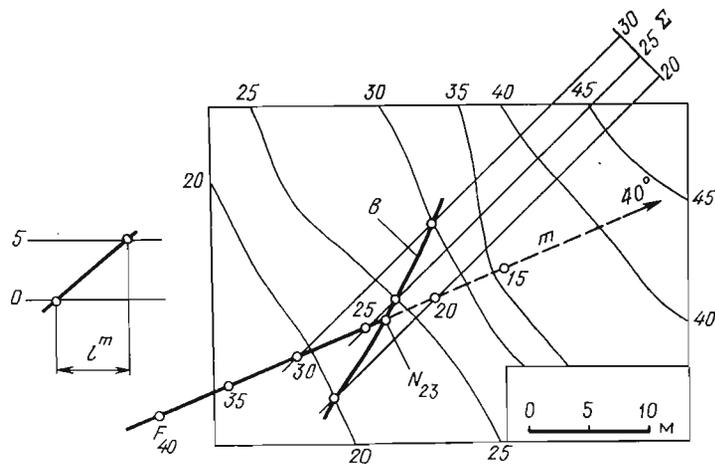


Рис. 6.30

Сфера с любой плоскостью пересекается по окружности. Однако наиболее простое решение дает сечение вертикальной плоскостью T , проведенной через прямую n . Она пересекает сферу по окружности t , проекция которой на плане вырождается в отрезок прямой линии, совпадающей с проекцией секущей плоскости $T \equiv t \equiv n$. Центр окружности располагается в точке F_3 , радиус равен $d/2$. Пересечение профилей прямой n и окружности t определяет искомые точки M и N . По осознаниям \overline{M}_0 и \overline{N}_0 точек строят их проекции на плане.

Пример 5. Построить точку пересечения прямой m ($A_{10} \angle 30^\circ$) с топографической поверхностью (рис. 6.29).

Через прямую m проводят вертикальную плоскость Λ , проекция которой на плане совпадает с проекцией прямой: $\Lambda \equiv m$. Строят профиль разреза и отмечают точку пересечения профиля

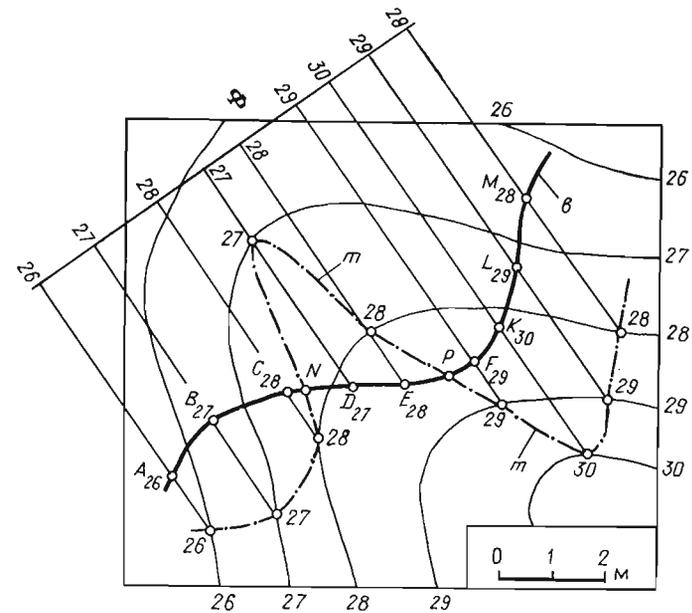


Рис. 6.31

прямой m с профилем кривой n и искомую точку B . Определяют отметку точки B и строят ее проекцию на плане.

На рис. 6.30 дано другое решение аналогичной задачи. Через интерполированную прямую m ($F_{40} \angle 40^\circ$) проводят вспомогательную наклонную плоскость Σ . Горизонтали произвольной наклонной плоскости Σ проводят с таким расчетом, чтобы точки их пересечения с одноименными горизонталями топографической поверхности не выходили за пределы чертежа. Плоскость Σ пересекает топографическую поверхность по кривой b . Пересечение на плане проекций прямой m и кривой b определяет искомую точку N .

Пример 6. Построить точки пересечения пространственной кривой ($A_{26}B_{27}C_{28}, \dots, M_{28}$) с топографической поверхностью (рис. 6.31).

Для решения задачи через точки A, B, \dots, M кривой b проводят горизонтальные прямые, совокупность которых образует цилиндрическую поверхность общего вида Φ с горизонтально расположенными образующими. Отметив точки пересечения горизонталей цилиндрической поверхности с одноименными горизонталями топографической поверхности, на плане строят проекцию пространственной кривой m — линии их пересечения. Пересечение пространственных кривых m и b определяет искомые точки N и P .

Контрольные вопросы

1. Какие методы используются при построении фигуры сечения многогранника плоскостью?
2. Как определяется видимость ребер многогранника и фигуры сечения многогранника плоскостью?
3. Изложите общий прием построения линии пересечения поверхности с плоскостью.
4. Как строится линия пересечения топографической поверхности с плоскостью?
5. Как проводят вспомогательную секущую плоскость при определении точек пересечения прямой с цилиндрической и конической поверхностями, со сферой, с топографической поверхностью?

7. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Линия пересечения двух поверхностей представляет собой в общем случае пространственную кривую, точки которой являются общими для этих поверхностей. Одним из способов нахождения точек этой линии является пересечение заданных поверхностей вспомогательными плоскостями (рис. 7.1). Вспомогательные плоскости

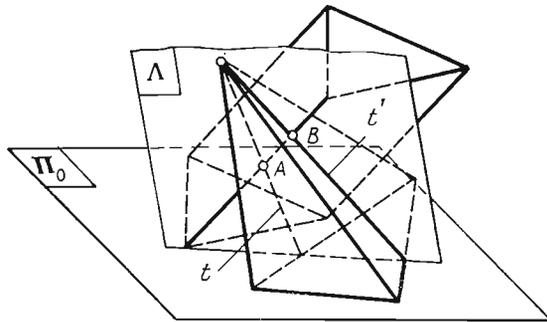


Рис. 7.1

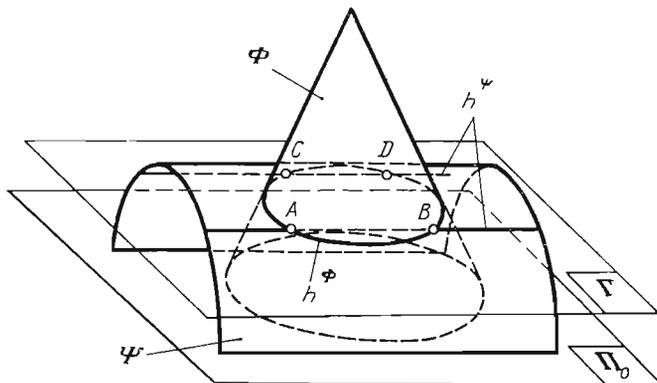


Рис. 7.2

выбирают так, чтобы заданные поверхности пересекались ими по графически простым линиям — прямым и окружностям. Точки пересечения этих линий друг с другом будут общими для пересекающихся поверхностей и принадлежать, таким образом, линии их пересечения.

В случае задания поверхностей горизонталями линию их пересечения определяют точками пересечения одноименных горизонталей (рис. 7.2).

7.1. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ С КРИВЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Один из способов построения линии пересечения двух многогранников заключается в следующем. Определяют точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго. Затем определяют точки пересечения ребер второго многогранника с гранями первого. Задача, таким образом, сводится к определению точек пересечения прямых с плоскостями. Полученные точки, принадлежащие одной и той же грани, соединяют отрезками прямых линий, выделяя на чертеже видимые и невидимые части линии пересечения.

На рис. 7.3 дан пример построения на плане проекции линии пересечения треугольной призмы с треугольной пирамидой. Задачу решают в следующем порядке:

1) определяют точки пересечения ребер призмы с гранями пирамиды. Для нахождения точек пересечения AA' с гранями пирамиды через ребро и вершину пирамиды S проводят вспомогательную секущую плоскость Λ . На плане плоскость Λ определена ребром BB' и прямой n (S_8H_0), проведенной параллельно боковым ребрам призмы. Боковые грани DSE и FSE пирамиды эта плоскость пересекает по прямым t и t' . Точки K и L пересечения прямых t и t' с ребром AA' принадлежат искомой линии пересечения;

2) определяют точки пересечения ребра BB' с гранями пирамиды. Через ребро и вершину S проводят вспомогательную плоскость Σ ($BB' \cap n$), которая пересекает грани DSE и DSF по прямым m^1 и t^1 . Точки M и N пересечения ребра BB' с прямыми m^1 и t^1 также принадлежат линии пересечения. Как видно из рис. 7.3, ребро CC' с поверхностью пирамиды не пересекается;

3) определяют точки пересечения ребер пирамиды с гранями призмы. Из боковых ребер пирамиды только ребро SD не пересекается с поверхностью призмы. Точки X и T пересечения ребра SF с гранями призмы определяют при помощи вспомогательной плоскости Θ , проведенной через указанное ребро параллельно боковым ребрам призмы. На плане плоскость Θ определена ребром SF и прямой n (S_8H_0);

4) определяют точки пересечения ребра SE с гранями призмы. Через ребро и прямую n проводят вспомогательную плоскость

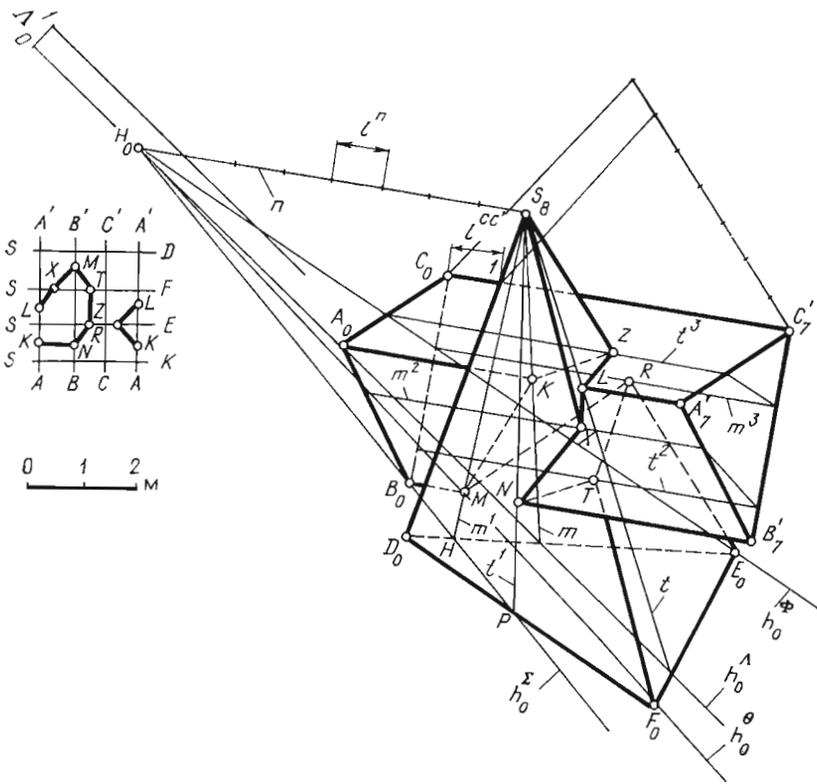


Рис. 7.3

$\Phi (SE \cap n)$, которая пересекает боковые грани призмы по прямым m^3 и t^3 .

Пересечение ребра SE с прямыми m^3 и t^3 определяет искомые точки Z и R .

Для правильного соединения полученных точек применяют запись точек в определенной графической форме. Для этого проводят ряд вертикальных и горизонтальных линий, которые условно принимают за ребра того или другого многогранника. Крайние ребра повторяются дважды. Полосы между прямыми считают гранями соответственно первого и второго многогранников. Найденные точки линии сечения наносят на сетку так, чтобы они располагались на соответствующих ребрах первого многогранника и гранях второго. Например, точка R — на ребре SE и грани $BCB'C'$ и т. д. При повторении ребра повторяют и точку, лежащую на этом ребре (например, точку K). Соединяя точки, лежащие на сторонах одной и той же клетки, получают необходимый порядок соединения их проек-

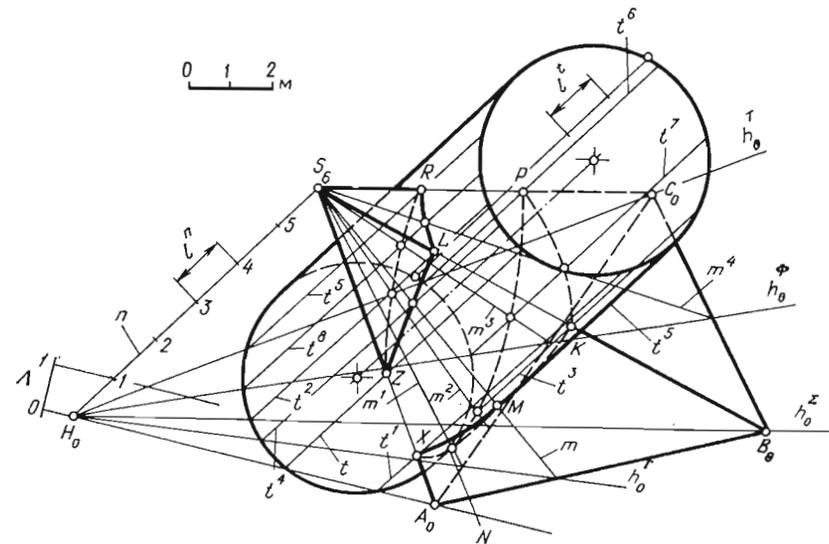


Рис. 7.4

ций на плане. В рассматриваемом примере точки соединяют в следующем порядке: K, Z, L, X, N, T, R, M и K . Полученная ломаная является искомой линией пересечения многогранников.

На рис. 7.4 дан пример построения проекции линии пересечения наклонного цилиндра с треугольной пирамидой. Грани многогранника являются наклонными плоскостями. Следовательно, построение линии пересечения наклонного цилиндра с многогранником сводится к пересечению кривой поверхности с плоскостями и прямыми линиями — гранями и ребрами многогранника. В рассматриваемом примере боковые грани пирамиды пересекают боковую поверхность цилиндра по плоским кривым — эллипсам. В точках пересечения ребер пирамиды с поверхностью цилиндра линии сечения меняют свое направление.

Точки, принадлежащие этим кривым, определяют пересечением заданных поверхностей вспомогательными плоскостями, проходящими через вершину пирамиды параллельно образующим цилиндра. При таком расположении вспомогательные плоскости пересекут поверхности по прямым линиям — образующим. Взаимное пересечение этих линий определяет точки, принадлежащие искомой линии пересечения. Задачу на плане решают в следующем порядке:

1) строят точки пересечения ребер пирамиды с поверхностью цилиндра. В этих точках, как было сказано выше, линии сечения меняют свое направление. Через ребро AS параллельно образующим цилиндра проводят плоскость Λ . На плане эта плоскость оп-

ределена ребром AS и вспомогательной прямой n (S_6H_0), проведенной через вершину S параллельно образующим цилиндра. Плоскость Λ пересекает боковую поверхность цилиндра по образующим t и t^1 , которые, пересекаясь с ребром AS , определяют точки X и Z , принадлежащие линии сечения. Вспомогательная плоскость Σ , проведенная через ребро BS и прямую n (S_6H_0), пересекает поверхность цилиндра по образующим t^2 и t^3 , пересечение которых с этим ребром определяет точки L и K линии сечения. И, наконец, плоскость Γ , проведенная через ребро CS и прямую n (S_6H_0), определяет точки R и P ;

2) к характерным точкам линии сечения относят также и точки пересечения очерковой образующей цилиндра с поверхностью пирамиды. В этих точках линии сечения и очерковая образующая, касаясь друг друга, определяет границу видимости кривой относительно поверхности цилиндра. Для построения точек пересечения нижней очерковой образующей с гранями пирамиды через образующую t^5 проводят плоскость Γ , которая пересекает грани ASB и ASC по прямым m и m^1 . Пересечение прямых m и m^1 с очерковой образующей t^5 определяет точки M и N , принадлежащие линии пересечения заданных поверхностей. Верхняя очерковая образующая не пересекает поверхность многогранника;

3) промежуточные точки линии сечения строят при помощи вспомогательных секущих плоскостей Φ ($n \cap h^\Phi$) и Σ ($n \cap h^\Sigma$). Они пересекают боковую поверхность цилиндра, а также грани пирамиды по прямым линиям, взаимное пересечение которых определяет недостающие точки искомой линии сечения.

7.2. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Линию пересечения двух кривых поверхностей в общем случае определяют точками пересечения их одноименных горизонталей. Ниже приведены примеры построения линий пересечения некоторых поверхностей, которые могут служить геометрической основой решения практических задач геологоразведочного и горного производства.

Пример 1. Построить линию пересечения кругового полуцилиндра Ψ ($n \cap l$) с прямым круговым конусом Φ ($S_{11}h_1$) (рис. 7.5).

Точки, принадлежащие линии пересечения заданных поверхностей, определяют пересечением их одноименных горизонталей. Поэтому решение задачи начинают с построения горизонталей. Крайнюю точку A линии сечения определяют дополнительным сечением конуса и полуцилиндра вертикальной плоскостью Σ , проходящей через ось конуса перпендикулярно к образующим цилиндра. Плоскость Σ пересекает конус по образующим (на чертеже показана только одна из них — t), а полуцилиндр по окружности m . Пересечение профилей указанных линий определяет искомую точку A : $m \cap t = A_0$. Полученные точки соединяют плавной кривой линией.

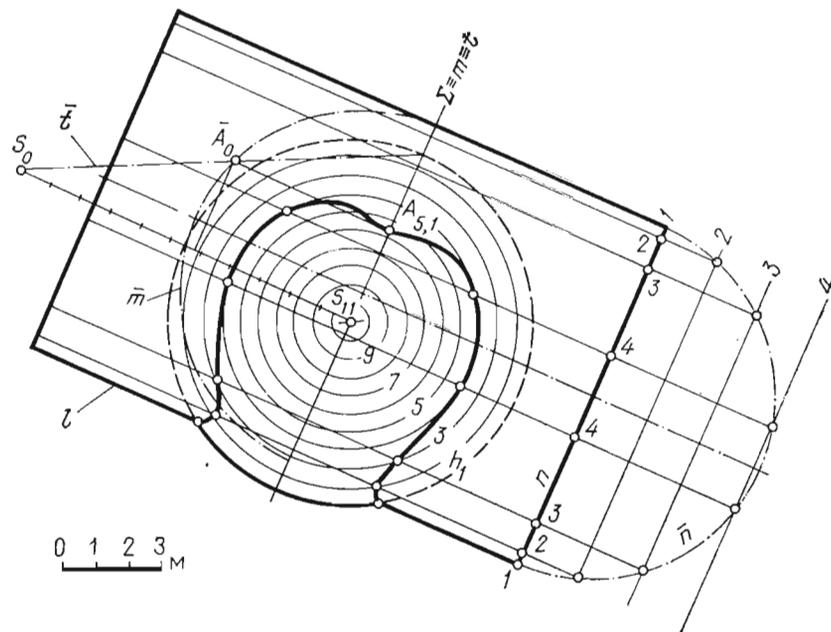


Рис. 7.5

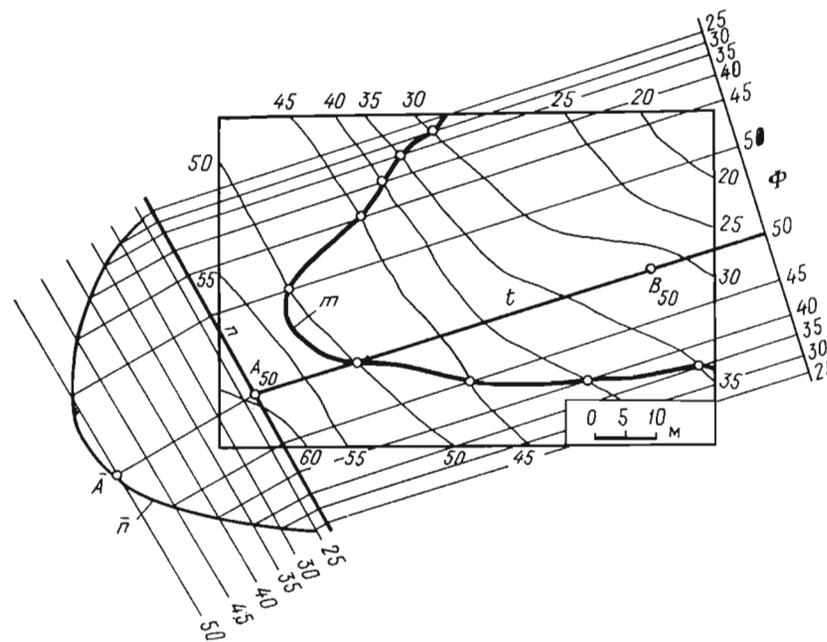


Рис. 7.6

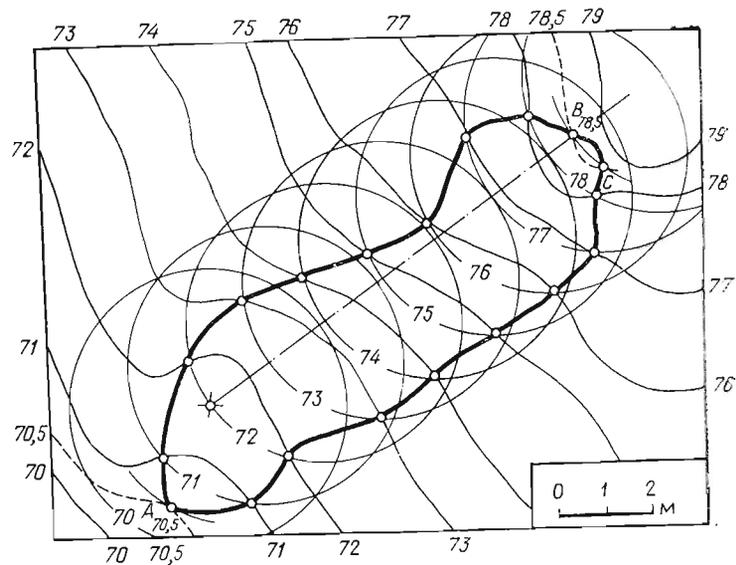


Рис. 7.7

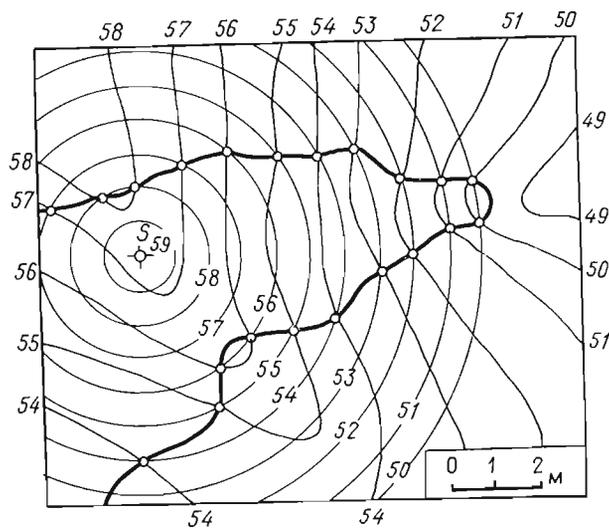


Рис. 7.8

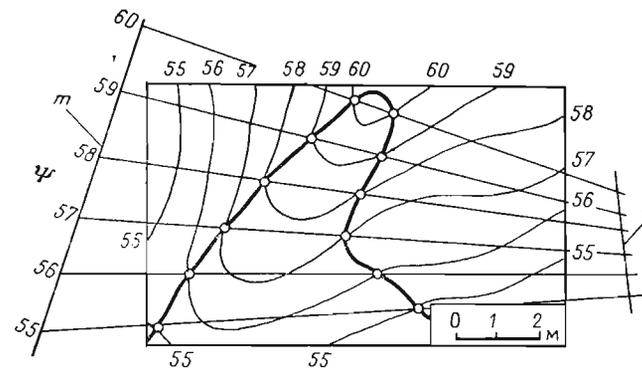


Рис. 7.9

Пример 2. Построить линию пересечения цилиндрической поверхности общего вида $\Phi (n \cap t)$ с топографической поверхностью (рис. 7.6). Рассматриваемая задача встречается в геологии при построении линии выхода горной породы, изогнутой в складку, на дневную поверхность.

Решение

1. Проинтерполировав направляющую n , строят проекции горизонталей цилиндрической поверхности. Высоту сечения горизонталей заданных поверхностей берут одинаковой — 5 м.
2. Для построения проекции искомой линии отмечают точки пересечения горизонталей цилиндрической поверхности с одноименными горизонталями топографической поверхности. Полученные точки соединяют плавной кривой линией m .

Пример 3. Построить линию пересечения цилиндрической поверхности с топографической (рис. 7.7).

На плане указанные поверхности заданы горизонталями. Отметив точки пересечения горизонталей цилиндрической поверхности с одноименными горизонталями топографической поверхности, соединяют их плавной кривой. Точки A и B строят при помощи дополнительных горизонталей с отметками 70,5 и 78,5 м.

Пример 4. Построить линию пересечения конической поверхности с топографической (рис. 7.8).

Конической поверхности приравнивают поверхность слоя горной породы в случае, когда углы падения слоя, замеренные в разных точках, одинаковы, но азимуты линий падения различны. На плане рассматриваемые поверхности заданы горизонталями с одинаковыми высотными отметками. Линию пересечения поверхностей определяют точками пересечения их одноименных горизонталей.

Пример 5. Построить линию пересечения косой плоскости $\Psi (m \div n)$ с топографической поверхностью (рис. 7.9).

К кривой плоскости приравнивают поверхность слоя горной породы, если элементы залегания (азимут падения и угол падения), замеренные в различных точках слоя, неодинаковы.

Проинтерполировав направляющие m и n , строят горизонтали кривой плоскости. Отметив точки пересечения горизонталей кривой плоскости с одноименными горизонталями топографической поверхности, соединяют их плавной кривой линией.

7.3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ С ТОПОГРАФИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Решение многих практических задач горно-геологического производства, в том числе построение геометрической модели месторождения, определение коэффициента вскрыши (соотношение полезного ископаемого и вышележащих пород), решение вопросов прогнозирования и подсчета запасов полезного ископаемого, связано с выполнением на чертеже тех или иных математических действий с топографическими поверхностями: сложением, вычитанием, умножением и т. д.

Поверхности, над которыми производят математические действия, изображают в одной и той же системе координат и в одном и том же масштабе. Решение задачи значительно упрощается, если высота сечения горизонталей у рассматриваемых поверхностей будет одинаковой.

В геологической практике при составлении структурных и качественных графиков прибегают в основном к сложению, вычитанию, умножению и делению поверхностей.

Сложение топографических поверхностей. На рис. 7.10 дан пример сложения двух топографических поверхностей Φ и Ψ , проекции горизонталей которых на плане пересекаются.

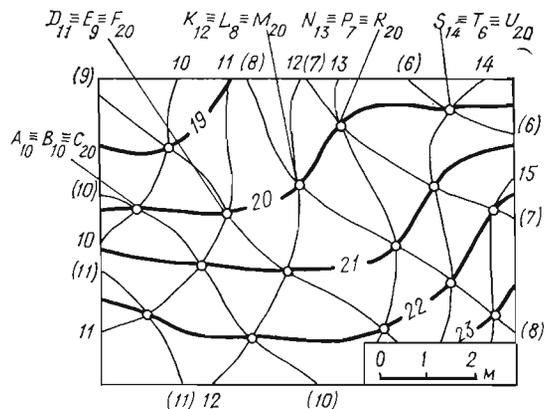


Рис. 7.10

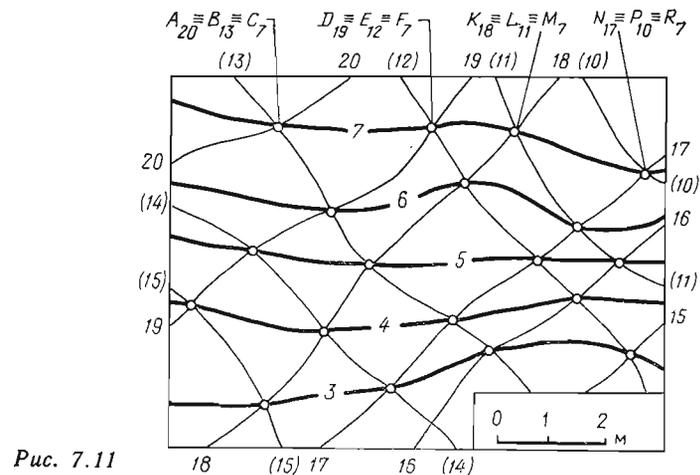


Рис. 7.11

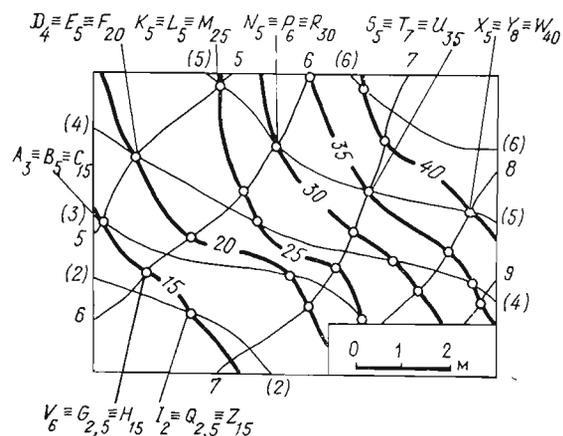


Рис. 7.12

горизонталей первой поверхности указаны без скобок, а отметки второй — в скобках. Результатом сложения будет также поверхность топографического порядка: $\Phi + \Psi = \Omega$.

Решение

1. Для построения проекций горизонталей суммарной поверхности Ω отметки точек, принадлежащих горизонталям суммарной поверхности, определяют сложением отметок двух конкурирующих точек, принадлежащих складываемым поверхностям. Проекция таких точек на плане определяют в местах пересечения проекций скрещивающихся горизонталей заданных поверхностей: $A_{10} \equiv B_{10}$;

$D_{11} \equiv E_9, \dots, S_{14} \equiv T_6$ и т. д. Тогда отметки конкурирующих с ними точек C, F, M, \dots, U суммарной поверхности будут соответственно равны: $10 + 10 = 20$ м; $11 + 9 = 20$ м; $\dots, 14 + 6 = 20$ м и т. д.

2. Точки C, F, M, \dots , имеющие одинаковые отметки, соединяют плавными кривыми, которые и являются горизонталями искомой суммарной поверхности Ω .

Вычитание топографических поверхностей. На рис. 7.11 дан пример вычитания топографической поверхности Σ и Λ . Отметки горизонталей поверхности Λ указаны в скобках. Разность поверхностей будет также топографическая поверхность: $\Sigma - \Lambda = T$. Метод решения этой задачи аналогичен решению двух поверхностей. Разница будет лишь в том, что точки C, F, M, \dots , принадлежащие горизонтали искомой поверхности, определяют как разность отметок двух конкурирующих точек: $20 - 13 = 7$ м; $19 - 12 = 7$ м; $18 - 11 = 7$ м; $17 - 10 = 7$ м и т. д. Точки, имеющие одинаковые отметки, соединяют плавными кривыми линиями.

Умножение топографических поверхностей. На рис. 7.12 дан пример умножения топографических поверхностей Φ и Ω . Отметки горизонталей поверхности Ω указаны в скобках.

Решение

1. Для определения проекций горизонталей поверхности произведения Ψ ($\Phi \cdot \Omega = \Psi$) находят высоту сечения горизонталей поверхности произведения Ψ . Для этого предварительно устанавливают минимальное и максимальное значения произведений отметок пересекающихся проекций горизонталей умножаемых поверхностей Φ и Ω , а также подсчитывают среднее число горизонталей, которыми изображены обе поверхности. Минимальное значение произведений в рассматриваемом примере составляет: $2 \times 6 = 12$ м, максимальное — $6 \times 7 = 42$ м, среднее число горизонталей $(5 + 5)/2 = 5$. Разность между максимальным и минимальным значениями произведений отметок делят на среднее число горизонталей: $(42 - 12)/5 = 6$. В том случае, когда частное от деления не кратно 5, его округляют до ближайшего числа, оканчивающегося на 0 или 5. Им определяют высоту сечения горизонталей искомой поверхности.

2. Отметки точек, принадлежащих искомой поверхности Ψ , определяют как произведение отметок конкурирующих точек, принадлежащих скрещивающимся горизонталям рассматриваемых поверхностей. Их проекции на плане определяют пересечением проекций горизонталей, произведение отметок составляет отметку кратную по величине высоте сечения 5 м. Такими точками будут точки C, F, M, R, U, W , отметки которых равны 15, 20, 25, 30, 35 и 40 м. Перечисленные точки принадлежат горизонталям поверхности произведения Ψ .

3. Проекция других точек результирующей поверхности Ψ с такими же отметками могут быть получены пересечением на плане проекций не только основных, но и промежуточных горизонталей рассматриваемых поверхностей. Для определения проекции таких точек нет необходимости строить на плане проекции промежуточных горизонталей. Достаточно построить только проекции конкурирующих точек, принадлежащих основным и промежуточным горизонталям, произведение отметок которых составляет отметки 15, 20, 25, \dots , 40 м.

Так, например, проекция точки H с отметкой 15 м может быть определена пересечением на плане проекций основной горизонтали поверхности Φ с отметкой 6 м с промежуточной горизонталью поверхности Ω , отметка которой равна 2,5 м. Отметку промежуточной горизонтали определяют как частное от деления отметки искомой точки H на отметку конкурирующей с ней точки V , принадлежащей основной горизонтали: $15 : 6 = 2,5$ м. На проекции горизонтали поверхности Φ с отметкой 6 м отмечают проекцию конкурирующих точек V, G и H , принадлежащих как заданным, так и результирующей поверхностям: $V_6 \equiv G_{2,5} \equiv H_{15}$, где H_{15} — проекция точки, принадлежащей горизонтали поверхности произведения Ψ .

4. Точку Z поверхности Ψ с отметкой 15 м определяют пересечением на плане проекции основной горизонтали поверхности Ω с отметкой 2 м с проекцией промежуточной горизонтали поверхности Φ , отметка которой равна 7,5 м. Отметку промежуточной горизонтали определяют делением отметки искомой точки Z на отметку конкурирующей с ней точки I , принадлежащей основной горизонтали: $15 : 2 = 7,5$ м. На проекции горизонтали поверхности Ω с отметкой 2 м отмечают проекции конкурирующих точек I, Q и Z : $I_2 \equiv Q_{7,5} \equiv Z_{15}$, Z_{15} — проекции точки, также принадлежащей горизонтали поверхности произведения Ψ . Аналогичными построениями определяют проекцию и остальных точек, принадлежащих горизонталям поверхности Ψ с отметками 20, 25, \dots , 40 м. Точки, имеющие одинаковые отметки, соединяют плавными кривыми линиями, которые и являются горизонталями поверхности произведения Ψ .

Деление топографических поверхностей. Пример деления двух топографических поверхностей дан на рис. 7.13 — $\Sigma : \Lambda = \Phi$. Отметки горизонталей поверхности Λ указаны в скобках. Деление топографических поверхностей производится тем же способом, что и умножение. Разница состоит лишь в том, что точки, принадлежащие искомой поверхности Φ , определяют как частное от деления показателей отметок двух конкурирующих точек, принадлежащих горизонталям рассматриваемых поверхностей.

Проекция точек, принадлежащих горизонталям поверхности Φ определяют пересечением проекций соответствующих горизонталей. Так, например, проекцию точки C , принадлежащей горизон-

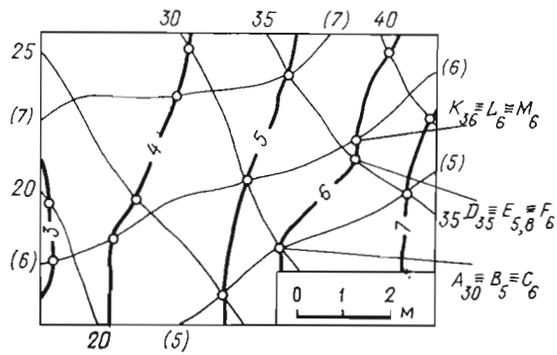


Рис. 7.13

тали с отметкой 6 м, определяют пересечением проекции горизонтали поверхности Σ с отметкой 30 м с проекцией горизонтали поверхности Λ , отметка которой равна 5 м — $30 : 5 = 6$ м. Проекцию точки F , принадлежащую этой же горизонтали, определяют пересечением проекций основной горизонтали поверхности Σ с отметкой 35 м с проекцией промежуточной горизонтали поверхности Λ отметка которой равна 5,8 м. Отметку точки E , принадлежащей промежуточной горизонтали, определяют как частное от деления отметки точки D , принадлежащей основной горизонтали поверхности Σ , на показатель отметки искомой точки F — $35 : 6 \approx 5,8$ м. Проекции и отметки остальных точек, принадлежащих горизонталям искомой поверхности, определяют аналогичным образом.

7.4. КАСАТЕЛЬНЫЕ И НОРМАЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ К КРИВЫМ ПОВЕРХНОСТЯМ

Плоскости, касательные к кривым поверхностям. Плоскость, касательную к кривой поверхности в данной точке, определяют двумя пересекающимися прямыми, касательными к двум кривым, проведенным по поверхности через эту точку. Касательные m и n , проведенные соответственно к кривым b и d , проходящим по поверхности Φ через заданную точку A , определяют плоскость Σ , касательную к поверхности Ψ (рис. 7.14). В зависимости от вида кривой поверхности касательная плоскость может иметь с поверхностью одну или бесконечное множество точек. Например, плоскость, касательная к поверхности сферы, имеет одну общую с ней точку, а плоскость, касательная к цилиндрической или конической поверхности, имеет одну общую с ней прямую. Ниже приведены примеры построения плоскостей, касательных к кривым поверхностям различного вида.

Пример 1. Провести плоскость Σ , касательную к цилиндрической поверхности Φ ($h \cap t$) в точке A (рис. 7.15).

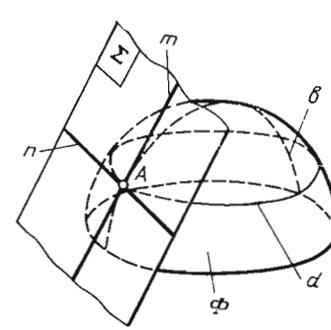


Рис. 7.14

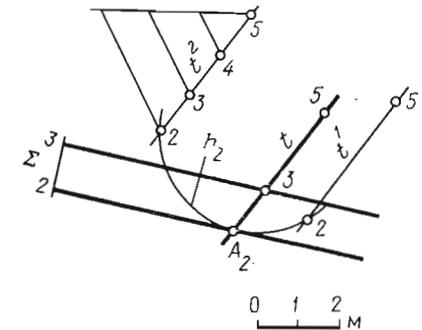


Рис. 7.15

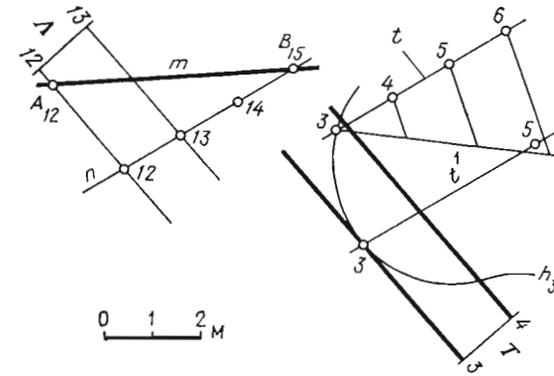


Рис. 7.16

Цилиндрическая поверхность относится к числу линейчатых. Следовательно, одной из линий, проведенных по поверхности через заданную точку A , может быть прямая линия — образующая t . Но касательная к прямой есть сама прямая. Второй прямой, определяющей плоскость Σ , может быть горизонтальная прямая, проведенная через точку A касательно к горизонтали h_2 цилиндрической поверхности. Две пересекающиеся в точке A прямые и определяют искомую плоскость Σ ($t \cap h$). Вторую горизонталь плоскости проводят через точку с отметкой 3 м.

Пример 2. Провести плоскость T , касательную к цилиндрической поверхности Ψ ($h \cap t$) и параллельную прямой m ($A_{12}B_{15}$) (рис. 7.16).

Через точку B прямой m параллельно образующей t цилиндрической поверхности проводят вспомогательную прямую $n : n \parallel t$; $l^n = l^t$. пад. \rightarrow . Прямые m и n определяют плоскость Λ , параллельно образующим цилиндрической поверхности, а следовательно,

и параллельную искомой плоскости T . Исходя из условия параллельности двух плоскостей, строят проекцию плоскости T , касательную к заданной цилиндрической поверхности:

$$h^T \parallel h^A; l^T = l^A, \text{ пад. } \rightarrow$$

Пример 3. Провести касательную к конической поверхности Ω ($h_7 S_{10}$) плоскость Σ , угол падения которой был бы равен 50° (рис. 7.17).

Через вершину S заданной поверхности проводят вспомогательную круговую коническую поверхность, образующая которой имеет угол падения 50° , а ось перпендикулярна к плоскости проекций. В решении задачи вспомогательная поверхность определена вершиной S и горизонталью h^1 с отметкой 7 м, радиус кривизны которой определяют по заложению образующей $r = 3l$. Горизонталь искомой плоскости с отметкой 7 м проводят касательно к одноименным горизонталям заданной Ω и вспомогательной конической поверхности. Образующая t^1 заданной поверхности в совокупности с построенной горизонталью определяет искомую плоскость Σ .

Пример 4. Провести плоскость Ω , касательную к сферической поверхности в точке A (рис. 7.18).

Искомую плоскость Ω определяют двумя прямыми, касательными в точке A к двум кривым сферической поверхности. Такими кривыми могут быть горизонталь поверхности, а также ее образующая t . Через точку A касательно к горизонтали сферы проводят горизонтальную прямую, а к образующей t — наклонную прямую u . Проекция горизонтальной прямой и прямой u будут взаимно перпендикулярны, проекции прямой u и образующей t совпадут. Построив профиль кривой t и отметив на нем точку A , определяют и угол падения касательной к ней прямой u . Прямая u для искомой плоскости будет линией падения, а, значит, $l^u = l^\Omega$. Определив по профилю прямую ее заложение, строят проекции горизонталей искомой плоскости Ω .

Пример 5. Провести плоскость Σ , касательную в точке A к топографической поверхности (рис. 7.19).

Искомую плоскость Σ определяют двумя прямыми, касательными в точке A к двум кривым топографической поверхности. Первой кривой может быть горизонталь поверхности. Горизонталь искомой плоскости с отметкой 44 м проводят через точку A касательно к этой горизонтали. Для построения второй кривой топографическую поверхность пересекают вертикальной плоскостью Λ , проходящей через точку A перпендикулярно к горизонтали плоскости Σ . Линией пересечения плоскости Λ с топографической поверхностью является кривая n : $\Lambda \equiv n$. Построив профиль кривой n и отметив на нем точку A , определяют направление касательной к ней прямой u . Прямая u для искомой плоскости будет линией падения, следовательно, $l^u = l^\Sigma$. Проинтерполировав прямую n , на плане строят проекции горизонталей искомой плоскости Σ .

Рис. 7.17

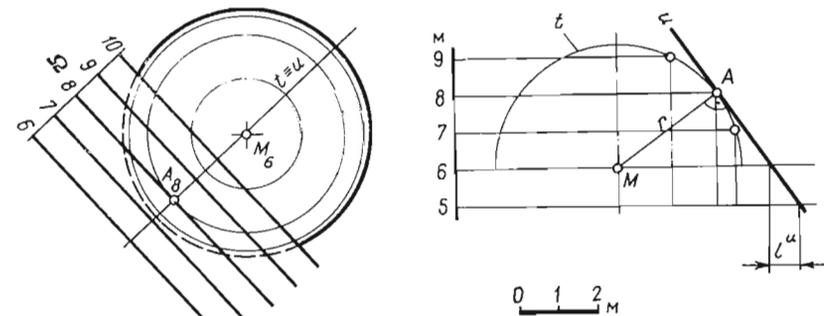
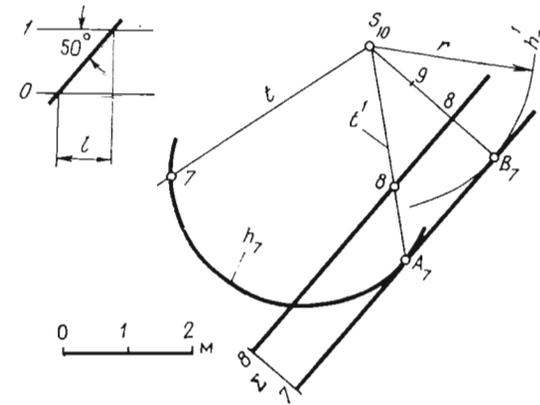


Рис. 7.18

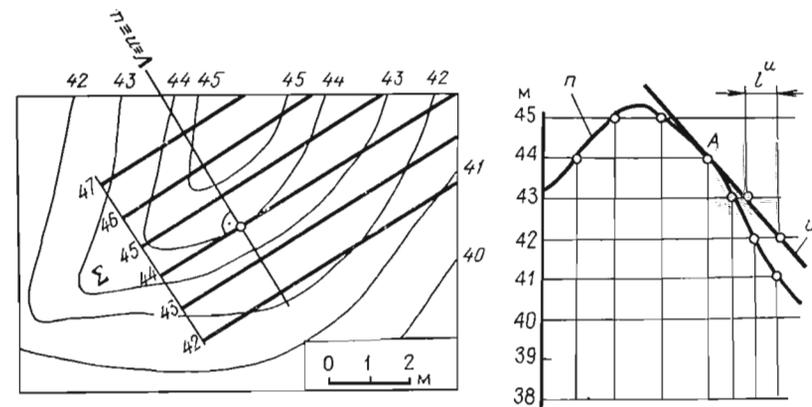


Рис. 7.19

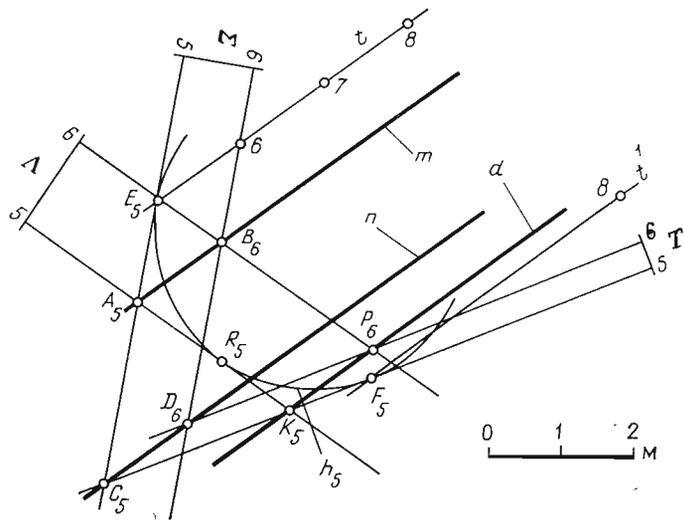


Рис. 7.20

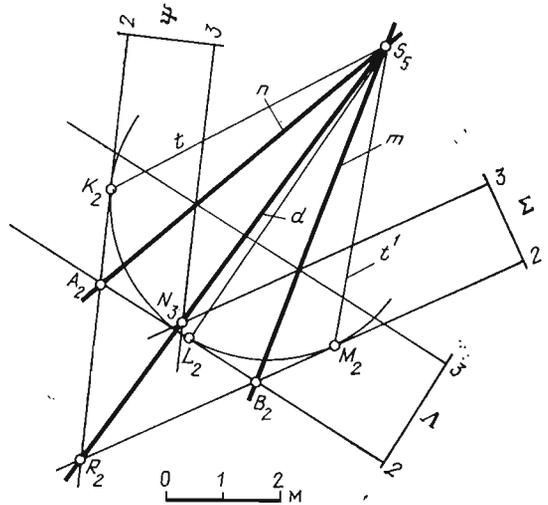


Рис. 7.21

В заключение обзора плоскостей, касательных к кривым поверхностям, следует отметить одно важное свойство, которым некоторые из них обладают: плоскости, касательные к одной и той же цилиндрической поверхности, пересекаются между собой по прямым параллельным образующим этой поверхности (рис. 7.20); плоско-

Рис. 7.22

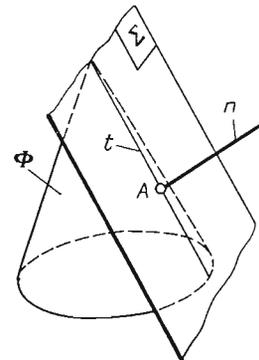


Рис. 7.23

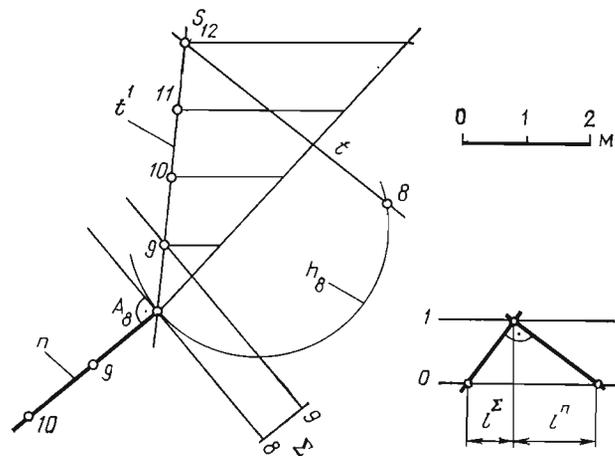
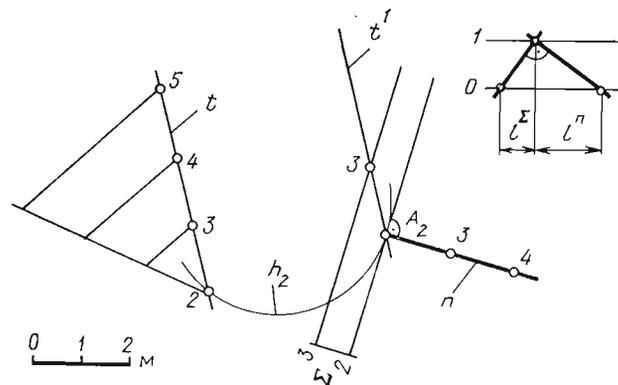


Рис. 7.24

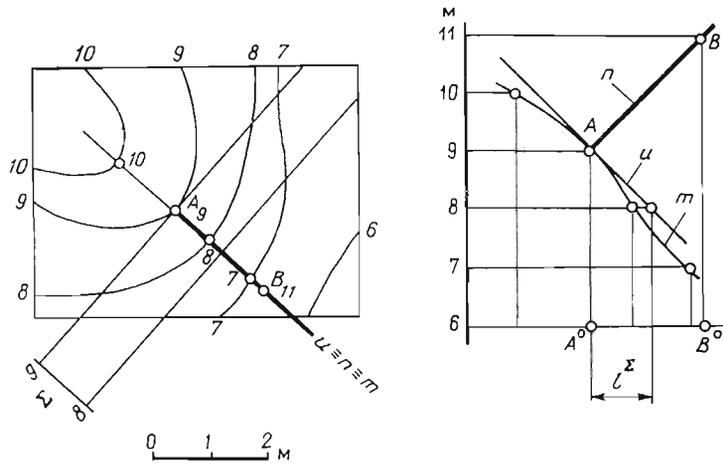


Рис. 7.25

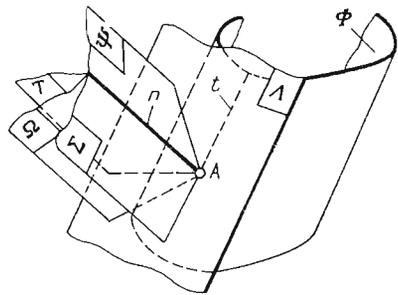


Рис. 7.26

сти, касательные к одной и той же конической поверхности, пересекаются по прямым, проходящим через вершину этой поверхности (рис. 7.21).

Свойства указанных плоскостей используют в решении практических задач при исследовании поверхностей.

Плоскости, нормальные к кривым поверхностям. Плоскость, которая проходит через нормаль к поверхности, называют плоскостью, нормальной к этой поверхности. Нормалью к поверхности в точке A называют прямую n , которая проходит через точку A поверхности перпендикулярно к плоскости Σ , касательной в этой точке к поверхности (рис. 7.22).

На рис. 7.23 дан пример построения нормали к цилиндрической поверхности Φ ($h \cap t$), а на рис. 7.24 — пример построения нормали к конической поверхности Ψ (hS_{12}). В том и другом случаях построена плоскость Σ , касательная к поверхности в точке A . Перпендикуляр n к этой плоскости, восстановленный из точки A , является нормалью к поверхности в данной точке. Так как пло-

Рис. 7.27

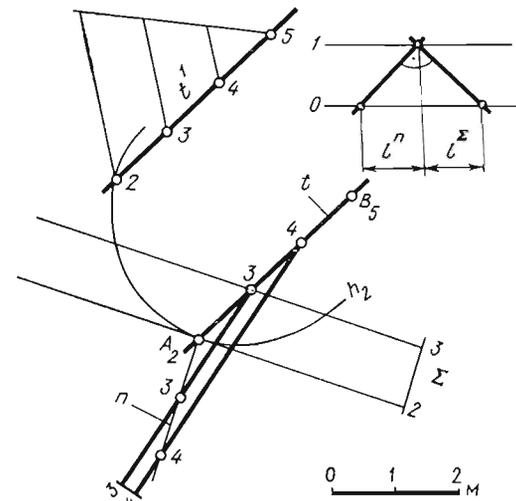
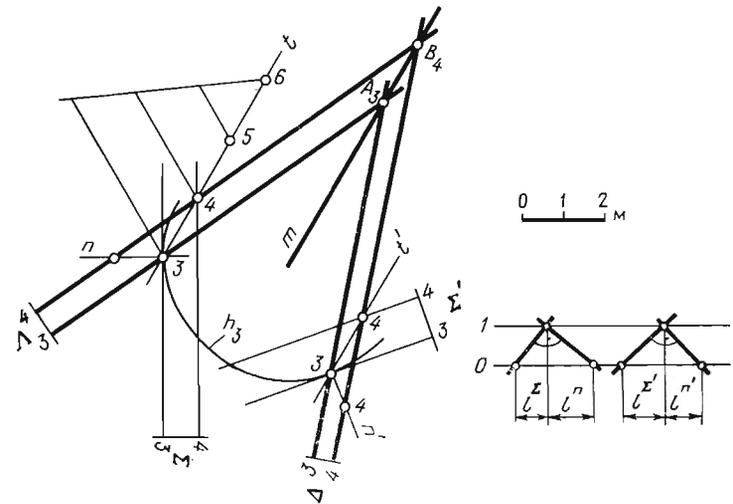


Рис. 7.28



щадь Σ касается поверхностей по образующей t^1 , то перпендикуляры к плоскости, восстановленные из других точек этой образующей, будут параллельны друг другу, т. е. нормали к поверхности в этих точках будут иметь одинаковые элементы залегания. Однако в общем случае нормали, построенные в разных точках одной и той же поверхности, не параллельны друг другу и имеют, следовательно, разные элементы залегания.

На рис. 7.25 дан пример построения нормали к топографической поверхности. Как и в рассматриваемых выше примерах через точку

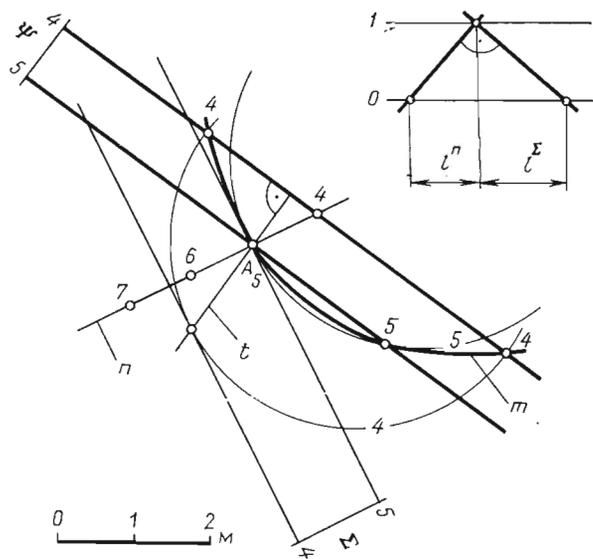


Рис. 7.29

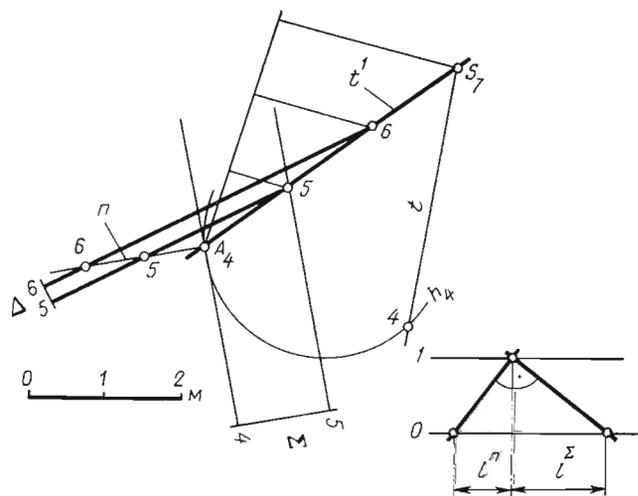


Рис. 7.30

А поверхности проводят плоскость Σ , касательную в этой точке к поверхности. Перпендикуляр n к плоскости Σ , восстановленный из точки A , является нормалью к топографической поверхности в данной точке. Отметку произвольной точки B нормали n опреде-

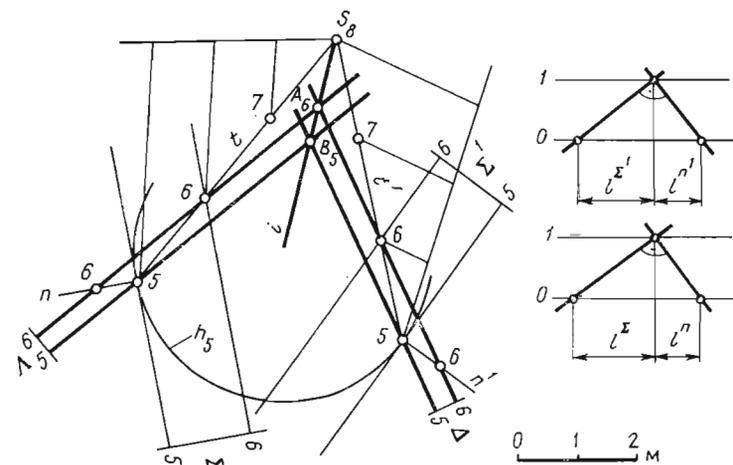


Рис. 7.31

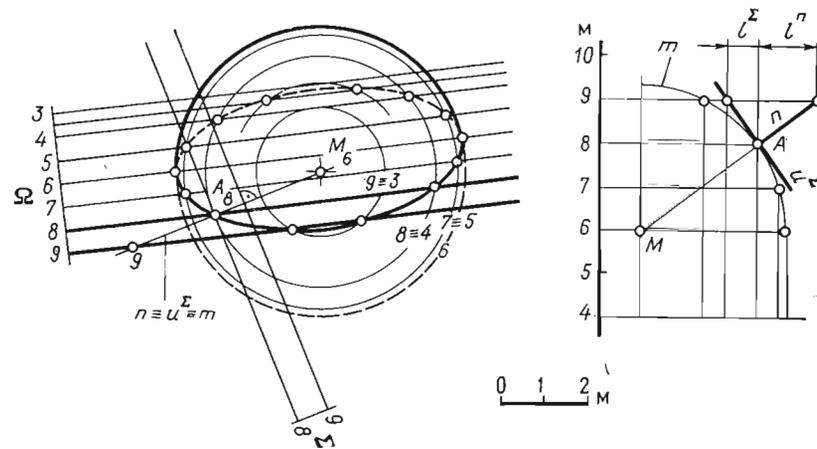


Рис. 7.32

ляют по профилю разреза, выполненного вертикальной плоскостью поперек простираия плоскости Σ .

Через каждую нормаль к поверхности можно провести пучок плоскостей, нормальных к этой поверхности (рис. 7.26). В решении горно-геометрических задач наибольший интерес представляют плоскости, нормальные к цилиндрической и конической поверхностям и дающие в пересечении с этими поверхностями линии с наибольшей и наименьшей кривизной.

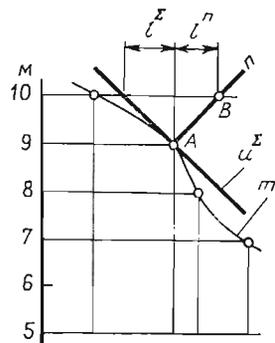
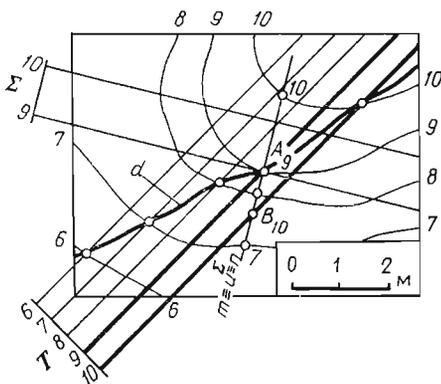


Рис. 7.33

Плоскость Λ , пересекающая цилиндрическую поверхность по линии с наименьшей кривизной, проходит через нормаль n и образующую t поверхности (рис. 7.27). Следовательно, такая плоскость пересекает эту поверхность по образующей t (A_2B_6). Плоскости, нормальные к цилиндрической поверхности и дающие в пересечении с ней линии с наименьшей кривизной, пересекаются между собой по прямым, параллельным образующей этой поверхности: $m \parallel t$ (рис. 7.28).

Линия с наибольшей кривизной может быть получена при пересечении цилиндрической поверхности плоскостью Ψ , которая проходит через нормаль n перпендикулярно к образующей t этой поверхности (рис. 7.29). Между собой такие плоскости пересекаются по нормали и взаимно перпендикулярны.

Плоскость Δ , пересекающая коническую поверхность по линии с наименьшей кривизной, проходит через нормаль n и образующую t^1 поверхности. Такой линией является образующая t^1 (A_4S_7) этой поверхности (рис. 7.30). Плоскости, нормальные к конической поверхности и дающие в пересечении с ней линии с наименьшей кривизной, пересекаются между собой по прямым, совпадающим с осью этой поверхности (рис. 7.31).

Следует также заметить, что вершина конической поверхности есть общая точка для оси поверхности и линии пересечения касательных к этой поверхности плоскостей. Линия с наибольшей кривизной может быть получена при пересечении конической поверхности плоскостью, которая проходит через нормаль перпендикулярно к оси этой поверхности. При отсутствии оси определить заранее направление такого сечения не представляется возможным.

Плоскость Ω , нормальная к сферической поверхности, пересекает ее по окружности, которая при наклонном расположении

секущей плоскости проецируется на плане с искажением — в виде эллипса. Один из вариантов такого сечения представлен на рис. 7.32.

На рис. 7.33 дан пример построения плоскости T , нормальной к топографической поверхности. Линией пересечения плоскости T с топографической поверхностью будет плоская кривая d , кривизна которой в каждом случае зависит от формы пересекаемой поверхности.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается способ построения линии пересечения двух многогранников?
2. Изложите общий прием построения линии пересечения двух поверхностей.
3. Как выполняется сложение и вычитание двух топографических поверхностей?
4. Какую плоскость называют касательной к кривой поверхности?
5. Как построить касательную плоскость: к цилиндрической поверхности, к конической поверхности, к сфере и к топографической поверхности?
6. Какую прямую линию называют нормалью к поверхности?
7. Может ли плоскость, касательная к кривой поверхности, пересекать эту поверхность?

8. СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

8.1. СУЩНОСТЬ МЕТОДА

Стереографические проекции нашли широкое применение в геометрической кристаллографии при составлении проекций кристаллов, а также при решении горно-геологических задач, связанных с определением угловых величин, составленных двумя прямыми, двумя плоскостями, прямой и плоскостью и т. д.

Сущность этого метода заключается в следующем. Заданные в пространстве прямые и плоскости переносят параллельно самим себе и одну точку, около которой описывают сферу. Точки и линии пересечения прямых и плоскостей со сферой проецируют из точки S на горизонтальную плоскость проекций Π' (рис. 8.1), проходящую через центр сферы. Точку зрения располагают в нижней точке сферы (точке надира). Плоскость проекций Π' пересекает сферу по окружности (экватору), которая носит название основного круга проекций. Диаметр основного круга равен диаметру сферы и при решении практических задач его берут обычно равным 20 см. В решении задач геометрической кристаллографии на плоскости Π' проецируют из двух центров, которые располагаются в нижней и верхней точках сферы.

Стереографическая проекция обладает следующими свойствами:

- 1) проекции всех точек верхней полусферы располагаются внутри основного круга;

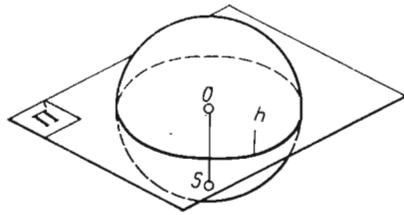


Рис. 8.1

2) стереографическая проекция плоскости в общем случае является окружностью. В частном случае ее проекция вырождается в прямую линию (когда изображается вертикальная плоскость);

3) углы, составленные стереографическими проекциями плоскостей, равны углам между этими плоскостями в пространстве, т. е.

эти проекции конформны. Указанное свойство и позволяет использовать стереографические проекции при определении угловых величин для решения ряда метрических задач.

8.2. ПРЯМАЯ ЛИНИЯ И ПЛОСКОСТЬ В СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЯХ

Прямая линия. Стереографическая проекция прямой определяется стереографическими проекциями точек пересечения ее с поверхностью сферы, через центр которой эта прямая проходит, (рис. 8.2, а). Так как прямая m в пространстве проходит через центр сферы, то ее стереографическая проекция m' будет проходить через центр основного круга — точку O' (рис. 8.2, б). Точки пересечения прямой с поверхностью сферы, а также их стереографические проекции могут быть определены по профилю разреза, выполненного плоскостью Λ по направлению прямой m (рис. 8.2, в).

Плоскость разреза Λ пересекает сферу по окружности t_0 , а плоскость Π' — по прямой h_0 . Пересечение окружности t_0 с профилем m_0 определяет точки M_0 и B_0 пересечения прямой m с поверхностью сферы. Проецирующие лучи, проведенные из точки S к точкам M_0 и B_0 в пересечении с прямой h_0 , определяют стереографические проекции этих точек — точки M'_0 и B'_0 . Расстояние этих точек от точки O_0 на разрезе равно расстоянию от их стереографических проекций до центра основного круга: $O_0B'_0 = O'_0B'_0$ и $O_0M'_0 = O'_0M'_0$. Заметим, что угол $B_0S_0M_0$, составленный проецирующими лучами, проведенными к точкам M_0 и B_0 пересечения прямой со сферой, равен 90° как угол, опирающийся на диаметр B_0M_0 окружности t_0 .

Для построения стереографической проекции прямой достаточно построить проекцию точки M , пересечения прямой с верхней полусферой, так как проекция такой точки всегда располагается в пределах основного круга. Проекция точки M и центр основного круга точка O однозначно определяют на чертеже пространственное расположение прямой m и стереографическая проекция прямой m определяется только одной точкой — проекцией точки пересечения с верхней полусферой. Условимся определитель прямой записывать в следующей форме: $m (M')$.

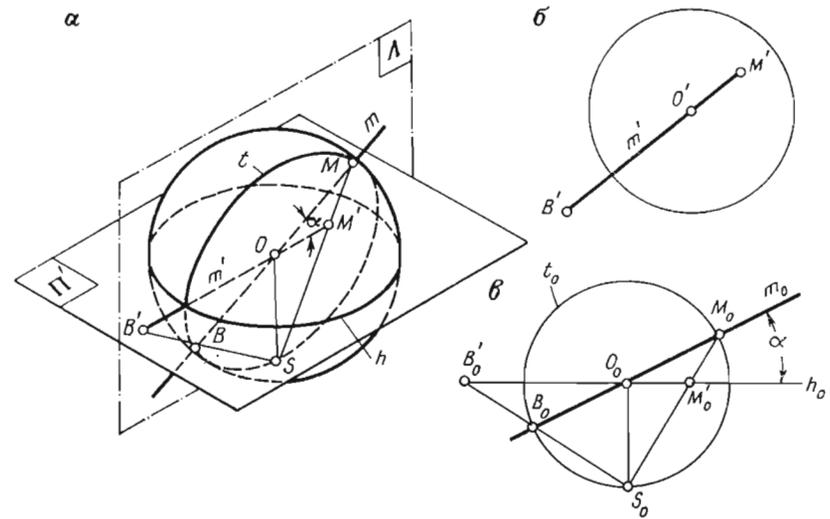


Рис. 8.2

Стереографическую проекцию точки M можно построить совмещением плоскости разреза Λ с плоскостью основного круга (рис. 8.3, а). Вращение производят вокруг линии OM' пересечения плоскости разреза с плоскостью Π' . При совмещении окружность t разреза совпадает с основным кругом, главный луч SO займет положение, перпендикулярное к проекции прямой, центр проекции S расположится на основном круге в точке O , профиль прямой m пройдет через точку O и составит с направлением восстания угол α .

Пересечение профиля m_0 с основным кругом определяет точку M_0 пересечения прямой с поверхностью сферы. Точка M' пересечения проецирующего луча S_0M_0 с направлением восстания прямой является стереографической проекцией прямой m (рис. 8.3, б). Стереографическую проекцию точки M можно построить и без разреза сферы по направлению прямой (рис. 8.3, в), если учесть, что угол β прямоугольного треугольника $S_0O'M'$, гипотенуза S_0M' которого в пересечении со стереографической проекцией прямой m определяет точку M' , равен $(90^\circ - \alpha)/2$, где угол α — угол падения прямой m . Это равенство вытекает из равнобедренного треугольника $S_0O'M'$, в котором $\angle O'S_0M_0 = \angle O'M_0S_0 = \beta$, а $\angle S_0O'M_0 = 90^\circ + \alpha$. Тогда $90^\circ + \alpha + 2\beta = 180^\circ$, откуда $\beta = (90^\circ - \alpha)/2$. Падение прямой направлено от точки M' к центру основного круга. Расстояние от стереографической проекции прямой до центра основного круга зависит от угла падения прямой.

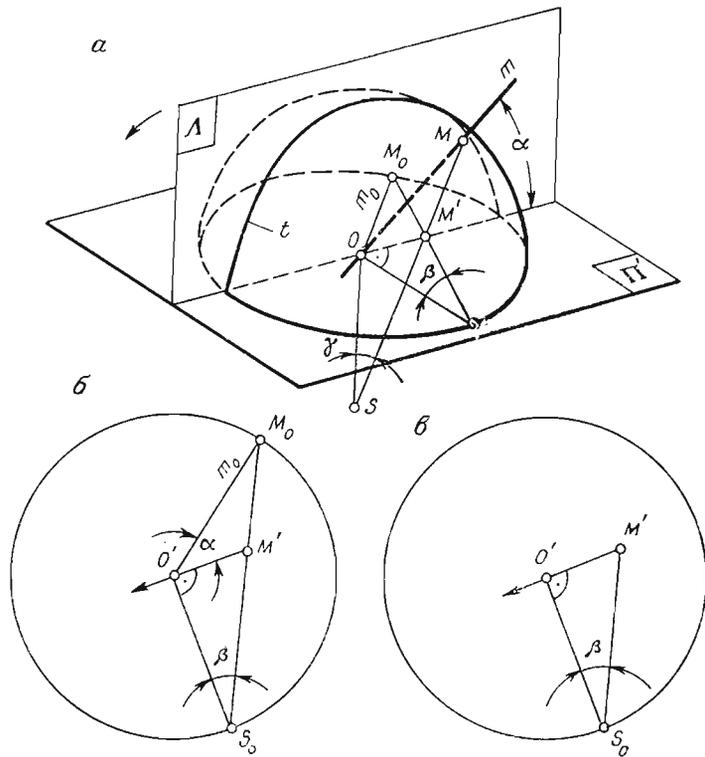


Рис. 8.3

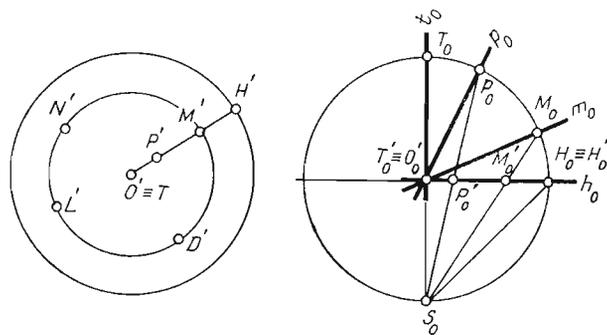


Рис. 8.4

Как видно из рис. 8.4, при горизонтальном расположении прямой ее стереографическая проекция располагается на линии основного круга. С увеличением угла падения ее стереографическая проекция M' приближается к центру основного круга. При вертикальном расположении стереографическая проекция прямой совпадает с центром основного круга: $T' \equiv O'$. Если из центра основного круга провести окружность радиусом $O'M'$, то каждая точка N', D', L', \dots этой окружности может быть стереографической проекцией прямых n, d, l, \dots , углы падения которых равны углу падения прямой m . Эти прямые будут отличаться друг от друга только направлением падения.

Плоскость. Как отмечалось выше, стереографическая проекция плоскости является окружностью. На рис. 8.5 изображена плоскость Σ , которая пересекает сферу по окружности d . При проецировании этой окружности на плоскость проекций Π' проецирующие лучи, проведенные через ее точки, образуют в пространстве коническую поверхность, которую относят к группе эллиптических с круговой направляющей d . Плоскость Π' пересекает эту поверхность по кривой d' , которая и будет стереографической проекцией плоскости Σ . Кривая d' является окружностью.

Для доказательства этого обратимся к рис. 8.6, а, на котором изображена коническая поверхность с круговой направляющей d , расположенной в горизонтальной плоскости Γ . Диаметр AB направляющей при своем продолжении пересекает в точке K перпендикуляр, опущенный из точки S на плоскость Γ . Перпендикуляр SK и диаметр AB как две пересекающиеся прямые определяют в пространстве плоскость симметрии этой поверхности — Ω , которая пересекает коническую поверхность по образующим t и t' . Коническая поверхность с круговой направляющей обладает двумя семействами круговых сечений. Первое семейство круговых сечений образует плоскости, проведенные параллельно плоскости Γ . Направление второго семейства может быть получено пересечением конической поверхности плоскостью Λ , проведенной перпендикулярно к плоскости симметрии Ω так, чтобы линия n пересечения этих плоскостей с образующими t и t' составляла углы, равные соответствующим углам, составленным этими образующими и диаметром AB направляющей d : $\angle SCD = \angle SBA$; $\angle SDC = \angle SAB$.

Прямая n , пересекаясь с образующими t и t' и диаметром AB , отсекает на плоскости треугольники ACE и DBE , в которых по построению $\angle CAE = \angle BDE$, $\angle ACE = \angle DBE$, а $\angle CEA = \angle BED$ — углы вертикальные. Из сказанного следует, что треугольники ACE и DBE подобны. Плоскость Λ пересекает коническую поверхность по кривой m , точки C и D которой принадлежат образующим t и t' . Полученная кривая является окружностью, а отрезок CD — ее диаметром. Доказательством тому служит известное положение: если из произвольной точки R окружности

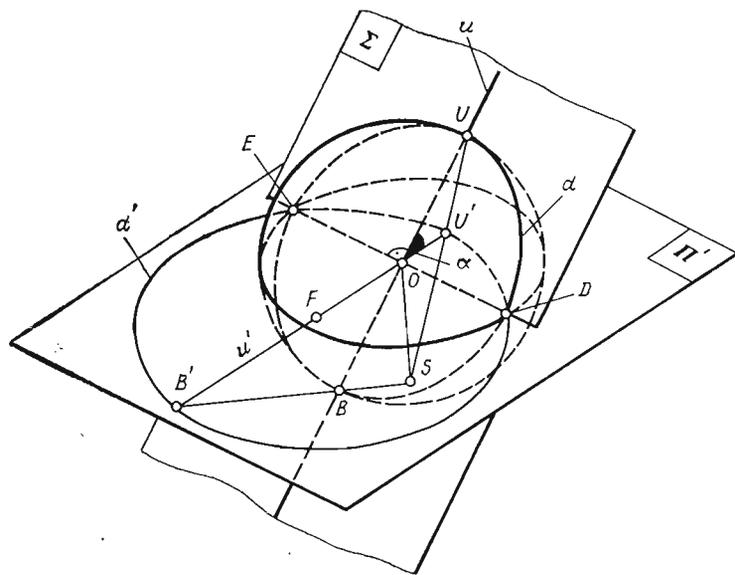


Рис. 8.5

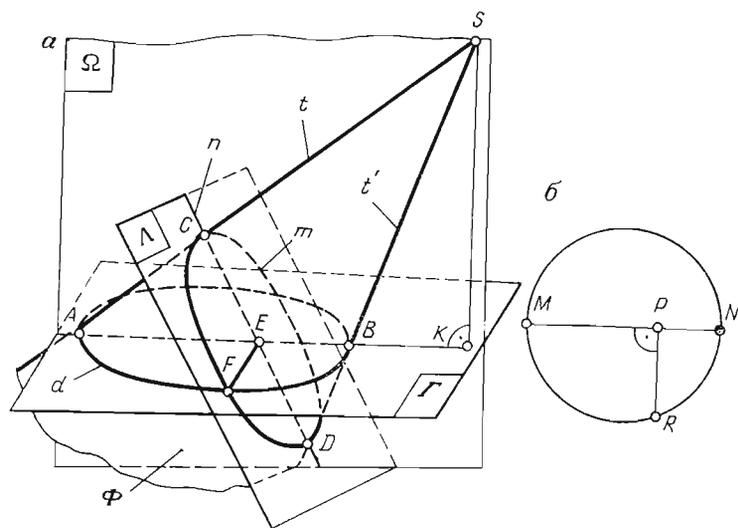


Рис. 8.6

опустить перпендикуляр RP на ее диаметр MN , то $MP \cdot PN = = PR^2$, и обратно: если для произвольной точки R кривой и некоторой прямой MN имеет место приведенное равенство, то эта кривая является окружностью (рис. 8.6, б).

Опустим из точки F кривой d перпендикуляр FE на диаметр AB . Так как кривая d является окружностью, то на основании изложенного: $AE \cdot EB = FE^2$. Но точка F принадлежит кривой m , а отрезок FE перпендикулярен отрезку CD прямой n . В подобных треугольниках ACE и DBE имеет место пропорция $CE/AE = = BE/DE$, откуда $CE \cdot DE = AE \cdot BE$. Но $AE \cdot BE = FE^2$, тогда $CE \cdot DE = FE^2$. Из последнего равенства следует, что кривая m является окружностью. Таким образом, второе семейство круговых сечений рассматриваемой конической поверхности образует плоскости, проведенные параллельно плоскости Λ .

Изложенное положение относится и к расположению плоскостей Σ и Π' относительно образующих SB' и SU проектирующей конической поверхности (см. рис. 8.5). Как видно из рис. 8.7, а, на котором изображен профиль разреза сферы по направлению линии падения плоскости Σ , в прямоугольных треугольниках $U_0S_0B_0$ и $B'_0O_0S_0$ угол $\angle U_0B_0S_0 = \angle B_0S_0O_0$ (равные углы равнобедренного треугольника $O_0S_0B_0$), тогда и $\angle S_0U_0B_0 = \angle S_0B'_0O_0$. Из последнего равенства вытекает равенство углов в прямоугольных треугольниках $U_0S_0B_0$ и $B'_0S_0U'_0$: $\angle S_0U_0B_0 = \angle S_0B'_0U'_0$, следовательно, и $\angle S_0B_0U_0 = \angle S_0U'_0B'_0$. Итак, образующие SB' и SU конической поверхности (см. рис. 8.5) составляют с плоскостями Σ и Π' углы, попарно равные друг другу (рис. 8.7, а):

$$\angle S_0B'_0U'_0 = \angle S_0U_0B_0;$$

$$\angle S_0U'_0B'_0 = \angle S_0B_0U_0.$$

Из равенства углов следует, что плоскость проекций Π' пересекает проектирующую коническую поверхность по окружности d' , которая и является стереографической проекцией плоскости Σ . На разрезе она изобразилась отрезком $B'_0U'_0$, длина которого соответствует диаметру окружности.

Построение стереографической проекции плоскости показано на рис. 8.7, б. Положение центра F окружности определяют по профилю разреза: $O'F = O_0F_0$. Отрезок ED , являющийся линией пересечения плоскости Σ с плоскостью проекций Π' , будет линией простираения (горизонталью) плоскости, а точка U' — стереографической проекцией ее линии падения. Истинное падение плоскости направлено от точки U' к точке O' .

Центр стереографической проекции плоскости можно определить и совместим плоскости разреза, проходящей через линию падения плоскости, с плоскостью основного круга (рис. 8.8). При совмещении центр проекций S_0 совпадет с точкой D , а профиль линии падения U_0B_0 составит с ее проекцией угол α^2 . Проецирую-

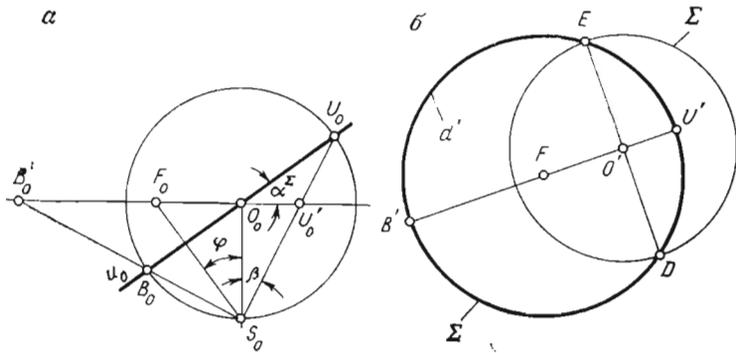


Рис. 8.7

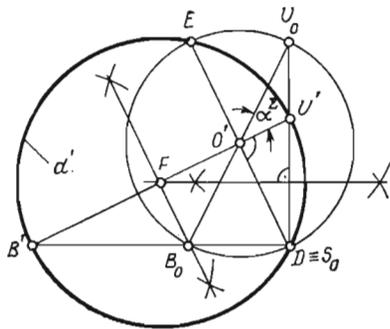


Рис. 8.8

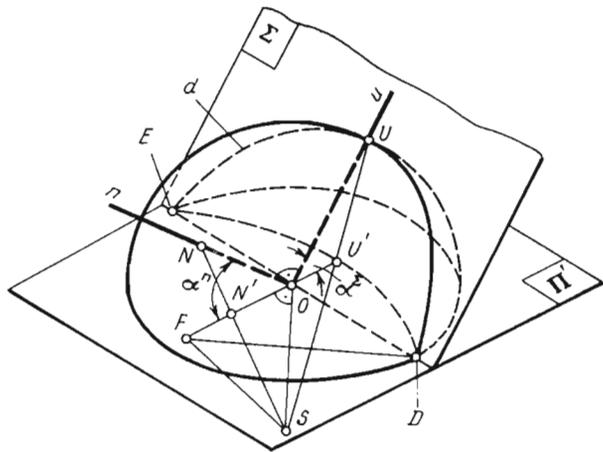


Рис. 8.9

щие лучи S_0U_0 и S_0B_0 , проведенные к точкам U_0 и B_0 пересечения линии падения плоскости с поверхностью сферы, определяют на чертеже точки U' и B' , принадлежащие искомой окружности d' . Отрезок $B'U'$ является ее диаметром. Разделив его пополам, определяют центр стереографической проекции плоскости — точку F .

Точку F можно найти, не прибегая к построению точки B' . Так как построенные точки E , U' и D принадлежат окружности d' , являющейся стереографической проекцией плоскости Σ , то перпендикуляр, проведенный через середину хорды DU' (или EU') в пересечении с направлением падения плоскости определит точку F — ее центр.

В решении практических задач стереографическую проекцию плоскости изображают дугой окружности в пределах основного круга (рис. 8.9). Дуга ED является проекцией верхней полудуги окружности d — линией пересечения плоскости Σ с верхней полусферой. Проекцию нижней полудуги, которая выходит за пределы основного круга, на чертеже не показывают. Стереографическую проекцию плоскости можно построить и без выполнения разреза по линии падения плоскости.

Вернемся к рис. 8.7, а, на котором изображен профиль такого разреза. Точка F_0 делит гипотенузу прямоугольного треугольника $B_0S_0U_0$ пополам, следовательно, она является центром описанной около этого треугольника окружности. Треугольник $B_0F_0S_0$, стороны F_0B_0 и F_0S_0 которого равны как радиусы этой окружности, является равнобедренным. В равнобедренном треугольнике углы равны: $\angle F_0B_0S_0 = \angle F_0S_0B_0$. Но выше было доказано, что $\angle F_0B_0S_0 = \angle B_0U_0S_0 = \beta$. Тогда $\angle F_0B_0S_0 = \angle F_0S_0B_0 = \beta$. Проецирующий луч SF , проведенный из точки S к центру окружности — точке F , составляет с главным лучом угол φ , величину которого можно определить из прямоугольного треугольника $B_0O_0S_0$, в котором $\angle O_0B_0S_0 + \angle O_0S_0B_0 = 90^\circ$ или $2\beta + \varphi = 90^\circ$. Но $\beta = (90^\circ - \alpha^\Sigma)/2$, где α^Σ — угол падения плоскости Σ . Подставив значение угла β , получим: $2(90^\circ - \alpha^\Sigma)/2 + \varphi = 90^\circ$, откуда $\varphi = \alpha^\Sigma$.

Из рис. 8.9 видно, что прямоугольный треугольник SOF равен прямоугольному треугольнику DOF , расположенному в плоскости основного круга (они имеют общий катет OF , а катеты OS и OD равны как радиусы сферы). Следовательно, $\angle FSO = \angle FDO = \alpha^\Sigma$. Доказанное равенство углов позволяет значительно проще определять центр стереографической проекции плоскости. Построения при этом проводят в следующем порядке (рис. 8.10):

стрелкой отмечают направление падения плоскости и проводят линию простираения плоскости, которая пересекает основной круг в точках E и D ;

определяют центр стереографической проекции плоскости, для чего в точке D (или E) строят угол α^Σ , равный углу падения плоскости. Пересечение его стороны с направлением падения плоско-

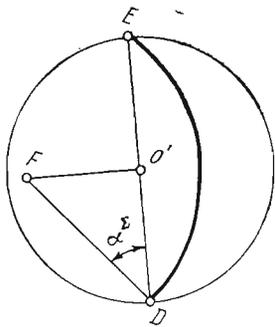


Рис. 8.10

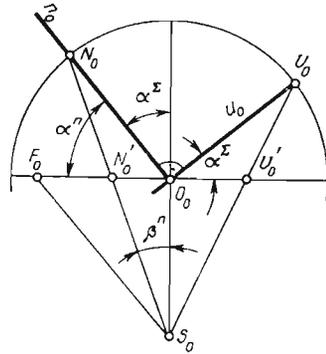


Рис. 8.11

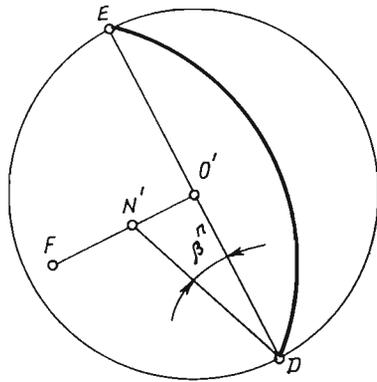


Рис. 8.12

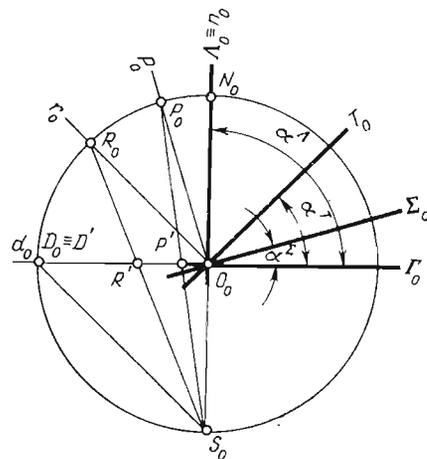
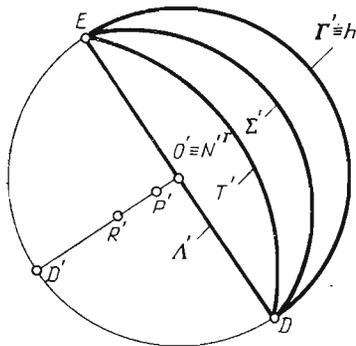


Рис. 8.13

сти и определяет искомую точку F . Следует заметить, что точка F всегда расположена от точки O в сторону падения плоскости;

стереографическую проекцию плоскости изображают дугой окружности в пределах основного круга. Условимся в дальнейшем определитель плоскости записывать в следующей форме: $\Sigma(\overline{ED})$.

Нормаль n к плоскости Σ , проведенная в точке O , пересекает сферу в точке N , которая носит название полюса плоскости (см. рис. 8.9 и 8.11). Угол падения нормали дополняет угол падения плоскости до 90° :

$$\alpha^n + \alpha^\Sigma = 90^\circ.$$

Стереографическую проекцию нормали можно построить вышеизложенным способом как проекцию прямой, заданной направлением и углом падения: $\beta^n = (90^\circ - \alpha^n)/2$. Но $\alpha^n = 90^\circ - \alpha^\Sigma$, тогда $\beta^n = \alpha^\Sigma/2$. Стереографическую проекцию полюса — точку N' называют гномографической проекцией плоскости Σ (рис. 8.12)

В геометрической кристаллографии проводят нормали к каждой грани кристалла и получают пучок прямых, сходящихся в центре сферы. Этот пучок точно и однозначно передает угловые соотношения положения граней кристаллов. Совокупность проекций полюсов называют стереографической проекцией кристалла.

При изменении пространственного расположения плоскости изменяется и ее стереографическая проекция, а следовательно, и проекция полюса (рис. 8.13). При горизонтальном расположении плоскости Γ ее стереографическая проекция совпадает с основным кругом проекции: $\Gamma \equiv h$. Проекция полюса этой плоскости совпадает с центром основного круга: $O' \equiv N'_\Gamma$. При увеличении угла падения плоскости кривизна дуги ее стереографической проекции уменьшается, а проекция полюса приближается к основному кругу. При вертикальном расположении плоскости ее стереографическая проекция вырождается в прямую линию, проекция полюса расположится на основном круге.

Если из центра основного круга провести окружность радиусом OU'^Σ (точка U'^Σ является стереографической проекцией линии падения плоскости $\Sigma(\overline{AB})$), то любая точка U'^Σ этой окружности может быть стереографической проекцией линии падения другой плоскости $\Lambda(\overline{ED})$ пространства, имеющей такой же угол падения (рис. 8.14). Плоскости Σ и Λ будут отличаться друг от друга только направлением падения (азимутом падения).

Прямая, принадлежащая плоскости, должна иметь две общие точки с этой плоскостью. Точкой, общей для прямой и плоскости, является прежде всего центр сферы, через который по условию проецирования проходят и прямая, и плоскость. Второй общей для них точкой будет точка пересечения прямой с дугой окружно-

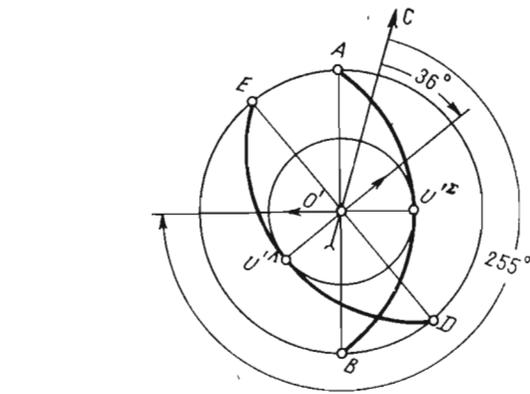


Рис. 8.15

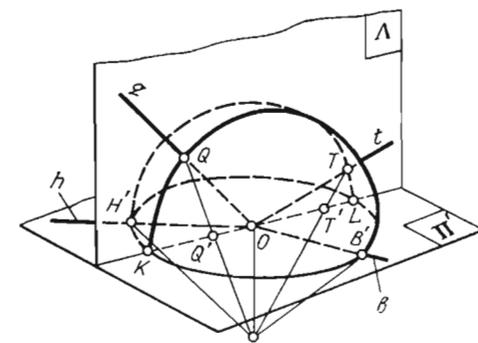
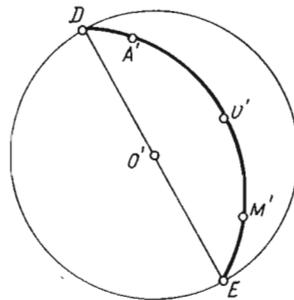
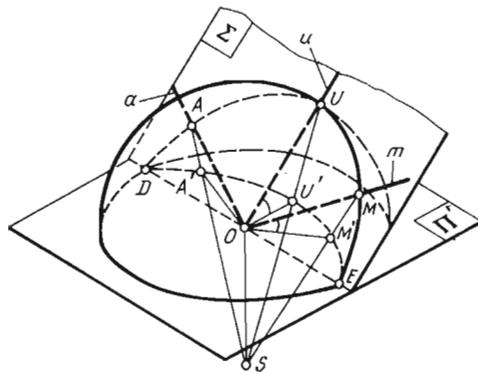


Рис. 8.16

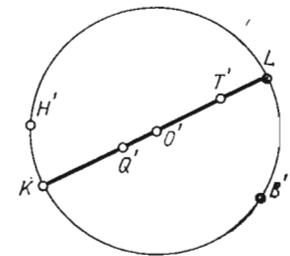
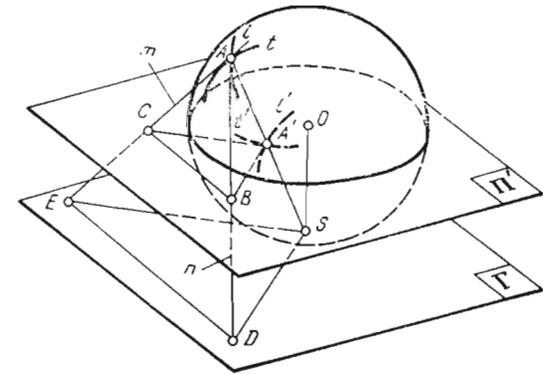


Рис. 8.17



сти, по которой плоскость пересекает верхнюю полусферу (рис. 8.15). Из сказанного следует, что стереографические проекции прямых a и m , принадлежащих наклонной плоскости Σ (\overline{ED}), расположатся на дуге ED — стереографической проекции этой плоскости. Проекции прямых q и t (рис. 8.16), принадлежащих вертикальной плоскости Λ (\overline{KL}), расположатся на отрезке KL — стереографической проекции плоскости Λ . Проекции прямых b и h , принадлежащих горизонтальной плоскости, расположатся на основном круге.

Углы между кривыми, принадлежащими поверхности сферы, проецируются на плоскость проекций равными им углам, составленными стереографическими проекциями этих кривых. Под углом между кривыми понимают линейный угол, составленный касательными к этим кривым, проведенным в точке их пересечения. На рис. 8.17 через точку A сферы проведены кривые l и t и касательные к ним прямые m и n , проходящие через эту точку. Касательные m и n пересекают плоскость проекций Π' в точках C и B . В соответствии с изложенным угол между кривыми l и t измеряют углом BAC , составленным отрезками касательных m и n . Докажем, что стереографическая проекция угла равна величине самого угла: $\angle CA'B = \angle CAB$. Для этого продолжим касательные m и n до пересечения их в точках E и D с плоскостью Γ , проведенной через точку S параллельно плоскости проекций Π' . Точки E и D соединим прямыми линиями с точкой S . Треугольники EAD и ESD равны, так как имеют общую сторону ED , а стороны $EA = ES$ и $DA = DS$ как отрезки касательных к сфере, проведенных попарно из точек E и D . Из равенства треугольников вытекает равенство углов $\angle ESD = \angle EAD$. Стороны углов ESD и $CA'B$ являются линиями пересечения граней EAS и DAS трехгранного угла параллельными плоскостями Π' и Γ . Тогда $\angle ESD = \angle CA'B$ как углы с соответственно параллельными и одинаково направленными сторонами.

Из последнего равенства следует, что угол, составленный касательными к двум кривым на сфере, проецируется в стереографической проекции без искажения.

8.3. РЕШЕНИЕ ПОЗИЦИОННЫХ И МЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЯХ

Как отмечалось выше, стереографические проекции применяют в основном для решения метрических задач, связанных с определением углов, составленных двумя направлениями, двумя плоскостями и т. д. Однако методом стереографических проекций возможно решение и некоторых позиционных задач, связанных с расположением двух геометрических элементов относительно друг друга: построение проекции прямой или плоскости по заданному условию, проведение через прямую плоскости, построение линии пересечения двух плоскостей и т. п. Ниже приведены примеры решения некоторых позиционных и метрических задач, служащих графической основой решения целого ряда практических задач горного и геологоразведочного производства.

Построение проекции прямой по заданному условию

Пример 1. Построить стереографическую проекцию наклонной прямой m (аз. пад. ЮВ $117^\circ \angle 28^\circ$) и горизонтальной прямой h (аз. пр. СВ 63°) (рис. 8.18).

Решение

1. Из центра основного круга — точка O' проводят прямую, составляющую угол 117° с северным направлением меридиана.
2. Исходя из величины угла падения прямой, определяют угол β :

$$\beta = \frac{90^\circ - \alpha}{2} = \frac{90^\circ - 28^\circ}{2} = 31^\circ.$$

3. Через точку O' перпендикулярно к направлению падения проводят прямую до пересечения ее в точке S_0 с основным кругом стереографической проекции. Построив в точке S_0 угол $\beta = 31^\circ$, продолжают его сторону до пересечения в точке M' с направлением восстания прямой. Точка M' и будет стереографической проекцией наклонной прямой m .

Прямая h горизонтальна, поэтому ее стереографическая проекция будет располагаться на основном круге. Для построения этой проекции через точку O' проводят прямую, которая с северным направлением меридиана составляет угол 63° . Точка H' пересечения этой прямой с основным кругом и является стереографической проекцией горизонтальной прямой h .

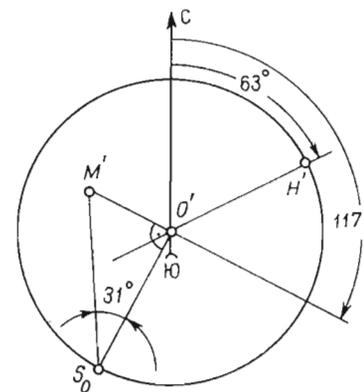


Рис. 8.18

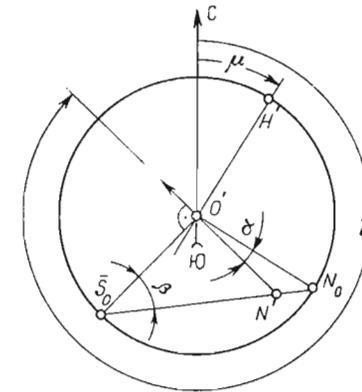


Рис. 8.19

Пример 2. По стереографическим проекциям прямых n (N') и h (H') определить их элементы залегания. Элементы залегания наклонной прямой n определяют в следующем порядке (рис. 8.19).

Решение

1. Точку N' соединяют с центром основного круга. Отрезок $N'O'$ определяет направление падения прямой. Транспортиром измеряют угол γ — ее азимут падения: СЗ 316° .
2. Для определения угла падения прямой через точку O' перпендикулярно к направлению падения проводят прямую до пересечения ее с основным кругом в точке S_0 . Соединив точку S_0 с точкой N' , измеряют транспортиром угол β : $\beta = 39^\circ$. Зная, что $\beta = (90^\circ - \alpha)/2$, определяем величину угла α : $\alpha = 90^\circ - 2\beta = 90^\circ - 78^\circ \approx 12^\circ$.

Угол падения прямой может быть определен и совмещением плоскости разреза с основным кругом, т. е. чисто графически. Продолжив проецирующий луч S_0N' до пересечения с основным кругом в точке N_0 , строят профиль N_0O' прямой n . Угол α , составленный проекцией $N'O'$ и профилем N_0O' , измеряют транспортиром: $\alpha \approx 12^\circ$. Для определения элементов залегания горизонтальной прямой h точку H' соединяют прямой линией с точкой O' . Эта прямая определяет направление ее простирания. Транспортиром измеряют угол μ , составленный северным направлением меридиана и одним из направлений простирания прямой h : СВ 32° .

Построение стереографической проекции плоскости по заданному условию

Пример 1. Построить стереографические проекции наклонной плоскости Σ (аз. пад. ЮЗ $118^\circ \angle 35^\circ$) и вертикальной плоскости Λ (аз. пр. СВ 63°) (рис. 8.20).

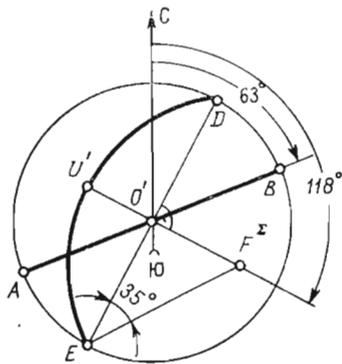


Рис. 8.20

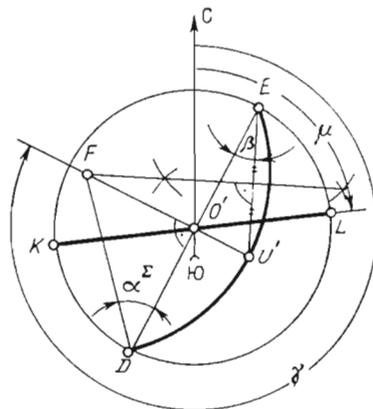


Рис. 8.21

Решение

1. Из точки O' проводят прямую, составляющую угол 118° с северным направлением меридиана. Стрелкой отмечают направление падения плоскости.

2. Через точку O' перпендикулярно к направлению падения проводят линию простираения плоскости, которая пересекает основной круг в точках E и D .

3. В точке E (или D) строят угол, равный углу падения плоскости. Пересечение его стороны с направлением падения определяет центр F^Σ стереографической проекции плоскости. Из точки F^Σ радиусом $F^\Sigma E$ проводят дугу ED , которая и является стереографической проекцией плоскости Σ . Стереографической проекцией линии падения этой плоскости будет точка U' пересечения направления восстания с дугой ED — стереографической проекцией плоскости.

Для построения проекции плоскости Λ через точку O' проводят прямую, которая составляет с северным направлением меридиана угол, равный 63° . Отрезок AB и будет стереографической проекцией вертикальной плоскости Λ .

Пример 2. По стереографическим проекциям плоскостей Ω (\widehat{DE}) и T (\widehat{KL}) определить их элементы залегания (рис. 8.21).

Решение

1. Определяют направление падения плоскости. Оно направлено от стереографической проекции линии падения — точки U' к центру основного круга — к точке O' . Транспортиром замеряют угол μ , составленный северным направлением меридиана и направлением падения плоскости: $CЗ 297^\circ$.

2. Определяют угол падения плоскости либо по наклону линии падения ($\alpha^U = \alpha^\Sigma$), либо построением центра стереографической проекции плоскости. При определении угла первым способом точку E (или D) соединяют с точкой U' — стереографической проекцией линии падения. Построенный угол $\beta = (90^\circ - \alpha)/2$, откуда $\alpha = 90^\circ - 2\beta = 90^\circ - 2 \cdot 24 = 42^\circ$. Центр стереографической проекции плоскости — точку F определяют как точку пересечения перпендикуляра к хорде EU' (или DU'), проведенного через ее середину, с направлением падения плоскости. Соединив точку F с точкой D (или E), получают угол, равный углу падения плоскости:

$$\angle FDO' = \alpha^\Sigma = 42^\circ.$$

Элементы залегания вертикальной плоскости T определяют по линии простираения этой плоскости. Транспортиром замеряют угол μ , составленный северным направлением меридиана и одним из направлений линии простираения KL : $CB 83^\circ$.

Взаимное расположение прямой и плоскости

Пример 1. Через прямую m (M') провести плоскость Σ , азимут простираения которой был бы равен $ЮВ 127^\circ$. Определить угол падения плоскости (рис. 8.22).

Решение

1. Через точку O' проводят линию простираения плоскости. С северным направлением меридиана ее проекция составляет угол 127° . Отмечают точки E и D пересечения линии простираения с основным кругом проекции.

2. Определяют направление падения плоскости, учитывая при этом, что с направлением простираения оно составляет угол 90° и стереографическая проекция прямой m (M') должна располагаться от точки O' в направлении восстания плоскости Σ .

3. Определяют центр стереографической проекции плоскости — точку F . Точки E , M' и D принадлежат дуге, являющейся стереографической проекцией плоскости Σ .

Перпендикуляр к хорде $M'D$, проведенный через ее середину, в пересечении с направлением падения плоскости определяет искомую точку F . Дуга окружности, проведенная из точки F радиусом FM' до пересечения ее в точках E и D с основным кругом, является стереографической проекцией плоскости Σ . Для определения угла падения плоскости точку соединяют с точкой E (или D). Построенный угол FEO равен углу падения плоскости: $\alpha = 27^\circ$.

Пример 2. Определить элементы залегания плоскости Ψ , проходящей через прямые m (M') и n (N') (рис. 8.23). Стереографическая проекция плоскости Ψ изобразится на чертеже дугой окружности, проходящей через точки M' и N' — стереографические проекции прямых m и n .

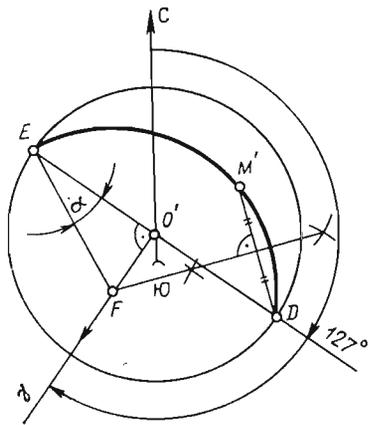


Рис. 8.22

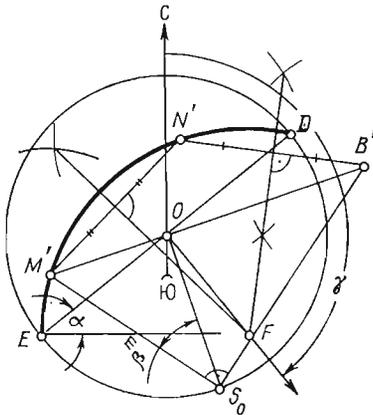


Рис. 8.23

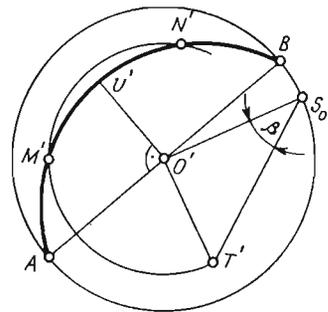


Рис. 8.24

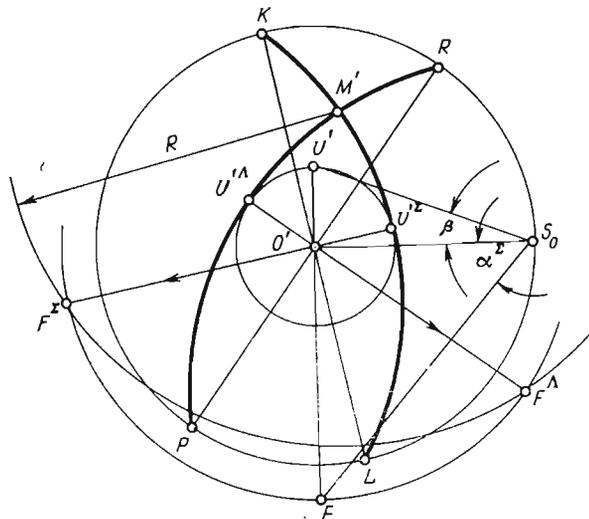


Рис. 8.25

Для определения центра этой дуги необходимо построить третью точку, принадлежащую окружности — стереографической проекции плоскости Ψ . Точка M' — проекция точки пересечения прямой с верхней полусферой. Но прямая пересекает и нижнюю полусферу в точке B' . Стереографическую проекцию этой точки можно построить, если при вершине угла β_m построить прямой угол, сторона S_0B' которого в пересечении с направлением падения прямой t определяет точку B' . Взаимное пересечение перпендикуляров, проведенных через середину хорд $M'N'$ и $N'B'$, определяет искомую точку F — центр стереографической проекции плоскости Ψ . Дуга окружности, проведенная из точки F радиусом FM' (или FN') до пересечения ее в точках E и D с основным кругом, является стереографической проекцией плоскости Ψ , а ее хорда ED — линией простиранья плоскости. Последовательность определения элементов залегания аналогична рассмотренной выше: Ψ (аз. пад. ЮВ $142^\circ \angle 38^\circ$).

Пример 3. В плоскости Δ (\overline{AB}) провести прямую t , угол падения которой был бы равен 16° (рис. 8.24). Прямая принадлежит плоскости, если ее стереографическая проекция расположена на стереографической проекции этой плоскости — дуге AB . Решение задачи начинают с определения расстояния от стереографической проекции прямой t до центра основного круга. Для этого строят проекцию вспомогательной прямой t , имеющей угол падения 16° , но не принадлежащей плоскости Δ . Расстояние от ее стереографической проекции до точки O' равно отрезку $T'O'$. Прямая t имеет такой же угол падения, как и прямая t . Следовательно, расстояния от их стереографических проекций до центра основного круга будут одинаковыми: $T'O' = M'O'$

Если из точки O' провести окружность радиусом $O'T'$, то точки M' и N' пересечения ее со стереографической проекцией плоскости Δ и будут проекциями искомых прямых, принадлежащих этой плоскости. Из чертежа видно, что задача имеет два решения. В плоскости Δ можно провести две прямые с углом падения 16° : прямые m (M') и n (N'). Однако задача не будет иметь решения, если $O'T' < O'U'$, т. е. если угол падения заданной прямой будет больше угла падения плоскости.

Пример 4. Через прямую m (M') провести плоскость Σ , угол падения которой был бы равен 50° (рис. 8.25). Решение задачи начинают с определения расстояний от центра основного круга до стереографической проекции U' линии падения и центра F стереографической проекции искомой плоскости Σ . Проекцию U' линии падения определяют по углу β , центр F — по углу падения α^2 . Окружность, описанная из точки O' радиусом $O'U'$, является геометрическим местом точек, каждая из которых может быть принята за стереографическую проекцию линии падения плоскости, имеющей заданный по условию угол падения 50° . Для того чтобы

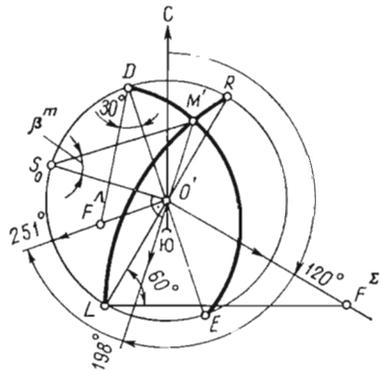


Рис. 8.28

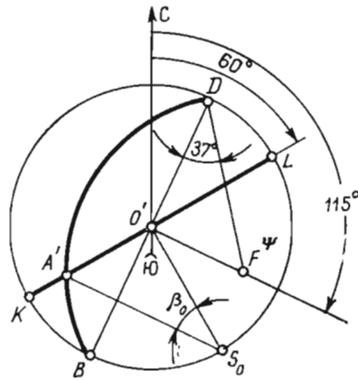


Рис. 8.29

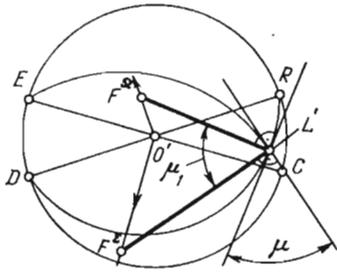


Рис. 8.30

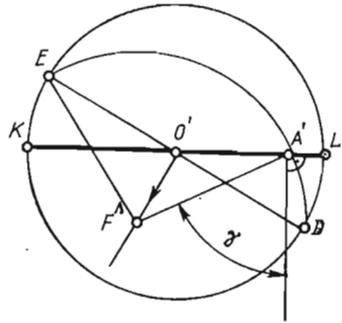


Рис. 8.31

ляются дуги DR и EC . Искомый угол μ может быть получен как угол, образованный касательными к дугам, проведенным в точке L' их взаимного пересечения или как угол μ_1 , образованный отрезками прямых, соединяющих точку L' с центрами F^Ω и F^Σ стереографических проекций заданных плоскостей, причем $\mu = \mu_1$. Заметим, что точка L' для заданных плоскостей является стереографической проекцией линии их пересечения.

Пример 4. Определить истинную величину угла γ , составленного наклонной плоскостью Λ (\overline{ED}) и вертикальной плоскостью T (\overline{KL}) (рис. 8.31).

Задачу решают способом, рассмотренным в предыдущем примере. Величину угла, составленного плоскостями Λ и T , измеряют углом, образованным отрезками прямых, соединяющих точку A' пересечения стереографических проекций плоскостей с их центрами. Так как стереографическая проекция вертикальной плоско-

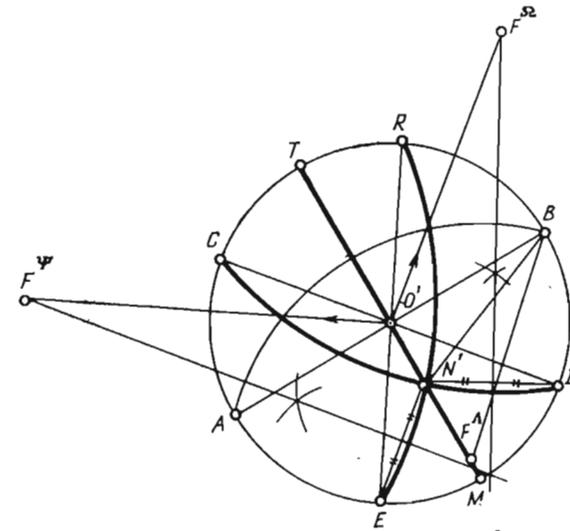


Рис. 8.32

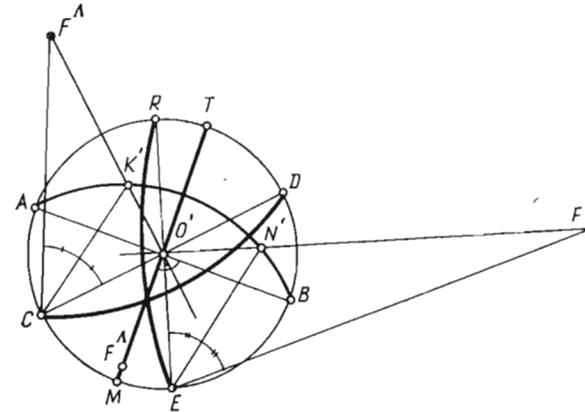


Рис. 8.33

сти вырождается в прямую линию KL (т. е. является окружностью, центр которой — бесконечно удаленная точка пространства), то отрезок прямой соединяющий точку A' с центром F^T , образует прямой угол со стереографической проекцией этой плоскости. Построенный угол γ — искомый.

Пример 5. Построить стереографическую проекцию плоскости Ψ , перпендикулярную к плоскости Λ (\overline{AB}) (рис. 8.32).

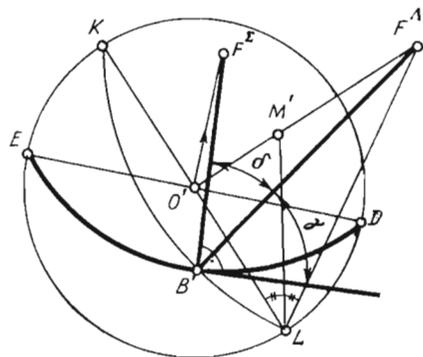
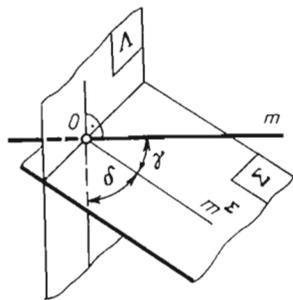


Рис. 8.34

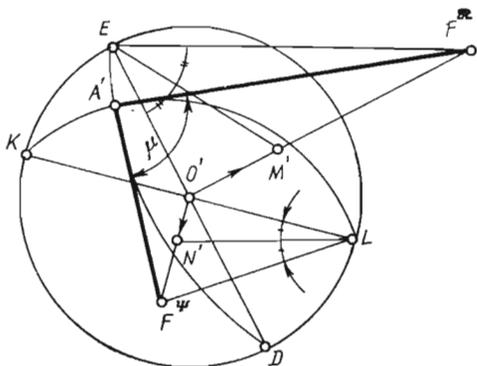
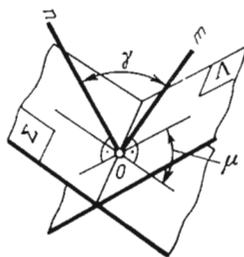


Рис. 8.35

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости. Искомую плоскость Ψ в решении рассматриваемой задачи проводят через прямую n (N'), перпендикулярную к плоскости Λ . Так как задача имеет бесчисленное множество решений (через прямую n можно провести неограниченное количество плоскостей), направление простирания плоскости Ψ берут произвольно, на чертеже оно определено отрезком RE . Тогда направление падения плоскости будет определяться положением стереографической проекции прямой n (N'), через которую проходит плоскость Ψ . Точка F^Ψ пересечения перпендикуляра, проведенного через середину хорды $N'E$, с направлением падения является центром стереографической проекции искомой плоскости Ψ (RE). Задав другое направление простирания, можно построить проекцию плоскости Ω (CD), проходящей через прямую n и тоже перпендикулярной к плоскости Λ .

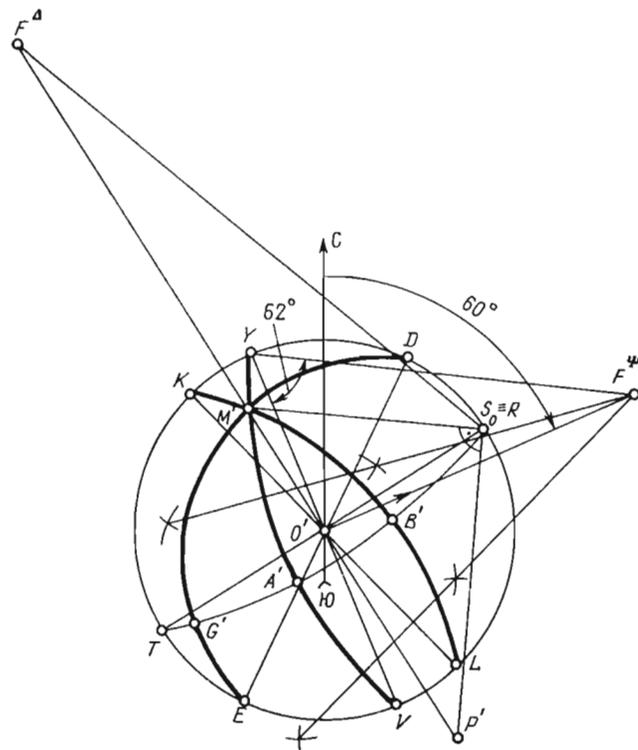


Рис. 8.36

К плоскости Λ будет перпендикулярна и вертикальная плоскость Λ (TM), стереографическая проекция которой совпадает с проекцией прямой n .

Построить проекции взаимно перпендикулярных плоскостей можно и другим способом, если искомую плоскость проводить перпендикулярно к прямой, принадлежащей плоскости Λ (AB), (рис. 8.33). Задав в плоскости Λ произвольную прямую n , перпендикулярно к ней проводят искомую плоскость Ψ (RE). Задача и в этом случае имеет бесчисленное множество решений, так как в плоскости Λ можно провести неограниченное число прямых, каждая из которых определяет положение плоскости, ей перпендикулярной. В их числе может быть и линия простирания плоскости — отрезок AB , определяющий положение вертикальной плоскости Δ (MT), перпендикулярной к плоскости Λ .

Пример 6. Определить истинную величину угла, составленного прямой m (M') и плоскостью Σ (ED) (рис. 8.34).

Углом наклона прямой m к плоскости Σ будет линейный угол γ , составленный прямой m и ее проекцией m^Σ на эту плоскость. Истинную величину этого угла определяют следующим образом. Проводят вспомогательную плоскость Λ , для которой прямая m является нормалью. Тогда угол δ , составленный плоскостями Σ и Λ , будет дополнять искомым углом γ до 90° : $\gamma + \delta = 90^\circ$.

Решение задачи начинают с построения проекции вспомогательной плоскости Λ (\overline{KL}), исходя из условия, что заданная прямая m является нормалью к этой плоскости: $m \perp \Lambda$. Отметив точку B пересечения стереографических проекций плоскостей Σ и Λ и соединив ее с центрами F^Σ и F^Λ прямолинейными отрезками, определяют угол δ , который, как отмечалось выше, дополняет искомым углом γ до 90° : $\gamma = 90^\circ - \delta$.

Пример 7. Определить истинную величину угла, составленного прямыми m (M') и n (N') (рис. 8.35).

Прямые m и n принимают за нормали к вспомогательным плоскостям Ω и Ψ . Тогда острый угол μ , составленный этими плоскостями, будет равен углу γ , составленному заданными прямыми m и n . Решение задачи начинают с построения стереографических проекций вспомогательных плоскостей, перпендикулярных к заданным прямым: $\Omega \perp m$, $\Psi \perp n$. На чертеже плоскость Ω изображится дугой ED с центром в точке F^Ω , плоскость Ψ — дугой KL с центром в точке F^Ψ . Соединив точку A' пересечения указанных дуг прямолинейными отрезками с центрами F^Ω и F^Ψ , получают угол μ , который по величине равен искомому углу γ .

Пример 8. Определить элементы залегания биссекторной плоскости двугранного угла (рис. 8.36).

Биссекторная плоскость двугранного угла, как отмечалось выше, проходит через ребро двугранного угла и биссектрису линейного угла, которым двугранный угол измеряется.

Решение

1. Строят проекцию ребра двугранного угла. Им будет прямая m (M') — линия пересечения его граней Σ (\overline{ED}) и Λ (\overline{KL}).

2. Строят проекцию линейного угла, которым измеряется величина двугранного. Для этого перпендикулярно к ребру m проводят вспомогательную плоскость Δ (\overline{TR}). Стереографическая проекция плоскости Δ пересекает проекции граней Σ и Λ в точках G' и B' . Дуга $G'B'$ является мерой величины угла, образованного гранями двугранного угла. Искомая биссекторная плоскость Ψ пройдет через середину дуги $G'B'$ — точку A' , которая является стереографической проекцией биссектрисы линейного угла, и точку M' — стереографическую проекцию ребра двугранного угла.

3. Для определения центра стереографической проекции плоскости Ψ строят проекцию дополнительной точки P пересечения

прямой m (или a) с нижней полусферой. Построив при вершине S_0 (совмещенном с плоскостью основного круга положении центра проекции S) прямой угол, который образуют проецирующие лучи, проведенные к точкам M и P пересечения прямой с поверхностью сферы, отмечают точку P' . Точки M' , A' и P' принадлежат дуге окружности — стереографической проекции искомой плоскости Ψ . Пересечение перпендикуляров, проведенных через середины хорд, соединяющих точки A' и M' , A' и P' , определяют точку F^Ψ — центр стереографической проекции биссекторной плоскости Ψ ($\overline{Y\bar{V}}$). Азимут и угол падения плоскости определяют способом, изложенным выше: Ψ (аз. пад. СВ $60^\circ \angle 62^\circ$)

Контрольные вопросы

1. Какое положение в пространстве занимает прямая линия: если ее проекция лежит на основном круге? если ее проекция совпадает с центром основного круга?
2. Что представляет собой геометрическое место точек, являющихся стереографическими проекциями прямых с одинаковыми углами падения?
3. Как меняется угол падения прямой с увеличением расстояния от проекции прямой до центра основного круга?
4. Во что проецируется вертикальная плоскость в стереографических проекциях?
5. Где будет находиться фокус плоскости, угол падения которой равен 45° ?
6. Что означает конформность стереографических проекций?
7. Что такое полюс плоскости? Где располагаются полюса вертикальной и горизонтальной плоскостей?

9. НАГЛЯДНЫЕ ПРОЕКЦИИ

9.1. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ. СУЩНОСТЬ МЕТОДА

Сущность метода аксонометрических проекций заключается в параллельном проецировании на плоскость проекций Π' изображаемого объекта вместе с прямоугольной системой координат, к которой этот объект отнесен (рис. 9.1, а). Изображение, полученное на плоскости Π' , называют аксонометрической проекцией данного тела, проекции x' , y' и z' пространственных осей координат x , y и z — аксонометрическими осями. Направление s носит название направления проецирования, точка O' — аксонометрического начала координат. Параллельные аксонометрические проекции отличаются простотой построения и обладают достаточной наглядностью.

В аксонометрических проекциях отрезок, отложенный на какой-либо из осей координат, проецируется на плоскость проекций Π' в общем случае с искажением (рис. 9.1, б). Отношение длины проекции отрезка к его действительной длине носит название коэффициента искажения. Условимся обозначать коэффициент иска-

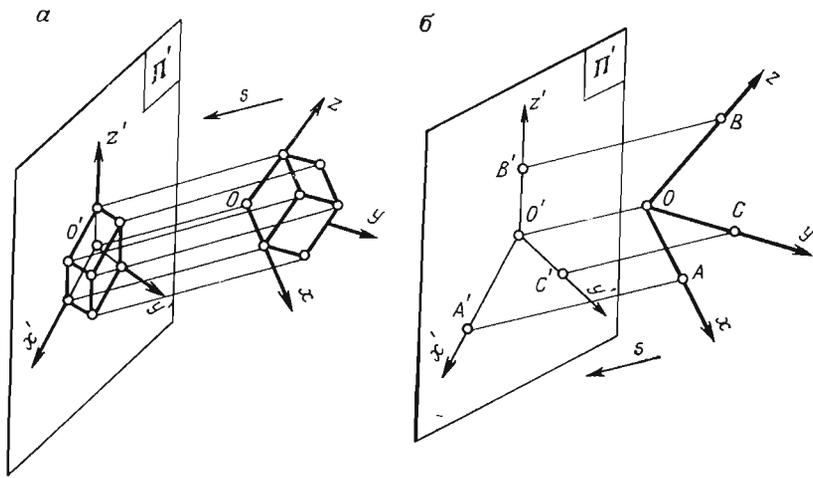


Рис. 9.1

жения по аксонометрической оси x' буквой u : $u = O'A'/OA$, по аксонометрической оси y' — буквой v : $v = O'C'/OC$, по аксонометрической оси z' — буквой w : $w = O'B'/OB$.

Классификация аксонометрических проекций. В основу классификации аксонометрических проекций кладут либо сравнительную величину коэффициентов искажения, либо угол наклона проецирующих лучей к плоскости проекций.

В зависимости от сравнительной величины коэффициентов искажения аксонометрические проекции делят на три вида: изометрические, диметрические и триметрические.

В изометрической проекции коэффициенты искажения по всем трем осям равны между собой: $u = v = w$; в диметрической проекции коэффициенты искажения по двум осям равны между собой, но отличаются от третьего: $u = w \neq v$; в триметрической проекции коэффициенты искажения по всем трем осям не равны друг другу: $u \neq w \neq v$. В зависимости от направления проецирования аксонометрические проекции делят на два вида: косоугольные и прямоугольные. В косоугольных проекциях угол наклона проецирующих лучей к плоскости проекций l не равен 90° , в прямоугольных проекциях он равен 90° .

Коэффициенты искажения при косоугольном и прямоугольном проецировании. Всякое изменение положения пространственных осей координат относительно плоскости проекций, как и изменение направления проецирования, ведет за собой изменение не только направления аксонометрических осей на чертеже, но и изменение коэффициентов искажения по этим осям. Изучая зависимость направления аксонометрических осей и коэффициентов искажения

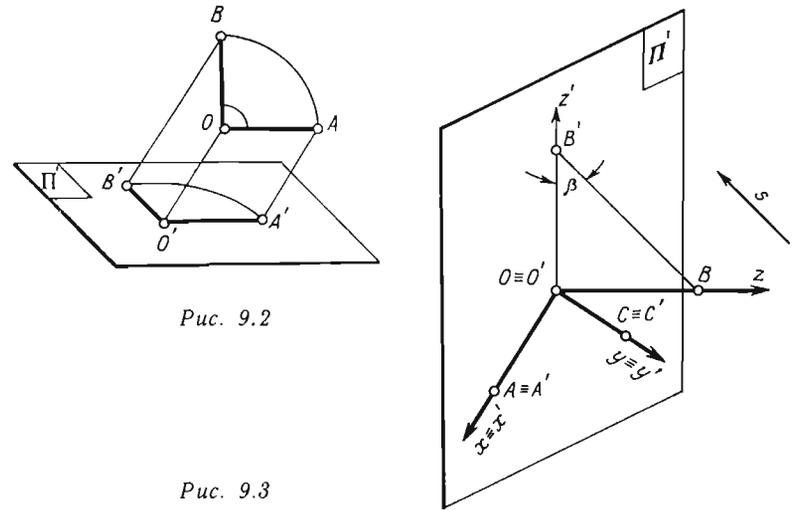


Рис. 9.2

Рис. 9.3

по ним от пространственного расположения осей координат относительно плоскости проекций и направления проецирования, немецкий геометр XIX в. Карл Польке (1810—1876) пришел к выводу, что любые три отрезка на плоскости, выходящие из одной точки, могут быть приняты за параллельные проекции соответственно расположенных трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков в пространстве. Эта теорема носит название «основного предложения аксонометрии».

На основании этой теоремы направление аксонометрических осей, а также коэффициенты искажения по этим осям мы можем задавать произвольно. В пространстве всегда можно задать такое положение пространственных осей координат и такое направление проецирования, при котором произвольно вычерченные аксонометрические оси будут их параллельными проекциями. Однако положение каждой из трех пространственных осей относительно плоскости проекций Π' определяется положением двух других осей. Это дает основание предположить, что коэффициенты искажения по аксонометрическим осям должны находиться в определенной зависимости один от другого.

Из геометрии известно, что сумма квадратов сопряженных полуэллипсов эллипса есть величина постоянная: $(O'B')^2 + (O'A')^2 = \text{const}$. Сопряженные полуэллипсы эллипса есть параллельные проекции двух взаимно перпендикулярных полуэллипсов окружности, т. е. проекциями двух равных и взаимно перпендикулярных отрезков (рис. 9.2).

Тогда $O'A'/OA = u$ и $O'B'/OB = w$, где u и w — коэффициенты искажения отрезков OA и OB . Если принять длину указанных отрезков равной единице, то $O'A'/1 = u$, $O'B'/1 = w$ или $O'A' = u$,

$O'B' = \omega$. Подставив значение u и ω в уравнение $(O'A')^2 + (O'B')^2 = \text{const}$, получим $u^2 + \omega^2 = \text{const}$, т. е. сумма квадратов коэффициентов искажения двух равных и взаимно перпендикулярных отрезков при параллельном проецировании есть величина постоянная, не зависящая от положения отрезков в пространстве.

Рассмотрим попарно три равных отрезка, отложенных на пространственных осях координат x , y и z . Из изложенного следует: $u^2 + \omega^2 = A$; $u^2 + v^2 = B$; $\omega^2 + v^2 = C$, где u , v и ω — коэффициенты искажения отрезков; A , B и C — некоторые постоянные величины. Складывая эти равенства, получаем: $2u^2 + 2v^2 + 2\omega^2 = A + B + C$ или $u^2 + v^2 + \omega^2 = (A + B + C)/2 = \text{const}$, т. е. сумма квадратов коэффициентов искажения трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков есть величина постоянная, не зависящая от пространственного расположения отрезков относительно плоскости проекций, но зависящая от угла наклона проецирующих лучей и плоскости проекций. Между коэффициентами искажения и углом наклона проецирующих лучей к плоскости проекций существует зависимость, которая выражается уравнением: $u^2 + v^2 + \omega^2 = 2 + \text{ctg}^2\beta$, где β — угол наклона проецирующих лучей к плоскости проекций.

Для доказательства этого равенства обратимся к рис. 9.3, на котором изображена прямоугольная система координат, оси x и y которой совмещены с плоскостью Π' . Тогда ось z расположится перпендикулярно к Π' . Отрезки OA и OC , отложенные на осях x и y , проецируются на плоскость Π' без искажения и, следовательно, $u = v = 1$. Коэффициент искажения отрезка OB , отложенного по оси z , равен: $O'B'/OB = \text{ctg}\beta$. Таким образом, $u^2 + v^2 + \omega^2 = 2 + \text{ctg}^2\beta$. Из сказанного следует, что при заданном направлении проецирования произвольно задавать коэффициенты искажения можно только по двум осям, величина третьего коэффициента определяется приведенным уравнением.

9.2. СТАНДАРТНЫЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

В решении практических задач при построении изображений обычно пользуются частными видами аксонометрических проекций, обладающими простотой изображений и дающими достаточно наглядное изображение. Положение аксонометрических осей, а также коэффициенты искажения этих проекций установлены ГОСТ 2.317—69, поэтому эти проекции называют стандартными. К ним относят два вида прямоугольных проекций: изометрическая и диметрическая и три вида косоугольных проекций: фронтальная диметрическая и изометрическая и горизонтальная изометрическая.

Прямоугольная изометрия. Как было отмечено выше, в изометрической проекции коэффициенты искажения по всем осям одинаковые: $u = v = \omega$. Так как угол наклона проецирующих лучей

к плоскости проекций Π' равен 90° , а $\text{ctg } 90^\circ = 0$, то соответствующее уравнение примет вид: $u^2 + v^2 + \omega^2 = 2$ или $3u^2 = 2$, откуда

$$u = \sqrt{2/3} = 0,82.$$

При построении изображений в прямоугольной изометрии обычно пользуются округленными до единицы коэффициентами искажения, так называемыми «приведенными»: $u = v = \omega = 1$. Это приводит к увеличению изображения против оригинала в 1,22 раза.

Из рис. 9.4 видно, что в прямоугольных треугольниках $OO'C'$, $OO'A'$ и $OO'B'$: $u = \cos \alpha$, $v = \cos \beta$, $\omega = \cos \gamma$. Значит, $\cos \alpha = \cos \beta = \cos \gamma$, т. е. пространственные оси координат одинаково наклонены к плоскости проекций Π' . Это равенство определит равенство отрезков: $OA = OC = OB$, $O'A' = O'C' = O'B'$. Следовательно, $AC = CB = BA$. Из последнего равенства следует, что треугольник ABC равносторонний, точка O' — его центр. Его высоты u , v и ω , являющиеся проекциями соответствующих осей координат, образуют равные между собой углы. Аксонометрические оси располагаются под углом 120° друг к другу (рис. 9.5).

Прямоугольная диметрия. В диметрической проекции коэффициенты искажения одинаковы только по аксонометрическим осям x' и z' : $u = \omega$. Третий коэффициент v по оси y' может принимать бесчисленное множество значений. Наиболее простым построение будет при $v = \frac{1}{2}u$. Подставляя в уравнение $u^2 + v^2 + \omega^2 = 2$ значение указанных коэффициентов, получаем:

$$u^2 + \frac{1}{4}u^2 + u^2 = 2 \text{ или } 9u^2 = 8, \text{ откуда } u = \sqrt{8/9} = 2\sqrt{2/3} \approx 0,94;$$

$$u = \omega = 0,94; \quad v = \frac{1}{2}u \approx 0,47.$$

В диметрической проекции $u = \omega$. Из этого равенства следует, что пространственные оси x и z имеют одинаковые углы наклона к плоскости проекций Π' (рис. 9.6). Равенство углов наклона определяет равенство отрезков: $AO = CO$; $A'O' = C'O'$. Это значит, что прямоугольный треугольник AOC равнобедренный. Придадим отрезкам AO и CO значение, равное единице. В прямоугольном равнобедренном треугольнике AOC гипотенуза $AC = \sqrt{2}$. Из прямоугольного треугольника $C'O'O$ следует:

$$C'O'/CO = \omega, \text{ откуда } C'O' = CO \cdot \omega.$$

Подставив значение CO и ω , получим:

$$C'O' = 1 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

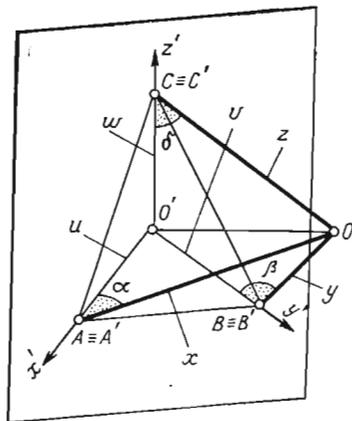


Рис. 9.4

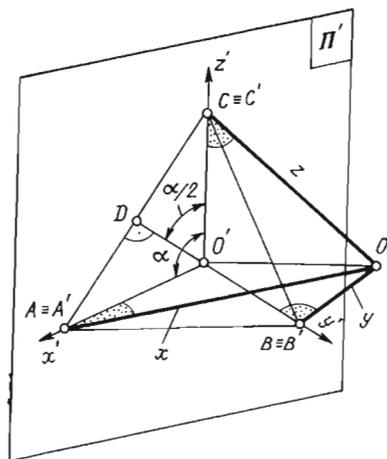


Рис. 9.6

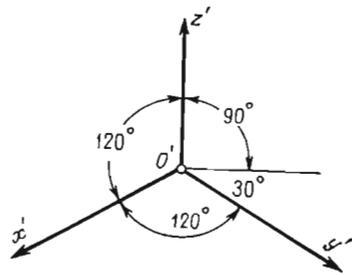


Рис. 9.5

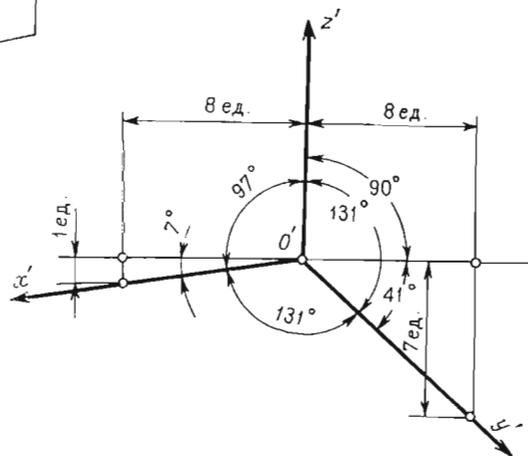


Рис. 9.7

Треугольник $A'O'C'$ также равнобедренный, так как $A'O' = C'O'$. Высота $O'D$ треугольника является одновременно и медианой стороны $A'C'$. Следовательно, $AD = DC = \sqrt{2}/2$; $\angle DO'C' = \alpha/2$. В прямоугольном треугольнике $DO'C'$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{O'D}{C'O'}$$

Подставив значения $C'D$ и $C'O'$, найдем:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}/2}{2 \cdot \sqrt{2}/3} = 3\sqrt{2}/2 \cdot \sqrt{2} = \frac{3}{4}, \text{ откуда } \alpha \approx 97^\circ.$$

Итак, угол, образованный аксонометрическими осями x' и z' , равен 97° . Тогда каждый из углов, образуемых осью y' с двумя другими осями, равен $(360^\circ - 97^\circ)/2 \approx 131^\circ$. Как видно из рис. 9.7, аксонометрические оси x' и y' образуют с горизонтальной прямой, проведенной через точку O' , углы 7° и 41° . Для определения направления аксонометрических осей x' и y' также можно строить прямоугольные треугольники с катетами 1 и 8, а также 7 и 8 ед. произвольного масштаба. Гипотенузы построенных треугольников определяют направление аксонометрических осей x' и y' . При построении изображений в прямоугольной диметрии обычно пользуются приведенными коэффициентами искажения: $u = w = 1$, $v = 1/2$. Изображение получается при этом увеличенным против оригинала в 1,06 раза.

Фронтальная изометрическая проекция. Такую проекцию получают, расположив пространственные оси координат x и z параллельно плоскости проекции Π' . Ось y' перпендикулярна к Π' . Следовательно, аксонометрические оси x' и y' на чертеже взаимно перпендикулярны (рис. 9.8). Коэффициенты искажения по этим осям равны единице: $u = w = 1$. Коэффициент искажения по оси y' будет зависеть от угла наклона проецирующих лучей к плоскости Π' и может иметь любое числовое значение. Так как рассматриваемая проекция является изометрической, то угол наклона проецирующих лучей к плоскости Π' , а также направление проецирования выбирают так, чтобы коэффициент искажения и по оси y' равнялся бы единице, а угол, образованный продолжением оси x' с осью y' , был равен 45° (рис. 9.9, а).

Для определения угла наклона проецирующих лучей к плоскости проекции обратимся к уравнению косоугольной проекции:

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2 + \text{ctg}^2 \beta.$$

Подставив принятые значения коэффициентов искажения, получим: $1 + 1 + 1 = 2 + \text{ctg}^2 \beta$; $\text{ctg} \beta = 1$, откуда $\beta = 45^\circ$. Меняя направление проецирующих лучей при сохранении их наклона к плоскости проекции, получают еще два возможных варианта расположения оси y' с углами наклона 30° и 60° к продолжению оси x' , (рис. 9.9, б и в).

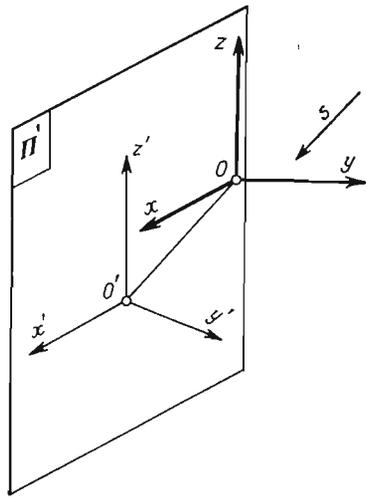


Рис. 9.8

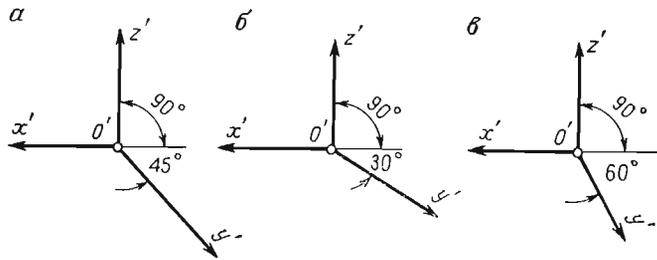


Рис. 9.9

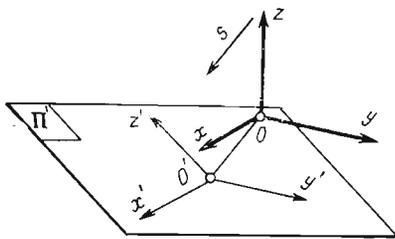


Рис. 9.10

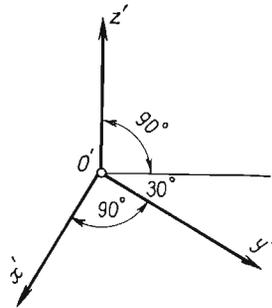


Рис. 9.11

Горизонтальная изометрическая проекция. Горизонтальную изометрическую проекцию получают, расположив пространственные оси x и y параллельно плоскости проекций Π' . Ось z располагается перпендикулярно к Π' (рис. 9.10). Следовательно, у горизонтальной изометрии аксонометрические оси x' и y' взаимно перпендикулярны. Угол наклона проецирующих лучей к плоскости проекций Π' , а также направление проецирования выбирают так, чтобы коэффициент искажения по оси z' равнялся бы единице, а угол, образованный осью y' и горизонтальной прямой, был равен 30° (рис. 9.11). Допускается применять горизонтальные изометрические проекции с углом наклона оси y' , равном 45 и 60° , сохраняя угол между осями x' и y' равным 90° . Коэффициенты искажения равны: $u = v = w = 1$.

Фронтальная диметрическая проекция. Пространственные оси координат при получении фронтальной диметрической проекции располагают так же, как и во фронтальной изометрической. Однако направление проецирования выбирают так, чтобы коэффициент искажения по оси y' был равен $1/2$. Коэффициенты искажения, таким образом, равны: $u = w = 1, v = 1/2$. Положение аксонометрических осей показано на рис. 9.9. Допускается применять фронтальные диметрические проекции с углами наклона оси y' 30 и 60° .

9.3. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Пример 1. На рис. 9.12 построена прямоугольная изометрическая проекция точки, заданной на плане ее проекцией A_5 . При построении пользуются приведенными коэффициентами искажения.

На плане наносят оси координат, к которым и относят точку A . Проекция координатной оси z на плане вырождается в точку, так как эта ось занимает вертикальное положение.

Вычертив на чертеже аксонометрические оси, от аксонометрического начала координат O' по оси x' откладывают абсциссу точки: $|O'A'_x| = |OA_x|$. Через точку A'_x параллельно оси y' проводят прямую, на которой откладывают ординату точки $|A'_x A'_0| = |A_x A_5|$. Полученная точка A'_0 носит название аксонометрической проекции основания точки A . Под основанием точки понимают основание перпендикуляра, опущенного из точки A на горизонтальную координатную плоскость $\Pi (x \cap y)$. Через точку A'_0 параллельно аксонометрической оси z' проводят прямую, на которой в масштабе плана откладывают аппликату точки: $|A'_0 A'| = 5$ м. Полученная точка A' и является аксонометрической проекцией точки A . Следует отметить, что без указания на чертеже проекции основания точки ее аксонометрическая проекция могла быть проекцией бесчисленного множества точек пространства, расположенных на одном с точкой A проецирующем луче, но имеющих другие координаты.

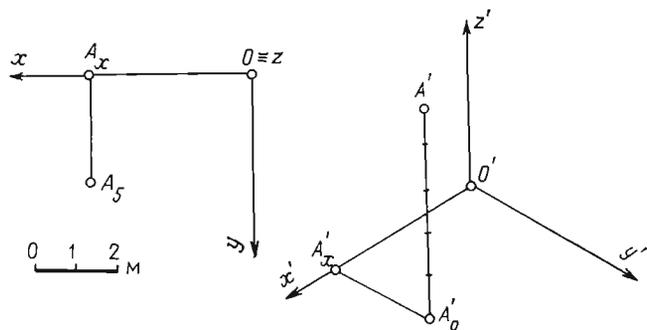


Рис. 9.12

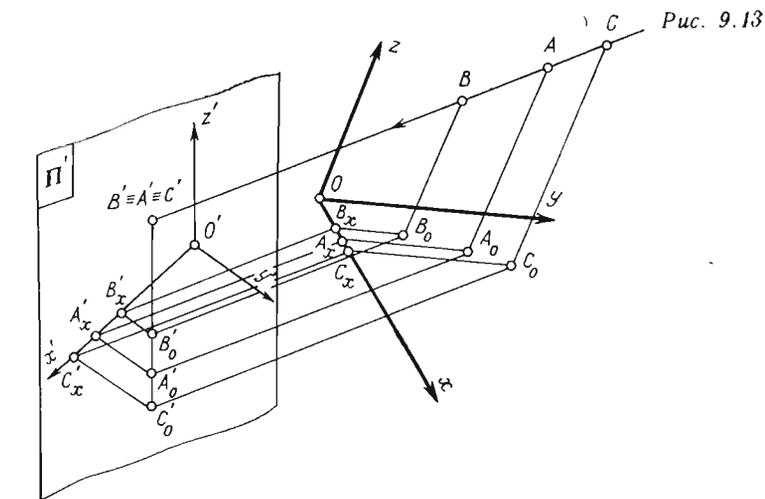


Рис. 9.13

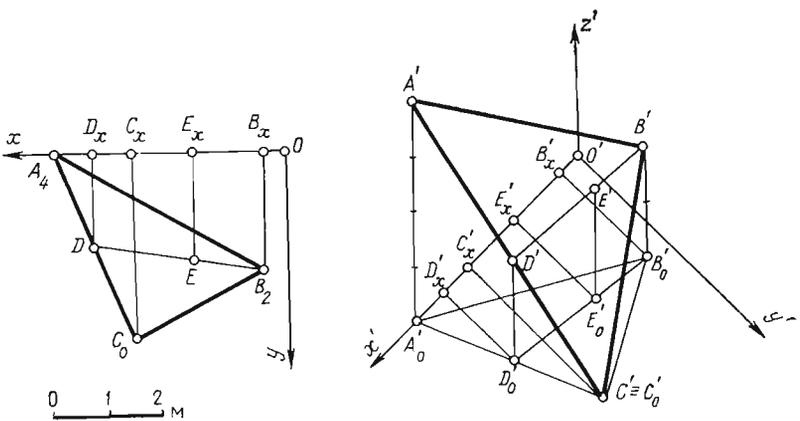


Рис. 9.14

наты (рис. 9.13). Очевидно, возможно решение и обратной задачи: по заданной аксонометрической проекции точки построить ее проекцию на плане.

Пример 2. На рис. 9.14 дано построение горизонтальной изометрической проекции треугольника ABC и точки E , принадлежащей треугольнику. Аксонометрические проекции вершин треугольника строят в последовательности, изложенной выше. Для построения аксонометрической проекции точки E , предварительно на плане через эту точку и вершину B треугольника проводят вспомогательную прямую до пересечения со стороной AC в точке D . Для построения аксонометрической проекции точки D достаточно определить ее абсциссу и, проведя линию проекционной связи, параллельную оси y' , найти основание D_0 в пересечении с основанием, стороны треугольника A_0C_0 . Проведя линию проекционной связи, параллельную оси z , находим аксонометрическую проекцию D' в пересечении со стороной треугольника $A'C'$. Построив аксонометрическую проекцию точки D и соединив ее проекцию и основание с проекцией и основанием точки B , получаем проекцию и основание прямой, на которой располагается искомая точка E . Определив на плане абсциссу точки E , строят ее основание E_0 , а по основанию — аксонометрическую проекцию точки — E' .

Пример 3. На рис. 9.15 приводится построение в аксонометрической проекции точки пересечения прямой m с плоскостью треугольника ABC . Задача решается в следующем порядке:

1) через прямую m проводят вспомогательную вертикальную плоскость Λ . На чертеже эта плоскость изображена линией Λ' пересечения ее с горизонтальной координатной плоскостью Γ ($x \cap y$), которую называют следом плоскости;

2) строят проекцию прямой n пересечения плоскости Λ с плоскостью треугольника ABC . Основание этой прямой совпадает с основанием прямой m : $m_0 \equiv n_0$. Пересечение основания n_0 с основаниями сторон A_0B_0 и A_0C_0 треугольника определяет основания точек 1_0 и 2_0 , через которые проходит прямая n_0 . Аксонометрическая проекция n' прямой n пройдет через аксонометрические проекции $1'$ и $2'$ отмеченных точек;

3) отмечают аксонометрическую проекцию искомой точки как пересечение аксонометрических проекций прямых m и n : $m' \cap n' = R'$.

Пример 4. Построить прямоугольную изометрическую и фронтальную диметрическую проекции прямоугольного параллелепипеда с вырезом (рис. 9.16).

Изображаемый объект относят к прямоугольной системе координат. При этом оси ориентируют так, чтобы обеспечивалось удобное измерение координат характерных точек многогранника. Построение многогранника начинают без изображения выреза в нем. Вычертив аксонометрические оси x' и y' указанных проекций, строят проекцию верхнего основания параллелепипеда $F'S'T'L'$.

ной изометрической проекции участка топографической поверхности.

Горизонтали топографической поверхности представляют собой плоские кривые произвольной кривизны, расположенные на разных горизонтах. Построение их аксонометрических проекций возможно по совокупности проекций точек, принадлежащих каждой из этих кривых. Решение задачи значительно упрощается, если построение проводить с помощью сетки квадратов, нанесенных предварительно на плане изображаемой поверхности. Изображаемый участок ограничен кривыми m ($L_{2,7}C_3D_3N_{2,8}$) и n ($L_{2,7}A_3R_4, T_5, P_{5,3}$), t ($P_{5,3}S_3U_4K_3M_{2,7}$) и q ($N_{2,8}E_3F_3M_{2,7}$), которые можно рассматривать как линии пересечения топографической поверхности с двумя парами параллельных вертикальных плоскостей. Высоты точек L, N, M и P берут приближенно, учитывая направление падения поверхности в каждой точке.

Решение

1. Изображаемый объект относят к прямоугольной системе координат. При ориентировании осей учитывают характер кривизны поверхности, направление ее склонов и т. п. для придания аксонометрическому изображению поверхности большей наглядности.

2. На план изображаемой поверхности наносят сетку квадратов. Построение будет выполнено тем точнее, чем меньше стороны будут у квадратов. На сетке отмечают проекции точек A, B, C, D, E, F и K пересечения горизонтали h_3 , а также остальных горизонталей со сторонами квадратов сетки.

3. Вычертив оси изометрической проекции, строят аксонометрическую проекцию сетки квадратов, на которой отмечают основания $A'_0, B'_0, C'_0 \dots K'_0$ точек пересечения проекций горизонтали h_3 со сторонами квадратов. Перенос точек с плана на аксонометрическую проекцию сетки производят приближенно, оценивая положение точек на сторонах квадрата на глаз.

4. Через основание $A'_0, B'_0, C'_0 \dots K'_0$ точек проводят прямые, параллельные оси z , на которых в масштабе плана откладывают высоты соответствующих точек. Построенные точки A', B', C', D', E' , а также F' и K' соединяют от руки отрезками плавных кривых, которые и являются аксонометрической проекцией горизонтали поверхности, расположенной на высоте 3 м. Прделав аналогичные построения, определяют положение аксонометрических проекций и остальных горизонталей изображаемой поверхности.

5. Точки L', A', R', T', P' определяют аксонометрическую проекцию линии n , точки P', S', U', K', M' — проекцию линии t , точки M', F', E', N' — проекцию линии q , а точки N', D', C', L' — проекцию линии m . Соединив перечисленные точки плавными кривыми, строят аксонометрические проекции кривых n', t', q' и m' — очерк заданного участка топографической поверхности.

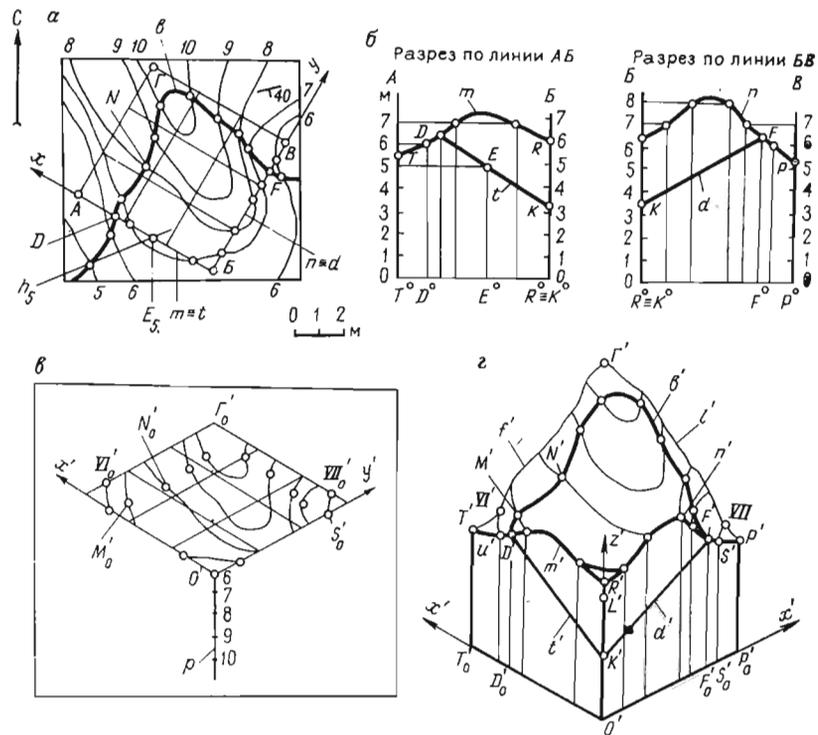


Рис. 9.19

Аксонометрические проекции находят применение при построении геологических блок-диаграмм. Блок-диаграммой в геологии называют аксонометрическую или другую проекцию блока земной коры с изображением на ней геологической структуры данного участка. Она служит для более наглядного, по сравнению с другими способами, изображения структуры участка месторождения, горных и разведочных выработок. Верхнее основание, которое называют кровлей блока, ограничено земной поверхностью (участком геологической карты), боковые грани — двумя геологическими разрезами. С геометрической точки зрения блок-диаграмма представляет собой совокупность аксонометрических проекций участка топографической поверхности и профилей двух вертикальных сечений. Ниже рассматривается один из способов построения геологической блок-диаграммы в прямоугольной изометрической проекции.

Пример 7. Пусть изображенный на рис. 9.19, а план является геологической картой, а кривая b — геологической границей (линией пересечения слоя горной породы с рельефом местности). В решении задачи поверхность слоя приравнена к наклонной плоскости, угол падения которого равен 40° .

Решение

1. На карте очерчивают границу блока. Блок может иметь любую форму, но для наглядности и удобства построения ему обычно придают форму прямоугольного параллелепипеда.

2. По двум смежным направлениям строят профили вертикальных разрезов. Направление разрезов определяется положением точки зрения, выбранной с учетом получения более выразительного изображения характера залегания горных пород на поверхности и глубине. Наибольшая наглядность пространственного расположения плоскости Σ обеспечивается при удалении точки зрения в направлении падения плоскости. Видимыми для наблюдателя при таком расположении точки зрения будут кровля блока и два геологических разреза, выполненных по направлениям BA и BV . При построении профилей разрезов следует помнить, что секущие плоскости пересекают топографическую поверхность по кривым m и n , а плоскость Σ — по прямым t и d (рис. 9.19, б). Кривые m и n на разрезе строят способом, рассмотренным в разделе 6.

Прямые t и d можно построить по точкам пересечения любой пары горизонталей плоскости Σ с плоскостями разрезов. Однако в решении практических задач при построении разрезов на карте прежде всего отмечают точки D и F пересечения кривой b (геологической границы) с плоскостями разрезов. Точки D и F принадлежат одновременно и линиям пересечения топографической поверхности (рельефа местности) с плоскостями разрезов — кривыми m и n . По основаниям точек D^0 и F^0 строят их вертикальные проекции: D на кривой m первого разреза и F на кривой n второго разреза. Точку E прямой t определяют пересечением горизонтали h_5 с плоскостью Σ и плоскостью разреза. Прямую t продолжают до пересечения ее с границей разреза в точке K . Точка K является общей для прямых t и d . Отметив точку K на том же горизонте второго разреза и соединив ее с точкой F , строят профиль прямой d .

3. Построение блок-диаграммы начинают либо с построения аксонометрической проекции кровли блока (участка геологической карты), либо с построения аксонометрических проекций геологических разрезов. В рассматриваемом примере построение начато с разрезов. Изображаемый блок относят к прямоугольной системе координат, причем для удобства выполнения построений проекции координатных осей x и y на плане совмещают со сторонами AB и BV участка. Проекции аксонометрических осей x' , y' и z' показаны на рис. 9.19, г. Отложив по осям x' , y' и z' от аксонометрического начала O' координаты точек, принадлежащих кривым m и n , строят их аксонометрические проекции m' и n' :

$$\begin{aligned} |T^0R^0| &= |O'T_0'| \quad \text{и} \quad |T^0T| = |T_0'T'|; \\ |R^0D^0| &= |O'D_0'| \quad \text{и} \quad |D^0D| = |D_0'D'| \quad \text{и т. д.} \\ |R^0P^0| &= |O'P_0'| \quad \text{и} \quad |P^0P| = |P_0'P'|; \\ |R^0F^0| &= |O'F_0'| \quad \text{и} \quad |F^0F| = |F_0'F'| \quad \text{и т. д.} \end{aligned}$$

Положение точки K определяется равенством: $|R^0K| = |O'K'|$. И в завершение построения аксонометрических разрезов, соединив точку K' с точками D' и F' , строят проекции t' и d' — линий пересечения плоскости Σ с плоскостями разрезов.

4. Построение аксонометрических проекций горизонталей топографической поверхности возможно, как говорилось выше, по точкам, принадлежащим этим кривым. Однако такой способ требует выполнения большого количества построений. Применение предварительно заготовленного трафарета значительно упрощает построение аксонометрических проекций горизонталей. Трафарет представляет собой аксонометрическую проекцию

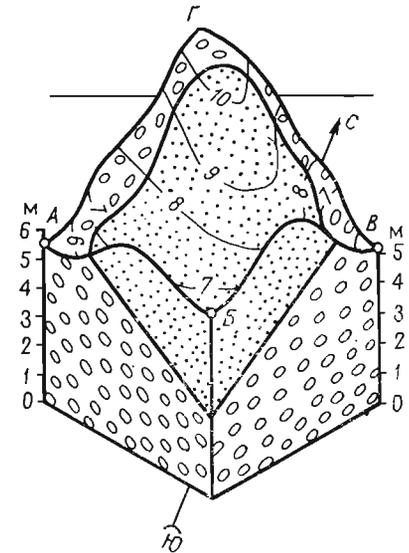


Рис. 9.20

основания очерченного участка плана (геологической карты).

Для построения аксонометрической проекции участка на плане, как и в вышерассмотренном примере, предварительно наносят сетку квадратов. На листке тонкой бумаги (кальке) строят аксонометрическую проекцию нанесенной на плане сетки (рис. 9.19, в). По сетке рисуют аксонометрические проекции горизонталей топографической поверхности, причем перенос точек кривых с плана на проекцию сетки производят приближенно, оценивая расстояния между точками в пределах одного квадрата на глаз. Построенные таким образом кривые являются аксонометрическими проекциями оснований горизонталей топографической поверхности.

Строить проекцию основания кривой b нет необходимости. Для построения ее аксонометрической проекции на блок-диаграмме достаточно отметить основания точек M_0 , N_0 и других точек, в которых кривая b пересекает горизонталю топографической поверхности. Через точку O' трафарета в направлении аксонометрической оси z' проводят прямую p , на которой откладывают деления вертикального масштаба, соответствующие отметкам горизонталей топографической поверхности. Наименьшую отметку 6 м располагают наверху в точке O' , а наибольшую — в нижней части масштабной линии p . Одновременно на оси z' блок-диаграммы отмечают точку L , расположенную на высоте 6 м. Масштабная линия p имеет еще одно назначение — она служит направляющей при перемещении чертежа по трафарету (или наоборот) в вертикальном направлении.

5. Аксинометрические проекции горизонталей на блок-диаграмме строят на светокопировальном столе. Чертеж, на котором строится блок-диаграмма, накладывают на трафарет так, чтобы точка с отметкой 6 м масштабной линии трафарета совпала с точкой L блок-диаграммы, а направляющая p — аксинометрической осью z' . Тогда точка R' трафарета совпадает с точкой R' блок-диаграммы, точка S' с точкой S' и т. д. Добившись такого совпадения, на блок-диаграмму с трафарета копируют горизонталь топографической поверхности с отметкой 6 м, четко отмечая при этом ее конечные точки VI и VII . Передвинув чертеж на одно деление вниз и совместив точку L с точкой 7 трафарета (следа за совпадением оси z' с направляющей p), копируют горизонталь с отметкой 7 м и т. д. до тех пор, пока все горизонталы плана не будут перенесены на блок-диаграмму.

Одновременно с этим при копировании горизонталей отмечают и точки, принадлежащие кривой b (M', N', \dots). Следует заметить, что в случае взаимного пересечения аксинометрических проекций горизонталей на блок-диаграмме, те части горизонталей, которые заходят за вышележащие, на чертеже не показывают. Соединив конечные точки горизонталей $VI', VII' \dots$ плавными линиями l' и l'' , строят очертания верхнего основания блока (кривли блока), а соединив точки $M', N' \dots$, расположенные на горизонталях, — кривую b' — аксинометрическую проекцию линии пересечения плоскости Σ с топографической поверхностью.

При окончательном оформлении блок-диаграммы указывают вертикальный масштаб блока, наносят геологические знаки, блок ориентируют по отношению к сторонам света. Для придания большей объемности изображаемому блоку, а также ориентирования его в пространстве на произвольно выбранной высоте проводят линию горизонта (рис. 9.20).

9.4. ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ (ЛИНЕЙНАЯ ПЕРСПЕКТИВА)

Линейная перспектива основана на применении метода центрального проецирования, когда все проецирующие лучи проходят через одну точку пространства. Центральные проекции отличаются от других видов проекций своей наглядностью, т. е. изображение предмета соответствует тому, как видит человеческий глаз.

Горизонтальная плоскость H , на которой обычно располагается изображаемый объект, носит название предметной, плоскость Π' , на которой строится изображение предмета, называется картинной плоскостью или плоскостью проекций (рис. 9.21). Предметная и картинная плоскости располагаются под углом друг к другу. Величина этого угла в зависимости от условий построения проекции может колебаться от 0 до 90° . В рассматриваемых ниже примерах величина угла берется равной 90° .

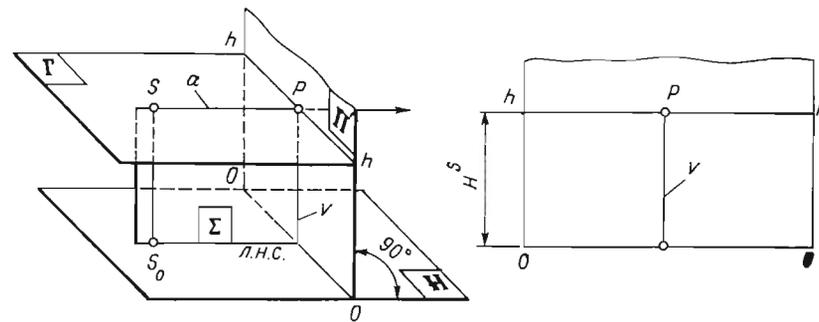


Рис. 9.21

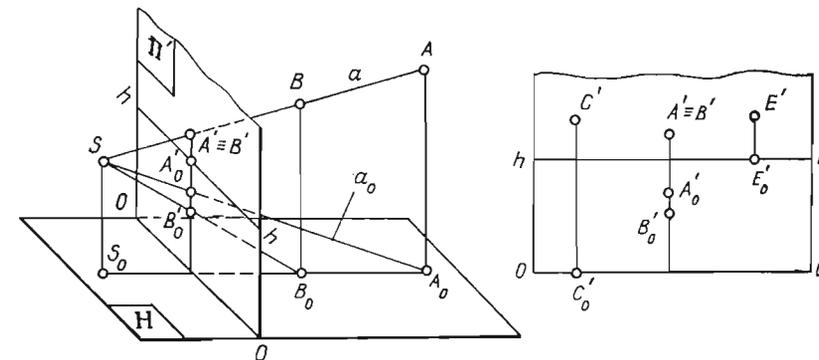


Рис. 9.22

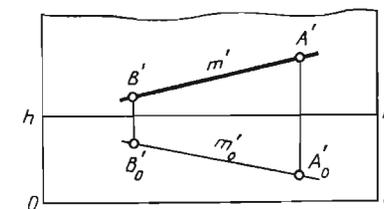


Рис. 9.23

Линия $O—O$ пересечения предметной плоскости с картинной называется осью перспективы или основанием картинной плоскости. Точку S пространства, через которую проходят все проецирующие лучи, называют точкой зрения или центром проекций. Точка S_0 пересечения перпендикуляра, опущенного из точки зрения S на предметную плоскость H , носит название точки стояния или точки надира предметной плоскости. Отрезок SS_0 , определяющий удаление точки зрения от предметной плоскости, называется высотой точки зрения.

Плоскость Γ , проходящая через точку зрения S параллельно предметной плоскости H , носит название плоскости горизонта. Она пересекает плоскость проекций Π' по линии $h-h$, которая называется линией горизонта. Прямая a , проведенная через точку зрения S перпендикулярно к картинной плоскости Π' , называется главным лучом, а точка P пересечения главного луча с плоскостью Π' — главной точкой. Из чертежа видно, что главная точка располагается на линии горизонта $h-h$. Отрезок SP , определяющий расстояние от точки зрения S до плоскости Π' , называют главным расстоянием. Плоскость Σ , проходящая через точку зрения S перпендикулярно к предметной и картинной плоскостям, называют плоскостью главного вертикала. Прямая v пересечения плоскостей Σ с Π' носит название главной вертикали, а с плоскостью H — линией направлений съемки (л. н. с.). Главная вертикаль проходит через главную точку перпендикулярно к линии горизонта.

Проекция точки и прямой линии. Положение точки A в пространстве будет вполне определенным, если вместе с точкой будет указана ее прямоугольная проекция A_0 на предметную плоскость H , которую условимся называть основанием точки (рис. 9.22). Для того, чтобы изображению точки A' соответствовала вполне определенная точка A в пространстве, необходимо вместе с центральной проекцией точки A задавать на чертеже и центральную проекцию ее основания A'_0 . В противном случае центральная проекция точки может быть проекцией бесчисленного количества точек пространства, расположенных на этом же проецирующем луче. Как видно из чертежа, у точки B , расположенной на одном с точкой A проецирующем луче, центральная проекция совпадает с проекцией точки A , но центральные проекции их оснований не совпадают: $A' \equiv B'$; $A'_0 \neq B'_0$. Следует отметить, что по мере приближения изображаемой точки к плоскости Π' центральная проекция ее основания будет приближаться к оси перспективы и наоборот, по мере удаления ее от картинной плоскости центральная проекция основания будет удаляться от основания $O-O$. У точки C , принадлежащей картинной плоскости, центральная проекция основания располагается на оси перспективы; у точки E , удаленной от Π' на бесконечно большое расстояние, центральная проекция основания располагается на линии горизонта.

Для построения центральной проекции прямой m достаточно в общем случае построить проекции двух точек, через которые она проходит (рис. 9.23). На рис. 9.24 дан пример построения проекции прямой n по двум ее характерным точкам: бесконечно удаленной точке F и точке N пересечения прямой с плоскостью Π' . Точку N условимся называть начальной точкой прямой.

Проецирующий луч a , проведенный к бесконечно удаленной точке F , будет параллелен прямой n и пересечет плоскость Π' в точке F' , которая и будет центральной проекцией точки F . Так как рассматриваемая прямая n параллельна предметной плоскости,

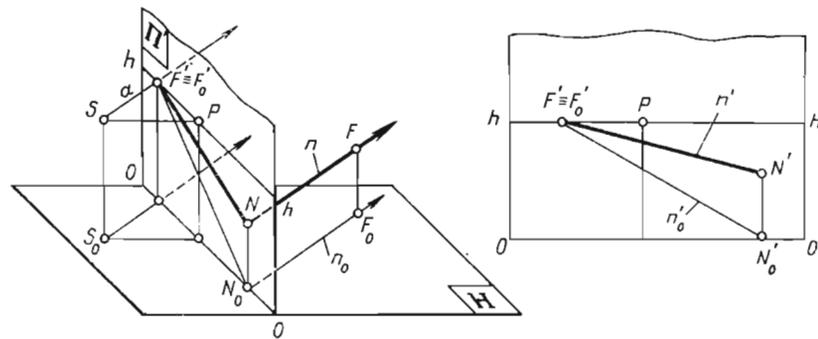


Рис. 9.24

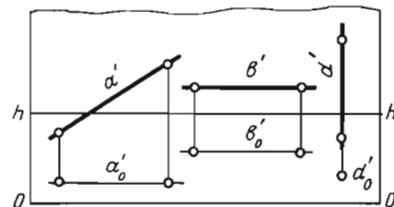


Рис. 9.25

ее точка схода F' располагается на линии горизонта, причем центральная проекция бесконечно удаленной точки совпадает с проекцией ее основания: $F' \equiv F'_0$. Центральная проекция начальной точки N совпадает с самой точкой, центральная проекция ее основания расположится на оси перспективы. Из чертежа видно, что у прямой n , параллельной предметной плоскости, центральная проекция прямой n и проекция ее основания пересекаются в общей для них точке, которая носит название точки схода прямой. На рис. 9.25 даны проекции прямой a , параллельной картинной плоскости, прямой b , параллельной картинной и предметной плоскостям, прямой d , перпендикулярной к предметной плоскости.

Взаимное расположение двух прямых

Параллельные прямые. Центральные проекции параллельных прямых пересекаются в общей для них точке схода. На рис. 9.26 показано построение центральных проекций прямых m и n , параллельных друг другу и предметной плоскости. Из построений следует, что их одноименные проекции пересекаются в общей для них точке схода. Условимся в дальнейшем точку схода параллельных прямых обозначать буквой F без добавления соответствующего индекса.

У прямых a , b и c , перпендикулярных к картинной плоскости, точкой схода является главная точка P (рис. 9.27). Однако если

параллельные прямые d и l параллельны плоскости Π' , то их центральные проекции не пересекаются, т. е. они параллельны: $d' \parallel l'$; $d'_0 \parallel l'_0$.

Пересекающиеся прямые. Пересекающиеся прямые m и n имеют общую точку K . Следовательно, их одноименные проекции пересекаются, причем точки K' и K'_0 располагаются на одной и той же вертикали (рис. 9.28).

Скрещивающиеся прямые. У двух скрещивающихся прямых m и n точка пересечения их одноименных проекций является проекцией двух различных точек данных прямых (рис. 9.29). Поэтому вертикаль, проведенная через точку пересечения проекций оснований прямых, пересекает их центральные проекции в двух различных точках A' и B' .

Перспективные масштабы. Отрезок прямой, принятый за единицу длины, в зависимости от своего положения относительно плоскости проекций будет изображаться в центральной проекции отрезком различной длины. И только в случае, когда отрезок принадлежит плоскости Π' , его центральная проекция равна длине самого отрезка.

Для решения задач, связанных с построением проекций отрезков заданной длины, применяют перспективные масштабы, к которым относят масштабы широт, глубин и высот.

Масштаб широт. Масштаб, построенный на прямой, параллельной оси перспективы, называют масштабом широт. На рис. 9.30 слева показана геометрическая сущность построения, выполненных справа в центральной проекции. Масштаб широт построен на прямых a и b при помощи вспомогательных параллельных прямых, проходящих через точки I, II, III и лежащих в предметной плоскости. На оси $O-O$ откладывают отрезки $l, l' \dots$, равные единице заданного масштаба. Полученные точки I, II, III соединяют с точкой F (точкой схода вспомогательных прямых) прямыми линиями. Отрезки $l', l' \dots$ и являются центральными проекциями единицы заданного масштаба. Из чертежа видно, что по мере удаления отрезка от плоскости Π' длина его проекции уменьшается, в пределе вырождаясь в точку.

Масштаб глубин. Масштаб, построенный на прямой, перпендикулярной к картинной плоскости, называют масштабом глубин. На рис. 9.31 слева показана геометрическая сущность масштаба. На оси перспективы от точки M откладывают отрезок l , равный единице заданного масштаба. Через точку N проводят вспомогательную прямую n под углом 45° к оси $O-O$ до пересечения ее с прямой m в точке A . Полученный треугольник NMA — равнобедренный, следовательно, $MN = MA = 1$ ед. масштаба.

Построение центральной проекции масштаба показано в правой части чертежа. Так как прямая m , на которой необходимо построить заданный масштаб, перпендикулярна к плоскости Π' , ее точка схода совпадает с главной точкой P' . Отложив от точки M

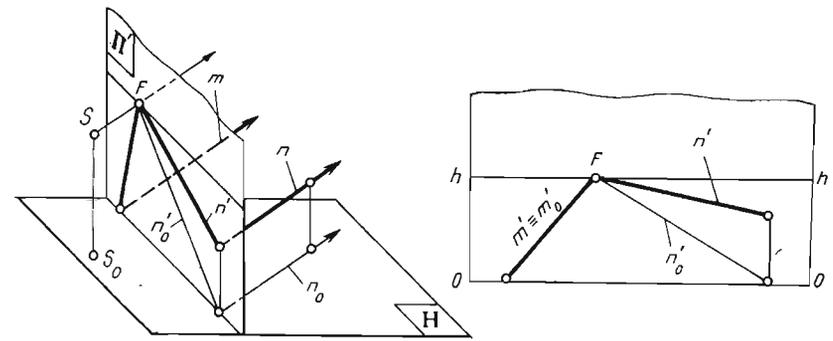


Рис. 9.26

Рис. 9.27

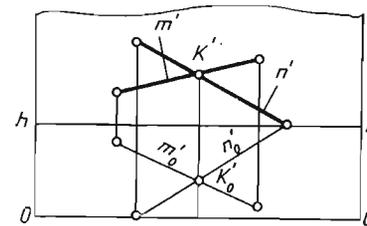
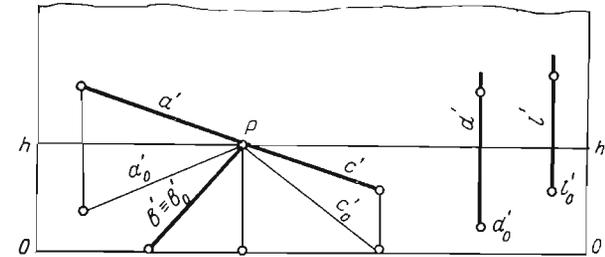


Рис. 9.28

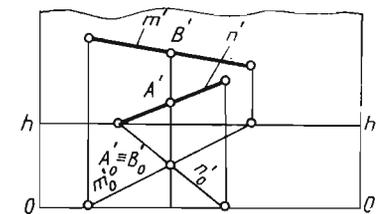


Рис. 9.29

на оси $O-O$ отрезок l , строят центральную проекцию вспомогательной прямой n . Точка D схода прямой n , которая носит название дистанционной точки, располагается на линии горизонта и отстоит от главной точки P на величину, равную расстоянию от точки зрения S до плоскости проекций Π' (главному расстоянию). Последнее вытекает из равнобедренного треугольника SPD , в котором катет SP является отрезком главного луча, а гипотенуза SD —

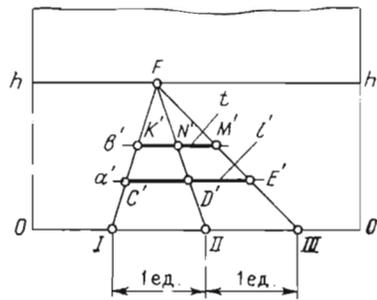
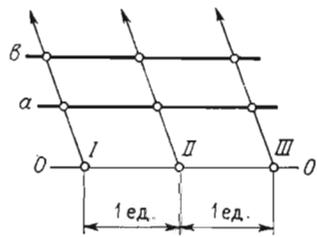


Рис. 9.30

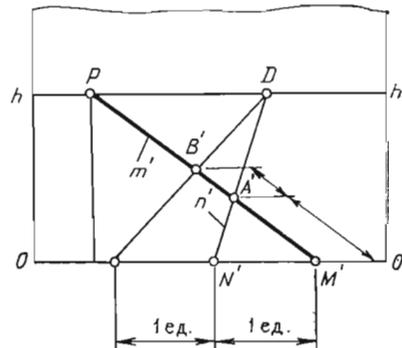
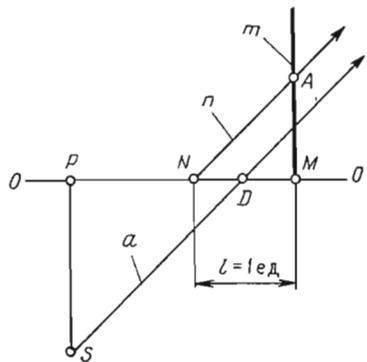


Рис. 9.31

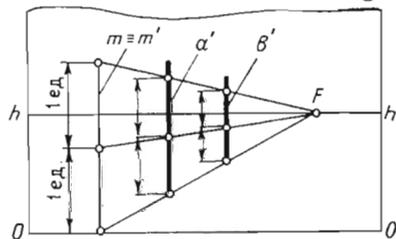


Рис. 9.32

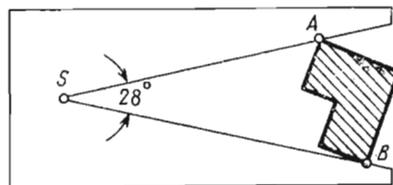


Рис. 9.33

отрезком луча a , проведенного к бесконечно удаленной точке прямой n . В треугольнике $\angle PSD = \angle PDS = 45^\circ$, тогда $SP = DP$. Пересечение центральных проекций прямой m и вспомогательной прямой n определяет центральную проекцию точки A , отстоящей от картинной плоскости на единицу заданного масштаба. Как видно

из чертежа, по мере удаления отрезка от плоскости Π' длина его проекции уменьшается.

Масштаб высот. Масштаб, построенный на прямой, перпендикулярной к предметной плоскости, называют масштабом высот. Как видно из рис. 9.32, построение масштаба высот аналогично построению масштаба широт. Разница лишь в том, что единицу l масштаба наносят на прямую m , принадлежащей плоскости проекций. Прямые $m, a, b \dots$, на которых строят масштаб, должны лежать в одной и той же вертикальной плоскости. И в данном примере длина проекции отрезка по мере удаления его от плоскости Π' также уменьшается.

Выбор точки и угла зрения. Выбор точки зрения (центр проекций) зависит от размеров, формы и положения изображаемого объекта (предмета). Для того чтобы изображение объекта было реальным, неискаженным, при проецировании он должен попадать в поле четкого зрения, которое образуется крайними проецирующими лучами, проведенными к его характерным точкам. Величина угла зрения, образованного этими лучами, должна быть в пределах от 28 до 53° . При увеличении угла свыше 53° изображение становится искаженным, не соответствующим действительному зрительному восприятию.

Величины указанных углов определяют двумя способами. Изготавливают шаблон угла зрения, показанный на рис. 9.33. Шаблон прикладывают к плану изображаемого объекта так, чтобы стороны угла касались крайних точек A и B плана. Вершина угла шаблона соответствует положению выбранной точки зрения S . Другой способ состоит в придании расстоянию от точки зрения S до изображаемого объекта такой величины, которая обеспечивала бы попадание объекта при проецировании на картинную плоскость, в поле четкого зрения. При удалении точки зрения от изображаемого объекта на величину, в 2,5 раза большую наибольшего размера объекта (независимо в каком направлении), угол γ , составленный крайними проецирующими лучами, будет равен приблизительно 23° (рис. 9.34). При удалении точки зрения от изображаемого предмета в 2 раза угол γ^1 равен 28° , при удалении в 1,5 раза — угол γ^2 равен 37° . Из сказанного следует, что при выборе точки зрения расстояние ее от изображаемого объекта нельзя брать произвольно, необходимо руководствоваться вышеизложенными соображениями.

При построении центральных проекций высоту точки зрения, а следовательно, и высоту линии горизонта, обычно принимают на уровне глаз человека, стоящего на земле. Однако при построении центральных проекций больших площадей точку зрения необходимо располагать на значительной высоте. Такую проекцию называют перспективой «с птичьего полета». Иногда точку зрения располагают и ниже основания изображаемого объекта, получая вид снизу.

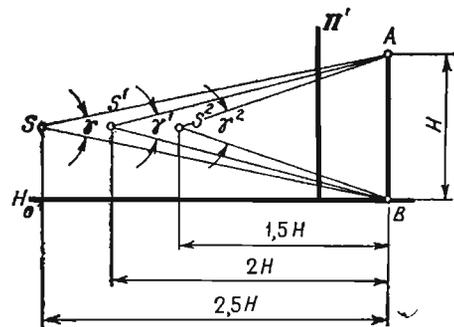


Рис. 9.34

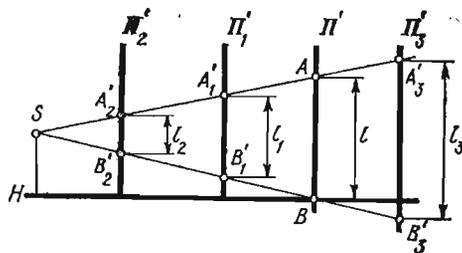


Рис. 9.35

Выше говорилось, что величина центральной проекции отрезка уменьшается по мере удаления его от плоскости проекций. Его величина будет также меняться, если при неизменном положении всех других элементов менять положение картинной плоскости. Как видно из рис. 9.35, величина проекции отрезка AB при приближении плоскости Π' к точке зрения S уменьшается, при удалении — увеличивается. Если плоскость Π' совместить с AB , то центральная проекция отрезка будет равна самому отрезку: $l = AB$. При дальнейшем удалении плоскости Π' проекция становится больше AB : $l_3 > AB$.

Методы построения центральных проекций

Метод следа луча. Наиболее простым методом построения центральной проекции фигуры является метод следа луча. Сущность метода заключается в определении точек пересечения проецирующих лучей, проведенных к характерным точкам фигуры с картинной плоскостью.

На рис. 9.36 дан пример построения центральной проекции точки A по ее проекции на плане. Решение задачи начинают на плане. С учетом вышеизложенных требований задают проекцию точки зрения S и положение картинной плоскости Π' . На проекции плоскости Π' отмечают главную точку — P_3 .

Построив проекцию проецирующего луча SA , по профилю разреза определяют точку A' пересечения его с плоскостью Π' .

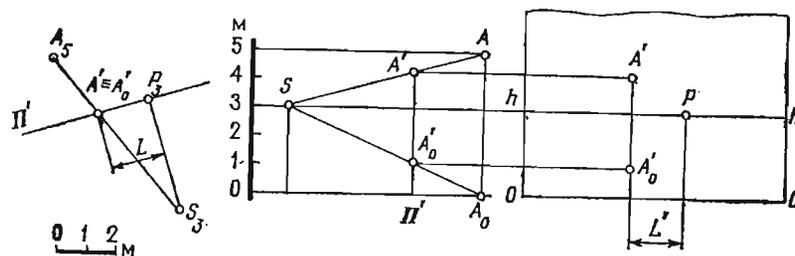


Рис. 9.36

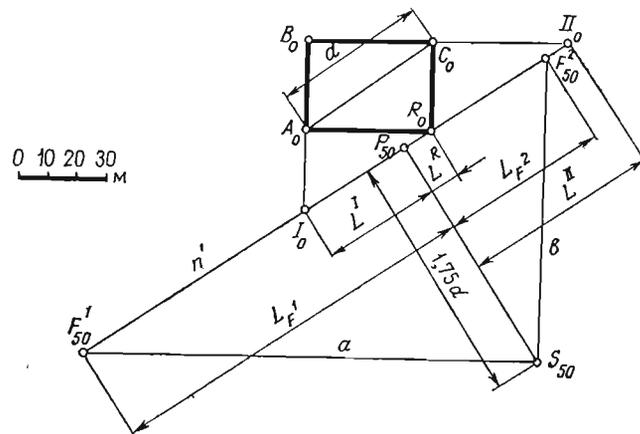


Рис. 9.37

Проецирующий луч SA , проведенный к основанию точки A , в пересечении с плоскостью Π' определяет точку A_0 . Точка A' является центральной проекцией изображаемой точки, точка A_0 — проекцией ее основания. Дальнейшие построения проводят на картинной плоскости, совмещенной с плоскостью чертежа. Горизонтальную прямую $O-O$ принимают за ось перспективы. Линию гори-

зонта $h-h$ проводят на высоте точки зрения (3 м) параллельно оси перспективы. На линии горизонта отмечают главную точку P . Отложив на оси перспективы от главной вертикали отрезок l , определяют положение вертикали, на которой располагаются центральные проекции точки — A' и A'_0 .

Метод архитекторов. Более широкое применение нашел другой метод построения, так называемый метод архитекторов, в котором для построения центральной проекции какого-либо объекта используют точки схода параллельных прямых. Этот метод удобно применять в тех случаях, когда изображение объекта представляет собой совокупность параллельных прямых.

На рис. 9.37 показано построение центральной проекции плоской фигуры $ABCR$, расположенной на предметной плоскости, по ее изображению на плане. Решение задачи начинают с выбора точки зрения S и положения картинной плоскости Π' на плане. Точка зрения удалена от изображаемой фигуры на расстояние, равное $1,75 d$ (d — наибольший размер).

По плану фигуры $ABCR$ видно, что стороны ее составлены двумя направлениями параллельных прямых, имеющих, как известно, в центральных проекциях общие точки схода. Центральные проекции прямых, отрезки которых являются сторонами изображаемой фигуры, можно построить по их начальным и бесконечно удаленным точкам. Начальными точками прямых AR и RC является общая для них точка R , лежащая на оси перспективы, начальные точки I и II двух других прямых определяют пересечением сторон AB и BC с картинной плоскостью Π' .

Для построения точек схода параллельных прямых из точки зрения S_{50} на плане проводят проецирующие лучи a и b параллельно первому и второму направлениям. Точки пересечения их с проекцией плоскости Π' определяют точки схода F^1 первого и F^2 второго направлений. Дальнейшие построения проводят на картинной плоскости, совмещенной с плоскостью чертежа. Горизонтальную прямую $O-O$ принимают за ось перспективы. В масштабе плана на расстоянии 50 м от оси проводят линию горизонта $h-h$, на которой отмечают главную точку P . Через главную точку проводят главную вертикаль. На линию горизонта с плана переносят точки схода F^1 и F^2 . Для построения центральных проекций начальных точек R , I и II на оси $O-O$ откладывают расстояния LR , L^1 и L^{II} вправо и влево от главной вертикали. Соединив центральные проекции начальных точек R' , I' и II' с точками схода F^1 и F^2 , на чертеже получают центральные проекции прямых, отрезки $A'R'$, $R'C'$, $B'C'$ и $A'B'$, которые являются сторонами изображаемой фигуры $ABCR$. Как видно из чертежа, центральная проекция точки A , равно как точек B и C , определяется в рассматриваемом методе пересечением проекций двух прямых.

Метод сетки. Сущность рассматриваемого метода заключается в следующем. На проекцию изображаемого объекта наносят сетку

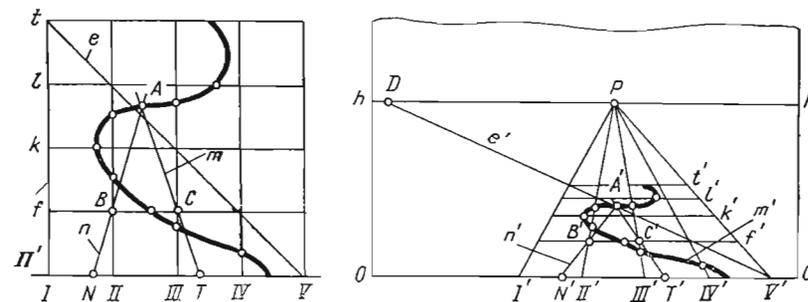


Рис. 9.38

квадратов, строят ее центральную проекцию и на ней вычерчивают контур изображаемого объекта. Метод сетки применяют в основном при построении центральных проекций больших площадей или предметов со сложным криволинейным контуром. В геологии этот метод применяют при построении блок-диаграмм районов со сложной структурой залегания слоев. На рис. 9.38 дан пример построения центральной проекции плоской кривой, которой может быть, например, горизонталь топографической поверхности. Задача решается в следующем порядке:

1) на проекцию изображаемой кривой наносят сетку квадратов, причем одно направление их сторон выбирают обычно перпендикулярно к плоскости Π' (стороны могут располагаться и под произвольным углом к картинной плоскости). При таком расположении точка схода этих сторон совпадает с главной точкой P . Для упрощения построений картинную плоскость Π' проводят через одну из сторон сетки;

2) при помощи масштабов широт и глубин вычерчивают центральную проекцию сетки. Точки I, II, III, IV и V , через которые проходят стороны сетки, переносят с плана на ось перспективы. Точкой схода этих сторон является главная точка P . Для построения центральных проекций сторон f, k, l и t сетки через точку V проводят прямую e' под углом 45° к оси $O-O$ (диагональ сетки квадратов). Точкой схода этой прямой является дистанционная точка D . Пересечение центральной проекции диагонали e' с проекциями вычерченных сторон сетки определяет точки, через которые пройдут стороны f, k, l, t сетки;

3) в центральную проекцию сетки квадратов вписывают контур изображаемой кривой, причем точку кривой переносят с плана приближенно, оценивая расстояния в пределах одного квадрата сетки на глаз. При необходимости более точного построения проекции точки A поступают следующим образом. Из точки A на плане проводят прямые m и n так, чтобы они прошли через вершины квадратов сетки (точки B и C) и пересекли картинную плоскость Π' (точки

N и T). Перенеся полученные точки N и T на ось перспективы и соединив их с проекциями вершин квадратов B и C , строят центральные проекции вспомогательных прямых m' и n' , пересечение которых определяет центральную проекцию искомой точки.

Примеры построения геологических блок-диаграмм в центральной проекции

Рассмотренные выше методы построения центральной проекции находят применение в решении некоторых геологических задач. Ими, в частности, пользуются при построении геологических блок-диаграмм. Блок-диаграммы, построенные в центральной проекции, бывают двух видов: с одной точкой схода (фронтальные блок-диаграммы) и с двумя точками схода (угловые блок-диаграммы). В приведенных ниже примерах рассматривается только геометрическая сторона вопроса построения указанных блок-диаграмм без полного изображения на блок-диаграмме геологической структуры района.

На рис. 9.39 дан пример построения фронтальной блок-диаграммы, точнее говоря прямоугольного параллелепипеда, форма которого соответствует форме изображаемого блока. Точку зрения S в данном примере выбирают смещенной несколько вправо от блока и на достаточной высоте с целью показа на проекции трех граней параллелепипеда: верхнего основания (кровли блока) и двух боковых граней (геологических разрезов). Нижнее основание (подошва блока) и две другие грани проецируются невидимыми. Для сокращения построений картинную плоскость Π' проводят через переднюю грань, т. е. располагают фронтально (отсюда и название блок-диаграммы), а предметную плоскость H совмещают с верхним основанием. При таком расположении плоскостей центральная проекция передней грани (разреза) изображается без искажения. Отложив на оси $O-O$ от главной вертикали отрезок L^1 , по размерам L и H строят проекцию передней грани $ATDE$. Ребра AB , TF и DC , принадлежащие верхнему основанию и видимой боковой грани, представляют собой отрезки прямых, перпендикулярных к плоскости проекций. Следовательно, их точкой схода будет главная точка P .

Пользуясь масштабом глубин, на проекции ребра AB откладывают размер B — ширину параллелепипеда. Проекцию $B'F'$ проводят параллельно AT , так как центральные проекции прямых, параллельных плоскости проекций Π' , параллельны друг другу. Проекцию вертикального ребра FC прово-

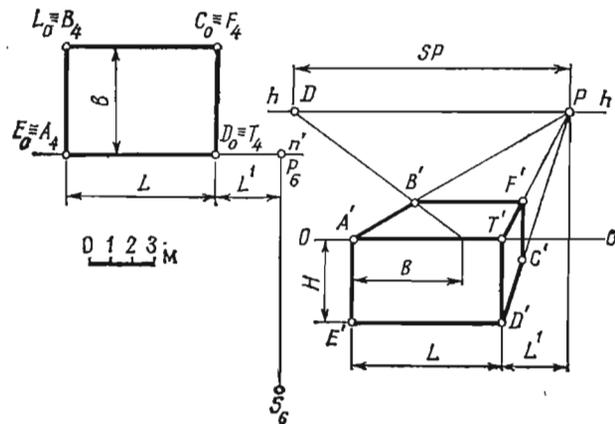


Рис. 9.39

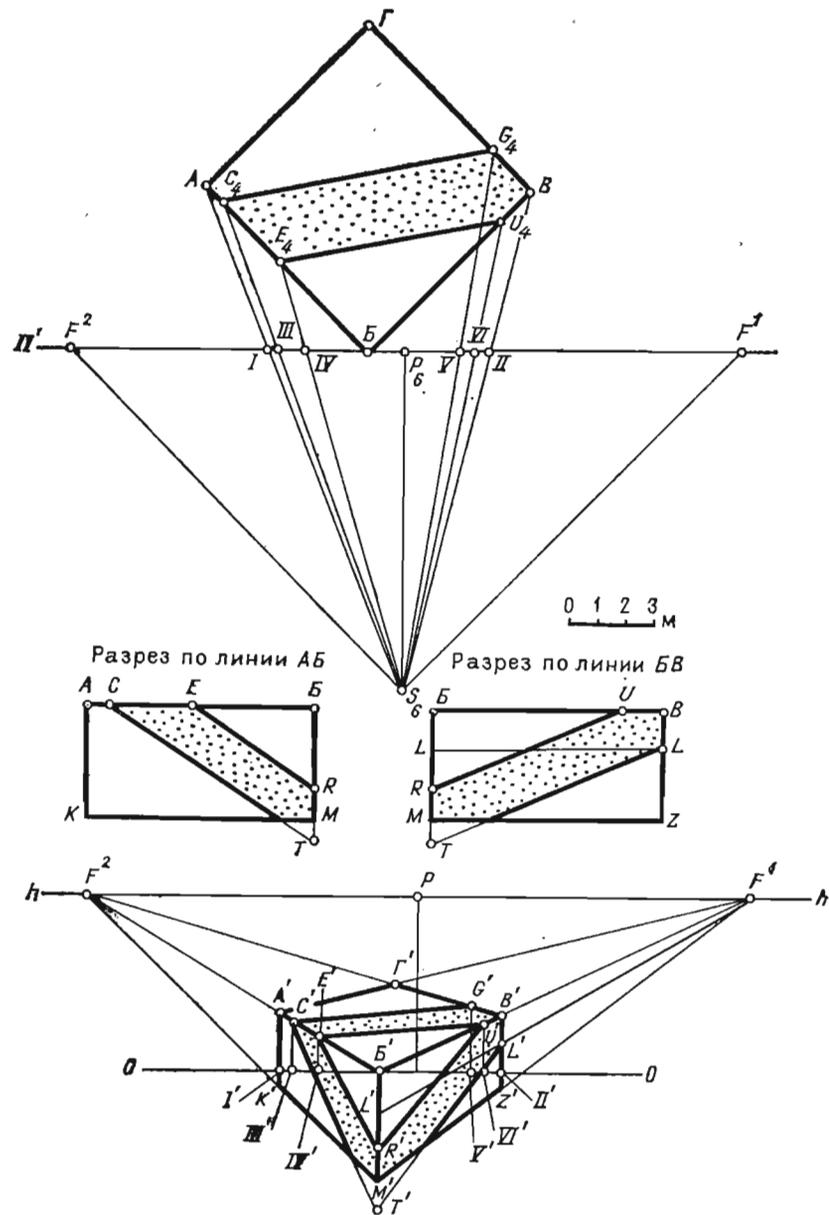


Рис. 9.40

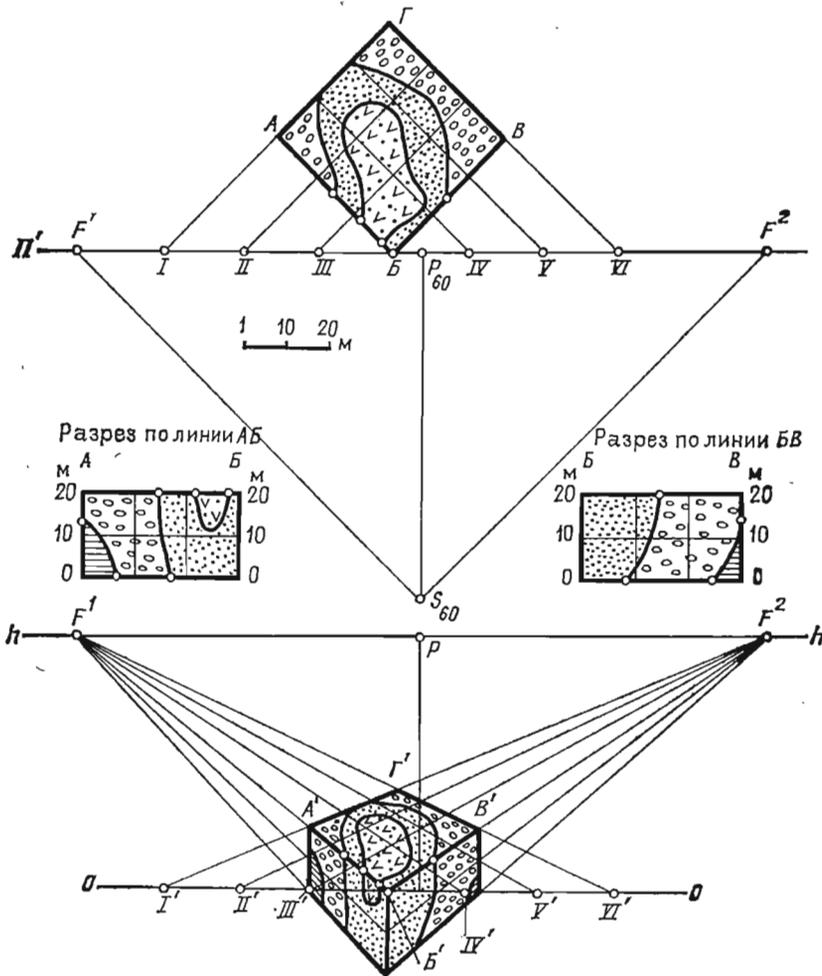


Рис. 9.41

дят перпендикулярно к оси перспективы до пересечения с проекцией ребра DC . Когда очертания блока построены, на его боковых видимых гранях, а также верхнем основании (кровле) показывают поверхностные и глубинное распределение необходимых структурных элементов.

На рис. 9.40 дан пример построения центральной проекции блока с двумя точками схода (угловой блок-диаграммы). На плане блока показан выход наклонно залегающего слоя, внизу чертежа расположены два разреза. И в этом примере построения начинают на плане с выбора точки зрения, а также положения картинной плоскости. Их расположение должно отвечать требованиям, которые были рассмотрены выше. Для упрощения построений плоскость Π' проводят через переднее ребро блока. Решение задачи начинают с построения проекции верхнего основания (кровли) блока и линий UE и

CG , принадлежащих слою. Из чертежа видно, что в данном примере центральные проекции прямых, отрезки BA и BV которых являются сторонами верхнего основания, удобно построить по их начальным и бесконечно удаленным точкам. Начальной точкой для этих прямых является точка B их взаимного пересечения.

Отложив на линии горизонта $h-h$ соответственные расстояния от главной точки до точек схода F^1 и F^2 , а на оси перспективы от главной вертикали до проекции начальной точки, строят проекции $B'F^2$ и $B'F^1$ прямых, на которых располагаются вершины A' и B' блока. Проекция этой точки строят методом следа луча. Так, для построения проекции точки A предварительно на плане к этой точке проводят проецирующий луч SA . Плоскость разреза, проведенная через этот луч, пересечет картинную плоскость по вертикали, проходящей через точку I . На оси $O-O$ строят проекцию точки I , соблюдая равенство: $B'I' = BI$. Вертикаль, проведенная через точку I' до пересечения ее с проекцией прямой $B'F^2$, определяет центральную проекцию вершины A блока.

Таким же способом строят и центральную проекцию точки B . Точка Γ' построена пересечением проекций прямых $A'F^1$ и $B'F^2$. Аналогичным с точкой A способом строят проекции точек C, G, E и U . Через точки A', B' и B' проводят вертикальные ребра блока. Ребро, проходящее через точку B' и лежащее в картинной плоскости, проецируется без искажения. Отложив на проекции этого ребра высоту блока, строят проекции видимых боковых граней (разрезов), исходя из условия, что ребра MK и MZ соответственно параллельны BA и BV и, следовательно, имеют с ними общие точки схода. Пересечение проекций $M'F^2$ и $M'F^1$ с проекциями вертикальных ребер, проведенных через точки A' и B' , определяют вершины K' и Z' блока.

Центральные проекции точек R и T , принадлежащих ребру BM , совпадают с самими точками, поэтому $B'R' = BR$ и $B'T' = BT$. Точку L сначала наносят на проекцию ребра BM , а потом при помощи масштаба высот строят ее центральную проекцию на ребре $B'Z'$. Соединив точки T' и C', R' и E', T' и L', R' и U' , принадлежащие одной и той же грани, а также точки C' и G', E' и U' , принадлежащие верхнему основанию, получают проекции разрезов и кровли блока. Из чертежа видно, что точка T является вспомогательной точкой, при помощи которой построены линии CT и LT разрезов. В заключение следует отметить, что у геологических границ плана и разрезов, проекции которых на плане параллельны, центральные проекции не параллельны: $C'G' \neq E'U', T'C' \neq R'E', R'U' \neq T'L'$.

На рис. 9.41 дан пример построения центральной проекции блока с более сложной структурой залегания слоев. Для построения проекции верхнего основания блока (участка геологической карты) предварительно на плане наносят сетку квадратов, при помощи которой методом, рассмотренным выше, строят проекцию участка геологической карты, перенося точки каждой кривой с карты на блок-диаграмму приближенно. Если геологические разрезы представляют собой совокупность линий сложного очертания то их центральные проекции строят также по сетке квадратов, предварительно нанесенной на разрезе и построенной в центральной проекции. Проекция сеток как для разрезов, так и для построения проекции карты строят по начальным и бесконечно удаленным точкам.

9.5. Векторные проекции

Сущность метода. Проекция точки. Идея метода «векторных проекций» принадлежит известному русскому кристаллографу и геометру акад. Е. С. Федорову (1835—1919 гг.). Решение некоторых пространственных задач, выполненных этим методом, отличается простотой построений, удобоизмеримостью, а также наглядностью. Метод параллельных векторов позволяет строить пространственные изображения, сохраняющие измеримость в гори-

горизонтальных плоскостях. Сущность метода заключается в следующем. Изображаемая точка A пространства проецируется лучами на горизонтально расположенную плоскость проекций Π' в двух направлениях, причем одно из направлений перпендикулярно к плоскости проекций, другое направлено под косым углом к плоскости Π' (рис. 9.42).

Полученная в результате такого проецирования точка A_0 является прямоугольной проекцией точки A , а точка A' — ее косоугольной проекцией. Отрезок (вектор) A_0A' , соединяющий эти проекции, определяет расстояние от точки A пространства до плоскости проекций Π' . Условимся в дальнейшем точку A_0 называть начальной точкой вектора, а точку A' — конечной точкой вектора или соответственно начальной и конечной проекциями точки A . Пространственное расположение точек относительно плоскости проекций характеризуется на чертеже длиной векторов и их направлением. Так, точка B , расположенная ниже плоскости Π' , имеет противоположное направление вектора, а длина вектора точки C , принадлежащей плоскости проекций, равна нулю. Условимся в дальнейшем направление вектора стрелками не указывать.

Угол наклона проецирующих лучей к плоскости проекций при косоугольном проецировании точки может быть произвольным. Однако наиболее простое решение задачи будет при наклоне лучей под углом 45° (длина вектора равна расстоянию от точки до плоскости проекций). При выборе других углов длина вектора может быть определена по формуле: $A_0A' = AA_0 \operatorname{ctg} \alpha$, где α — угол наклона проецирующих лучей к плоскости Π' . Произвольным может быть также и направление косоугольного проецирования. Обычно его берут так, чтобы векторы занимали на чертеже вертикальное положение.

Прямая линия. Для построения проекций прямой m , заданной точками A и B , необходимо начальные и конечные проекции этих точек соединить прямыми линиями (рис. 9.43, а). Прямая может быть задана вектором одной точки R и положением ее начальной и конечной проекций (рис. 9.43, б).

Относительно плоскости проекций прямые могут занимать наклонное, горизонтальное и вертикальное положения. На рис. 9.44 изображена наклонная прямая n . Точку H взаимного пересечения начальной и конечной проекций прямой n называют следом прямой. В этой точке прямая n пересекает плоскость Π' . Отрезок RH наклонной прямой на плоскость проекций в общем случае проецируется с искажением. Его начальная проекция R_0H_0 всегда меньше истинной длины отрезка RH , в то время как конечная проекция $R'H'$ может быть больше и меньше истинной длины RH .

На рис. 9.45 изображены горизонтальная прямая h и вертикальная t . Векторы точек D и E равны друг другу: $\vec{D_0D'} = \vec{E_0E'}$. Следовательно, начальная проекция горизонтальной прямой парал-

Рис. 9.42

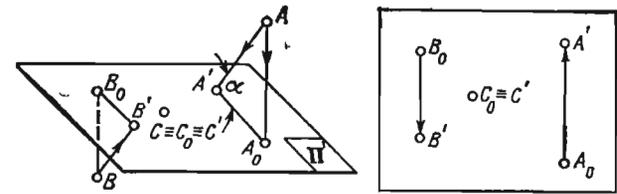


Рис. 9.43

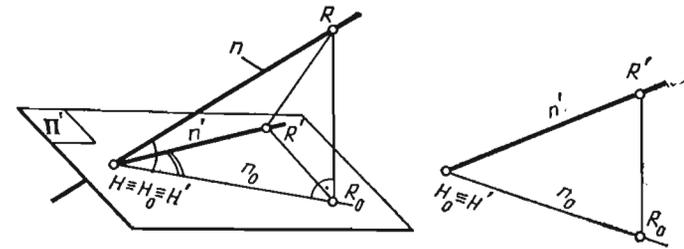
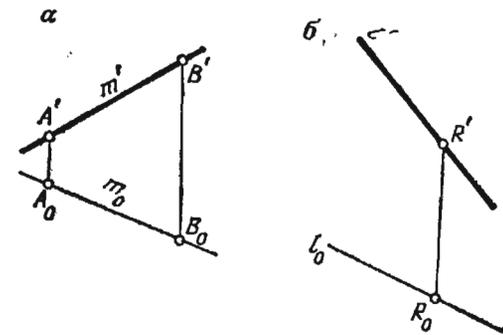


Рис. 9.44

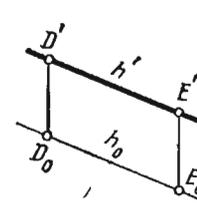


Рис. 9.45

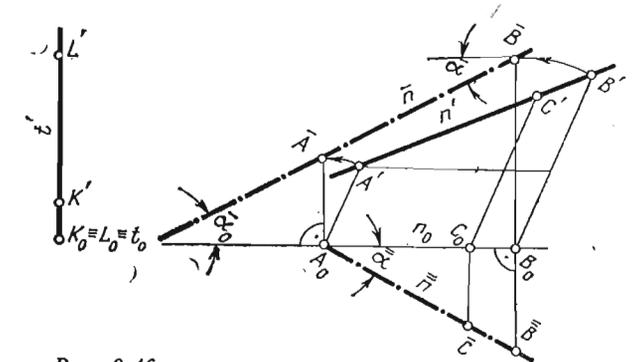


Рис. 9.46

лельна ее конечной проекции: $h_0 \parallel h'$. Отрезок горизонтальной прямой проецируется на плоскость Π' без искажения, причем $D_0E_0 = DE$ и $D'E' = DE$. У вертикальной прямой t ее начальная проекция вырождается в точку, а конечная проекция совпадает с направлением векторов точек K и L . Длина конечной проекции отрезка вертикальной прямой равна длине самого отрезка, если угол наклона проецирующих лучей равен 45° : $K'L' = KL$. Но при других углах длина конечной проекции не будет равна длине отрезка KL : она может быть и больше, и меньше его длины.

Определение истинной длины отрезка и угла падения наклонной прямой. Истинную длину отрезка наклонной прямой, а также угол ее падения определяют построением профиля прямой (рис. 9.46). Плоскость профиля прямой вращением вокруг линии пересечения ее с плоскостью проекций (т. е. вокруг начальной проекции прямой) совмещают с плоскостью проекций. Для построения профиля на чертеже через начальные проекции точек A и B проводят прямые, перпендикулярные к начальной проекции прямой, на которых откладывают векторы точек A и B : $A_0A = A_0A'$; $B_0B = B_0B'$. Полученные точки \bar{A} и \bar{B} соединяют прямой \bar{n} , которая является профилем заданной прямой. Угол, составленный профилем \bar{n} и начальной проекцией n_0 , равен углу, составленному в пространстве прямой n и плоскостью проекций n' : $\bar{\alpha} = \alpha$; $\bar{AB} = AB$.

Решение задачи упрощается, если вместо прямоугольной трапеции $A_0\bar{A}B\bar{B}_0$ строить прямоугольный треугольник $A_0B_0\bar{B}$, в котором катет A_0B_0 является начальной проекцией отрезка AB , а катет $B_0\bar{B}$ равен алгебраической разности векторов точек A и B . Гипотенуза треугольника равна истинной длине изображаемого отрезка: $A_0\bar{B} = AB$; $\bar{\alpha} = \alpha$. Для построения проекции точки C , принадлежащей прямой n и отстоящей от точки A на расстоянии L , заданное расстояние откладывают от A_0 на профиле n : $A_0\bar{C} = L$. Начальную точку вектора C_0 определяют пересечением линии связи, проведенной через точку C , с начальной проекцией n_0 . Конечная точка вектора C' располагается на конечной проекции n' .

Взаимное расположение двух прямых. Пересекающиеся прямые a и b имеют общую точку M . Следовательно, на чертеже их проекции пересекаются, причем точки M_0 и M' пересечения их одноименных проекций являются начальной и конечной точками одного и того же вектора (рис. 9.47, а).

У параллельных прямых одноименные проекции параллельны: $n_0 \parallel m_0$; $n' \parallel m'$ (рис. 9.47, б).

Скрещивающиеся прямые не имеют общей точки. Поэтому проекции таких прямых проходят через начальные и конечные точки двух различных векторов, не равных по длине: $\vec{A_0A'} \neq \vec{B_0B'}$, (рис. 9.47, в).

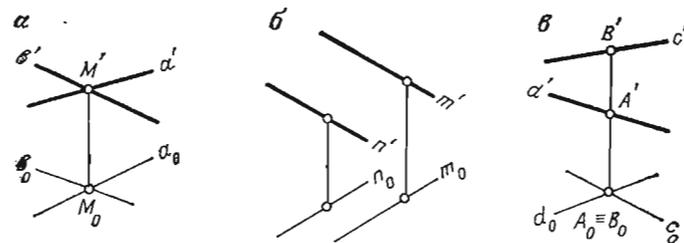


Рис. 9.47

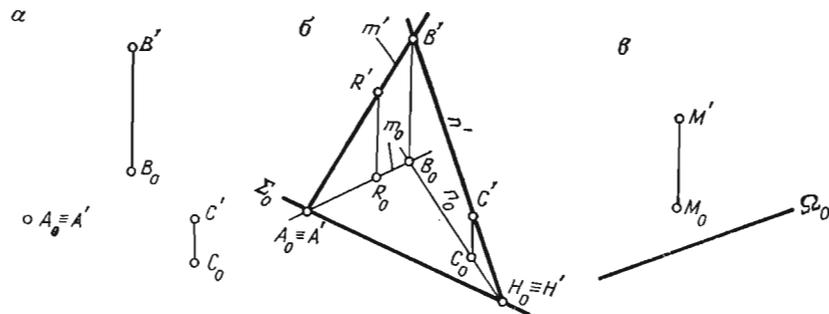


Рис. 9.48

Рис. 9.49

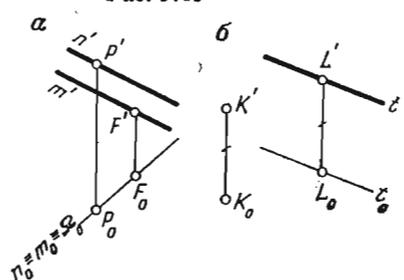
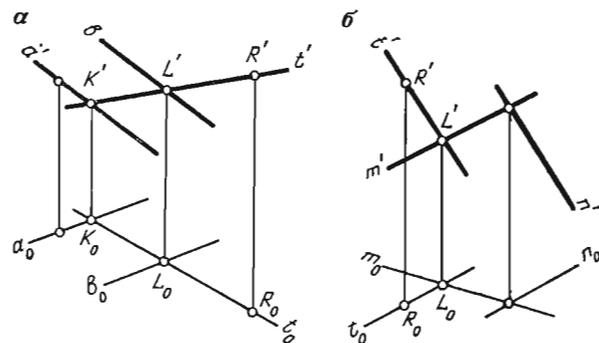


Рис. 9.50



Плоскость. Пространственное расположение плоскости в векторных проекциях определяют проекциями тех же геометрических элементов, что и в проекциях с числовыми отметками: трех точек, не принадлежащих одной прямой, прямой и точкой и т. д.

На рис. 9.48, а плоскость Σ задана векторами точек A , B и C , а на рис. 9.48, б — проекциями двух пересекающихся в точке B прямых m и n . На этом же чертеже показано построение линии пересечения плоскости с плоскостью проекций. Эта прямая носит название следа плоскости. След плоскости Σ_0 проходит через точки пересечения A и H — следы прямых m и n . На рис. 9.48, в плоскость Ω задана следом Ω_0 и вектором точки M .

В зависимости от расположения плоскостей в пространстве относительно плоскости проекций Π' различают три вида плоскостей: плоскости наклонные, вертикальные и горизонтальные. На рис. 9.48 изображены наклонные плоскости. Вертикальная плоскость Ω , заданная проекциями параллельных прямых m и n , изображена на рис. 9.49, а. Начальные проекции этих прямых совпадают (прямые конкурирующие): $n_0 \equiv m_0$.

Вертикальная плоскость может быть однозначно задана на чертеже своим следом Ω_0 . На рис. 9.49, б дан чертеж горизонтальной плоскости Γ , заданной проекциями горизонтальной прямой t и вектором точки K , расположенной на одной высоте с этой пря-

мой: $\vec{K}_0\vec{K}' \equiv \vec{L}_0\vec{L}'$.

Как было показано ранее, прямая принадлежит плоскости, если она имеет две общие точки с этой плоскостью или проходит через точку, принадлежащую данной плоскости, и параллельна прямой, лежащей в этой плоскости.

Для построения проекций произвольной прямой t (рис. 9.50, а), принадлежащей плоскости Ψ ($a \cap b$), в плоскости произвольно задают точки K и L , через одноименные проекции которых и проводят начальную t_0 и конечную t' проекции некоторой прямой. На рис. 9.50, б прямая t проведена через точку L плоскости Δ ($m \cap n$) параллельно прямой n , принадлежащей этой плоскости.

На рис. 9.51 рассматривается пример определения элементов залегания наклонной плоскости

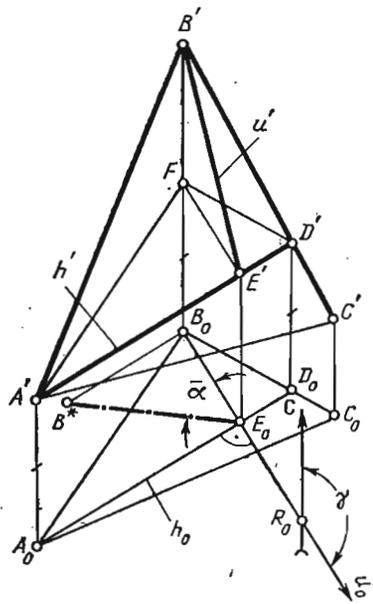


Рис. 9.51

Σ , заданной на чертеже точками A , B и C . Задачу решают в следующем порядке:

1) в плоскости Σ проводят горизонтальную прямую n , которая проходит через точки A и D , векторы которых равны $\vec{A}_0\vec{A}' = \vec{D}_0\vec{D}'$. Для построения точки D на векторе $\vec{B}_0\vec{B}'$ откладывают отрезок $B_0F = \vec{A}_0\vec{A}'$. Через точку F проводят вспомогательную прямую параллельно начальной проекции стороны BC треугольника до пересечения в точке D' с конечной проекцией $B'C'$;

2) строят проекцию линии падения плоскости, исходя из условия, что начальная проекция этой линии перпендикулярна к начальной проекции горизонтали: $B_0E_0 \perp h_0$;

3) направление падения плоскости определяют по взаимному положению начальной и конечной проекций линии падения. Замер азимута падения (угла γ) делают по начальной проекции u_0 этой линии. Величину угла падения определяют построением прямоугольного треугольника $B^*B_0E_0$, где катет B_0E_0 — начальная проекция отрезка линии падения, а катет B^*B_0 равен алгебраической разности векторов точек B и E : $\vec{B}_0\vec{E}' - \vec{E}_0\vec{E}' = \vec{FB}'$.

Построение изображений. Векторные проекции удобно использовать при построении наглядных изображений топографических поверхностей, геологических блок-диаграмм и систем горных выработок по их изображениям в проекциях с числовыми отметками.

На рис. 9.52 рассматривается пример построения векторной проекции многогранника по его изображению, данному на плане (рис. 9.52, а). Задачу решают в следующем порядке:

1) на плане выбирают направление косоугольного проецирования, т. е. направление вектора s , и перпендикулярно к нему проводят ось проекции x . Направление проецирования выбирают таким образом, чтобы изображение было наглядным при наименьшем перекрытии одних элементов другими. Определяют угол α , составленный осью проекций и ребром многогранника AB ;

2) на чертеже векторной проекции (рис. 9.52, б) ось x' проводят горизонтально и под углом α проводят проекцию ребра многогранника $B_0D_0 \equiv B'D'$. Строят всю нижнюю грань в натуральную величину без искажения. Начальные и конечные проекции точек A , B , C и D совпадают. Наклон проецирующих лучей к плоскости проекций возьмем равным 45° , при этом длина векторов будет равна высотам вершин многоугольника;

3) из начальных точек K_0, N_0, R_0, E_0 строят в масштабе плана соответствующей длины векторы $\vec{K}_0\vec{K}'$, $\vec{N}_0\vec{N}'$, $\vec{R}_0\vec{R}'$, $\vec{E}_0\vec{E}'$ и получают векторные проекции вершин K, N, R, E многогранника. Построив ребро $E'R'$, строят в натуральную величину верхнее основание многогранника и, получив вершины M' и F' , соединяют их с точками K' и N' .

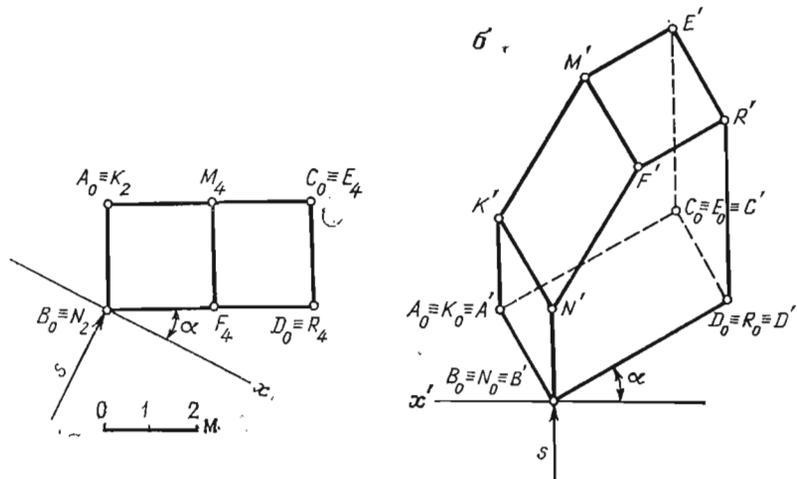


Рис. 9.52

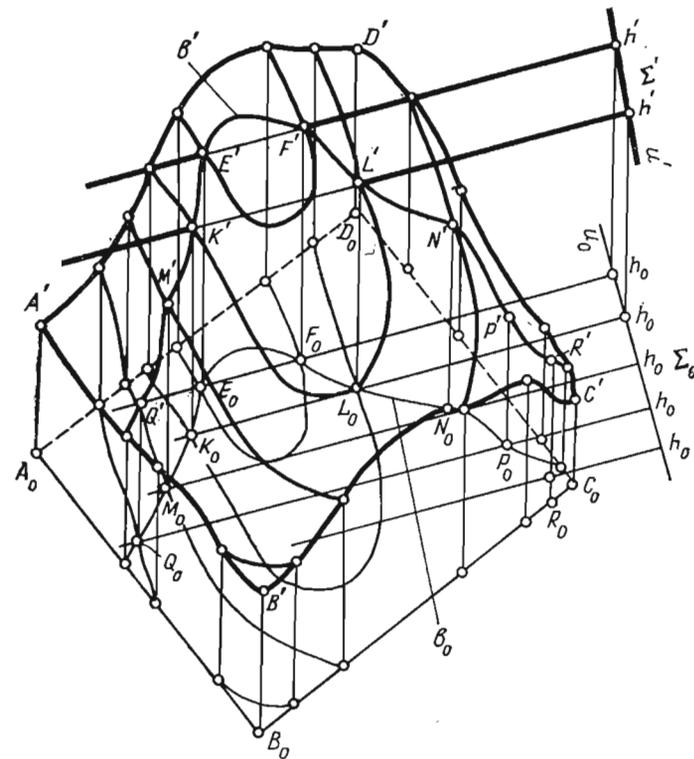


Рис. 9.54

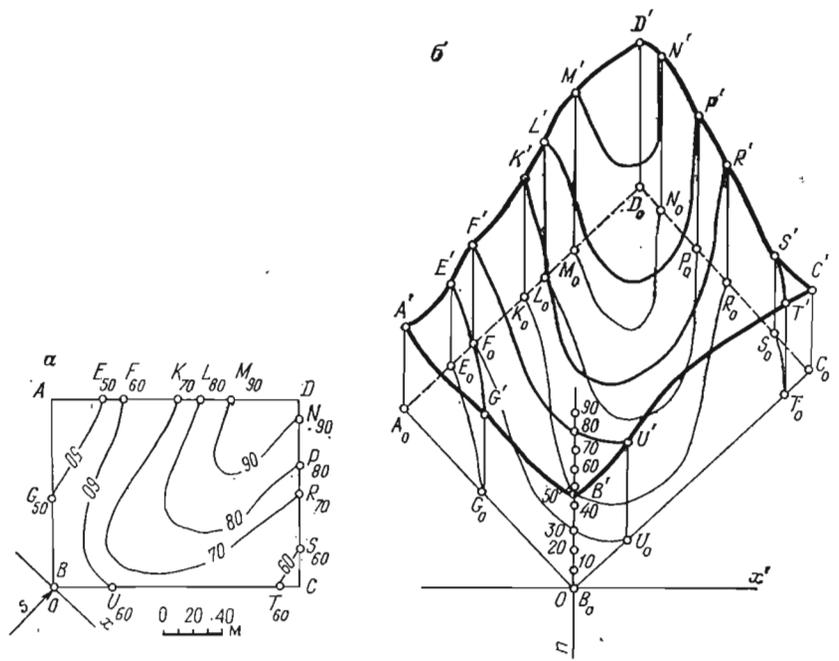


Рис. 9.53

На рис. 9.53 дан пример построения векторной проекции участка топографической поверхности, заданной на плане горизонталями. При переходе от плана к векторной проекции необходимо иметь в виду, что как начальные, так и конечные проекции горизонталей не изменяют своей кривизны. Решение задачи начинается с выбора направления косоугольного проецирования и оси проекции x . Дальнейшие построения проводят на светокопировальном столе в следующем порядке:

1) на чертеже проводят ось x' и перпендикулярно к ней прямую n , направление которой совпадает с направлением векторов. На прямой наносят деления, расстояния между которыми пропорциональны высоте сечения горизонталей поверхности на плане (рис. 9.53, б);

2) план топографической поверхности накладывают на чертеж так, чтобы направление проецирования s совпало с прямой n (направляющей), а конец стрелки — точка O совпала бы с делением, соответствующим показателю отметки плоскости проекций, на ко-

торой будет построена векторная проекция топографической поверхности (в рассматриваемом примере 0 м). Добившись такого совпадения копируют проекции горизонталей с плана. Построенные кривые являются начальными проекциями горизонталей топографической поверхности;

3) передвинув план по направляющей n , точку O совмещают с делением, соответствующим наименьшему показателю горизонтали поверхности. В рассматриваемом примере наименьший показатель равен 50 м. Перекопировав горизонталь с отметкой 50 м, план передвигают еще на одно деление, и так до тех пор, пока не будут перекопированы все горизонталю. Построенные кривые являются конечными проекциями горизонталей топографической поверхности.

Участок топографической поверхности ограничен плоскими кривыми, проходящими через точки $A, E, F, \dots D; D, N, \dots, C; C, T, \dots B; B, G, A$. Начальными проекциями этих кривых будут прямолинейные отрезки A_0D_0, D_0C_0, C_0B_0 и B_0A_0 . Для построения их конечных проекций крайние точки $A', E', F', K', \dots A'$ горизонталей соединяют плавными кривыми линиями.

На рис. 9.54 дан пример построения линии пересечения топографической поверхности с плоскостью Σ .

Линию пересечения топографической поверхности с плоскостью Σ определяют точками пересечения их одноименных горизонталей. Решение задачи можно проводить и без построения конечных проекций горизонталей плоскости Σ . В этом случае сначала находят точки $Q_0, M_0, \dots R_0$ кривой b_0 пересечением начальных проекций горизонталей, а потом достраивают их конечные проекции Q', M', \dots, R' . Соединив эти точки, получаем кривую b' , которая будет конечной проекцией искомой линии пересечения.

9.6. АФФИННЫЕ ПРОЕКЦИИ

Сущность метода. Аффинные проекции являются одним из видов параллельного проецирования. Геометрической основой этих проекций является известное из геометрии родственное, или как его еще называют, аффинное соответствие.

Пусть даны две плоскости Π_0 и Π' , пересекающиеся по прямой $x-x$ (рис. 9.55). Спроецируем в параллельных проекциях все точки плоскости Π_0 на плоскость Π' параллельно заданному направлению s . Тогда между точками плоскостей Π_0 и Π' установится взаимно однозначное соответствие, в котором каждой точке плоскости Π_0 будет соответствовать единственная точка плоскости Π' , и наоборот. Если рассматриваемый процесс перехода от одной плоскости к другой является односторонним, при котором точка первой плоскости переходит в соответствующую точку другой плоскости, то такое соответствие называют преобразованием первой плоскости во вторую.

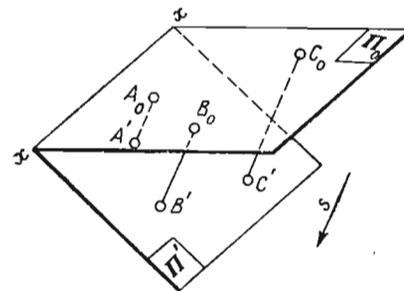


Рис. 9.55

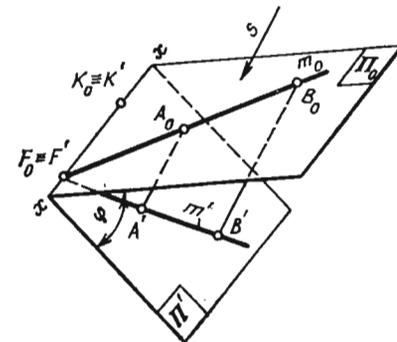


Рис. 9.56

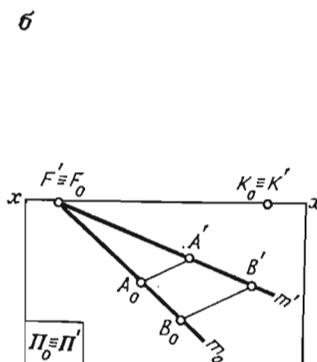
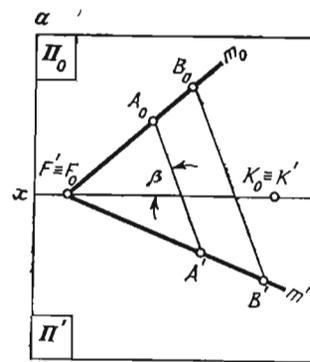


Рис. 9.57

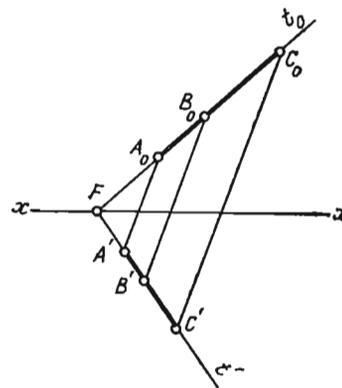


Рис. 9.58

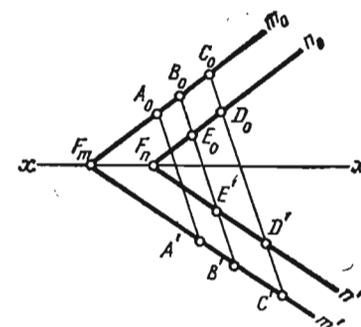


Рис. 9.59

Рассматриваемое соответствие обладает следующими основными свойствами (рис. 9.56):

1) каждой точке одной плоскости соответствует единственная точка другой плоскости: $A_0 \rightarrow A'$, $B_0 \rightarrow B'$ и т. д.;

2) прямой линии одной плоскости соответствует единственная прямая другой плоскости: $m_0 \rightarrow m'$, $n_0 \rightarrow n'$ и т. д. Это свойство перспективно-аффинного соответствия называют коллинеарностью;

3) каждой точке, принадлежащей прямой одной плоскости, соответствует точка, принадлежащая соответственной прямой другой плоскости, $(B_0 \in m_0) \rightarrow (B' \in m')$. Точки F и K , принадлежащие линии пересечения плоскостей, сами себе соответствуют: $F_0 \equiv F'$, $K_0 \equiv K'$. Такие точки носят название двойных точек;

4) двум параллельным прямым одной плоскости соответствуют две параллельные прямые другой плоскости: $(m_0 \parallel n_0) \rightarrow (m' \parallel n')$.

Взаимное однозначное соответствие между двумя плоскостями, обладающее перечисленными свойствами, носит название родственного или перспективно-аффинного соответствия. Точки A_0 и A' , B_0 и B' называют родственными точками, прямые m_0 и m' — родственными прямыми. Как видно из чертежа, родственные прямые при своем продолжении пересекаются в точке F , расположенной на линии пересечения плоскостей Π_0 и Π' . Условимся в дальнейшем эту точку на чертеже обозначать только одной буквой. Рассмотренные свойства родственного соответствия сохраняются и после совмещения плоскостей друг с другом.

На рис. 9.57, а и б плоскости Π_0 и Π' даны в совмещенном положении, причем в первом случае плоскость Π' повернута вокруг прямой $x-x$ на угол $180^\circ - \varphi$ до совмещения ее с плоскостью Π_0 , а во втором случае та же плоскость повернута на угол φ . Как видно из чертежа, установленное в пространстве при помощи параллельного проецирования родственное соответствие между точками, прямыми и фигурами плоскостей осталось без изменений: точке A_0 соответствует точка A' другой плоскости, прямой m_0 соответствует прямая m' , проецирующие лучи A_0A' , B_0B' , соединявшие родственные точки, остались параллельными друг другу и т. д.

Условимся в дальнейшем прямые A_0A' , B_0B' . . . называть прямыми родства, а их направление — направлением родства. На рис. 9.57 с осью $x-x$ эти прямые образуют угол β , величина которого зависит от выбора направления проецирования. Из изложенного следует сделать вывод, что независимо от того, рассматриваем ли мы родственные точки и прямые в пространстве или при совмещенном положении плоскостей, точки, родственные друг другу, всегда располагаются на прямых, параллельных друг другу, как родственные прямые пересекаются на оси родства: $A_0A'' \parallel B_0B'$; $m_0 \cap m' = F$. Перспективно-аффинное преобразование двух совмещенных плоскостей возможно при указании на чертеже оси родства и двух родственных точек.

Инварианты аффинного преобразования. При аффинном преобразовании многие свойства геометрических фигур и их элементов изменяются. Так, например, изменяются длина и направление отрезков, величина углов, форма фигур и т. д. Однако некоторые свойства остаются постоянными. Такие неизменяемые свойства носят название инвариантов аффинного преобразования. К ним следует отнести все перечисленные выше свойства аффинного преобразования. Добавим также ряд других:

а) *инвариант отношения двух отрезков прямой.* На рис. 9.58 даны родственные прямые t_0 и t' , на которых выделены родственные между собой отрезки A_0B_0 и $A'B'$ и отрезки B_0C_0 и $B'C'$. Так как $A_0A' \parallel B_0B' \parallel C_0C'$, то

$$\frac{A_0B_0}{A'B'} = \frac{B_0C_0}{B'C'} \quad \text{или} \quad \left| \frac{A_0B_0}{B_0C_0} = \frac{A'B'}{B'C'} \right|.$$

Это равенство показывает, что при аффинном преобразовании отношение двух отрезков, лежащих на одной и той же прямой, не изменяется;

б) *инвариант отношения параллельных отрезков.* Прямые m_0 и n_0 (рис. 9.59) параллельны, следовательно, и родственные им прямые m' и n' тоже параллельны. Из сказанного выше следует, что $\frac{A_0B_0}{A'B'} = \frac{B_0C_0}{B'C'}$. Так как $B_0C_0 = E_0D_0$ и $B'C' = E'D'$, то

$$\frac{A_0B_0}{A'B'} = \frac{E_0D_0}{E'D'}. \quad \text{Последнее равенство показывает, что отношение двух параллельных отрезков есть инвариант аффинного преобразования; } \blacksquare$$

в) *инвариант отношения расстояний двух родственных точек до оси родства.* На рис. 9.60 изображены две пары родственных точек: A_0 и A' , B_0 и B' . Расстояния от указанных точек до оси родства определяют длиной перпендикуляров, опущенных из каждой

точки на ось $x-x$. Тогда $\frac{A'A'_x}{B'B'_x} = \frac{A'F}{B'F}$, $\frac{A_0A'_0}{B_0B'_0} = \frac{A_0F}{B_0F}$.

Но $\frac{A'F}{B'F} = \frac{A_0F}{B_0F}$, следовательно, $\frac{A'A'_x}{B'B'_x} = \frac{A_0A'_0}{B_0B'_0}$ или $\frac{A'A'_x}{A_0A'_0} = \frac{B'B'_x}{B_0B'_0} = k_y = \text{const.}$

Итак, отношение расстояний двух родственных точек до оси родства есть величина постоянная, не зависящая от выбора пары родственных точек. Условимся отношение k_y называть коэффициентом преобразования;

г) *инвариант отношения площадей двух родственных фигур.* На рис. 9.61 изображен треугольник $A_0B_0C_0$ и родственный ему

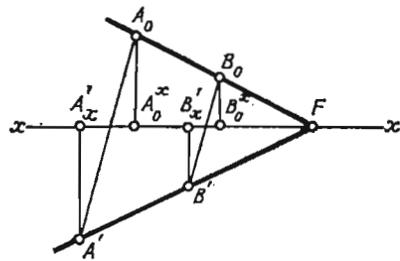


Рис. 9.60

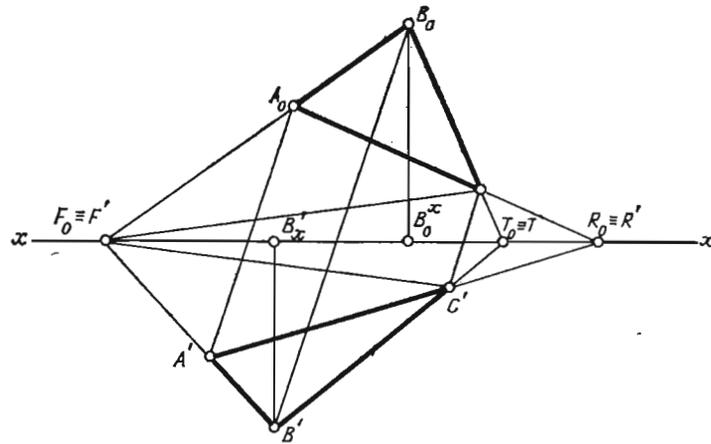


Рис. 9.61

треугольник $A'B'C'$. Докажем, что отношение площадей этих треугольников при аффинном преобразовании не изменяется.

Сначала рассмотрим два родственных треугольника $F_0B_0T_0$ и $F'B'T'$, общая сторона FT которых расположена на оси родства $x-x$. Отношение площадей этих треугольников выражается следующим образом:

$$\frac{S_{F_0B_0T_0}}{S_{F'B'T'}} = \frac{F_0T_0 \cdot B_0B_0^x}{F'T' \cdot B'B_x} = \frac{B_0B_0^x}{|B'B_x|} = k,$$

где k — отношение расстояний двух родственных точек до оси родства.

Теперь рассмотрим родственные треугольники $F_0B_0C_0$ и $F'B'C'$, имеющие на оси родства общую вершину F . Родственные стороны B_0C_0 и $B'C'$ треугольников пересекаются на оси $x-x$ в точке T . Из вышеприведенного доказательства следует, что

$$\frac{S_{F_0B_0T_0}}{S_{F'B'T'}} = k \quad \text{и} \quad \frac{S_{F_0C_0T_0}}{S_{F'C'T'}} = k,$$

но $S_{F_0B_0C_0} = S_{F_0B_0T_0} - S_{F_0C_0T_0}$ (сказанное относится и к площади треугольника $F'B'C'$), поэтому $S_{F_0B_0C_0}/S_{F'B'C'} = k$, т. е. отношение площадей двух родственных треугольников и для данного случая есть величина постоянная. И, наконец, рассмотрим общий случай расположения двух родственных треугольников $A_0B_0C_0$ и $A'B'C'$. Для треугольника $A_0B_0C_0$: $S_{A_0B_0C_0} = S_{F_0B_0T_0} - S_{F_0A_0C_0} - S_{F_0C_0T_0}$. Треугольники $F_0B_0T_0$, $F_0A_0C_0$ и $F_0C_0T_0$ этого равенства относятся к случаям, рассмотренным выше. Поэтому $S_{A_0B_0C_0} = kS_{F'B'T'} - kS_{F'A'C'} - kS_{F'C'T'}$ или $S_{A_0B_0C_0} = k(S_{F'B'T'} - S_{F'A'C'} - S_{F'C'T'}) = kS_{A'B'C'}$. Следовательно, $S_{A_0B_0C_0}/S_{A'B'C'} = k = \text{const}$, что и требовалось доказать.

Примеры построения родственных фигур

Пример 1. Родственное соответствие двух полей определено осью родства $x-x$ и парой родственных точек N_0 и N' . Построить точку M' , родственную заданной точке M_0 (рис. 9.62).

Точки M_0 и N_0 определяют прямую b_0 , пересечение которой с осью родства определяет двойную точку F . Прямая b' , родственная прямой b_0 , пройдет через двойную точку F и заданную точку N' . Проведя через точку M_0 прямую родства до пересечения ее с прямой b' , определяют искомую точку M' , родственную заданной точке M_0 .

Пример 2. Родственное соответствие двух полей определено осью родства $x-x$ и парой родственных точек L_0 и L' . Построить прямые m' и n' , родственные пересекающимся в точке L_0 прямым m_0 и n_0 (рис. 9.63).

Выше отмечалось, что родственные прямые пересекаются между собой в точке, расположенной на оси родства. Такую точку, как известно, называют двойной. Поэтому, продолжив прямые m_0 и n_0 до пересечения их в точках F и T с осью $x-x$, искомые прямые m' и n' проводят через заданную точку L' и двойные точки F и T .

Пример 3. Родственное соответствие двух полей определено двумя парами пересекающихся прямых m' и n' , m_0 и n_0 (рис. 9.64). Точкой пересечения первой пары прямых является точка A' , родственная точке A_0 , которая является точкой пересечения второй пары прямых. Требуется в заданной системе родства построить четырехугольник $R'E'D'C'$, родственный четырехугольнику $R_0E_0D_0C_0$.

Решение задачи начинают с построения оси родства $x-x$. Для этого родственные прямые m' и m_0 , а также прямые n' и n_0 продолжают до взаимного пересечения первой пары в точке F , а второй пары — в точке T . Двойные точки F и T определяют искомую ось родства $x-x$. Направление родства определяется родственными точками A_0 и A' . Теперь, используя изложенные выше положения, можно строить фигуру, родственную заданному четырехугольнику. Сторону R_0E_0 четырехугольника $R_0E_0D_0C_0$ продолжают до пере-

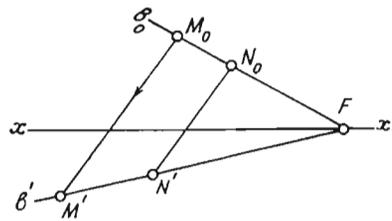


Рис. 9.62

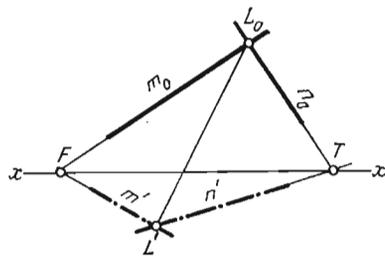


Рис. 9.63

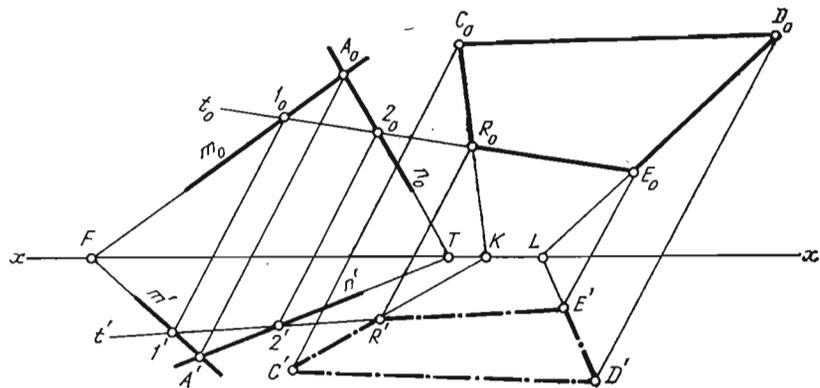


Рис. 9.64

сечения ее в точках I_0 и 2_0 с прямыми m_0 и n_0 . Построив точки I' и $2'$, родственные точкам I_0 и 2_0 , определяют направление прямой t' , родственной прямой t_0 . На прямой t' располагаются точки R' и E' , родственные точкам R_0 и E_0 .

Для построения точек C' и D' стороны C_0R_0 и D_0E_0 продолжают до пересечения их в точках K и L с осью родства. Родственные точки C_0 и C' располагаются на родственных прямых KR' и KR_0 , а родственные точки D_0 и D' — на прямых LE' и LE_0 . Поэтому, продолжив прямые KR' и LE' до пересечения их с прямыми родства, проведенными через точки C_0 и D_0 , строят искомые точки C' и D' . Построенные точки R', E', D' и C' являются вершинами четырехугольника, родственного заданному четырехугольнику.

Построение аффинных проекций. Аффинные проекции нашли широкое применение в решении задач геологии и горного дела. ими пользуются при построении наглядных изображений горных объектов, геологических блок-диаграмм и т. д., причем то или иное изображение строят обычно по чертежу, выполненному в проекциях с числовыми отметками. Между планом и плоскостью Π'

устанавливают непосредственную проекционную связь, позволяющую все необходимые построения проводить при помощи аффинных преобразований. Аффинные проекции во многих случаях дают более простое по сравнению с другими методами решение задачи.

Наглядность изображения, построенного в аффинной проекции, будет зависеть от направления проецирования s , а также от величины угла γ , составленного плоскостями Π_0 и Π' (рис. 9.65). Условимся в дальнейшем плоскость Π_0 называть предметной плоскостью, а плоскость Π' — плоскостью проекций. Предметная плоскость в решении практических задач представляет собой чертеж, составленный в проекциях с числовыми отметками, т. е. план. Основными параметрами аффинного преобразования являются: направление родства, коэффициент искажения высот k_z , коэффициент преобразования k_y , как некоторое постоянное число для заданного родственного соответствия.

Направление проецирования, так же как и угол, могут быть выбраны произвольно, поэтому направление родства с осью родства может составлять угол любой величины. Однако наиболее простое решение дает направление проецирования s , перпендикулярное к оси родства $x-x'$. В этом случае угол, составленный на чертеже направлением родства и осью родства $x-x'$, будет равен 90° .

Коэффициент преобразования k_y и коэффициент искажения высот k_z позволяют чертеж, составленный методом проекций с числовыми отметками и отражающий графически только длину и ширину изображенного объекта, изменением ординат его характерных точек, а также переносом оси родства при построении проекций точек, расположенных на разных горизонтах, преобразовывать в чертеж, на котором все три измерения отражены графическим способом. На рис. 9.66 изображены точка A , принадлежащая предметной плоскости Π_0 , и точка B , расположенная на горизонте h м. Установим соответствие между этими плоскостями, причем направление проецирования s зададим перпендикулярно к оси родства $x-x'$. Тогда коэффициент преобразования $k_y = \frac{A'O}{AO} = \frac{y'}{y}$, где y — ордината точки, расположенной на плоскости Π_0 , а y' — аффинная проекция этой ординаты.

Для определения коэффициента преобразования k_y отметим предварительно в треугольнике $A'OM$ следующие равенства:

$$\angle OAA' = \alpha; \quad \angle OA'A = 180^\circ - (\alpha + \gamma).$$

Из этого треугольника по теореме синусов следует:]

$$\frac{A'O}{AO} = \frac{\sin \alpha}{\sin [180^\circ - (\alpha + \gamma)]} \quad \text{или} \quad k_y = \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha + \gamma)}. \quad \text{Коэффициент}$$

искажения высот для точки B : $k_z = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{h}$, где h — высота точки B . В треугольнике ACB $\angle ABC = 90^\circ - \alpha$, а

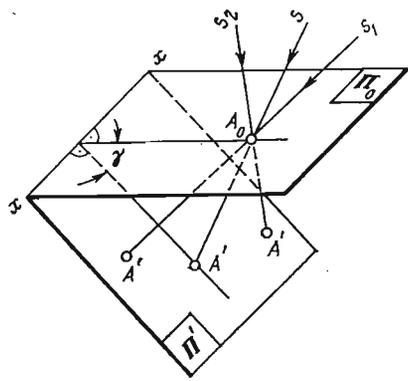


Рис. 9.65

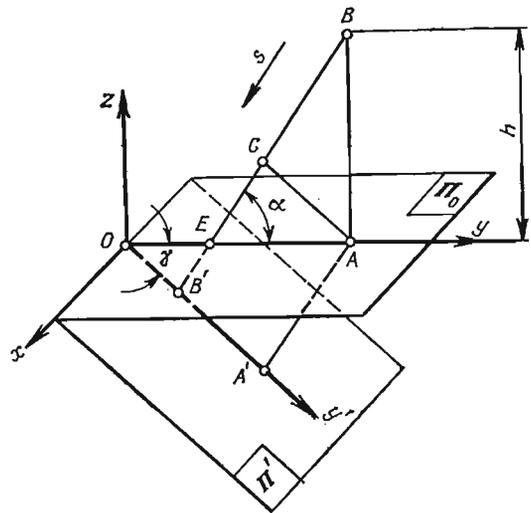


Рис. 9.66

$\angle ACB = \alpha + \gamma$, т. е. $AC \parallel A'B'$. Из треугольника ACB по теореме синусов следует:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)} \quad \text{или} \quad k_z = \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)}.$$

К сказанному следует добавить, что абсцисса точек при указанном преобразовании не изменяет своего значения: $x' = x$. Таким образом, при построении аффинной проекции того или иного объекта по его плану необходимо при переходе от одного горизонта к другому смещать ось родства с учетом коэффициента k_z на соответствующее расстояние, изменяя при помощи коэффициента k_y и ординаты изображаемых точек.

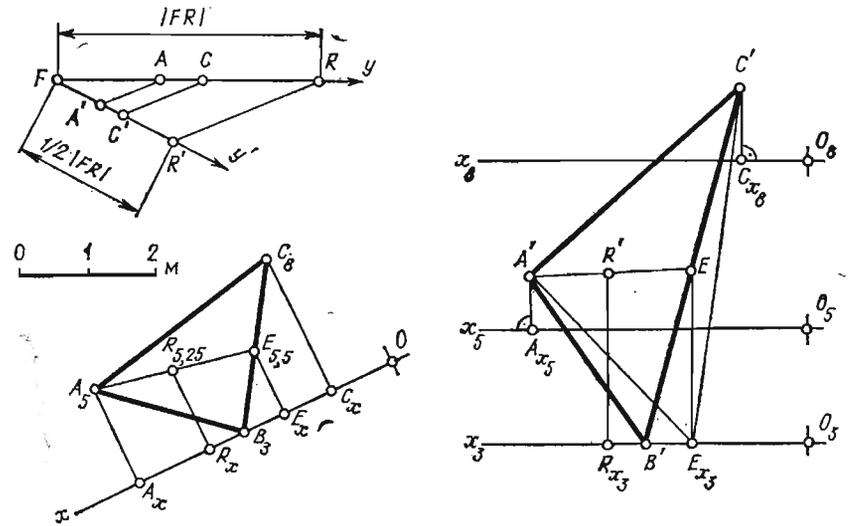


Рис. 9.67

Наглядность изображений, построенных методом аффинных проекций, зависит, как отмечалось выше, от выбора направления проецирования, а также от величины угла, составленного предметной плоскостью Π_0 и плоскостью проекций Π' . Изменяя углы α и γ от 0 до 90° , можно получать любые значения коэффициентов k_y и k_z . Однако в решении практических задач учитывают не только форму и условия залегания слоев горных пород, но и допустимые искажения размеров изображаемого объекта. Направление проецирующих лучей берут так, чтобы оно не совпадало на чертеже с горизонтальными направлениями объекта, иначе их аффинные проекции будут располагаться вертикально, что ухудшает наглядность изображения. Следует также избегать перекрытия на чертеже изображений объектов, расположенных на переднем и заднем планах.

При выборе угла наклона проецирующих лучей к предметной плоскости необходимо помнить, что между углом α и коэффициентами k_y и k_z существует определенная зависимость:

$$\frac{k_y}{k_z} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)}}{\frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{откуда} \quad k_y = k_z \operatorname{tg} \alpha \quad \text{и} \quad k_z = k_y \operatorname{ctg} \alpha.$$

Из сказанного следует, что если один из коэффициентов при заданном угле α задать произвольно, то второй коэффициент будет иметь определенное значение.

Для придания изображению наибольшей выразительности коэффициент k_y рекомендуется выбирать в пределах от 0,3 до 0,8. Коэффициент k_z следует выбирать с учетом получения удобного вертикального масштаба. С уменьшением угла наклона проецирующих лучей к горизонту коэффициент k_z увеличивается и, наоборот, с увеличением этого угла коэффициент k_z уменьшается. Выбор коэффициента k_z зависит также и от соотношения расстояний между горизонтами. Чтобы уменьшить перекрытие друг другом смежных горизонтов объекта или наиболее рельефно выявить форму изображаемой топографической поверхности, коэффициент k_z берут больше 1, но не больше 5 во избежание чрезмерного искажения изображения. Ниже приведены примеры построения аффинных проекций некоторых геометрических фигур по их изображениям на плане.

Пример 1. По плану треугольника ABC построить его аффинную проекцию (рис. 9.67).

Решение

1. На плане определяют направление оси родства Ox . Ее направление может быть произвольным, однако решение задачи упрощается, если ось родства провести через вершину B треугольника.

2. Выбирают направление проецирования s , а также углы α и γ . Направление проецирования перпендикулярно к оси родства, углы α и γ соответственно равны 30° и 60° .

3. Исходя из величины выбранных углов α и γ , определяют коэффициенты преобразования k_y и искажения высот k_z :

$$k_y = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{0,5}{1} = 0,5;$$

$$k_z = \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{\cos 30^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{0,86}{1} = 0,86.$$

4. С учетом коэффициента высот k_z на чертеже наносят оси родства (оси абсцисс) x_3 , x_5 и x_8 тех горизонтов, на которых расположены характерные точки объекта. На осях отмечают начала координат — точки O_3 , O_5 и O_8 .

5. Определяют координаты точек A , B и C , для чего через их проекции на плане проводят прямые, перпендикулярные к оси родства Ox . Абсциссы точек соответственно равны отрезкам OA_x , OB_x и OC_x , а ординаты — отрезкам A_5A_x и C_8C_x . Ордината точки B равна нулю.

6. Абсциссы точек с оси родства плана переносят на оси родства соответствующих горизонтов, соблюдая равенство: $OB_3 = O_3B'$; $OA_x = O_5A_x$; $OC_x = O_8C_x$.

7. Определяют ординаты точек A , B и C . Значения ординат умножают на коэффициент k_y , обычно графическим способом, геомет-

рическая сущность которого заключается в следующем: на свободном поле чертежа проводят лучи x_y и $x_{y'}$ под произвольным углом друг к другу. На луче x_y откладывают произвольной длины отрезок xR , а на луче $x_{y'}$ отрезок xR' , длина которого составляет 0,5 длины отрезка xR . Концы отрезков соединяют прямой RR' . Отложив на луче x_y отрезки $xA = A_xA_5$ и $xC = C_xC_8$, через точки A и C проводят прямые, параллельные отрезку RR' , до пересечения их с лучом $x_{y'}$ в точках A' и C' . Отрезки xA и xC являются аффинными ординатами точек A и C .

8. Аффинные ординаты точек A и C откладывают от точек A_{x_5} и C_{x_8} на прямых родства, соблюдая равенства: $xA' = A_{x_5}A'$; $xC = C_{x_8}C'$.

Точки A' и C' являются аффинными проекциями точек A и C . Так как ордината точки B равна нулю, аффинная проекция этой точки расположится на оси родства x_3O_3 . Соединив точки A' , B' и C' прямолинейными отрезками, получают аффинную проекцию треугольника ABC . Для построения аффинной проекции точки R , принадлежащей треугольнику ABC , необходимо через точку R провести вспомогательную прямую AE . Абсциссу точки E , равную отрезку OE_x , откладывают на оси родства O_3x_3 (или O_5x_5), $OE = O_3E_{x_3}$. Так как точка E расположена на прямой, принадлежащей изображенной на чертеже плоскости, то при построении ее аффинной проекции нет необходимости в определении ординаты этой точки на плане и преобразовании ее при помощи коэффициента k_y в аффинную. Пересечение прямой родства, проведенной через точку E_{x_3} , с аффинной проекцией стороны BC треугольника, определяет аффинную проекцию точки E . Построив аффинную проекцию прямой AE и определив на плане абсциссу точки R , принадлежащей этой прямой, в последовательности, изложенной для точки E , строят аффинную проекцию искомой точки R .

Пример 2. По плану параллелепипеда построить его аффинную проекцию (рис. 9.68).

Решение

1. На плане определяют направление оси родства Ox . В решении задачи она проведена через точку B_0 — проекцию вершины нижнего основания многогранника.

2. Направление проецирования берут, как и во всех рассмотренных выше примерах, перпендикулярно к оси родства. Это значительно упрощает решение задачи.

3. Как отмечалось выше, один из коэффициентов можно брать произвольно. Зададим коэффициент $k_z = 1$, а угол $\alpha = 60^\circ$. Тогда коэффициент $k_y = k_z \operatorname{tg} \alpha = 1 \operatorname{tg} 60^\circ = 1,73$.

4. Определяют абсциссы и ординаты всех вершин многогранника. Следует заметить, что отрезки, выражающие ординаты вершин на плане, расположены по разные стороны от оси родства Ox .

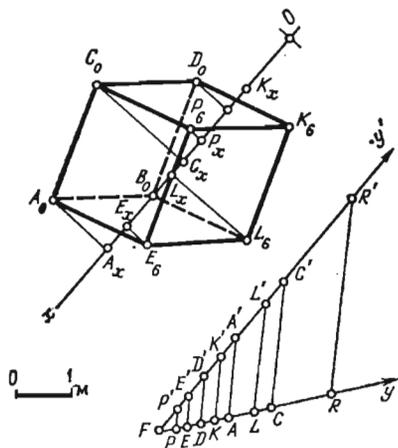


Рис. 9.68

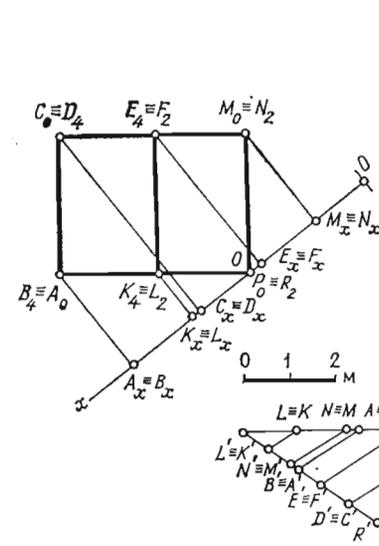
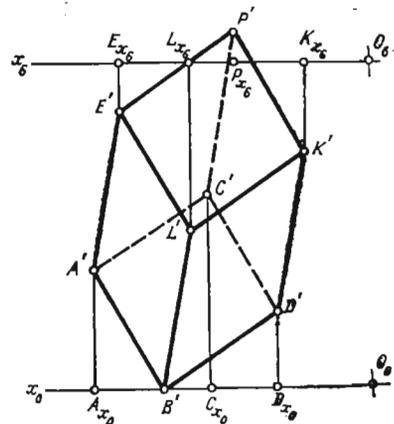
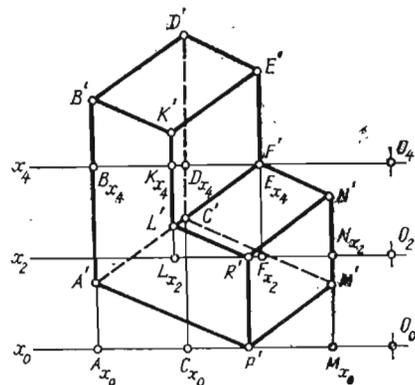


Рис. 9.69



5. Абсциссы точек с оси родства плана переносят на оси родства соответствующих горизонтов, соблюдая при этом равенства:

$$\begin{aligned} OA_x &= O_0 A_{x_0}; & OB_0 &= O_0 B'_0; \\ OC_x &= O_0 C_{x_0}; & OD_x &= O_0 D_{x_0}; \\ OE_x &= O_0 E_{x_0}; & OL_x &= O_0 L_{x_0}; \\ OF_x &= O_0 F_{x_0}; & OK_x &= O_0 K_{x_0}. \end{aligned}$$

6. Графическим способом определяют аффинные ординаты вершин многогранника, ордината точки B равна 0.

7. Аффинные ординаты вершин откладывают на прямых родства, проведенных через точки A_{x_0} , C_{x_0} , D_{x_0} вверх от оси родства $O_0 x_0$ и точки E_{x_0} , L_{x_0} , P_{x_0} , K_{x_0} , прямые родства через которые проводят вниз от оси родства $O_0 x_0$:

$$\begin{aligned} xA' &= A_{x_0} A'; & xC &= C_{x_0} C'; & xD' &= D_{x_0} D'; \\ xE' &= E_{x_0} E'; & xL' &= L_{x_0} L'; & xF' &= P_{x_0} P'; \\ xK' &= K_{x_0} K'. \end{aligned}$$

Точки A' , C' , D' , B' и E' , L' , P' , K' являются аффинными проекциями вершин нижнего и верхнего оснований параллелепипеда.

8. Полученные точки в соответствующем порядке соединяют прямолинейными отрезками, выделяя при этом на чертеже видимые и невидимые ребра многогранника.

Пример 3. По плану прямоугольного параллелепипеда с вырезом построить его аффинную проекцию (рис. 9.69).

Решение

1. Направление оси родства на плане выбирают так, чтобы аффинные проекции боковых ребер параллелепипеда, а также выреза в нем не совпадали бы друг с другом.

2. Коэффициент k_z берут равным 1, а угол $\alpha = 30^\circ$. Тогда коэффициент $k_y = k_z \operatorname{tg} \alpha = 1 \operatorname{tg} 30^\circ = 0,57$.

3. Определяют абсциссы и ординаты вершин многогранника. Ординаты точек P и R равны 0, а абсциссы точек M и N , E и F , P и R , C и D , K и L , A и B попарно равны.

4. Абсциссы точек с оси родства плана переносят на оси родства соответствующих горизонтов:

$$\begin{aligned} OM_x &= O_0 M_{x_0}; & OP_0 &= O_0 P'_0; & OC_x &= O_0 C_{x_0}; & OA_x &= O_0 A_{x_0}; \\ ON_x &= O_2 N_{x_2}; & OF_x &= O_2 F_{x_2}; & OL_x &= O_2 L_{x_2}; & OR_2 &= O_2 R'_2; \\ OE_x &= O_4 E_{x_4}; & OD_x &= O_4 D_{x_4}; & OK_x &= O_4 K_{x_4}; & OB_x &= O_4 B_{x_4}. \end{aligned}$$

Это обстоятельство должно быть учтено при построении их аффинных проекций. На чертеже наносят оси родства x_0 и x_6 горизонтов 0 и 6 м, на которых расположены вершины нижнего и верхнего оснований.

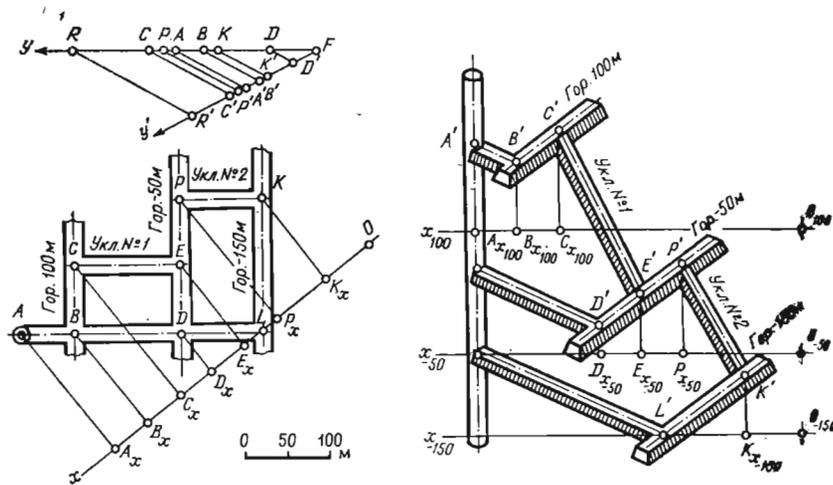


Рис. 9.70

5. Определив с учетом коэффициента k_y аффинные ординаты, строят аффинные проекции вершин многогранника и его выреза:

$$\begin{aligned} xA' &= A_{x_0}A'; & xC' &= C_{x_0}C'; & xM &= M_{x_0}M'; \\ xL' &= L_{x_2}L'; & xF' &= F_{x_2}F'; & xN' &= N_{x_2}N'; \\ xB' &= B_{x_4}B'; & xK' &= K_{x_4}K'; & xD' &= D_{x_4}D'; \\ xE' &= E_{x_4}E'. \end{aligned}$$

Из построений видно, что аффинные проекции точек, принадлежащих одной и той же вертикальной прямой (т. е. конкурирующих точек), располагаются на совпадающих прямых родства.

6. Соединив аффинные проекции соответствующих точек прямыми отрезками, строят изображение прямоугольного параллелепипеда с вырезом, выделив на чертеже невидимые ребра многогранника штриховыми линиями.

Пример 4. По плану узла горных выработок построить его аффинную проекцию (рис. 9.70).

Изображения горных выработок в аффинных проекциях строят с целью их лучшего пространственного восприятия. Горные выработки обычно имеют сильно вытянутую форму. Их проекции на плане часто перекрывают друг друга, усложняя этим чтение чертежа и представление об их пространственном расположении. Как отмечалось выше, такое перекрытие проекций возможно и при построении их аффинных проекций. Одним из способов уменьшения перекрытия изображений смежных горизонтов друг другом может быть увеличение коэффициента искажения высот до 5, равно как и правильный выбор направления оси родства на плане, исклю-

чающий совпадение проекций вертикально расположенных направлений (шахт, восстающих и т. п.). Направление проецирования на плане не должно совпадать с горизонтальными или наклонными направлениями (штреками, квершлагами и т. п.) выработок. В остальном построение изображений горных выработок выполняют в последовательности, изложенной в приведенных выше примерах.

Решение

1. На плане с учетом сказанного выбирают направление оси родства Ox .

2. Направление проецирования берут перпендикулярно к оси родства, $k_z = 1$, угол $\alpha = 30^\circ$. Тогда коэффициент преобразования $k_y = k_z \operatorname{tg} \alpha = 1 \operatorname{tg} 30^\circ = 0,57$.

3. Определяют абсциссы и ординаты отмеченных на плане точек A, B, C, D, E, P, L и K , через которые проходят оси соответствующих выработок.

4. Абсциссы перечисленных точек с оси родства плана переносят на оси родства соответствующих горизонтов:

$$\begin{aligned} OK_x &= O_{150}K_{x_{150}}; & OL &= O_{-150}L'; \\ OP_x &= O_{50}P_{x_{50}}; & OE_x &= O_{-50}E_{x_{50}}; & OD_x &= O_{-50}D_x; \\ OC_x &= O_{100}C_{x_{100}}; & OB_x &= O_{100}B_{x_{100}}; & OA_x &= O_{100}A_{x_{100}}. \end{aligned}$$

5. Определив с учетом коэффициента преобразования k_y аффинные ординаты точек, строят их аффинные проекции A', B', C', D', E', P' и K', L' :

$xK' = K_xK'$. Ордината точки L равна 0!

$$\begin{aligned} xP' &= P_{x_{50}}^{-150}P'; & xE' &= E_{x_{50}}E'; & xD' &= D_{x_{50}}D'; \\ xC' &= C_{x_{100}}C'; & xB' &= B_{x_{100}}B'; & xA' &= A_{x_{100}}A'. \end{aligned}$$

6. Соединив аффинные проекции точек A, B, C, D, E, P, L и K прямыми линиями, получают направления осей изображаемых выработок.

7. Заключительным этапом в оформлении чертежа является вычерчивание узла горных выработок. При этом следует учитывать следующие положения:

1) ширина верхних и боковых граней горизонтальных выработок будет зависеть от угла, который составляет ось выработки с осью

родства. Чем больше этот угол, тем больше ширина верхней грани выработки;

2) высота боковой грани будет тем больше, чем меньше угол между осью выработки и осью родства.

При расположении оси выработки перпендикулярно к оси родства или ей параллельно в первом случае ширина аффинной проекции верхней грани, а во втором высота аффинной проекции боковой грани будет соответственно равна ширине и высоте указанных граней на плане. При коэффициенте искажения высот $k_z = 1$ высота аффинных проекций горизонтальных и наклонных выработок соответствует их размерам на плане.

Для придания чертежу большей выразительности боковые границы выработки, а также ствол шахты выделяют штриховкой.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность аксонометрических проекций? Каковы их достоинства по сравнению с ортогональными проекциями?
2. Что понимают под основанием точки в аксонометрических проекциях?
3. Что называют коэффициентами искажения аксонометрических проекций и от чего зависит их величина?
4. Как располагаются по отношению друг к другу предметная и картинная плоскости в линейной перспективе?
5. Где располагается центральная проекция основания точки, принадлежащей картинной плоскости?
6. Что такое перспективные масштабы?
7. В чем сущность «метода луча» и «метода архитекторов»?
8. Какова сущность метода векторных проекций?
9. Чему равна длина вектора проекции точки, если угол наклона проецирующих лучей равен 45° ?
10. Назовите основные принципы построения аффинных проекций.
11. Что называют инвариантами аффинного преобразования?

Часть II

ВЫПОЛНЕНИЕ ЧЕРТЕЖЕЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

10. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ ЧЕРТЕЖЕЙ

10.1. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ЧЕРТЕЖЕЙ ПО ЕСКД

Государственные стандарты, устанавливающие правила и положения разработки и оформления конструкторской документации, составляют «Единую систему конструкторской документации» (ЕСКД). При выполнении геологических чертежей также следует руководствоваться правилами, устанавливаемыми ЕСКД. Рассмотрим положения ряда стандартов, регламентирующих единообразие графического оформления чертежей.

ГОСТ 2.301—68 (СТ СЭВ 1181—78) — Форматы. Этот ГОСТ устанавливает размеры основных и дополнительных форматов чертежей.

Площадь формата А0 с размерами сторон 841×1189 мм равняется 1 м^2 . Другие основные форматы получают путем последовательного деления пополам параллельно меньшей стороне предыдущего формата. Формат листа определяет размер внешней рамки чертежа, которая проводится тонкой линией.

Форматы чертежей

Обозначение формата	...	A0	A1	A2	A3	A4
Размер сторон, мм	...	841×1189	594×841	420×594	297×420	210×297

Допускается при необходимости применять формат А5 с размерами сторон 148×210 мм. Дополнительные форматы образуются увеличением коротких сторон основных форматов в целое число раз, т. е. на величину, кратную их размерам. Размеры дополнительных форматов приведены в табл. 10.1.

Обозначение дополнительного формата составляется из обозначения основного формата и его кратности. Например, формат $A2 \times 3$ состоит из трех форматов А2, его размеры 594×1261 мм. Внутреннюю рамку чертежа проводят сплошной линией на расстоя-

нии 5 мм от правой, нижней и верхней сторон внешней рамки. С левой стороны листа оставляют рамку шириной 20 мм.

ГОСТ 2.302—68 [СТ СЭВ 1180—78] — Масштабы. Содержит сведения о масштабах, используемых при выполнении чертежей. Масштаб — это отношение размеров изображения предмета на чертеже к его действительным размерам. Масштаб изображения на чертежах выбирается в зависимости от величины и сложности объекта и вида чертежей из следующего ряда:

масштабы уменьшения: 1 : 2; 1 : 2,5; 1 : 4; 1 : 5; 1 : 10; 1 : 15; 1 : 20; 1 : 25; 1 : 40; 1 : 50; 1 : 75; 1 : 100; 1 : 200; 1 : 400; 1 : 500; 1 : 800; 1 : 1000. При проектировании генеральных планов крупных объектов допускается применять масштабы: 1 : 2000; 1 : 5000; 1 : 10 000; 1 : 20 000; 1 : 25 000; 1 : 50 000;

натуральный масштаб: 1 : 1;

масштабы увеличения: 2 : 1; 2,5 : 1; 4 : 1; 5 : 1; 10 : 1; 20 : 1; 40 : 1; 50 : 1; 100 : 1.

Масштаб, указанный в предназначенный для этого графе основной надписи чертежа, обозначается по типу 1 : 1; 1 : 2; 4 : 1 и т. д., в остальных случаях по типу М 1 : 1; М 1 : 2; М 10 : 1.

ГОСТ 2.303—68 (СТ СЭВ 1178—68) — Линии. Приводятся типы линий различного начертания и толщины в зависимости от их назначения. ГОСТ 2.303—68 устанавливает начертание и назначение девяти типов линий. Толщину сплошной основной линии выбирают в пределах от 0,5 до 1,4 мм, она зависит от величины и сложности изображения, а также от размеров чертежа. Толщина всех остальных типов линий определяется в зависимости от толщины основной линии, но должна быть не менее 0,3 мм при выполнении чертежа карандашом и не менее 0,2 мм при выполнении чертежа тушью.

ГОСТ 2.304—81 [СТ СЭВ 851—78—855—78] — Шрифты чертежные. Содержат сведения о типах и размерах шрифтов. Установлено два типа шрифтов: А и Б. Основным параметром шрифта является его размер h — высота прописных букв в мм. У шрифта

Таблица 10.1

Дополнительные форматы чертежей

Кратность	Формат				
	A0	A1	A2	A3	A4
2	1189×1682	—	—	—	—
3	1189×2523	841×1783	594×1261	420×891	297×630
4	—	841×2378	594×1682	420×1189	297×841
5	—	—	594×2162	420×1486	297×1051
6	—	—	—	420×1783	297×1261
7	—	—	—	420×2086	297×1471
8	—	—	—	—	297×1682
9	—	—	—	—	297×1892

Таблица 2

Параметры шрифтов типа А и Б

Параметры шрифта	Обозначение	Относительный размер	Шрифты типа А ($d = 1/14$)							
			Размеры, мм							
Высота букв: прописных строчных	h	$(14/14) h$	$14d$	2,5	3,5	5	7	10	14	20
	c	$(10/14) h$	$10d$	1,8	2,5	3,5	5	7	10	14
Расстояние между буквами	a	$(2/14) h$	$2d$	0,35	0,5	0,7	1	1,4	2	2,8
Минимальный шаг строк (высота вспомогательной сетки)	b	$(22/14) h$	$22d$	4,0	5,5	8	11	16	22	31
Минимальное расстояние между словами	e	$(6/14) h$	$6d$	1,1	1,5	2,1	3	4,2	6	8,4
Толщина линий шрифта	d	$(1/14) h$	d	0,18	0,25	0,35	0,5	0,7	1	1,4

Продолжение табл. 2

Параметры шрифта	Обозначение	Относительный размер	Шрифты типа Б ($d = 1/10 h$)								
			Размеры, мм								
Высота букв: прописных строчных	h	$(10/10) h$	$10d$	1,8	2,5	3,5	5	7	10	14	20
	c	$(7/10) h$	$7d$	1,3	1,8	2,5	3,5	5	7	10	14
Расстояние между буквами	a	$(2/10) h$	$2d$	0,35	0,5	0,7	1	1,4	2,0	2,8	4
Минимальный шаг строк (высота вспомогательной сетки)	b	$(17/10) h$	$17d$	3,1	4,3	6	8,5	12,0	17,0	24	34
Минимальное расстояние между словами	e	$(6/10) h$	$6d$	1,1	1,5	2,1	3	4,2	6	8,4	12
Толщина линий шрифта	d	$(1/10) h$	d	0,18	0,25	0,35	0,5	0,7	1	1,4	2

Параметры шрифтов (ширина букв и цифр)

Шрифты типа А	Соотношение размеров	Размер шрифта, мм (высота букв и цифр)						Шрифты типа Б	Соотношение размеров	Размер шрифта, мм (высота букв и цифр)					
		2,5	3,5	5	7	10	14			2,5	3,5	5	7	10	14
<i>Прописные буквы</i>															
Г, Е, З, С	(6/14) h	1,0	1,5	2,1	3,0	4,2	6	Г, Е, З, С	(5/10) h	1,25	1,7	2,3	3,5	5	7,0
А, Д, Х, Ы, Ю	(8/14) h	1,4	2,0	2,8	4,6	5,7	8	А, Д, М, Х, Ы, Ю	(7/10) h	1,75	2,4	3,5	4,9	7	9,8
Ж, М, Ш, Щ, Ф	(9/14) h	1,7	2,2	3,2	4,4	7,1	9	Ж, Ф, Ш, Щ	(8/10) h	2,0	2,8	4,0	5,6	8	11,2
Остальные буквы	(11/14) h	1,9	2,7	3,9	5,5	7,9	11	Остальные буквы	(6/10) h	1,5	2,1	3,0	4,2	6	8,0
	(7/14) h	1,3	1,7	2,3	3,5	5,0	7								
<i>Строчные буквы</i>															
з, с	(5/14) h	0,9	1,3	1,8	2,5	3,6	5	з, с	(4/10) h	1,0	1,4	2,0	2,8	4	5,6
м, ы, ю	(7/14) h	1,3	1,8	2,5	3,5	5,0	7	м, ы, ю	(6/10) h	1,5	2,1	3,0	4,2	6	8,4
ж, ф, ш, щ, т	(9/14) h	1,6	2,3	3,2	4,5	6,4	9	ж, ф, ш, щ, т	(7/10) h	1,8	2,5	3,5	4,9	7	9,8
Остальные буквы	(6/14) h	1,1	1,5	2,1	3,0	4,3	6	Остальные буквы	(5/10) h	1,3	1,8	2,5	3,5	5	7,0
<i>Цифры</i>															
1	(3/14) h	0,5	0,8	1,1	1,5	2,1	3	1	(3/10) h	0,8	1,1	1,5	2,1	3	4,2
3, 5	(6/14) h	1,1	1,5	2,1	3,0	4,3	6	4	(6/10) h	1,5	2,1	3,0	4,2	6	8,4
Остальные цифры	(7/14) h	1,3	1,8	2,5	3,5	5,0	7	Остальные цифры	(5/10) h	1,3	1,8	2,5	3,5	5	7,0

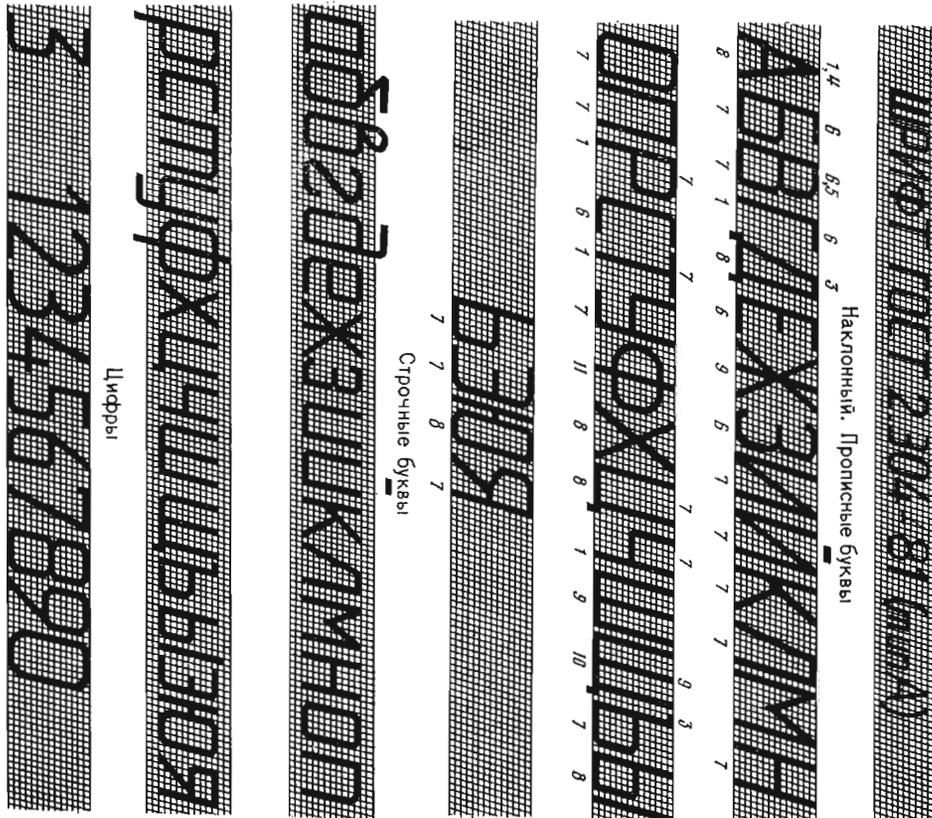


Рис. 10.2

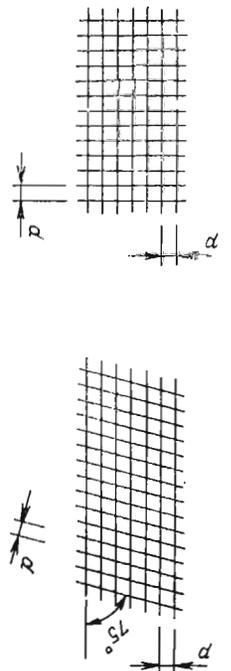


Рис. 10.1

типа А толщина обводки $d = 1/16 h$, а у шрифта типа Б — $d = 1/10 h$. Шрифты типов А и Б можно выполнять с наклоном 75° к основанию строки или без наклона. Применяются шрифты следующих размеров: (1,8); 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40. Шрифт размера 1,8 применяется только для типа Б.

Параметры шрифтов приведены в табл. 10.2 и 10.3.

Для успешного овладения и написания чертежного шрифта рекомендуется использовать вспомогательную сетку, которая приведена на рис. 10.1 в прямом и наклонном начертании. На рис. 10.2 показана форма букв русского алфавита наклонного шрифта типа А.

10.2. ОФОРМЛЕНИЕ ГОРНЫХ И ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ЧЕРТЕЖЕЙ

В Советском Союзе вся горная графическая документация должна оформляться в соответствии с требованиями стандартов на горные чертежи: ГОСТ 2.850—75 — ГОСТ 2.857—75 «Горная графическая документация».

ГОСТ 2.850—75. Устанавливает виды и комплектность горных графических документов (маркшейдерско-геологических и эксплуатационно-технологических) всех отраслей горнодобывающей промышленности.

ГОСТ 2.851—75. Определяет общие правила выполнения горной графической документации. Стандарт не распространяется на планы земной поверхности горных предприятий, выполняемых по техническим требованиям б. ГУГК (ныне Комитет по геодезии и картографии при Кабинете Министров СССР).

Раздел 1 предусматривает, что форматы горных чертежей, за исключением маркшейдерских планов, выбираются по ГОСТ 2.301—68.

Раздел 2 устанавливает масштабы изображений на горных чертежах, они должны выбираться из следующего ряда: 1 : 5, 1 : 10, 1 : 20, 1 : 50, 1 : 100, 1 : 200, 1 : 500, 1 : 1000, 1 : 2000, 1 : 5000, 1 : 10 000, 1 : 25 000.

Разрезы, сечения, профили допускается выполнять в разных масштабах в горизонтальном и вертикальном направлениях. В таких случаях указывается сверху масштаб горизонтальный, а под ним — вертикальный, например: 1 : 5000
1 : 500.

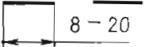
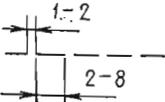
Раздел 3 устанавливает начертание и основные назначения линий. Они выполняются по ГОСТ 2.303—68 (табл. 10.4).

На маркшейдерско-геологических чертежах допускается толщина сплошной основной линии от 0,1 до 0,8 мм.

Остальные разделы устанавливают правила выполнения на горных чертежах надписей, технических требований и таблиц, нанесение размеров, основные надписи и правила составления маркшейдерско-геологических чертежей.

Таблица 10.4

Начертание и основные назначения линии

Наименование	Начертание	Толщина линии по отношению к толщине основной линии	Основное назначение
1	2	3	4
1. Сплошная основная	 S	S	Линии видимого контура, линии перехода видимые, линии контура сечения (вынесенного и входящего в состав разреза)
2. Сплошная тонкая	 от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$	$\frac{S}{3} \div \frac{S}{2}$	Линии контура наложенного сечения, линии размерные и выносные, линии штриховки; полки линий-выносок и подчеркивание надписей; линии ограничения выносных элементов на видах, разрезах и сечениях; линии перехода воображаемые; следы плоскостей; линии построения характерных точек при специальных построениях
3. Разомкнутая	 от S до $1\frac{1}{2}S$	$S \div 1\frac{1}{2}S$	Линии сечений
4. Сплошная волнистая	 от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$	$\frac{S}{3} \div \frac{S}{2}$	Линии обрыва; линии разграничения вида и разреза
5. Штриховая	 от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$	$\frac{S}{3} \div \frac{S}{2}$	Линии невидимого контура; линии перехода невидимых

ГОСТ 2.855—75 регламентирует обозначения условных горных выработок. Стандарт устанавливает условные графические обозначения горных выработок при открытом и подземном способах разработки, очагов опасности и предохранительных сооружений в горных выработках, границ безопасного ведения горных работ, пунктов опорных и съемочных сетей в горных выработках. На рис. 10.3 даны примеры выполнения безмасштабных условных знаков разведочных выработок — шурфов (*а*), буровых скважин (*б*, *в*) и канав (*г*). В условных обозначениях следует указывать номер выработки и год ее проходки, высотные отметки устья и подошвы выработки (если проходка выработки закончена). В условном обозначении наклонной скважины (рис. 10.3, *в*) следует указывать направление и угол наклона скважины.

ГОСТ 2.856—75 приводит условные обозначения производственно-технических объектов.

ГОСТ 2.857—75 дает условные обозначения полезных ископаемых, горных пород и условий их залегания. Стандарт не распространяется на мелкомасштабные геологические карты и карты полезных ископаемых, выпускаемые ГУГК.

В разделе 1 приведены общие положения, раздел 2 устанавливает обозначения условий залегания тел полезных ископаемых. На рис. 10.4 даны примеры условных обозначений: выходов (обнажений) горных пород — *а*, изогипс — *б*, залегания пород — *в*, осей синклиналей и антиклиналей — *г*. В условных обозначениях синклиналей и антиклиналей стрелкой вдоль оси и цифрой рядом со стрелкой следует показывать направление и угол погружения оси складки; стрелкой, перпендикулярной к оси, и цифрой рядом с ней — направление и угол наклона осевой плоскости. При постоянных углах погружения оси и наклона осевой плоскости стрелки следует помещать через 15—20 см на плане; так же размещают стрелки, показывающие тип складки.

В остальных разделах приведены условные обозначения: в разделе 3 — полезных ископаемых, 4 — минералов, 5 — магматических горных пород, 6 — осадочных горных пород, 7 — метаморфических горных пород, 8 — вторичных изменений полезных ископаемых и горных пород.

Геологические карты составляются и оформляются в соответствии с «Инструкцией по составлению и подготовке к изданию листов государственной геологической карты СССР масштаба 1: 200 000». В инструкции наряду с общими положениями устанавливается содержание геологической карты, правила построения геологических разрезов, содержание карты полезных ископаемых, зарамочное оформление геологической карты и карты полезных ископаемых, содержание объяснительной записки, условные знаки (рис. 10.5). Условные обозначения элементов залегания несколько отличаются от аналогичных по ГОСТ 2.857—75.

10.3. ОСНОВЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

В настоящее время ЭВМ находят все более широкое применение в автоматизации выполнения графических работ. Эта сфера применения ЭВМ получила название машинной графики. Машинная графика объединяет: автоматизированное создание и разработку графической документации; внесение изменений и редактирование существующих графических документов (чертежей, графиков, диаграмм и т. д.); работу с архивами и банками информации, поиск существующих решений и их использование в создании новой документации.

На первом этапе развития машинной графики стояла задача программирования практически всего чертежа. Такие системы работают в пакетном режиме и их главным недостатком было то, что получить результат, оценить его и внести исправления можно было только через довольно большое время.

С развитием технических и программных средств системы машинной графики становятся интерактивными, т. е. позволяют осуществлять построение чертежей и другой информации в диалоговом режиме. По своему назначению средства машинной графики можно разделить на технические, информационные и программное обеспечение.

Технические средства автоматизации графических работ

К техническим средствам, помимо самих ЭВМ, в первую очередь относятся устройства ввода, ввода-вывода и вывода графической информации. Система взаимосвязи технических средств машинной графики представлена на рис. 10.6.

Устройства ввода графической информации (УГВ) можно разделить на автоматические и полуавтоматические. Автоматические УГВ пока не нашли широкого применения. К полуавтоматическим устройствам относятся полуавтоматы кодирования графической информации (ПКГИО), предназначенные для полуавтоматического формирования кодового описания чертежа и рассчитанные на позиционирование элементов чертежа с указанием типа линий, символов русского, латинского и греческого алфавитов. К полуавтоматическим УГВ относятся также графические планшеты, например полуавтоматическое планшетное устройство считывания и преобразования графической информации — СМ-6402. Основой функционирования УГВ является передача данных в ЭВМ с помощью графического планшета 1 и указки 2 и функциональной клавиатуры 4 (рис. 10.7).

Устройство ввода-вывода графической информации представляет собой графический дисплей 3, на экране которого можно выводить графические элементы и получать графическую информацию. Световым карандашом 5 можно осуществлять рисование,

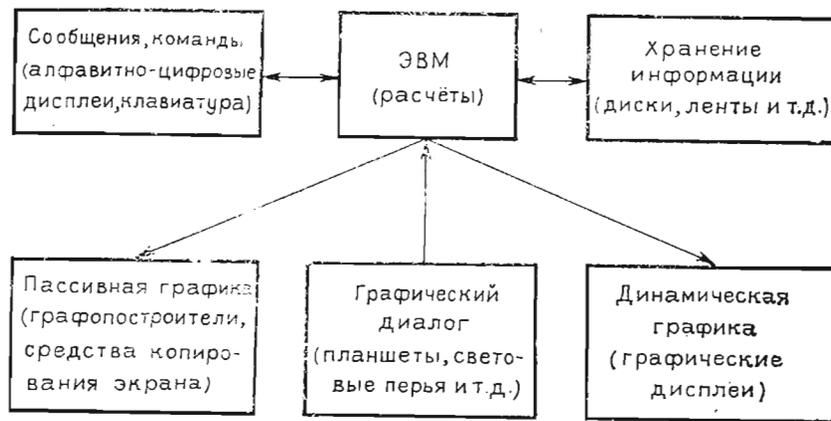


Рис. 10.6

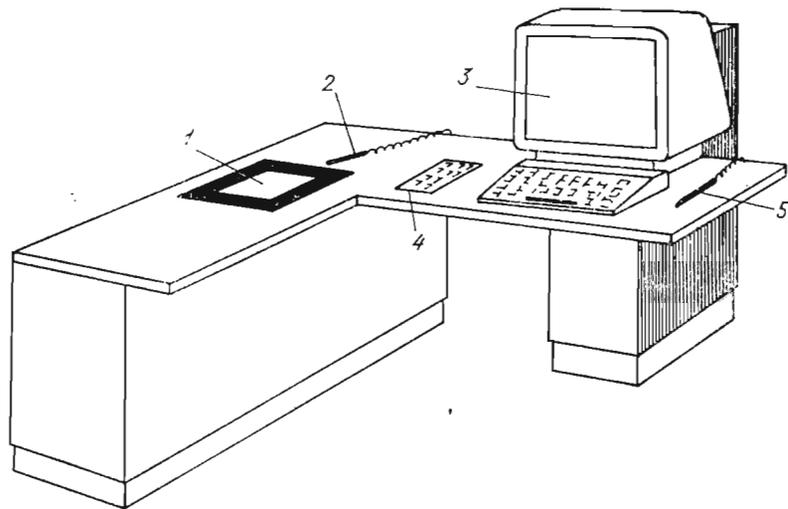


Рис. 10.7

стирание, движение и поворот изображения, масштабирование и выборку. Графические дисплеи имеют различные физические принципы работы, параметры и характеристики, но все они могут быть использованы как для ввода графической и алфавитно-цифровой информации, так и для ее вывода.

Для единой системы ЭВМ выпускается графический дисплей ЕС-7064. Для ЭВМ системы СМ выпускаются: устройство отображения графической информации СМ-7300, точечный графический

видеотерминал СМ-7301, дисплей графический полутонный СМ-7304, интеллектуальный графический видеотерминал СМ-7306, широкоформатный графический экранный пульт проектировщика СМ-7316*.

Устройства для вывода графической информации из ЭВМ относятся к средствам пассивной графики. Это средства копирования экрана и графопостроители, позволяющие получать графическую информацию на бумаге, кальке или светочувствительной пленке. Устройства копирования экрана предназначены для быстрой фиксации графических представлений, которые в данный момент видны на экране дисплея. При таком копировании воспроизводятся возможные дефекты изображения на экране. Полученная при этом графическая информация представляет собой скорее вспомогательное средство чем настоящую документацию.

Графопостроители позволяют получать высокого качества чертежи и работают в отлаженном режиме, т. е. вне реальной работы дисплея. Графопостроители имеют разные конструкции, но наиболее распространены планшетные и рулонные графопостроители.

Графопостроитель планшетного типа содержит планшет, к которому вакуумными присосками или электромагнитным способом прикрепляется бумага. По направляющим линейкам планшета в направлении оси абсцисс x перемещается траверса, вдоль которой в направлении оси ординат y перемещается пишущий узел. Движение траверсы и пишущему узлу сообщается электропривод, работа которого осуществляется под действием команд, поступающих с перфоленты, магнитной ленты или непосредственно с ЭВМ. Линии чертежа представляют собой траекторию суммарного движения траверсы и пишущего узла. Серийно выпускаются планшетные графопостроители ЕС-7051 и ЕС-7054.

В графопостроителях рулонного типа бумажная лента перемещается по оси абсцисс x , а пишущий узел осуществляет возвратно-поступательное движение по оси ординат y . Серийно выпускаются рулонные графопостроители ЕС-7052 и ЕС-7053.

Программные средства. При автоматизации графических работ используются алгоритмические языки ФОРТРАН, АЛГОЛ, PL/1 и другие с расширенными возможностями. Однако основные языки программирования недостаточно эффективны для обработки графической информации. Поэтому на их основе разработаны геометрически ориентированные алгоритмические языки ФАП-КФ (формализованный аппарат геометрического моделирования на основе компилятора с языка ФОРТРАН), АЛГРАФ (алгоритмическая графика), ГРАФОР, РАД-ЕС, графический пакет ЕС ЭВМ, GPL/1.

* Технические средства АСУ. Справочник. Под общ. ред. Г. Б. Кезлинга. Т. 1 и 2.— Л.: Машиностроение, 1986.

10.4. ПРИМЕРЫ КОНТРОЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ И КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ГРАФИКЕ*

Контрольные домашние задания являются итоговыми и выполняются самостоятельно для более глубокого усвоения и закрепления информации, полученной на лекциях и практических занятиях.

Важное значение при выполнении заданий имеет своевременная проработка соответствующих разделов теории. Теоретический материал является геометрической основой при решении отдельных элементов каждого задания. Определенный навык студенты приобретают также при выполнении домашних упражнений.

Следует обратить внимание на терминологию и некоторые геологические понятия, встречающиеся в исходных данных контрольных заданий. Эту терминологию желательно сразу запомнить, так как в дальнейшем она будет широко использоваться в специальных дисциплинах. Если какой-либо геологический термин окажется непонятным, рекомендуется, чтобы преподаватель подробно разъяснил значение этого термина.

Контрольные задания выполняются на листах чертежной бумаги формата А3 (297 × 420 мм) в соответствии с ГОСТ 2.301—68 (СТ СЭВ 1181—78).

Основа чертежа выполняется в тонких линиях остро отточенным карандашом марки 2Т с последующей обводкой тушью по ГОСТ 2.303—68 (СТ СЭВ 1178—78) — Линии. Основным условием успешного решения и оформления контрольных заданий является точность графических построений на чертеже. Для работы необходимо иметь выверенный чертежный инструмент, обеспечивающий точность построений. Все надписи на чертеже выполняются стандартным шрифтом по ГОСТ 2.304—81 «Шрифты чертежные».

Контрольная работа № 1. «Определение параметров геологического пласта»

Контрольная работа содержит 15 вариантов заданий.

В а р и а н т 1

На поверхности в точке *A* прослежен выход кровли кварцевого песка, азимут видимого падения которого СВ 65°, угол видимого падения 21°. Второе обнажение кровли прослежено в точке *B* на расстоянии 116 м к северу от точки *A*, его отметка 310 м. Отметка обнажения в точке *A* равна 250 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли кварцевого песка.
2. В точке *E* определить глубину залегания нижележащего слоя

* Контрольные задания могут выполняться студентами также в аудитории под руководством преподавателя.

бурой глины, если истинная мощность песка равна 35 м. Отметка точки *E* равна 290 м.

3. Построить изогипсы подошвы песка.

4. Определить видимые угол падения и мощность кварцевого песка, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением падения слоя и линией этого разреза равен 55°.

5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, спроектированной в точке *R* перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки *R* равна 380 м.

Координаты точек (в мм): *A* (130, 135), *R* (90, 208), *E* (155, 135);
M 1 : 1000

В а р и а н т 2

Кровля конгломератов обнажается в точке *A*, отметка которой равна 276 м. Второе обнажение кровли прослежено в точке *B* на расстоянии 93 м к югу от точки *A*, его отметка 315 м. Третье обнажение кровли прослежено в точке *C* на расстоянии 137 м от точки *A* по азимуту ЮВ 105°. Отметка третьего обнажения 342 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли конгломератов.
2. В точке *E* определить глубину залегания нижележащего слоя песчаника, если истинная мощность конгломератов равна 43 м. Отметка точки *E* 328 м.

3. Построить изогипсы подошвы слоя конгломератов.

4. Определить видимые угол падения и мощность конгломератов, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением простирания слоя и линией этого разреза равен 28°.

5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, спроектированной в точке *R* перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки *R* равна 407 м.

Координаты точек (в мм): *A* (224, 135), *R* (217, 106), *E* (165, 120);
M 1 : 1000.

В а р и а н т 3

Вертикальные скважины в точках *A* и *B* вскрыли слой серого доломита. Абсолютные отметки кровли слоя в точке *A* 205 м, в точке *B* 253 м. Третья вертикальная скважина вскрыла кровлю слоя в точке *C* на отметке 238 м, а подошву слоя в точке *P* на отметке 185 м. Расстояние между точками *A* и *B* равно 125 м, между точками *B* и *C* — 113 м, между точками *A* и *C* — 91 м. Азимут линии, соединяющей точки *A* и *B*; — ЮВ 105°, точка *C* расположена к юго-западу от линии, соединяющей точки *A* и *B*.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли доломита.
2. Определить истинную мощность слоя доломита.
3. Построить изогипсы подошвы слоя доломита.
4. Определить видимые угол падения и мощность доломита, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением простирания слоя и линией этого разреза равен 37°.

5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки R равна 349 м. Координаты точек (в мм): A (235, 146), R (220, 128); M 1 : 1000.

В а р и а н т 4

В обнажении оврага в точке A замерено видимое падение кровли песчаника, азимут которого ЮВ 148° , видимый угол падения 32° . Второе обнажение кровли прослежено в точке B на расстоянии 117 м от точки A по азимуту ЮЗ 221° . Отметка обнажения в точке A 388 м, в точке B 337 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли песчаника.
2. В точке E определить глубину залегания нижележащего слоя доломитов, если истинная мощность песчаника равна 38 м. Отметка точки E 390 м.
3. Построить изогипсы подошвы слоя песчаника.
4. Определить видимые угол падения и мощность песчаника, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением падения слоя и линией этого разреза равен 57° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки R равна 464 м. Координаты точек (в мм): A (235, 200), R (115, 194), E (180, 202); M 1 : 1000.

В а р и а н т 5

В карьере, где разрабатывается известняк, на стенках забоя с азимутами ЮЗ 232° и ЮВ 148° наблюдается выход кровли ржаво-бурого известняка. Проведенные в точке A замеры показали видимые углы падения — по первой стенке 43° , по второй — 24° . Подошва слоя обнажается в точке P на расстоянии 119 м к югу от точки A . Отметки обнажений: в точке A 747 м, в точке P 647 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли ржаво-бурого известняка.
2. Определить истинную мощность слоя известняка.
3. Построить изогипсы подошвы слоя известняка.
4. Определить видимые угол падения и мощность известняка, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением простиранья слоя и линией этого разреза равен 23° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки R равна 802 м. Координаты точек (в мм): A (225, 195), R (132, 143); M 1 : 1000.

В а р и а н т 6

В обнажении оврага наблюдается выход кровли серой глины. По выходу кровли в точке A был замерен азимут видимого падения слоя СВ 52° , угол видимого падения 28° . Второе обнажение кровли

прослежено в точке B на расстоянии 119 м от точки A по азимуту ЮВ 110° . Отметка обнажения в точке A 498 м, в точке B 448 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли серой глины.
2. В точке E определить глубину залегания нижележащего слоя известняка, если истинная мощность глины равна 52 м. Отметка точки E 490 м.
3. Построить изогипсы подошвы слоя серой глины.
4. Определить видимые угол падения и мощность глины, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением падения слоя и линией этого разреза равен 63° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки R равна 585 м. Координаты точек (в мм): A (160, 135), R (172, 259), K (195, 190); M 1 : 1000.

В а р и а н т 7

Вертикальные скважины вскрыли слой черной глины в точках A и B . Абсолютные отметки кровли слоя в точке A 387 м, в точке B 449 м. Третья вертикальная скважина вскрыла кровлю слоя в точке C на отметке 413 м, а подошву слоя в точке P на отметке, 357 м. Расстояние между точками A и B равно 130 м, между точками B и C — 77 м, между точками A и C — 118 м. Азимут линии, соединяющей точки A и B , — СВ 56° , точка C расположена к юго-востоку от линии, соединяющей точки A и B .

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли черной глины.
2. Определить истинную мощность слоя черной глины.
3. Построить изогипсы подошвы слоя черной глины.
4. Определить видимые угол падения и мощность черной глины, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением падения слоя и линией этого разреза равен 51° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки R равна 541 м. Координаты точек (в мм): A (150, 120), R (105, 196); M 1 : 1000.

В а р и а н т 8

Кровля глинистых сланцев обнажается в точке A , отметка которой равна 123 м. Второе обнажение кровли прослежено в точке B на расстоянии 110 м к северу от точки A , его отметка 168 м. Третье обнажение кровли прослежено в точке C на расстоянии 127 м от точки B по азимуту ЮВ 129° . Отметка третьего обнажения 105 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли глинистых сланцев.
2. В точке E определить глубину залегания нижележащего слоя известняка, если истинная мощность сланцев равна 38 м. Отметка точки E 140 м.

3. Построить изогипсы подошвы сланцев.
4. Определить видимые угол падения и мощность глинистых сланцев, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением простираения и линией этого разреза равен 36° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке *R* перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки *R* равна 250 м. Координаты точек (в мм): *A* (150, 140), *R* (120, 203), *E* (140, 170); *M* 1 : 1000.

В а р и а н т 9

На стенке шурфа в точке *A* прослежено видимое падение кровли известняка, азимут которого ЮВ 105° , видимый угол падения 13° . Второе обнажение кровли прослежено в точке *B* на расстоянии 110 м от точки *A* по азимуту ЮВ 131° . Пробуренная в этой точке вертикальная скважина вскрыла подошву известняка в точке *P* на отметке 529 м. Отметка точки *A* 554 м, точки *B* 585 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли известняка.
2. Определить истинную мощность слоя известняка.
3. Построить изогипсы подошвы слоя известняка, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением падения слоя и линией этого разреза равен 52° .
4. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке *R* перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки *R* 690 м. Координаты точек (в мм): *A* (240, 185), *R* (155, 131); *M* 1 : 1000.

В а р и а н т 10

Кровля кристаллического гипса обнажается в точке *A*, отметка которой равна 221 м. Второе обнажение кровли прослежено в точке *B* на расстоянии 105 м к востоку от точки *A*, его отметка 243 м. Третье обнажение кровли прослежено в точке *C* на расстоянии 114 м от точки *A* по азимуту ЮВ 142° . Отметка третьего обнажения 265 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли кристаллического гипса.
2. В точке *E* определить глубину залегания нижележащего слоя песчаного известняка, если истинная мощность гипса равна 46 м. Отметка точки *E* 275 м.
3. Построить изогипсы подошвы слоя гипса.
4. Определить видимые угол падения и мощность гипса, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением падения слоя и линией этого разреза равен 55° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке *R* перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки *R* равна 365 м.

Координаты точек (в мм): *A* (225, 135), *R* (217, 117) *E* (200, 199). *M* 1 : 1000.

В а р и а н т 11

Кровля песчаного известняка обнажается в точке *A*, отметка которой равна 126 м. Второе обнажение кровли прослеживается в точке *B* на расстоянии 108 м к северу от точки *A*, его отметка 168 м. Третье обнажение кровли прослежено в точке *C* на расстоянии 110 м от точки *B* по азимуту ЮВ 129° . Отметка третьего обнажения 103 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли песчаного известняка.
2. В точке *E* определить глубину залегания нижележащего слоя белого доломита, если истинная мощность известняка равна 38 м. Отметка точки *E* 156 м.
3. Построить изогипсы подошвы слоя известняка.
4. Определить видимые угол падения и мощность песчаного известняка, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением простираения слоя и линией этого разреза равен 38° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке *R* и перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки *R* равна 252 м. Координаты точек (в мм): *A* (150, 140), *R* (120, 203), *E* (170, 171); *M* 1 : 1000.

В а р и а н т 12

В карьере, где разрабатывается известняк, на стенках забоя с азимутами ЮЗ 228° и ЮВ 145° наблюдается выход кровли серой глины. Проведенные в точке *A* замеры показали видимые углы падения по первой стенке 44° , по второй 22° . Подошва слоя обнажается в точке *P* на расстоянии 117 м к югу от точки *A*. Отметки обнажений в точке *A* 364, в точке *P* 263 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли серой глины.
2. Определить истинную мощность слоя серой глины.
3. Построить изогипсы подошвы слоя серой глины.
4. Определить видимые угол падения и мощность слоя, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением простираения слоя и линией этого разреза равен 27° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке *R* перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки *R* равна 421 м. Координаты точек (в мм): *A* (225, 155), *R* (127, 205); *M* 1 : 1000.

В а р и а н т 13

Вертикальные скважины вскрыли слой углистого сланца в точках *A* и *B*. Абсолютные отметки кровли слоя в точке *A* 529 м, в точке *B* 573 м. Третья вертикальная скважина вскрыла кровлю слоя в точке *C* на отметке 583 м, а подошву слоя в точке *P* на отметке 536 м. Расстояние между точками *A* и *B* равно 118 м, между

точками B и C — 106 м, между точками A и C — 117 м. Азимут линии, соединяющей точки A и B , — СВ 279° , точка C расположена к северо-востоку от линии, соединяющей точки A и B .

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли слоя углистого сланца.
2. Определить истинную мощность слоя углистого сланца.
3. Построить изогипсы подошвы слоя углистого сланца.
4. Определить видимые угол падения и мощность слоя, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением падения слоя и линией этого разреза равен 52° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки R равна 690 м. Координаты точек (в мм): A (150, 248), R (122, 221); M 1 : 1000.

В а р и а н т 14

В карьере, где разрабатывается известняк, на стенках забоя с азимутами ЮВ 158° и СВ 72° наблюдается выход кровли светло-серого мергеля. Проведенные в точке A замеры показали видимые углы падения по первой стенке 39° , по второй 24° . Подошва слоя мергеля обнажается в точке P на расстоянии 130 м к югу от точки A . Отметка обнажения в точке A 747 м, в точке P 650 м.

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли светло-серого мергеля.
2. Определить истинную мощность слоя светло-серого мергеля.
3. Построить изогипсы подошвы слоя светло-серого мергеля.
4. Определить видимые угол падения и мощность мергеля, замеренные в косом разрезе, если угол между направлением простирания слоя и линией этого разреза равен 27° .
5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки R равна 805 м. Координаты точек (в мм): A (115, 195), R (129, 207); M 1 : 1000.

В а р и а н т 15

Вертикальные скважины вскрыли кровлю белого мела в точках A и B . Абсолютные отметки кровли в точке A 426 м, в точке B 454 м. Третья вертикальная скважина вскрыла кровлю слоя в точке C на отметке 496 м, а подошву слоя в точке P на отметке 442 м. Расстояние между точками A и B — 120 м, между точками B и C — 114 м, между точками A и C — 137 м. Азимут линии, соединяющей точки A и B , — СВ 65° , точка C расположена к юго-востоку от линии, соединяющей точки A и B .

Требуется:

1. Определить элементы залегания кровли белого мела.
2. Определить истинную мощность слоя белого мела.
3. Построить изогипсы подошвы слоя белого мела.
4. Определить видимые угол падения и мощность мела, замеренные

в косом разрезе, если угол между направлением падения слоя и линией этого разреза равен 50° .

5. Определить зенитный угол и наклонную глубину скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Отметка точки R равна 552 м.

Координаты точек (в мм): A (200, 149), R (248, 180); M 1 : 1000.

Рекомендации по выполнению контрольного задания

А. Анализ условия задания. Составление геометрической модели изучаемого геологического объекта

Под слоем в геологии понимают плоское однородное тело, сложенное той или иной горной породой. Слой ограничен двумя структурными поверхностями, верхнюю из которых при нормальном залегании слоя называют кровлей, а нижнюю — подошвой слоя. Если слой горной породы не деформирован и рассматривается на сравнительно небольшой протяженности, то кровлю и подошву слоя приравнивают к двум параллельным плоскостям.

Видимым падением слоя называют прямолинейное направление на структурной плоскости (т. е. прямую, принадлежащую плоскости), не перпендикулярное к ее линии простирания. Угол видимого падения всегда меньше истинного падения слоя.

Обнажением в геологии называют геометрическое место точек выхода структурной плоскости (кровли или подошвы слоя) на дневную поверхность. Эти точки принадлежат линии пересечения структурной плоскости с рельефом местности (топографической поверхностью).

По расстояниям между различными точками обнажения кровли или точками пересечения кровли с вертикальными скважинами устанавливаем, что в приведенных задачах слой горной породы рассматривается в пределах небольшой площади. Тогда, приравняв кровлю и подошву слоя к плоскостям, получим в пространстве геометрическую модель двух параллельных наклонных плоскостей Σ и Λ , где плоскость Σ — кровля слоя, а плоскость Λ — его подошва. В вариантах 3, 7, 13 и 15 структурная плоскость Σ (кровля слоя) определена точками пересечения ее с тремя вертикальными скважинами (вертикальными прямыми), а в вариантах 2, 8, 10 и 11 — точками обнажения кровли.

Выписав указанные в условии задания абсолютные отметки точек обнажений, точек пересечения вертикальных скважин с кровлей слоя, расстояний между этими точками, азимуты линий, их соединяющих, элементы залегания видимых падений, следует попытаться составить схему расположения на плане проекций указанных в условии геометрических фигур. Схема необходима для более четкого уяснения графической основы рассматриваемой задачи.

горизонтально. По заданным в условии координатам строят проекции точек A и R (в некоторых вариантах и точки E). Координаты указанных точек даны в миллиметрах, следовательно, построение их проекций на плане проводится в натуральную величину (без учета масштаба чертежа).

Определив положение точки A и указав ее числовую отметку, проводят по азимуту 65° линию, на которой должна находиться проекция точки B (рис. 10.9). Проекция точки B и C строят с учетом истинного расстояния (в метрах) от этих точек до базовой точки A в масштабе плана. Величины горизонтальных проложений отрезков $|AB|$, $|BC|$ и $|AC|$ определяют построением профилей этих отрезков (рис. 10.10). Все профили строятся на одном сводном разрезе, который располагается в средней нижней части чертежа (см. рис. 10.8). Построив проекцию точки B , с помощью двух засечек циркулем из точек A и B , строят проекцию точки C , которая по условию располагается к юго-востоку от отрезка $|AB|$.

Этап 2. Определение элементов залегания кровли слоя. Для построения первой горизонтали кровли слоя (плоскости Σ) с помощью профиля на отрезке $|AC|$ находят точку с такой же числовой отметкой, как и у точки B . Проведенная через эти точки горизонталь является дополнительной, так как ее числовая отметка не кратна 10. Для построения основных горизонталей кровли с отметками, кратными 10, по профилю отрезка $|AC|$ найдены точки с отметками 450 и 460 м, через которые и пройдут основные горизонталь параллельно первой. Азимут падения кровли слоя определяется после построения линии падения u^Σ . Величину угла падения кровли можно определить методом прямоугольного треугольника или построением профиля нормального разреза.

Этап 3. Определение истинной мощности слоя и глубины залегания слоя в заданной точке E . Определение истинной мощности слоя H сводится к определению истинного расстояния между параллельными структурными плоскостями Σ и Λ (кровлей и подошвой слоя) с помощью прямого разреза, выполненного вертикальной плоскостью, проведенной через конкурирующие точки C и P .

Примечание. В вариантах 3, 5, 7, 9, 12, 13, 14 и 15 по условию задачи необходимо определить истинную мощность слоя, если известно расположение точки P , принадлежащей подошве слоя (плоскость Λ). В перечисленных вариантах секущую плоскость Λ можно провести через указанную точку.

В вариантах 1, 2, 4, 6, 8, 10, 11 по условию задачи необходимо определить глубину залегания нижележащего слоя в заданной точке E . Разрез в этом случае надо провести через проекцию этой точки, так как эта точка принадлежит земной поверхности, а под глубиной залегания слоя в геологии, как отмечалось выше, понимают расстояние от точки земной поверхности до точки слоя, замеренное в вертикальном направлении.

Для построения прямого разреза в верхнем левом углу формата (см. рис. 10.8) на расстоянии примерно 15 мм от левой линии рамки

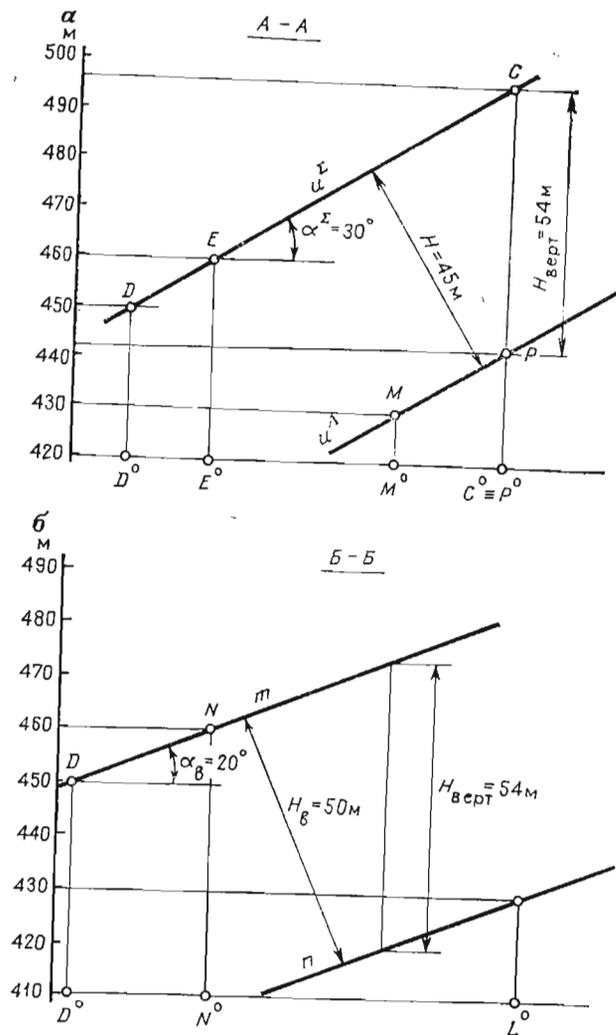


Рис. 10.11

проводят линию вертикального масштаба. Сверху необходимо оставить место для надписи, обозначающей линию разреза.

Для того чтобы построить на профиле прямого разреза $A-A$ (рис. 10.11, а) линию падения плоскости $\Sigma-u^\Sigma$, на плане (см. рис. 10.10) отмечаем две точки D и E пересечения горизонталей плоскости Σ с плоскостью разреза. Профиль прямой u^Σ на разрезе будет определяться проекциями этих точек, а угол наклона его к горизонту соответствует углу падения слоя.

Профиль линии падения u^{Λ} (подошвы слоя) проводим на разрезе через проекцию точки P , заданной по условию задачи. Так как $\Sigma \parallel \Lambda \Rightarrow u^{\Sigma} \parallel u^{\Lambda}$. Истинная мощность слоя определяется кратчайшим расстоянием между профилями линий падения плоскостей Σ и Λ — $|u^{\Sigma} u^{\Lambda}| = |\Sigma \Lambda|$.

Примечание: Глубина залегания слоя определяется по профилю разреза расстоянием между проекциями конкурирующих точек, одна из которых принадлежит топографической поверхности (рельефу местности), а другая — прямой u^{Λ} . Заметим, что на профиле разреза проекции указанных точек располагаются на одной и той же линии вертикальной связи. В вариантах 1, 2, 4, 6, 8, 10 и 11 мощность слоя известна по условию задачи. В этом случае профиль линии u^{Λ} на разрезе проводят на расстоянии, равном указанной мощности слоя, исходя из условия: $u^{\Sigma} \parallel u^{\Lambda}$.

Расстояние на профиле разреза между линиями u^{Σ} и u^{Λ} в вертикальном направлении в геологии называют вертикальной мощностью слоя $H_{\text{верт}}$, которая при наклонном залегании слоев всегда больше истинной.

Замерив величину угла падения слоя в градусах и истинную и вертикальную мощность в метрах, укажите полученные параметры в ответе.

Этап 4. Построение изогипс подошвы слоя. По условиям рассматриваемой задачи структурные плоскости (кровля и подошва) слоя располагаются параллельно друг другу. Следовательно, их изогипсы будут параллельными прямыми. Простейшим решением задачи в вариантах 3, 7, 9, 13 и 15 будет, если первую изогипсу подошвы провести через точку P , принадлежащую по условию структурной плоскости Λ (подошве слоя). Но тогда ее проекция на плане совпадет с проекцией другой изогипсы, проходящей через точку C , принадлежащую плоскости Σ (кровле слоя). Чертеж будет мало выразительным, так как $h^{\Sigma} \equiv h^{\Lambda}$. Поэтому во всех вариантах первую изогипсу подошвы слоя (плоскость Λ) следует провести так, чтобы ее проекция на плане отстояла от проекции ближайшей изогипсы кровли (плоскость Σ) на расстоянии 20—25 мм.

Для построения проекции точки, через которую должна пройти проекция первой изогипсы подошвы слоя, на профиле u^{Λ} отметим точку M с целой числовой отметкой (см. рис. 10.11; а). Построив проекцию точки M на плане, проведем через нее первую изогипсу подошвы слоя, исходя из условия что $h^{\Sigma} \parallel h^{\Lambda}$. Построение второй целой изогипсы подошвы выполняется из условия: $\Sigma \parallel \Lambda \Rightarrow l^{\Sigma} = l^{\Lambda}$.

Этап 5. Определение видимого угла падения и видимой мощности слоя, замеренных в косом разрезе.

В геологии косым называется такой разрез, вертикальная секущая плоскость которого не перпендикулярна к наклонной структурной плоскости (кровле или подошве слоя). Если в нормальном разрезе секущая плоскость пересекает структурную плоскость Σ

по линии падения u^{Σ} , то в косом разрезе линией пересечения структурной плоскости Σ с плоскостью разреза является произвольная прямая m , определяющая направление и величину угла видимого падения слоя (рис. 10.11, б). Следует иметь в виду, что секущая плоскость Δ косого разреза пересечет не только кровлю слоя (плоскость Σ), но и его подошву (плоскость Λ). Таким образом, как и в нормальном разрезе, в косом мы получим две параллельные друг другу конкурирующие прямые m и n . Однако расстояние между прямыми m и n не соответствует истинному расстоянию между структурными плоскостями Σ и Λ , иначе говоря не определяет истинной мощности слоя: $|mn| \neq |\Sigma \Lambda|$.

Решение задачи данного этапа следует начинать с проведения на плане проекции вертикальной секущей плоскости, которая по условию задачи составляет с направлением падения слоя угол, равный 50° (см. рис. 10.10). Отмечаем на плане проекции точек D , N и L пересечения плоскости разреза с изогипсами кровли (плоскость Σ) и подошвы (плоскость Λ) слоя. Прямая n определяется только одной точкой L , так как $m \parallel n$.

Построение профиля косого разреза $B-B$ (рис. 10.11, б) выполняется в левом нижнем углу формата (см. рис. 10.8). Замерив на профиле кратчайшее расстояние между прямыми m и n и угол наклона прямой m (равно, как и прямой n) к горизонту, определим видимую мощность и видимый угол падения слоя (в косом разрезе $B-B$).

Видимая мощность слоя всегда больше его истинной мощности: $H_{\text{в}} > H$, а видимый угол падения меньше истинного: $\hat{\alpha}_{\text{в}} < \hat{\alpha}^{\Sigma}$. Полученные результаты указываются в ответе.

Для проверки графических построений замерим расстояние в вертикальном направлении между прямыми m и n , полученное в косом разрезе, и прямыми u^{Σ} и u^{Λ} , полученное в нормальном разрезе. Эти расстояния должны быть равны между собой. Их называют вертикальной мощностью слоя $H_{\text{верт}}$. Вертикальная мощность не зависит от направления секущей плоскости и постоянна для любого направления разреза (см. рис. 10.11, а и б). Видимая мощность изменяется в зависимости от направления разреза: она увеличивается от значения истинной мощности в разрезе вкрест простираения до значения вертикальной мощности в разрезе, выполненном по направлению простираения слоя $H < H_{\text{в}} < H_{\text{верт}}$.

Этап 6. Определение зенитного угла и наклонной глубины скважины, запроектированной в точке R перпендикулярно к кровле слоя. Зенитным углом скважины называют линейный угол, составленный осью скважины и вертикальным направлением u , следовательно, величина зенитного угла дополняет угол наклона скважины к горизонту до 90° : $\gamma_{\text{скв}} + \hat{\alpha}_{\text{скв}} = 90^{\circ}$. Наклонной глубиной скважины с геометрической точки зрения будет истинная длина отрезка, соединяющего устье и забой скважины.

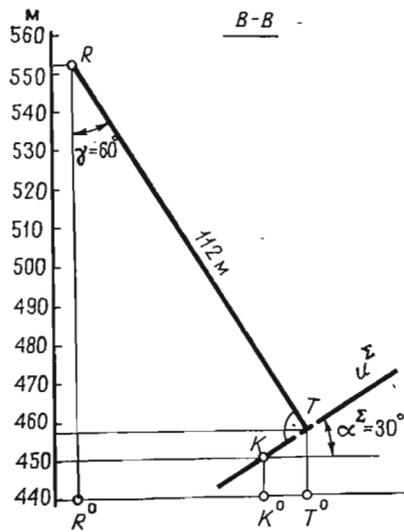


Рис. 10.12

Определить указанные величины удобно по профилю разреза, выполненного вертикальной плоскостью, проходящей через точку R перпендикулярно к кровле слоя (плоскость Σ) (см. рис. 10.9). Плоскость разреза пересечет плоскость Σ по линии падения u^2 , кратчайшее расстояние от точки R (устья скважины) до которой на профиле разреза $B-B$ и будет определять наклонную глубину скважины. Отметим на плане проекцию точки K пересечения плоскости разреза с одной из горизонталей плоскости Σ . Вторую точку, принадлежащую этой линии, строить не следует, так как угол падения плоскости Σ нам уже известен.

Линия вертикального масштаба при построении профиля разреза, выполненного по линии $B-B$, располагается в правой части формата (см. рис. 10.8). Отметки на этой линии наносят с учетом как отметки точки R , из которой проектируется скважина, так и отметки точки K , принадлежащей линии падения плоскости Σ (кровли слоя). При этом следует учесть место для надписи, которая сопровождает разрез, а также возможность определения точки пересечения линии падения u^2 с осью наклонной скважины, проведенной из точки R . Нанесем на профиле разреза проекции точек R (устья скважины) и K , принадлежащей u^2 (кровле слоя). Прямая u^2 пройдет через точку K и будет наклонена к линии горизонта под углом α^{Σ} . По условию задачи скважина проектируется перпендикулярно к кровле слоя (плоскость Σ). Следовательно, на профиле разреза ее ось будет перпендикулярна к линии падения кровли (рис. 10.12). Точку пересечения оси скважины с кровлей слоя называют забоем скважины. Отрезок $|RT|$ является наклонной глубиной скважины. Замерив длину $|RT|$ и величину зенитного угла γ , указываем полученные значения в ответе.

Оформление чертежа. Окончательное оформление чертежа выполняется согласно стандартам ЕСКД и ГОСТ 2.850—75 — ГОСТ 2.857—75 «Горная графическая документация». Проверив правильность решения задания, вместо точек A, B, C и R необходимо нанести условные знаки, обозначающие горные выработки, буровые скважины, обнажения и т. д. После чего чертеж обводится тушью.

Контрольная работа № 2. «Определение геометрических параметров геологической складки»

Контрольная работа содержит 10 вариантов задания.

Вертикальные буровые скважины вскрыли в точках A, B, C и K, L, M крылья складки, поверхности которых могут быть представлены соответственно как плоскости Σ и Λ . Замок складки представляет собой цилиндрическую поверхность. Заданы координаты точек A, B, C, K, L и M и радиус цилиндрической поверхности R . Масштаб 1 : 5000.

Требуется определить: элементы залегания крыльев складки, величину угла складки μ_0 , элементы залегания осевой (биссекторной) плоскости θ . Исходные данные представлены в табл. 10.5.

Таблица 10.5

Вариант 1

Плоскость	Точка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	160	170	1500
	B	10	120	1300
	C	125	50	1900
Λ	K	325	151	1600
	L	349	40	600
	M	230	50	200

$R = 50$ мм

Вариант 2

Плоскость	Точка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	205	160	1000
	B	235	270	800
	C	350	190	1300
Λ	K	290	130	100
	L	165	70	900
	M	295	20	600

$R = 70$ мм

Вариант 3

Плоскость	Точка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	150	225	1200
	B	160	95	400
	C	25	160	600
Λ	K	176	5	1300
	L	233	130	1100
	M	322	30	700

$R = 75$ мм

Вариант 4

Плоскость	Точка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	225	210	100
	B	55	255	900
	C	100	150	1100
Λ	K	330	215	700
	L	205	105	900
	M	355	50	500

$R = 60$ мм

Продолжение табл. 10.5

Вариант 5

Плос-кость	Точ-ка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	210	20	700
	B	70	10	1100
	C	140	150	800
Λ	K	385	180	1000
	L	248	225	700
	M	245	90	1400

R = 80 мм

Вариант 7

Плос-кость	Точ-ка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	88	80	1900
	B	210	115	1700
	C	92	210	2100
Λ	K	280	130	1800
	L	300	250	2700
	M	392	150	2400

R = 55 мм

Вариант 9

Плос-кость	Точ-ка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	10	95	800
	B	140	85	1300
	C	200	210	1200
Λ	K	265	25	1300
	L	285	170	800
	M	135	105	1100

R = 63 мм

Вариант 6

Плос-кость	Точ-ка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	185	225	1400
	B	100	85	1000
	C	35	185	100
Λ	K	375	170	1900
	L	310	30	1400
	M	235	130	1600

R = 35 мм

Вариант 8

Плос-кость	Точ-ка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	40	250	800
	B	200	180	1000
	C	35	125	1300
Λ	K	165	10	100
	L	304	83	1100
	M	193	135	300

R = 80 мм

Вариант 10

Плос-кость	Точ-ка	Координаты, мм		Высотная отметка, м
		x	y	
Σ	A	315	200	1400
	B	190	270	700
	C	165	155	900
Λ	K	350	20	400
	L	230	30	1000
	M	240	140	100

R = 75 мм

Рис. 10.13

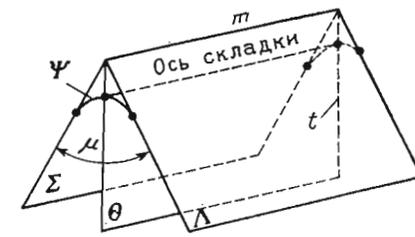
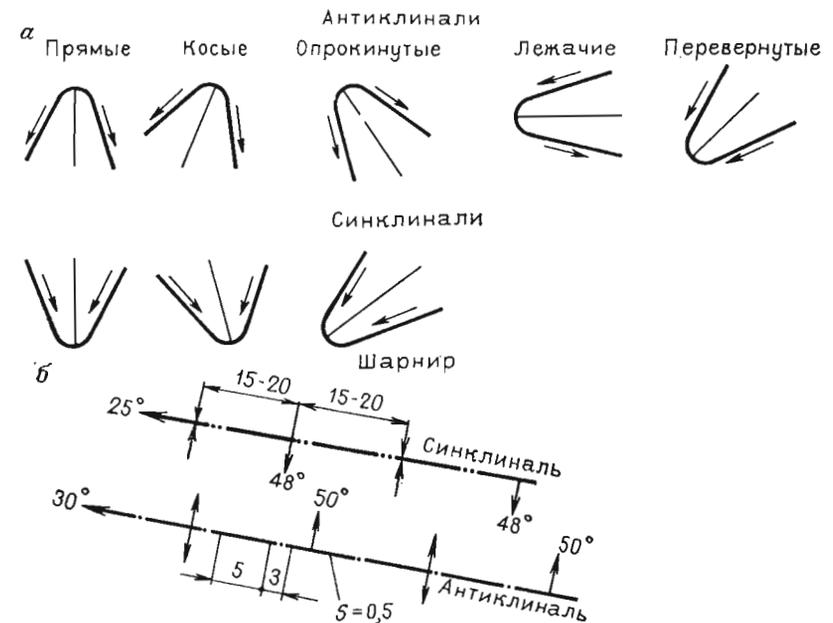


Рис. 10.14



Геометрическая модель геологической складки

Первоначально рассмотрим геометрическую модель геологической складки, когда крылья складки представляют собой поверхности, близкие к плоскостям, складка может быть смоделирована двугранным углом $\Sigma t \Lambda$ (рис. 10.13). Полу плоскости Σ и Λ моделируют крылья складки, криволинейная поверхность перехода одного крыла в другое Ψ носит название замка складки, а ребро двугранного угла t — шарнира складки. Биссекторная плоскость двугранного угла θ , проходящая через ребро t и биссектрису угла t , называется осью складки.

Складки делятся на антиклинальные и синклиальные. У антиклинальных складок изгиб слоев происходит таким образом,

разреза, выполненного на рис. 10.16, можно сделать вывод о форме складки.

После проверки задания окончательное оформление выполняется гущью, при этом вместо точек *A*, *B*, *C*, *K*, *L* и *M* наносятся условные обозначения вертикальных буровых скважин (на рис. 10.15 для лучшего понимания графических построений оставлены точки *A*, *B*, *C*, *K*, *L* и *M*).

Контрольная работа № 3. «Построение геологической карты и геологического разреза»

Контрольная работа содержит 10 вариантов задания (рис. 10.17).

Вариант 1

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода подошвы среднезернистого песчаника, относящегося к мелу. Азимут падения подошвы ЮЗ 209°, угол падения 37°, мощность слоя 105 м. Выше песчаника с теми же азимутами и углами падения залегает песчаный известняк палеогенного возраста, ниже — слой гравийного конгломерата, относящегося к юре.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту ЮВ 138°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю конгломерата на глубине 125 м. Координаты точки *A* (в мм): (92, 8); разрез до горизонта 100 м.

Вариант 2

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода подошвы мелкообломочных туфов, относящихся к силуру. Азимут падения подошвы ЮВ 168°, угол падения 42°, мощность слоя 130 м. Выше туфов с теми же азимутами и углами падения залегает слой глинистого сланца девонского возраста, ниже — слой зеленой яшмы, относящейся к ордовику.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту СВ 40°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю яшмы на глубине 105 м. Координаты точки *A* (в мм): (11, 38); разрез до горизонта 0 м.

Вариант 3

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода кровли глинистого сланца пермского возраста. Азимут падения

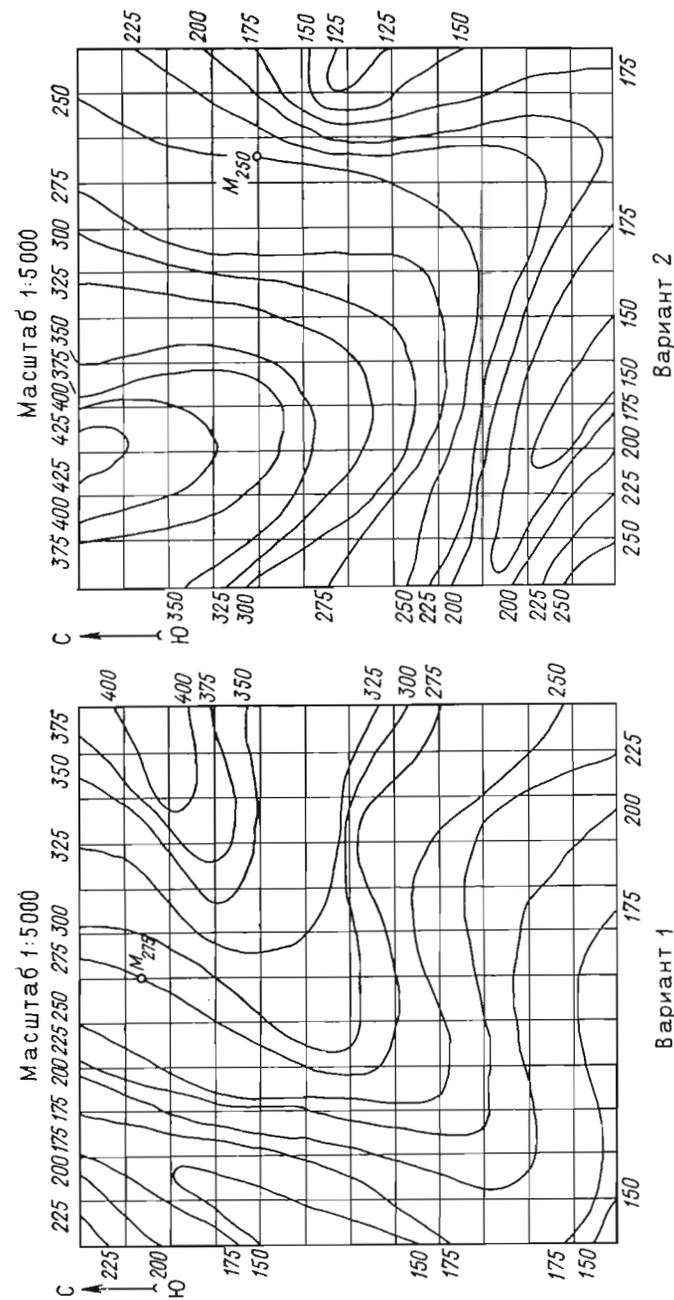


Рис. 10.17

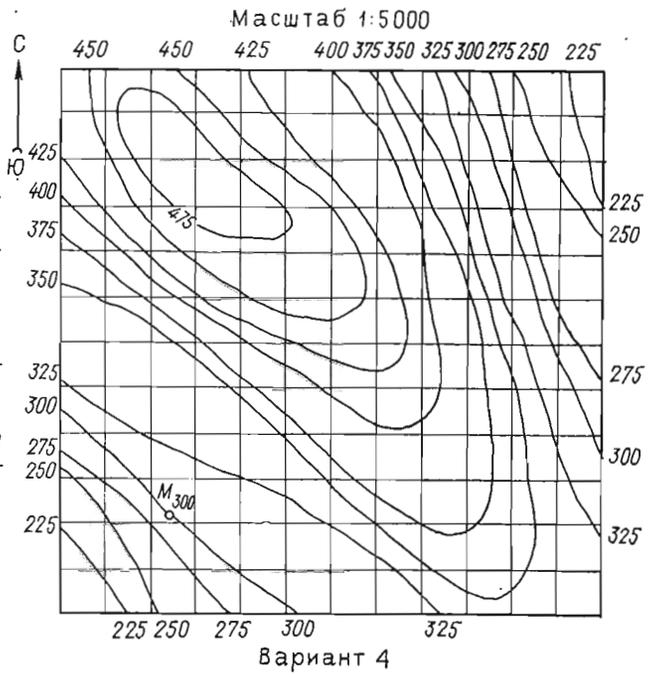
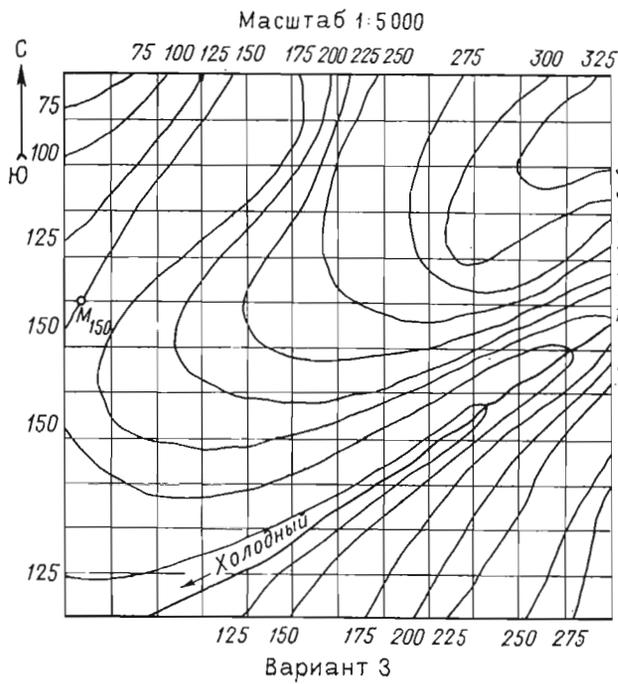


Рис. 10.17 (продолжение)

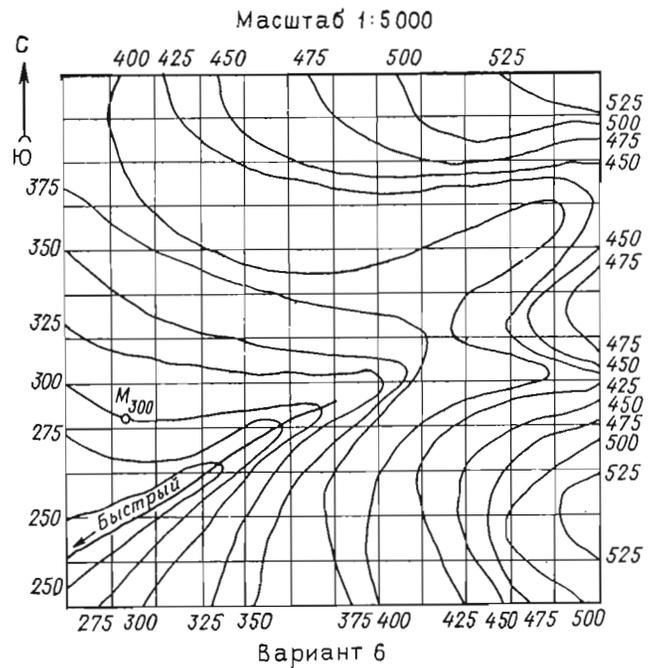
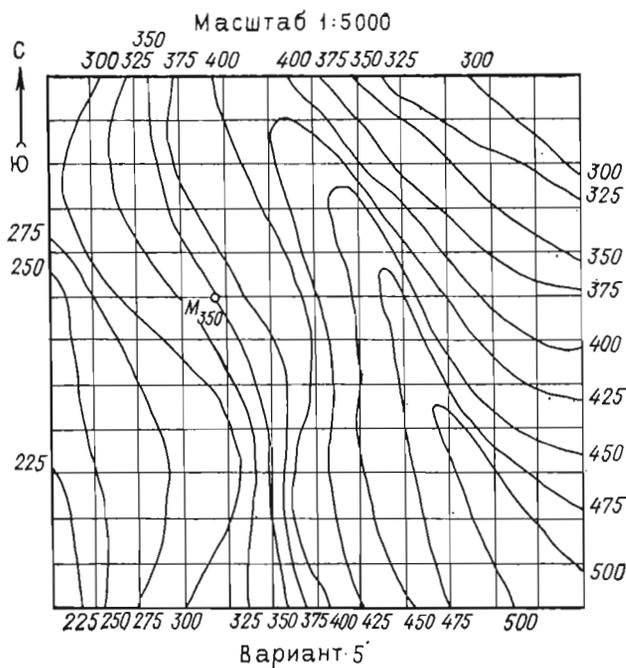


Рис. 10.17 (продолжение)

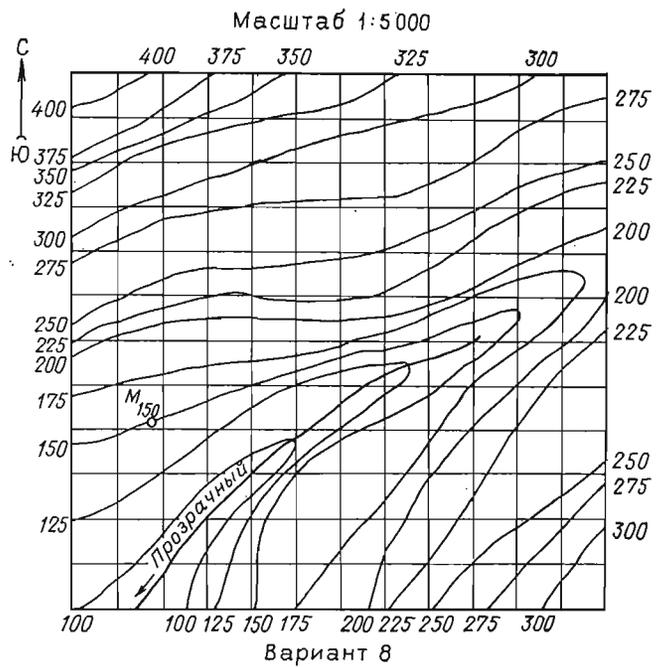
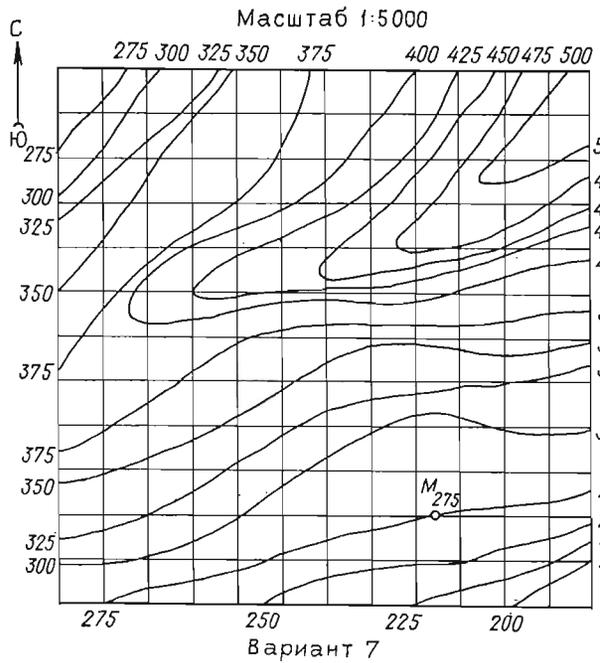


Рис. 10.17 (продолжение)

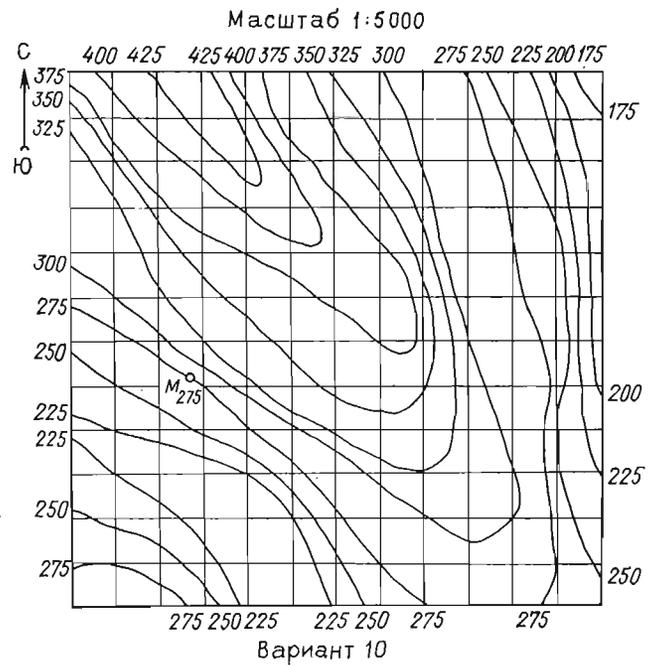
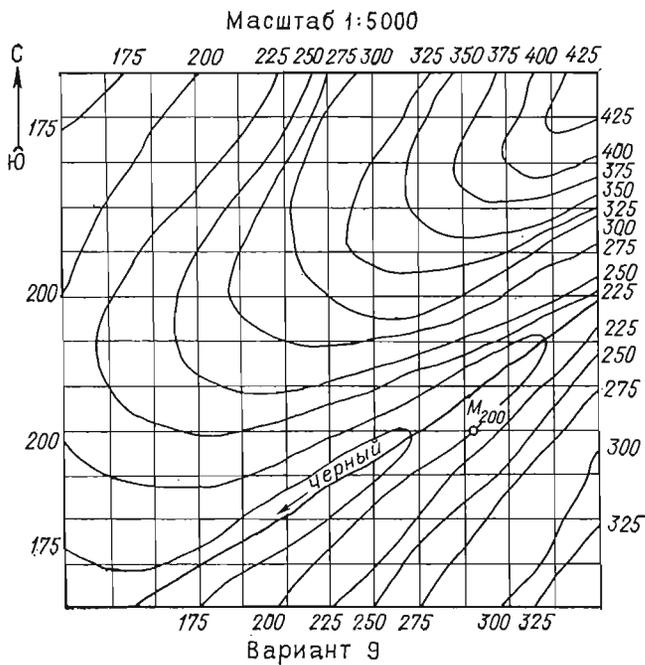


Рис. 10.17 (продолжение)

кровли ЮЗ 225°, угол падения 34°, мощность слоя 105 м. Выше сланца с теми же азимутами и углами падения залегает слой среднеобломочных туфов триасового возраста, ниже — слой красного известняка, относящегося к карбону.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту ЮВ 103°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю известняка на глубине 100 м. Координаты точки *A* (в мм): (62, 13); разрез до горизонта 100 м.

Вариант 4

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода кровли среднезернистого песчаника, относящегося к девону. Азимут падения кровли ЮВ 152°, угол падения 40°, мощность слоя 125 м. Выше песчаника с теми же азимутами и углами падения залегает слой черного известняка, относящегося к карбону, ниже — слой аргиллита силурийского возраста.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту СВ 25°, и определить видимые угол падения и мощность слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю аргиллита на глубине 130 м. Координаты точки *A* (в мм): (25, 58); разрез до горизонта 100 м.

Вариант 5

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода подошвы черной глины, относящейся к карбону. Азимут падения подошвы ЮВ 163°, угол падения 42°, мощность 225 м. Выше глины с теми же азимутами и углом падения залегает слой среднеобломочного туфа пермского возраста, ниже — слой желтого известняка, относящегося к девону.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту ЮВ 105°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю известняка на глубине 235 м. Координаты точки *A* (в мм): (56, 8); разрез до горизонта 100 м.

Вариант 6

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода подошвы горизонтально залегающего слоя серого доломита, относящегося к ордовику. Мощность слоя 110 м. Выше доломита с теми же азимутами и углами падения залегает слой среднезернистого

песчаника силурийского возраста, ниже — слой белого известняка, относящегося к кембрию.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту ЮВ 155°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю известняка на глубине 140 м. Координаты точки *A* (в мм): (110, 38); разрез до горизонта 150 м.

Вариант 7

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода кровли среднезернистого песчаника пермского возраста. Азимут падения кровли ЮЗ 187°, угол падения 42°, мощность слоя 70 м. Выше песчаника с теми же азимутами и углами падения залегает слой валунного конгломерата, относящегося к триасу, ниже — слой белого известняка каменноугольного возраста.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту ЮЗ 240°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю известняка на глубине 200 м. Координаты точки *A* (в мм): (110, 112). Разрез до горизонта 100 м.

Вариант 8

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода кровли кремового доломита, относящегося к мелу. Азимут падения кровли ЮЗ 245°, угол падения 38°, мощность слоя 180 м. Выше доломита с теми же азимутами и углами падения залегает слой мергеля палеогенного возраста, ниже — слой желтого известняка, относящегося к юре.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту ЮВ 135°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю известняка на глубине 155 м. Координаты точки *A* (в мм): (107, 13); разрез до горизонта 25 м.

Вариант 9

На топографической карте района нанесена точка *M* выхода подошвы зеленой яшмы, относящейся к силуру. Азимут падения подошвы ЮЗ 244°, мощность слоя 175 м, угол падения 43°. Выше яшмы с теми же азимутами и углами падения залегает слой крупнообломочного туфа, принадлежащего к девону, ниже — слой сланца, принадлежащего к ордовику.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту ЮВ 108°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю известняка на глубине 135 м. Координаты точки *A* (в мм): (80, 12); разрез до горизонта 0 м.

Вариант 10

На топографической карте района отмечена точка *M* выхода подошвы пестроцветной глины, относящейся к мелу. Азимут падения кровли ЮВ 146°, угол падения 36°, мощность слоя 150 м. Выше глины с теми же азимутами и углами падения залегает слой среднернистого песчаника, относящегося к палеогену, ниже — слой кремнистого известняка юрского возраста.

Требуется:

1. Составить геологическую карту района.
2. Построить профиль геологического разреза по линии, проходящей через точку *A* по азимуту СВ 86°, и определить видимые мощность и угол падения слоя в данном разрезе.
3. По линии разреза найти точку, где запроектированная вертикальная скважина встретит кровлю известняка на глубине 140 м. Координаты точки *A* (в мм): (44, 7); разрез до горизонта 50 м.

Рекомендации по выполнению контрольного задания.

Контрольное задание выполняется на листе чертежной бумаги формата А3. Все изображения, составляющие содержание работы, располагаются на листе в соответствии со схемой, показанной на рис. 10.18. Геологическая карта 1 помещается на середине листа в верхней его части. Над северной рамкой геологической карты размещается числовой масштаб, а с левой стороны указывается год составления карты. Слева внизу, под южной рамкой карты, указывается автор — составитель карты. Под геологической картой располагается геологический разрез 2. У нижней рамки формата под геологическим разрезом помещают линейный масштаб. Справа от геологической карты отведено место для условных обозначений 3. Слева от геологической карты размещаются построения 4, связанные с определением горизонтальной мощности слоя и заложения структурной плоскости. Ниже условных обозначений дается ответ 5: указываются элементы залегания структурной плоскости, истинная мощность слоя, видимые мощность и угол падения, полученные в геологическом разрезе.

Выполнение контрольной работы надо начать с копирования топографической основы для составления геологической карты, для чего на указанном месте очерчивается квадрат со сторонами длиной 120 мм, в котором выполняется сетка квадратов со сторо-

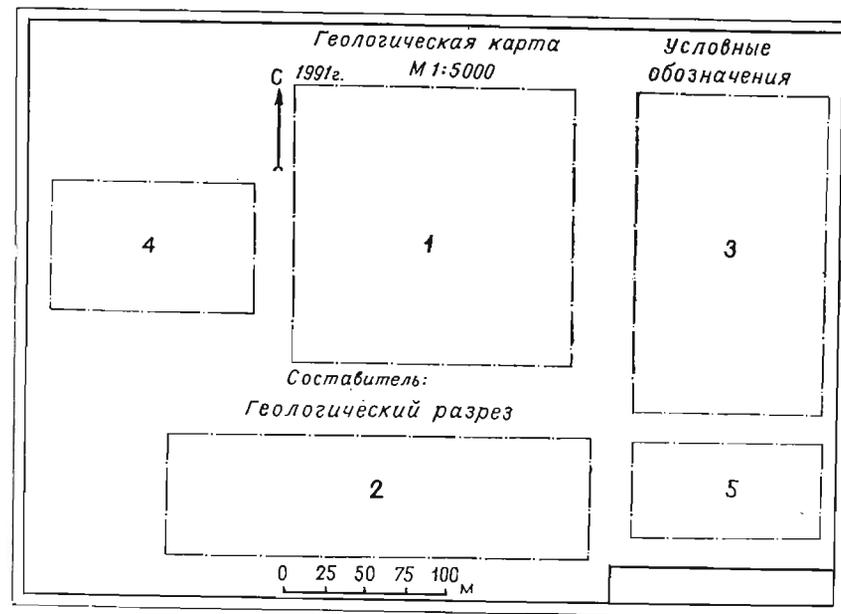


Рис. 10.18

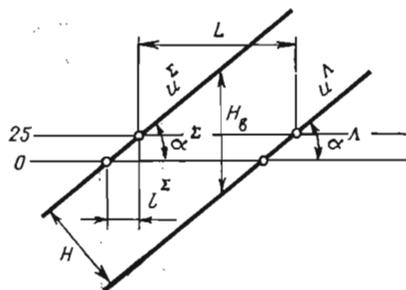
нами по 10 мм. На топографической основе, данной в условии контрольной работы, отмечаются точки пересечения горизонталей с линиями сетки и наносятся эти точки в соответствующих местах сетки, выполненной на формате. Точки, определяющие одну горизонталь, соединяют от руки главной кривой линией. Задав все горизонтали топографической поверхности, надо аккуратно стереть линии сетки. Геологическая карта и разрез составляются в масштабе 1 : 5000.

Выполнение задания подразделяется на ряд этапов.

Этап 1. Составление геологической карты. Геологическая карта должна отражать состав, возраст и условия залегания выходящих на земную поверхность горных пород. Геологическая карта строится на основе топографического плана местности. Составление геологической карты сводится к построению линий пересечения структурных плоскостей, определяющих кровлю и подошву слоя с рельефом местности. Эти линии называются линиями выхода кровли и подошвы на дневную поверхность и служат геологическими границами данного слоя.

По известным элементам залегания плоскости Σ (кровли или подошвы слоя), замеренным в точке *M* на плане, необходимо построить проекции ее горизонталей. Количество горизонталей должно быть достаточным для построения в пределах плана всех

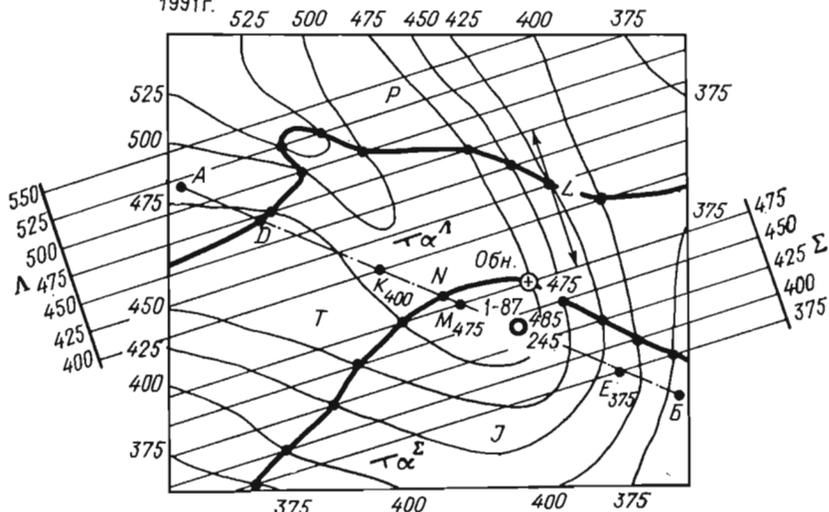
Рис. 10.19



Геологическая карта

М 1:5 000

1991 г.



Составил:

Рис. 10.20

точек, принадлежащих линии пересечения плоскости Σ с топографической поверхностью.

Проекция горизонталей проводят с высотой сечения 25 м строго параллельно друг другу на одинаковом расстоянии, равном заложению плоскости и определенном на масштабе заложений (рис. 10.19). В одну сторону горизонтали плоскости выводят за пределы карты, а другую сторону доводят до рамки карты (рис. 10.20). После чего отмечают все точки пересечения одноименных (имеющих одинаковые числовые отметки) горизонталей плоскости и топографической поверхности. Полученные точки соединяют плавной кривой линией. Линию пересечения нельзя обрывать в последней найденной точке, ее надо довести до рамки карты.

Очертания линий выхода зависят от кривизны рельефа и от условий залегания пород. Если направление падения структурной плоскости, моделирующей на чертеже кровлю или подошву слоя, совпадает с направлением падения топографической поверхности, но угол падения плоскости больше угла падения поверхности, то изгиб проекции линии пересечения выпуклой стороной будет обращен на склоне в сторону, противоположную направлению падения поверхности, а при пересечении плоскости речных долин изгиб будет совпадать с направлением повышения поверхности. Если направление падения плоскости не совпадает с направлением падения топографической поверхности, то изгиб проекции их линии пересечения выпуклой стороной будет обращен на склоне в сторону падения поверхности, а при пересечении с речной долиной изгиб будет обращен в сторону повышения поверхности.

В том случае, когда возникает сомнение в последовательности соединения полученных точек, т. е. в правильности построения линии пересечения плоскости с топографической поверхностью, необходимо осуществить проверку. Глубина залегания каждой точки линии выхода должна быть равна 0 (глубиной залегания называют расстояние от топографической поверхности до той или иной точки плоскости, отсчитываемое в вертикальном направлении).

Для того, чтобы построить линию пересечения плоскости Λ (подошвы слоя), параллельной плоскости Σ и отстоящей от нее на заданное расстояние, необходимо найти хотя бы одну точку, принадлежащую данной плоскости. Наиболее просто и удобно это можно осуществить с помощью масштаба заложения, на котором по известной истинной мощности H , находим горизонтальную мощность L (см. рис. 10.19). Горизонтальная мощность слоя есть кратчайшее расстояние между кровлей и подошвой слоя, измеренное в горизонтальном направлении. На карте горизонтальная мощность определяется как кратчайшее расстояние между проекциями одноименных (т. е. имеющих одинаковые числовые отметки) горизонталей. Для определения горизонтальной мощности на масштабе заложения по известному углу падения строят линию падения плоскости $\Sigma - u^\Sigma$. Линия падения плоскости $\Lambda - u^\Lambda$ параллельна u^Σ и отстоит от нее на расстоянии, равном истинной мощности слоя H .

Расстояние между точками пересечения горизонталей масштаба с профилями линий падения u^Σ и u^Λ и есть горизонтальная мощность слоя L .

На карте (см. рис. 10.20) горизонтальная мощность отложена между проекциями горизонталей кровли и подошвы с числовыми отметками 475 м. Следует обратить внимание на то, что если плоскость Λ расположена под плоскостью Σ (т. е. плоскость Σ — кровля, а плоскость Λ — подошва слоя), горизонтальную мощность следует откладывать в направлении восстания плоскости Σ . В том случае, когда известная плоскость располагается ниже той,

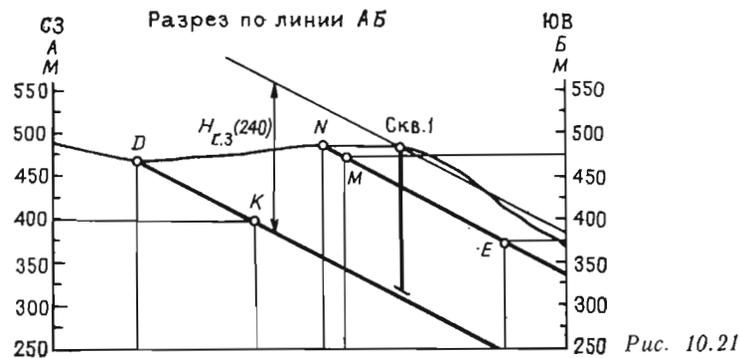


Рис. 10.21

которую надо построить (т. е. задана подошва слоя и необходимо построить кровлю), то горизонтальную мощность необходимо откладывать в направлении падения известной плоскости.

Исходя из условия параллельности двух плоскостей (проекция горизонталей параллельны, заложения равны и направления падения совпадают) на карте проводят горизонтали плоскости Λ . Линия пересечения топографической поверхности с плоскостью Λ строится так же, как с плоскостью Σ .

Этап 2. Построение геологического разреза. Геологический разрез представляет собой сечение участка земной коры вертикальной плоскостью от ее поверхности на ту или иную глубину. Геологические разрезы дают возможность составить представление о залежании пород не только на поверхности, но и на глубине. Сопровождая геологическую карту, разрезы более детально иллюстрируют глубинное геологическое строение района.

Напомним, что в геологическом картировании различают два вида разрезов: нормальный и косой. Нормальным называют разрез, секущая плоскость которого проходит через нормаль к наклонной структурной плоскости. Косым называется такой разрез, секущая плоскость которого не перпендикулярна к линии простирания структурной плоскости. На плане проекция такой плоскости (линия разреза) составит с линией простирания (или падения) структурной плоскости косой угол, т. е. угол, не равный 90° . Направление падения структурной плоскости, определяемое профилем такого разреза, называют видимым в отличие от истинного, определяемого профилем нормального разреза.

Если в нормальном разрезе секущая плоскость T пересекает структурную плоскость по линии падения u^2 , то в косом разрезе линией пересечения структурной плоскости Σ с плоскостью разреза Ψ является произвольная прямая, определяющая направление и величину угла видимого падения слоя. Так как секущие плоскости T и Ψ пересекают и кровлю слоя (плоскость Σ) и его по-

дошву (плоскость Λ), то в каждом разрезе мы получим по две параллельные конкурирующие прямые: в прямом $u^2 \parallel u^\Lambda$, в косом $a \parallel b$. Чем ближе направление разреза к направлению простирания, тем видимая мощность становится больше, а угол видимого падения меньше.

Можно сделать вывод, что мощность увеличивается от истинной в прямом разрезе до вертикальной в разрезе по простиранию, а угол падения уменьшается от истинного до нуля.

Построение линии разреза на геологической карте (рис. 10.21) начинается с нахождения точки A по заданным в условии координатам, которые даются в миллиметрах. За точку начала отсчета принимается левый нижний угол карты. Ось x выбирается параллельно стрелке север-юг и совпадает с линией рамки карты, а ось y располагается горизонтально. В координатах точки A первым дается отсчет по оси x . Линию разреза проводят через точку A в направлении, указанном в условии задания. Конец линии разреза ограничивают точкой B , которую выбирают в 5—10 мм от края рамки карты.

Расположение геологического разреза на листе формата должно соответствовать схеме, представленной на рис. 10.18. Над разрезом необходимо оставить место для написания заголовка, а под ним — место для построения линейного масштаба. Следует обратить внимание, что горизонтальный и вертикальный масштаб разреза должен соответствовать масштабу карты.

Построение разреза (рис. 10.21) начинают с проведения в соответствующем месте линий вертикального масштаба, расстояние между которыми должно быть равно расстоянию от точки A до точки B на карте (см. рис. 10.20). На линиях вертикального масштаба наносят деления с указанием отметок горизонтов, причём высота нижнего горизонта дается в условии, а высоту верхнего горизонта выбирают с учетом высотной отметки горизонтали топографической поверхности, имеющей максимальное значение в данном разрезе. Плоскость разреза пересекает топографическую поверхность по плоской кривой линии, профиль которой на разрезе строят способом, рассмотренным в 6.2.

Кровлю (плоскость Σ) и подошву (плоскость Λ) слоя плоскость разреза пересекает по параллельным прямым, построение которых наиболее удобно начать с помощью точек N и D — точек пересечения плоскости разреза с линиями выхода кровли и подошвы слоя (см. рис. 10.20). Точки пересечения плоскости разреза с горизонталями кровли и подошвы (точки E , M и K) позволяют построить эти прямые. Кратчайшее расстояние между этими параллельными прямыми и будет видимой мощностью слоя — H_v , а угол наклона к горизонту — углом видимого падения α_v . Найденные значения этих величин указывают в ответе.

Этап 3. Задание вертикальной буровой скважины. Ось скважины в решении поставленной задачи рассматривают как верти-

кальную прямую линию. Скважина ограничена двумя точками. Точка, расположенная на земной поверхности, носит названия устья, а конечная точка — забоя скважины. Таким образом, вертикальная скважина представляет собой отрезок вертикальной прямой, а длина такого отрезка может быть определена как разность числовых отметок верхнего и нижнего его концов.

Для того чтобы найти точку, в которой вертикальная скважина встретит указанную структурную плоскость (кровлю или подошву слоя) на заданной глубине, воспользуемся уже построенным геологическим разрезом. На профиле разреза (см. рис. 10.21) необходимо найти точку, лежащую на топографической поверхности, расстояние от которой до заданной структурной плоскости в вертикальном направлении равно указанной глубине $H_{г.з.}$.

Определение нужной точки выполняется следующим образом. Параллельно видимому падению заданной структурной плоскости (в данном примере кровле слоя — плоскости Λ) проводится вспомогательная линия, отстоящая от линии кровли в вертикальном направлении на заданную глубину $H_{г.з.}$. Точка пересечения вспомогательной линии с профилем топографической поверхности и будет искомой. В зависимости от рельефа местности таких точек может быть несколько (на рис. 10.21 мы имеем две такие точки). Из них можно выбрать любую. После того как точка найдена на разрезе, ее отмечают на геологической карте и обозначают как запроектированную буровую скважину.

Оформление чертежа. Окончательное оформление и обводка чертежа тушью выполняются после тщательной проверки решения контрольной работы в карандаше. Каждый слой горной породы на карте и на разрезе обозначается знаком, отражающим его литологический состав. Вместо знаков литологического состава на геологической карте и разрезе может быть выполнена фоновая раскраска. Более подробно вопросы оформления задания рассмотрены в следующем разделе, посвященном курсовой работе.

Курсовая работа

Курсовая работа является завершающим этапом изучения инженерно-геологической графики. Она представляет собой комплексное задание, суммирующее в себе все основные элементы теоретического курса. Выполняя эту работу, студент не только закрепляет полученные теоретические знания, но и приобретает практические навыки самостоятельного решения сравнительно сложных геологических задач графическими методами.

В настоящем пособии предлагаются 10 вариантов заданий курсовой работы (рис. 10.22).

Вариант 1

Для изучения геологического строения района были пробурены картировочные скважины, размещение которых показано на топографической карте.

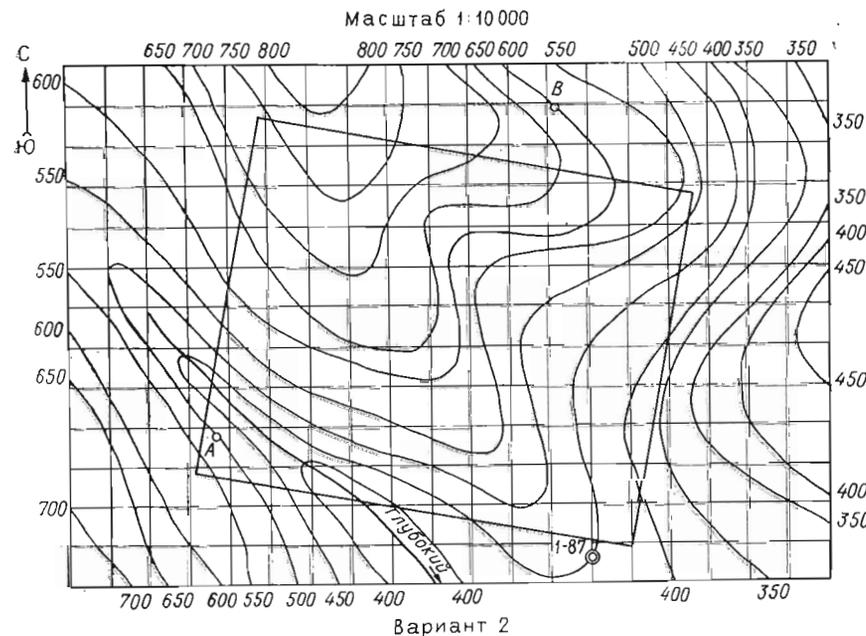
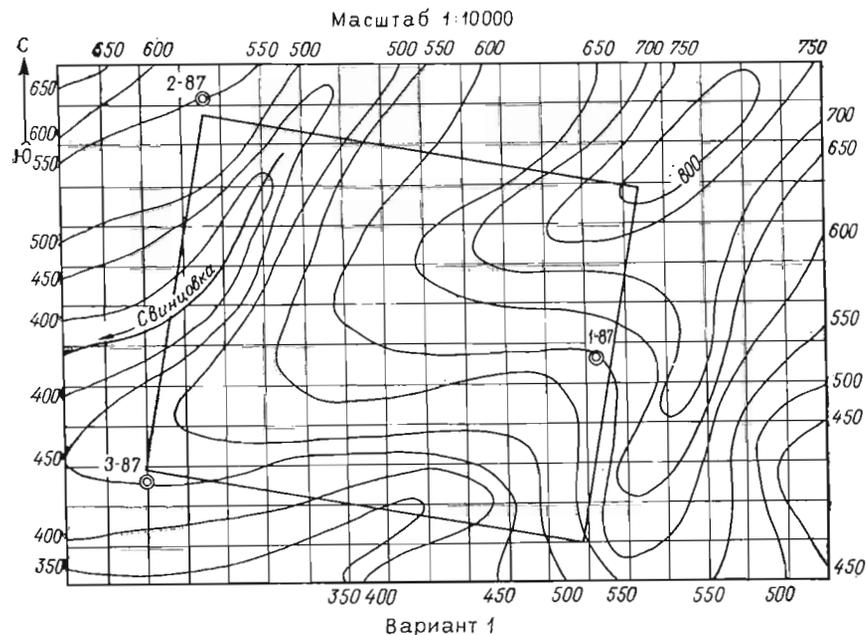


Рис. 10.22

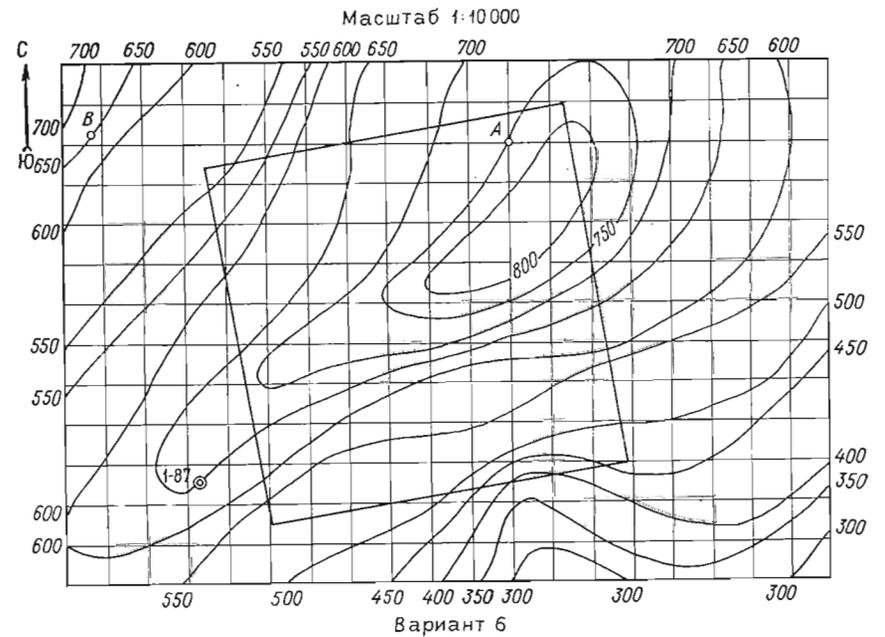
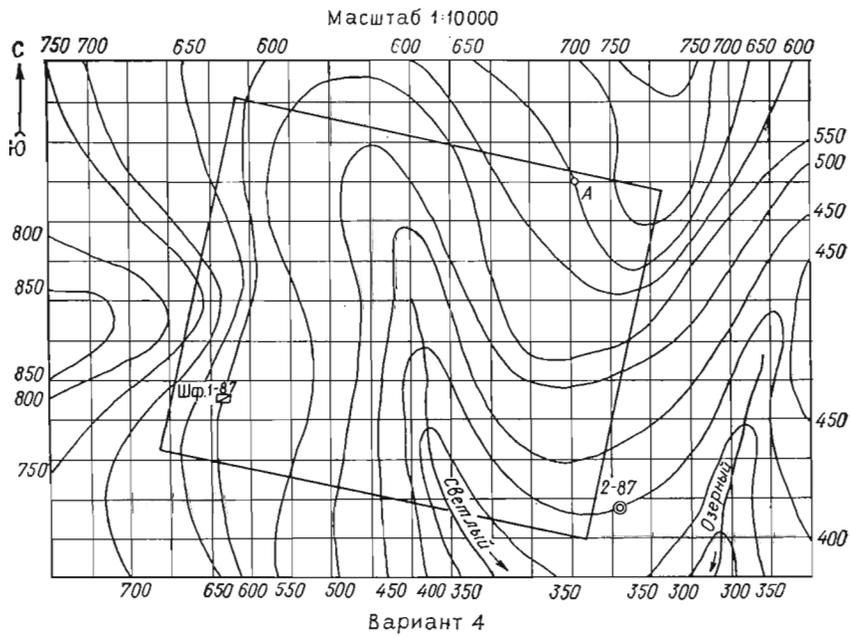
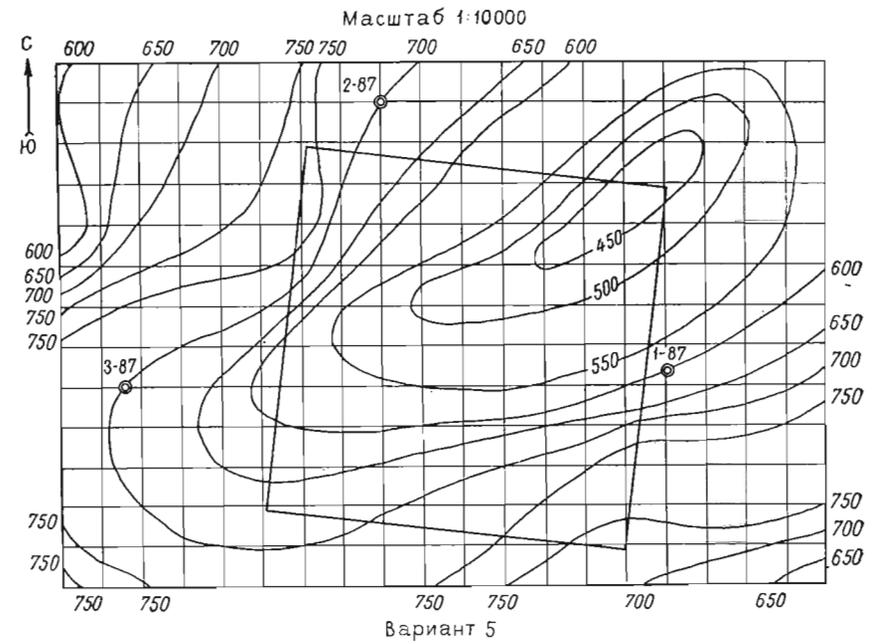
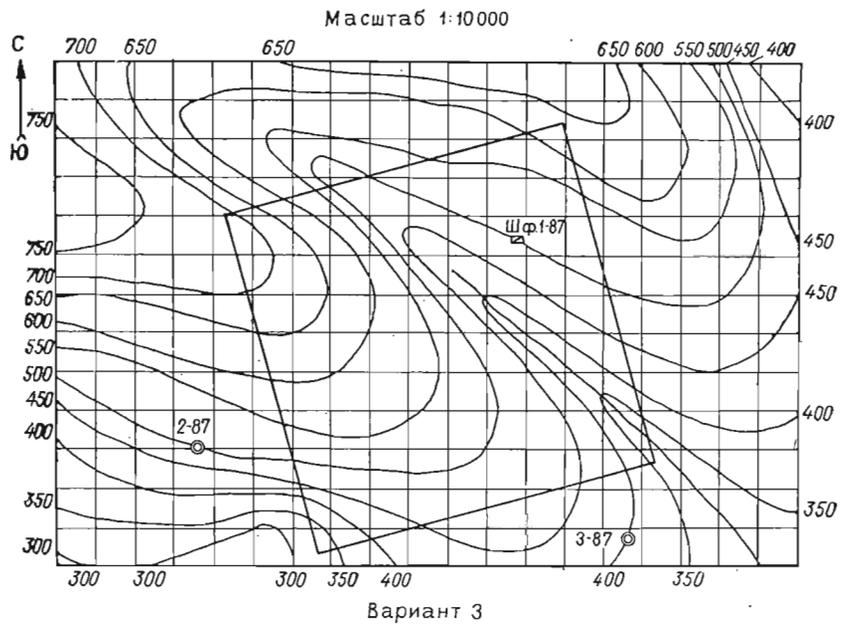


Рис. 10.22 (продолжение)

Рис. 10.22 (продолжение)

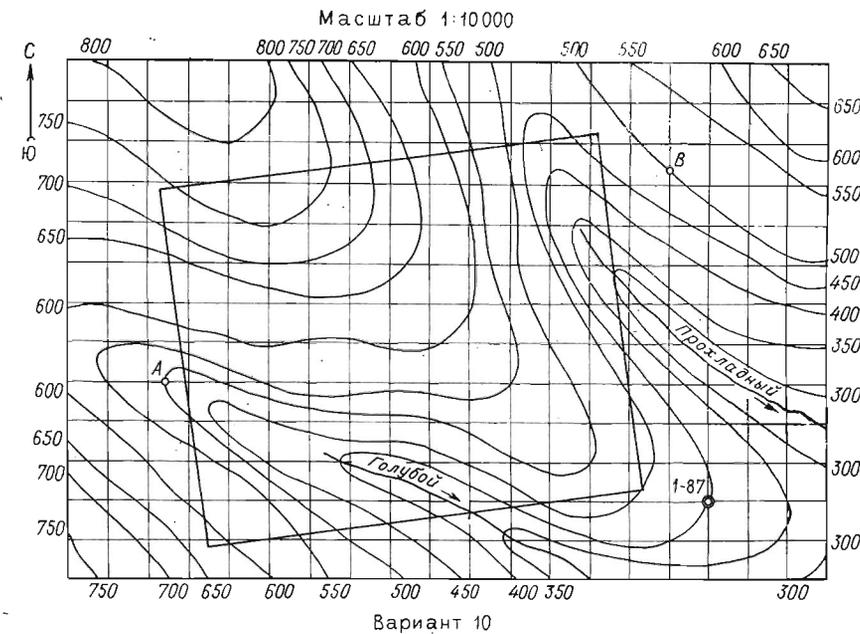
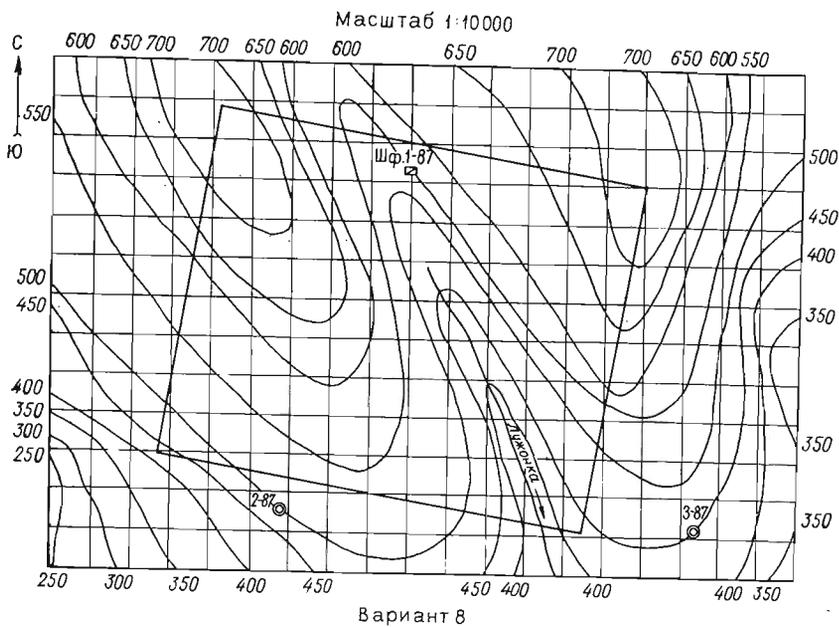
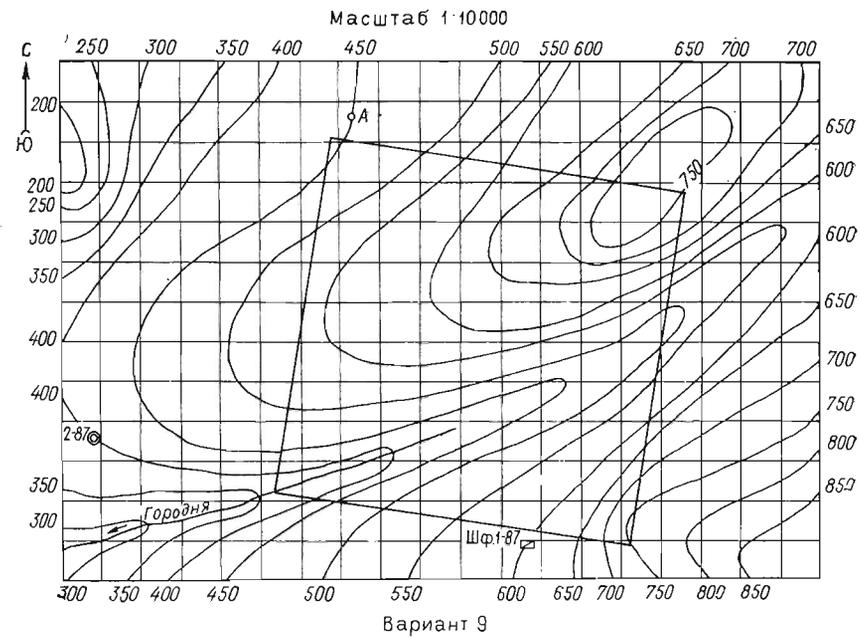
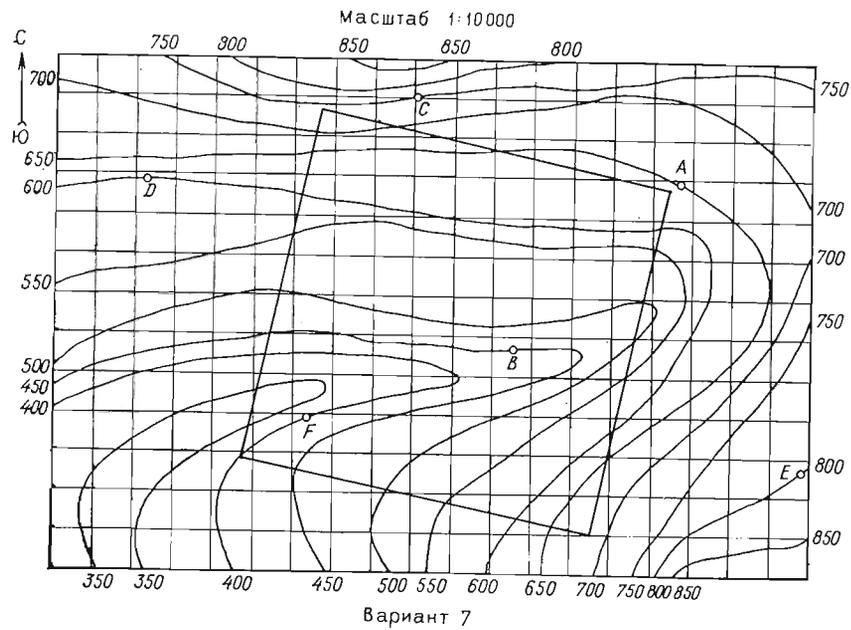


Рис. 10.22 (продолжение)

Рис. 10.22 (продолжение)

Скважина 1 пересекла часть слоя вишнево-красного мергеля, относящегося к карбону, и на глубине 275 м от поверхности вскрыла кровлю среднезернистого песчаника, относящегося к девону.

Скважина 2 пересекла часть слоя мелкозернистого песчаника пермского возраста и на глубине 125 м вскрыла кровлю вишнево-красного мергеля, относящегося к карбону.

Скважина 3 пересекла часть слоя белого известняка юрского возраста и вскрыла следующий разрез моноклиально залегающих слоев:

- а) желтая опока — триас, глубина залегания кровли 170 м;
- б) песчаник мелкозернистый — пермь, глубина залегания кровли 290 м;
- в) мергель вишнево-красный — карбон, глубина залегания кровли 490 м;
- г) песчаник среднезернистый — девон, глубина залегания кровли 870 м.

Требуется:

- 1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность опоки, песчаника и мергеля;
- 2) составить геологическую карту района;
- 3) выделить на карте зону залегания мергеля с глубиной от 0 до 250 м;
- 4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза по горизонту 525 м, б) геологическую блок-диаграмму во фронтальной диметрической проекции.

Разрез до горизонта — минус 150 м.

Вариант 2

На топографической карте нанесены прослеженные в точке А обнажение кровли крупногалечного конгломерата, относящегося к триасу, и в точке В обнажение кровли кремового доломита пермского возраста. Кроме того, в юго-восточной части картируемого района пробурена скважина, которая, пройдя часть слоя крупнозернистого песчаника, относящегося к палеогену, вскрыла следующий разрез моноклиально залегающих слоев:

- а) темно-серая глина — мел, глубина залегания кровли 85 м;
- б) красный известняк — юра, глубина залегания кровли 205 м;
- в) крупногалечный конгломерат — триас, глубина залегания кровли 460 м;
- г) кремовый доломит — пермь. Глубина залегания кровли 785 м.

Требуется:

- 1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность глины, известняка и конгломерата;
- 2) составить геологическую карту района;
- 3) выделить на карте зону залегания известняка с глубиной от 0 до 150 м;
- 4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза

по горизонту 525 м, б) геологическую блок-диаграмму в прямоугольной диметрической проекции.

Разреза до горизонта — минус 150 м.

Вариант 3

Для геологического картирования района в его южной части пробурены две картировочные скважины, а в северо-восточной части заложен шурф. Расположение выработок показано на топографической карте.

Шурф 1 пересек часть слоя песчаного известняка, относящегося к карбону, и на глубине 20 м вскрыл кровлю белого доломита, относящегося к девону.

Скважина 2 пересекла часть слоя белого доломита, относящегося к девону, и на глубине 150 м от поверхности вскрыла кровлю кремнистого сланца, относящегося к силуру.

Скважина 3 пересекла часть слоя грубозернистого песчаника, относящегося к триасу, и вскрыла следующий разрез моноклиально залегающих слоев:

- а) кристаллический гипс — пермь, глубина залегания кровли 90 м;
- б) песчаный известняк — карбон, глубина залегания кровли 260 м;
- в) белый доломит — девон, глубина залегания кровли 380 м;
- г) кремнистый сланец — силур, глубина залегания кровли 660 м.

Требуется:

- 1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность гипса, известняка, доломита;
- 2) составить геологическую карту района;
- 3) выделить на карте зону залегания белого доломита с глубиной от 0 до 200 м;
- 4) для очерченного на карте участка построить: план среза по горизонту 475 м и геологическую блок-диаграмму в прямоугольной изометрической проекции.

Разрезы до горизонта — минус 100 м.

Вариант 4

При геологическом картировании района на топографическую карту нанесено прослеженное в точке А обнажение кровли зеленой яшмы, относящейся к ордовику. Кроме того, в юго-западной части района заложен шурф, а в южной части пробурена картировочная скважина.

Шурф 1 пересек часть слоя кварцевого конгломерата, относящегося к девону, и на глубине 25 м вскрыл кровлю углистого сланца, относящегося к силуру.

Скважина 2 пересекла часть слоя среднезернистого песчаника каменноугольного возраста и вскрыла следующий разрез моноклиально залегающих слоев:

- а) кварцевый конгломерат — девон, глубина залегания кровли 65 м;

- б) углистый сланец — силур, глубина залегания кровли 200 м;
- в) зеленая яшма — ордовик, глубина залегания кровли 315 м;
- г) вулканические туфы — кембрий, глубина залегания кровли 610 м.

Требуется:

- 1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность конгломерата, сланца и яшмы;
- 2) составить геологическую карту района;
- 3) выделить на карте зону залегания зеленой яшмы с глубиной от 0 до 200 м;
- 4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза по горизонту 525 м, б) геологическую блок-диаграмму во фронтальной диметрической проекции.

Разрезы до горизонта — минус 150 м.

Вариант 5

Для изучения геологического строения района были пробурены квартировочные скважины, размещение которых показано на топографической карте.

Скважина 1 пересекла часть слоя кристаллического гипса пермского возраста и на глубине 170 м от поверхности вскрыла кровлю ангидрита, относящегося к карбону.

Скважина 2 пересекла часть слоя серого доломита, относящегося к триасу, и на глубине 90 м от поверхности вошла в кровлю кристаллического гипса пермского возраста.

Скважина 3 пересекла часть слоя мелкозернистого песчаника, относящегося к мелу, и вскрыла следующий разрез моноклиально залегающих слоев:

- а) конгломерат — юра, глубина залегания кровли 150 м;
- б) серый доломит — триас, глубина залегания кровли 470 м;
- в) кристаллический гипс — пермь, глубина залегания кровли 630 м;
- г) ангидрит — карбон, глубина залегания кровли 905 м.

Требуется:

- 1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность конгломерата, доломита и гипса;
- 2) составить геологическую карту района;
- 3) выделить на карте зону залегания конгломерата с глубиной от 0 до 150 м;
- 4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза по горизонту 625 м, б) геологическую блок-диаграмму во фронтальной изометрической проекции.

Разрезы до горизонта — минус 50 м.

Вариант 6

При геологическом картировании района на топографическую карту нанесены прослеженные в точке А обнажение кровли кремнистого сланца, относящегося к силуру, а в точке В — обнажение кровли желтого известняка, относящегося к девону. Кроме того,

в юго-западной части картируемого района была пробурена скважина, которая, пройдя часть слоя крупнообломочного туфа пермского возраста, вскрыла следующий разрез моноклиально залегающих слоев:

- а) глинистый сланец — карбон, глубина залегания кровли 150 м;
- б) желтый известняк — девон, глубина залегания кровли 280 м;
- в) кремнистый сланец — силур, глубина залегания кровли 515 м;

г) красная яшма — ордовик, глубина залегания кровли 740 м.
Требуется:

- 1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность глинистого сланца, известняка и кремнистого сланца;
- 2) составить геологическую карту района;
- 3) выделить на карте зону залегания желтого известняка с глубиной от 0 до 100 м;
- 4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза по горизонту 675 м, б) геологическую блок-диаграмму в прямоугольной изометрической проекции.

Разрезы до горизонта — минус 100 м.

Вариант 7

На топографической карте нанесены прослеженные в поле обнажения ряда моноклиально залегающих пород, элементы залегания которых из-за наносов определить не представилось возможным.

Обнажение А: здесь прослежен выход кровли темно-серого известняка, относящегося к триасу;

обнажение В: прослежен выход кровли ржаво-бурого мергеля юрского возраста;

обнажение С: прослежен выход кровли белого мела, относящегося к мелу;

обнажение D: здесь прослежен выход кровли темно-зеленой глины, относящейся к палеогену. Над слоем глины залегает песчаник, относящийся к неогену;

обнажение Е: прослежен выход кровли ржаво-бурого мергеля юрского возраста;

обнажение F: здесь прослежен выход кровли белого мела мелового возраста.

Требуется:

- 1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность глины, мела и мергеля;
- 2) составить геологическую карту района;
- 3) выделить на карте зону залегания мела с глубиной от 0 до 150 м;
- 4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза по горизонту 525 м, б) геологическую блок-диаграмму во фронтальной изометрической проекции.

Разрезы до горизонта — минус 100 м.

Вариант 8

При детализации геологического строения района в разведочных выработках был прослежен следующий разрез моноклинально залегающих слоев.

Шурф 1 пересек часть слоя углистого сланца каменноугольного возраста и на глубине 15 м от поверхности вскрыл кровлю темно-серого известняка, относящегося к девону.

Скважина 2 пересекла часть слоя мелкогалечного конгломерата, относящегося к триасу, и на глубине 135 м от поверхности вошла в кровлю глинистого сланца пермского возраста.

Скважина 3 пересекла часть слоя среднезернистого песчаника юрского возраста и в своем разрезе отметила:

а) мелкогалечный конгломерат — триас, глубина залегания кровли 80 м;

б) глинистый сланец — пермь, глубина залегания кровли 370 м;

в) углистый сланец — карбон, глубина залегания кровли 615 м;

г) темно-серый известняк — девон, глубина залегания кровли 750 м.

Требуется:

1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность глинистого сланца конгломерата и углистого сланца;

2) составить геологическую карту района;

3) выделить на карте зону залегания конгломерата с глубиной от 0 до 150 м;

4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза по горизонту 525 м, б) геологическую блок-диаграмму в прямоугольной диметрической проекции.

Разрезы до горизонта — минус 50 м.

Вариант 9

При геологическом картировании района на топографическую карту нанесено прослеженное в точке А обнажение кровли серого доломита пермского возраста. Кроме того, в юго-восточной части района был заложен шурф, а в юго-западной части пробурена картировочная скважина.

Шурф 1 пересек часть слоя глинистого сланца и на глубине 20 м от поверхности вскрыл кровлю зеленой яшмы, относящейся к триасу.

Скважина 2 пересекла часть слоя среднеобломочного туфа, относящегося к мелу и вскрыла следующий разрез моноклинально залегающих слоев:

а) глинистый сланец — юра, глубина залегания кровли 75 м;

б) зеленая яшма — триас, кровля яшмы вскрыта на глубине 360 м от поверхности;

в) серый доломит — пермь, глубина залегания кровли 600 м;

г) песчаный известняк — карбон, глубина залегания кровли известняка 735 м.

Требуется:

1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность сланца, яшмы и доломита.

2) составить геологическую карту района;

3) выделить на карте зону залегания глинистого сланца с глубиной от 0 до 200 м;

4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза по горизонту 525 м, б) геологическую блок-диаграмму в прямоугольной изометрической проекции.

Разрезы до горизонта — минус 50 м.

Вариант 10

При проведении геологической съемки района в его юго-восточной части была пробурена картировочная скважина, которая, пройдя часть слоя галечника неогенового возраста, вскрыла следующий разрез моноклинально залегающих слоев:

а) среднезернистый песчаник — палеоген, кровля песчаника отмечена на глубине 100 м от поверхности;

б) бурая глина — мел, глубина залегания кровли глины 290 м;

в) светло-серый мергель — юра, кровля мергеля залегает на глубине 355 м от поверхности;

г) серый известняк — триас, кровля известняка вскрыта на глубине 570 м от поверхности.

Кроме того, на топографической карте нанесены прослеженные в поле обнажения в точке А — кровли серого известняка, относящегося к триасу, а в точке В — кровли бурой глины, относящейся к мелу.

Требуется:

1) определить: а) элементы залегания слоев, б) истинную мощность песчаника, глины и мергеля;

2) составить геологическую карту района;

3) выделить на карте зону залегания мергеля с глубиной от 0 до 150 м;

4) для очерченного на карте участка построить: а) план среза по горизонту 525 м, б) геологическую блок-диаграмму в прямоугольной диаметрической проекции.

Разрезы до горизонта — минус 100 м.

Рекомендации по выполнению курсовой работы

Курсовая работа выполняется на листе чертежной бумаги формата А1 (594 × 841) в соответствии с ГОСТ 2.301—68 (СТ. СЭВ 1187—78). Все изображения, составляющие содержание работы, располагаются на листе формата в соответствии со схемой на рис. 10.23.

Геологическую карту 1 помещают на середине листа так, чтобы северная рамка карты находилась в верхней части формата. Над северной частью геологической карты размещают числовой мас-

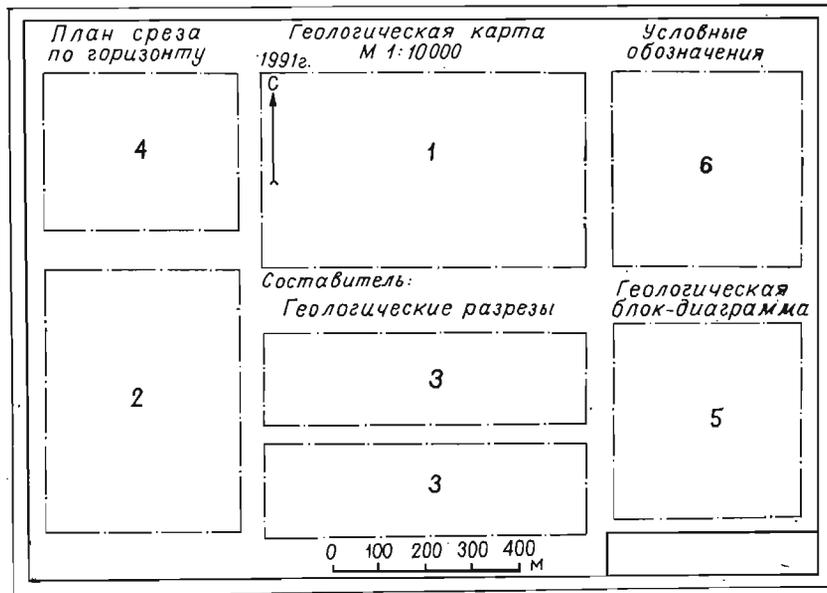


Рис. 10.23

штаб, а с левой стороны указывают год составления карты. Слева внизу, под южной рамкой карты, указывается составитель карты. У восточной рамки карты помещают условные обозначения 6, а внизу под южной рамкой карты — геологические разрезы 3. У нижней рамки формата под геологическими разрезами помещают линейный масштаб. Геологическая блок-диаграмма 5 располагается над основной надписью в правом углу формата. Слева от западной рамки карты помещается план среза 4 по заданному горизонту. В левом нижнем углу листа размещаются построения 2, связанные с определением элементов залегания слоев, а также их истинной мощности.

Для равномерного заполнения рабочего поля чертежа перечисленными изображениями рекомендуется предварительно наметить места их расположения прямоугольниками, как показано на рис. 10.23.

Выполнение курсовой работы целесообразно проводить по этапам.

Этап 1. Определение элементов залегания и мощности слоев. Материал, необходимый для решения первой части задания, излагается в разделе 3. Решение задачи надо начать с копирования на указанные места листа формата топографической основы для составления геологической карты и плана среза, а также схему рас-

положения перечисленных в условии задания разведочных выработок. При этом следует обратить внимание на правильное ориентирование топографического плана и схемы расположения разведочных выработок относительно левой (или правой) рамки формата: северное направление меридиана должно совпадать с направлением линии рамки. Топографический план помещают на середине листа так, чтобы северная рамка плана отстояла от рамки формата на расстоянии 45—50 мм.

Точки расположения разведочных выработок и обнажений можно перенести с топографического плана легким проколом чертежа-задания иглой циркуля-измерителя, после чего накол на листе формата обводится острозаточенным карандашом кружком малого диаметра.

По условию задания слои, вскрытые разведочными выработками, залегают моноклинально, т. е. имеют одинаковые элементы залегания. Следовательно, их кровли и подошвы можно рассматривать как наклонные параллельно расположенные плоскости.

Абсолютные отметки точек, в которых разведочные выработки (скважина, шурф) пересекают кровлю слоя, определяются как алгебраическая разность отметок устья соответствующей выработки (начальной точки выработки) и глубины вскрытия кровли слоя. Отметку устья определяют по отметке горизонтали топографической поверхности, на которой эта точка располагается.

Так, если отметка устья скв. 1, представленной на схематическом разрезе (рис. 10.24), равна 350 м и скважина пересекает кровлю Ω слоя в точке K на глубине 200 м, то абсолютная отметка точки K равна 350 м — 200 м = 150 м. Отметка устья скв. 2 равна 440 м. Скважина 2 вскрыла кровлю Ψ слоя в точке L на глубина 90 м. Следовательно, отметка точки L равна 440 м — 90 м = 350 м и т. д. Отметка точки обнажения кровли слоя соответствует отметке горизонтали, на которой эта точка располагается.

Определение элементов залегания слоев выполняется способом, изложенным в разделе 3.3 учебника. Кровли слоев рассматриваются как параллельные друг другу плоскости, пространственное положение которых в каждом варианте заданий определяется либо двумя точками (точками пересечения кровли с разведочными выработками, точками обнажения кровли), либо только одной точкой. Так, изображенные на рис. 10.25 параллельные плоскости определяются:

- плоскость Ω — точками R и K пересечения ее со скв. 3 и скв. 1;
- плоскость Ψ — точками N и L пересечения со скв. 2 и скв. 3;
- плоскость Λ — точкой M пересечения этой плоскости со скв. 3;
- плоскость Σ — точкой C пересечения ее со скв. 3.

Рассмотрим расположение двух нижних плоскостей Ψ и Ω . Они параллельны друг другу, причем каждая из них определяется парой точек. Однако такой способ их задания не позволяет строить на чертеже проекции линий простираения и падения, по которым

писью по типу А—А. На начальном и конечном штрихах линии разреза на расстоянии 2—3 мм от внешнего края следует ставить стрелки, указывающие направление взгляда. Линии стрелок должны быть тонкими. По линии разреза необходимо указать проекции точек, принадлежащие линиям пересечения плоскостей Σ , Λ , Ψ и Ω с плоскостью разреза. Проекция этих точек указывают и на профиле разреза при построении вертикальных проекций линий u^Σ , u^Λ , u^Ψ , u^Ω .

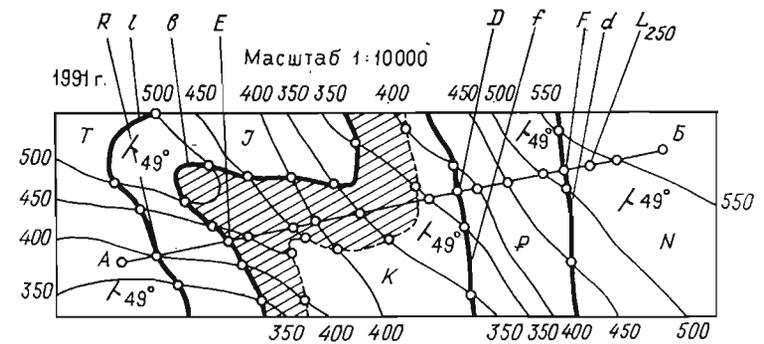
При задании азимута падения плоскости, кроме величины угла, указывается и азимутальная четверть (СВ, ЮВ, СЗ, ЮЗ), в которой этот угол находится. Элементы залегания должны быть записаны следующим образом: S_{250} аз. пад. ЮЗ $253^\circ \angle 38^\circ$. Истинная мощность слоев указывается в метрах.

Этап 2. Составление геологической карты. Геологическая карта отражает залегание пород на поверхности и примыкающей к ней верхней части земной коры. Она позволяет понять не только геологическое устройство поверхности земли, но и составить представление о строении земной коры на ту или иную глубину. Геологическая карта строится на топографической основе и представляет собой уменьшенную в определенном масштабе горизонтальную проекцию выходов коренных пород на дневную поверхность. Выходом слоя на дневную поверхность называют участок на карте, ограниченный линиями пересечения кровли и подошвы слоя с рельефом местности. Линии, ограничивающие выходы кровли и подошвы слоев на карте, называются геологическими границами (рис. 10.27).

Построение проекций линий пересечения топографической поверхности с плоскостями Σ , Λ , Ψ и Ω надо начать с вычерчивания проекций горизонталей этих плоскостей. Количество горизонталей должно быть достаточным для построения в пределах плана проекций всех точек, принадлежащих соответствующим линиям. При определении границ залегания слоев с заданной глубиной, количество горизонталей плоскости должно быть увеличено.

В каждом случае надо обязательно указать отметки всех горизонталей плоскости, обозначив последнюю буквенным индексом. Отметка горизонталей и обозначение плоскостей надо чередовать в шахматном порядке, располагая их за пределами топографического плана. Это исключает ошибки в чтении чертежа. Необходимо соблюдать последовательность в решении задачи. Только закончив построение проекции первой линии, можно переходить к построению проекции второй и т. д.

Заключительным этапом в решении задачи этой темы должно быть построение границы залегания кровли слоя с заданной глубиной. Границей залегания кровли с глубиной 0 м является сама линия выхода кровли на поверхность. Порядок выполняемых всех построений изложен в разделе 6. Каждая геологическая система на карте должна быть обозначена соответствующими буквенными



Составил:

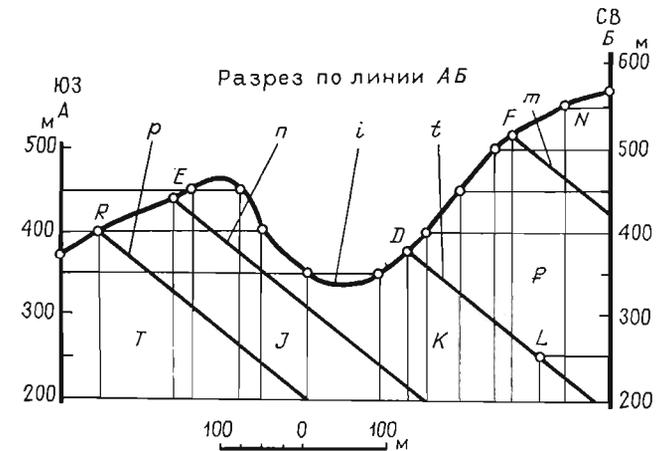


Рис. 10.27

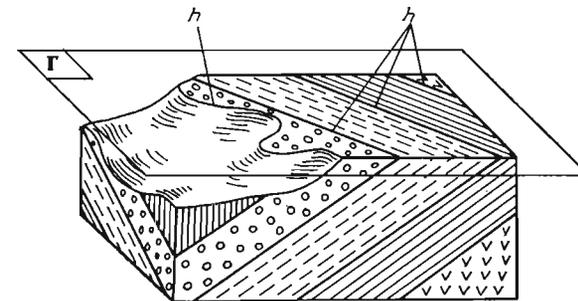


Рис. 10.28

индексами, а также условным знаком, обозначающим элементы залегания слоя, входящего в эту систему.

Этап 3. Построение среза по заданному горизонту. Геологическая карта отражает состав, возраст и условия залегания обнаженных на земной поверхности горных пород. Но геологические карты

строятся и для глубинных горизонтов земной коры как карты со снятыми верхними, более молодыми по возрасту, толщами пород. В этом случае при удалении верхних отложений обнажаются более древние по возрасту, так называемые «коренные» породы, вмещающие основную часть полезных ископаемых. Срез по заданному горизонту в задании представляет собой сечение участка топографической поверхности, а также ряда параллельных наклонных плоскостей (поверхностей наложения) горизонтальной плоскостью, пространственное расположение которой определяется ее числовой отметкой (рис. 10.28).

Решение задачи следует начать с копирования в соответствующем месте формата очерченного участка карты, расположив его левую сторону параллельно левой рамке формата (см. рис. 10.23, 4). При таком расположении меридиональная линия (север—юг) участка не совпадает с аналогичной линией геологической карты. Это обстоятельство следует учитывать при выполнении дальнейших построений в этом разделе задания.

Линией пересечения всякой поверхности с горизонтальной плоскостью является горизонталь этой поверхности, отметка которой соответствует отметке секущей плоскости. Следовательно, если срез производится плоскостью Г, проходящей на высоте 525 м, то изображенная на плане топографическая поверхность, равно как и наклонные плоскости, будут пересекаться с ней по половинным горизонталям, отметки которых равны 525 м. Только если в первом случае горизонталь будет представлять собой линию произвольной кривизны, то во втором они будут параллельными прямыми.

При построении половинной горизонтали топографической поверхности вспомогательные прямые, определяющие на плане проекции ее точек, проводят с таким расчетом, чтобы расстояние между проекциями полученных точек не превышало 10 мм, а в местах, где кривая резко меняет свое направление, эти расстояния должны быть еще меньше. При обводке чертежа горизонталь, являющуюся вспомогательной при построении половинной (линии среза), обводят штрих-пунктирной линией, а построенную половинную — сплошной утолщенной линией. Вспомогательные прямые, при помощи которых построены точки половинной горизонтали, сохраняются. При обводке толщина этих линий должна быть около 0,3 мм.

Проекция половинных горизонталей, которые получаются при пересечении поверхностей наложения (плоскостей Σ , Λ , Ψ и Ω) с секущей горизонтальной плоскостью, можно построить по точкам пересечения их проекций (предварительно построенных) со сторонами участка, очерченного на геологической карте. Однако следует иметь в виду, что проекции горизонталей на плане среза и геологической карте не будут параллельны друг другу, так как эти чертежи не одинаково ориентированы. Кратчайшие расстояния между их проекциями на плане должны быть равны длинам соответствующих отрезков L^1 , L^2 , L^3 (см. рис. 10.26).

Помимо линии среза на плане необходимо показать проекции всех горизонталей, а также те части линий пересечения поверхности наложения с рельефом местности (геологических границ), которые расположены ниже секущей плоскости. Так же как и на геологической карте, на план наносят меридиональную линию, а также буквенные индексы геологических систем, слагающих рассматриваемый участок района.

Этап 4. Построение геологической блок-диаграммы. Материал, необходимый для решения четвертой части задания, изложен в разделе 9.3.

Геологическая карта и геологические разрезы, выполненные по различным направлениям, являются наиболее распространенными способами изображения геологического строения того или иного участка земной поверхности. Однако при сложных взаимоотношениях отдельных комплексов горных пород, кроме геологической карты и геологических разрезов, составляется еще и геологическая блок-диаграмма.

Блок-диаграммой в геологии называют изображение блока земной коры, построенное в аксонометрической или какой-либо другой наглядной проекции. Изображенному блоку обычно придают форму прямоугольного параллелепипеда. Верхнее основание блока, которое называют кровлей блока, ограничено земной поверхностью, боковые грани — двумя геологическими разрезами. Блок-диаграмма представляет, таким образом, совокупность аксонометрических проекций участка геологической карты и двух геологических разрезов, выполненных по смежным направлениям. Блок-диаграмма в отличие от других способов изображения дает более наглядное представление о геологических структурах участка земной коры. Блок земной коры изображается в этом случае таким, каким он представился бы наблюдателю, рассматривающему его с высоты и под некоторым углом зрения.

По условию задания блок-диаграмма строится для очерченного на топографическом плане участка в одной из стандартных аксонометрических проекций. Вид аксонометрической проекции, в которой блок-диаграмма должна быть построена, указан в условии индивидуального задания. В случае построения блок-диаграммы в диметрической проекции координатную ось y на карте необходимо совмещать с большей стороной участка. Это придаст блок-диаграмме, несмотря на уменьшение длины этой стороны участка в 2 раза, необходимую выразительность.

Построение блок-диаграммы следует начать с построения геологических разрезов. Геологический разрез представляет собой сечение участка земной коры вертикальной плоскостью от ее поверхности на ту или иную глубину. Глубина разрезов указана в условии индивидуального задания. Геологические разрезы дают возможность составить представление о залегании пород не только на поверхности, но и на глубине. По ним выявляется связь геоло-

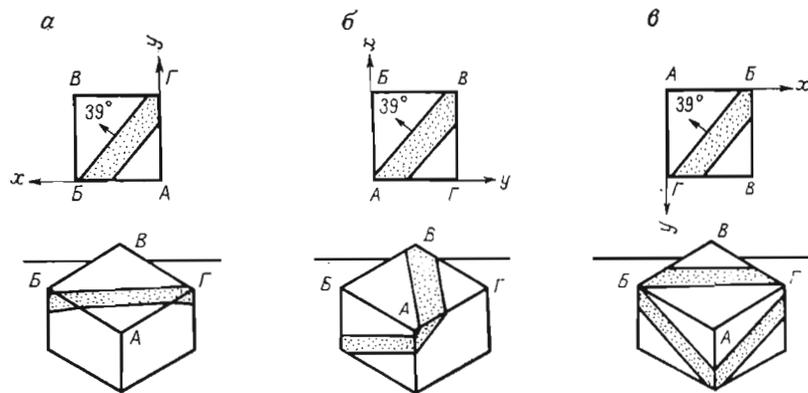


Рис. 10.29

гических структур с формами рельефа земной поверхности. Сопровождающая геологическую карту, они более детально иллюстрируют глубинное геологическое строение района.

На геологической карте разрезы составляются по прямым линиям в направлениях, дающих наиболее полное представление о залегании пород, слагающих изображенную на карте территорию. В решении задачи геологические разрезы предназначены для построения геологической блок-диаграммы очерченного участка карты. Для того чтобы изображаемому блоку придать форму прямоугольного параллелепипеда, земную кору надо мысленно рассечь двумя парами параллельных вертикальных плоскостей. Однако если учесть условия обзора блока, то видимыми частями на блок-диаграмме будут кровля блока и только два смежных разреза. Направление их линий разреза на карте обуславливается положением точки зрения, выбранной с учетом получения наиболее выразительного изображения, отражающего характер залегания горных пород на поверхности и глубине. Наибольшая выразительность может быть получена при обзоре изображаемого блока со стороны падения слоев. Из представленных на рис. 10.29 вариантов наибольшую наглядность характера залегания слоя даст вариант 10.29, в, где точка зрения задана с учетом изложенного выше.

У начала и конца линий разреза ставятся прописные буквы русского алфавита. Так как линии сечения разрезов пересекаются, в их обозначении будет одна общая буква.

Горизонтальный и вертикальный масштабы при построении разрезов должны соответствовать масштабу карты. Построение разреза начинают с проведения в соответствующем месте листа вертикальных линий, ограничивающих слева и справа разрез. Расстояние между ними должно быть равно длине линии разреза AB на карте (см. рис. 10.27). На проведенных линиях наносят деления

вертикального масштаба с указанием отметок соответствующих горизонтов и линейной единицы, в которой выражены отметки масштаба. Нижнюю отметку определяют с учетом необходимой глубины разреза, верхнюю — с учетом отметки горизонтали топографической поверхности, пересекаемой линией разреза и имеющей наибольшее значение.

Плоскость разреза пересекает топографическую поверхность по плоской кривой i , поверхности наложения Σ , Λ , Ψ и Ω по параллельным прямым p , m , n и t . Построенные прямые носят название геологических границ (на разрезе). При построении разрезов необходимо помнить, что если секущая вертикальная плоскость T пересекает горизонталь параллельных плоскостей под острым углом, то углы падения прямых, полученных в таком сечении, будут меньше углов падения самих плоскостей, равно как и расстояние между этими прямыми будет больше истинного расстояния между этими плоскостями.

Однако расстояние между прямыми, замеренные в вертикальном направлении, будут постоянными независимо от направления секущей плоскости. Этим обстоятельством следует руководствоваться при контроле точности выполняемых графических построений.

Над разрезами делаются надписи, указывающие название разреза и линию карты, по которой он составлен. Каждая геологическая система на разрезе должна быть обозначена соответствующим буквенным индексом. Для ориентирования разреза относительно карты над линиями вертикального масштаба проставляют буквенные индексы, соответствующие буквенным индексам линии разреза на карте. При ориентировании разреза относительно стран света индексы азимутальных четвертей располагают над буквенными индексами, обозначающими линию разреза на карте. Ниже разрезов помещают графический линейный масштаб. Надписи над разрезами выполняют стандартным чертежным шрифтом.

Для построения кровли блок-диаграммы предварительно заготавливают трафарет, представляющий собой аксонометрическую проекцию очерченного участка геологической карты (рис. 10.30). Трафарет следует выполнить на кальке или тонкой писчей бумаге. Сетку квадратов для построения аксонометрических проекций горизонталей на трафарете следует наносить не на чертеже-оригинале, а на топографическом плане чертежа-задания. Сетку вычерчивают карандашом со сторонами квадратов 10×10 мм. Помимо аксонометрических проекций горизонталей топографической поверхности на трафарете отмечают точки пересечения этих горизонталей с геологическими границами m и n .

Горизонталь топографической поверхности копируются с трафарета на блок-диаграмму на светокопировальном столе. Формат листа, на котором строится блок-диаграмма, накладывают на трафарет так, чтобы точка 300 масштабной линии трафарета совпала с точкой L блок-диаграммы, а сама масштабная линия — с аксоном-

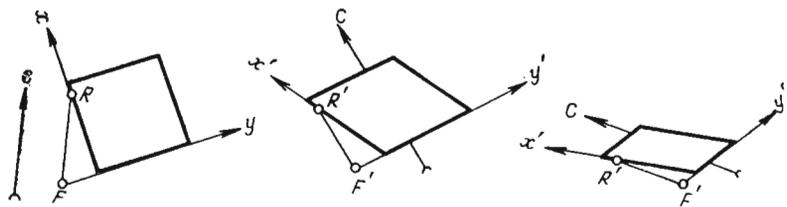


Рис. 10.32

отрезки, соответствующие на разрезах расстояниям от горизонта 100 м до вертикальных проекций перечисленных точек, получают их аксонометрические проекции R' , T' и U' : $R'_0R' = 230$ м, $T'_0T' = 215$ м, $U'_0U' = 175$ м. Точка H' располагается на линии пересечения двух невидимых разрезов, которые на чертеже не изображены. Построение ее аксонометрической проекции можно выполнить приближенно. Для этого необходимо продлить проекции a' и c' до их взаимного пересечения. Более точное решение можно получить, определив предварительно на плане высотную отметку этой точки и отложив соответствующие расстояния на линии пересечения невидимых разрезов.

Аксонометрические проекции точек D , E , F и K пересечения геологических границ m и n с кривыми b и d можно построить по их проекциям на разрезах, откладывая в каждом случае расстояние от их оснований (основания точек на разрезах не указаны) до масштабной линии соответствующего разреза на аксонометрических осях x' и y' блок-диаграммы. Вертикальные прямые, проведенные через основания точек, пересекают кривые b' и d' в искомым точках D' и E' , F' и K' . Геологические границы ES и FS имеют общую точку S , расположенную на линии пересечения разрезов. Аксонометрическая проекция этой точки определяется равенством $TS = T'S'$. Аксонометрические проекции точек E и F построены. Соединив точку S' с точками E' и F' отрезками прямых, получают аксонометрические проекции указанных геологических границ. Отрезки ES и FS являются линиями пересечения кровли слоя с плоскостями разрезов. Линии пересечения подошвы слоя с плоскостями разрезов проводят через точки D' и K' соответственно параллельно отрезкам $E'S'$ и $F'S'$.

Числовые значения отметок горизонталей топографической поверхности на блок-диаграмме наносят в разрыве этих линий, причем основания цифр в любом случае должны быть направлены вниз по склону (см. рис. 10.30, з).

Относительно стран света блок ориентируют стрелкой меридионального направления. Положение этой линии на блок-диаграмме определяется расположением на плане изображаемого участка от-

носительно стран света. В произвольном месте параллельно линии север—юг на плане проводят прямую, которая пересекала бы координатные оси x и y в точках R и F (рис. 10.32). Построив аксонометрические проекции этих точек, получают отрезок $R'F'$, определяющий аксонометрическую проекцию меридионального направления. Линию меридионального направления на блок-диаграмме проводят так, чтобы она делила подошву блока приблизительно на равные части. Стрелку, которая показывает северное направление меридиана, строят как плоскую фигуру, лежащую в координатной плоскости xOy . У концов линии пишут соответственно буквенные индексы C и $Ю$.

Для придания блок-диаграмме большей выразительности расположение блока в пространстве ориентируют и относительно плоскости горизонта. С этой целью на произвольной высоте проводят горизонтальную линию, соответствующую границе горизонтальной плоскости, на которой располагается изображенный блок земной коры.

Масштаб, в котором построена блок-диаграмма, указывают на свободном поле чертежа около изображения блока. Так как блок-диаграмма может быть построена в проекции, где искажение длины, ширины и высоты изображенного блока не одинаковы, необходимо указать масштабы по всем трем направлениям. Для этого около изображения блока строят аксонометрические оси проекции, в которой блок-диаграмма построена. На осях отмечают деления аксонометрических масштабов с указанием линейной единицы, в которой выражены отметки масштабов (см. рис. 10.30, з).

Этап 5. Оформление чертежа. Обводка чертежа. Окончательную обводку чертежа выполняют тушью. Линии произвольной кривизны (горизонталы топографической поверхности и др.) обводят от руки канцелярским пером (№ 23, 24, 110, 115 и др.) или кривоножкой. Перо должно быть острым и упругим.

Кривоножка предназначена для обводки от руки тушью или краской линий произвольной кривизны. Стержень кривоножки должен легко и плавно вращаться в ручке. В остальном к кривоножке предъявляют те же требования, что и к рейсфедеру. Чертить кривоножкой следует медленно, с легким нажимом, следя за тем, чтобы ручка кривоножки всегда находилась в вертикальном положении. На поворотах движение руки замедляют, а нажим немного усиливают.

Толщина линий. Горизонталы топографической поверхности должны иметь толщину около 0,3 мм. Внутренняя линия рамки геологической карты, линия рамки плана среза, очерка блок-диаграммы, а также рамки формата чертежа должны иметь толщину 0,5—0,7 мм. Линии вспомогательных построений при определении элементов залегания и мощности слоев, линии штриховки зоны с заданной глубиной залегания слоя на геологической карте должны иметь толщину 0,2—0,3 мм.

Горизонталы (изогипсы) плоскостей Σ , Λ , Ψ и Ω при определении элементов залегания, профиля линий падения этих плоскостей на разрезе должны иметь толщину около 1 мм. Линии вертикального масштаба на геологических разрезах, внешняя линия рамки карты должна быть толщиной 1—1,2 мм.

Выполнение надписей. Все надписи на чертеже должны быть выполнены стандартным чертежным шрифтом.

Надписи «Геологическая карта», «План среза по горизонту . . .», «Геологический разрез по линии . . .», «Геологическая блок-диаграмма», год составления карты выполняют шрифтом разреза 5. Буквы, обозначающие поверхности (плоскости) наложения, линии разреза на геологической карте и геологических разрезах, буквы, ориентирующие блок-диаграмму относительно карты, буквенные индексы геологических систем выполняют шрифтом размера 7. Показатели числовых отметок горизонталей наносят в разрыве этих линий шрифтом размера 2,5. Все остальные надписи на чертеже, за исключением основной, выполняют шрифтом размера 3,5. Размер шрифта для заполнения «основной надписи» автор работы подбирает самостоятельно.

Условные обозначения на геологическом чертеже. Для того чтобы содержание геологического чертежа воспринималось с первого взгляда, состав, время формирования и условия залегания горных пород обозначают на нем особыми условными знаками, которые могут быть цветовыми, буквенными или штриховыми. Цветовые знаки применяются для обозначения возраста осадочных и вулканических пород. Обозначение горных пород штриховыми условными знаками делают обычно в тех случаях, когда карта не раскрашивается, а выполняется каким-либо одним цветом.

По условию задания каждая геологическая система на чертежах курсовой работы раскрашивается соответствующим цветом и обозначается буквенным индексом, без обозначения пород штриховыми знаками. Условные обозначения располагают справа от восточной рамки геологической карты. При их размещении придерживаются определенной последовательности. Вначале в возрастной (стратиграфической) последовательности (от молодых к более древним) размещают знаки геологических систем, изображенных на карте. Внутри цветового знака ставят буквенный индекс, соответствующий названию системы. Справа от цветового знака пишут наименование геологической системы, а также название горной породы, слагающей эту систему. За цветовыми знаками размещают штриховые знаки, обозначающие на карте элементы залегания слоев, разведочные выработки и т. д.

Прямоугольники, ограничивающие условные обозначения, должны быть размером 35 × 20 мм. Ниже указаны наименования геологических систем, буквенные индексы и цвет, которыми они обозначаются:

Четвертичная система — Q (желтовато-светло-серый цвет)

Неогеновая система — N (лимонно-желтый цвет);

Палеогеновая система — P (оранжево-желтый цвет)

Меловая система — K (зеленый цвет)

Юрская система — J (синий цвет)

Триасовая система — T (фиолетовый цвет)

Пермская система — P (оранжево-коричневый цвет)

Каменноугольная система — C (серый цвет)

Девонская система — D (коричневый цвет)

Силурийская система — S (серо-зеленый светлый цвет)

Ордовикская система — O (оливковый цвет)

Разведочные скважины, шурфы, обнажения и знаки наклонного залегания слоев выполняются в соответствии с Инструкцией по составлению геологической карты и ГОСТом 2.855—75.

Элементы залегания должны быть указаны для слоев каждой геологической системы. Знаки элементов залегания, а также буквенные индексы геологических систем не должны пересекаться другими линиями чертежа. Поэтому их надо наносить в местах, свободных от линий.

Зона с заданной глубиной залегания слоя горной породы оконтуривается на карте двумя линиями. Глубина залегания 0 м — сплошной тонкой линией (линией выхода кровли на поверхность), глубина залегания 100, 150, 200 и 250 м — штриховой линией. Кроме того, указанная зона заштриховывается наклонными линиями. Расстояние между штрихами 5—6 мм, наклон штрихов к южной рамке карты — 45, 30 или 60°.

Фоновая раскраска чертежа. Фоновую раскраску можно сделать акварельными красками или цветными карандашами. Под фоновой раскраской понимают окрашивание площади бумаги ровным тоном в один цвет. Интенсивность раскраски подбирают с таким расчетом, чтобы топографическая основа карты и нанесенные на нее условные знаки просвечивались и легко читались. При раскрашивании чертежа акварельными красками необходимо придерживаться следующего порядка.

Раскраску проводят до обводки чертежа тушью. Все линии чертежа, не подлежащие обводке тушью, стирают мягкой резинкой. Эту операцию надо проделать с максимальной осторожностью, так как нарушение верхнего слоя бумаги приведет при раскраске к образованию пятен и неровному тону. Линии, подлежащие в дальнейшем обводке тушью, должны быть тонкими, но четкими. В противном случае после раскраски чертежа они будут плохо различимы и их трудно обводить тушью.

Акварельную краску соответствующего цвета разводят в белом фарфоровом блюде. Раствор краски должен быть бледным. Густо разведенный раствор будет образовывать пятна и полосы на раскрашиваемой поверхности. В течение 30—40 мин раствору дают отстояться. После этого верхний слой раствора осторожно сливают в другой сосуд и используют для работы.

Подготовленный к раскраске чертеж прикрепляют к чертежной доске. Площадь, подлежащую окрашиванию, смачивают чистой водой сделанным

из ваты тампоном. Раскраску можно начинать только после исчезновения глянца воды с поверхности бумаги. Повернув чертеж так, чтобы узкая сторона раскрашиваемой площади была бы сверху, чертежной доске для стекания краски придают наклон в 30—40°. Сочно напятав краской кисть, окрашивание начинают с верхнего левого угла. Концом кисти с легким нажимом делают плавное движение вправо по контуру раскрашиваемой площади. Дойдя до правой границы, кисть переносят налево и плавным неторопливым движением конца кисти сгоняют образованный излишек раствора краски валиком вниз. При недостатке краски в валике ее набирают кистью, проводят концом кисти слева направо, пополняя валик по всей ширине раскрашиваемой площади. Коротким плавным движением слева направо валик краски сгоняют вниз по наклонной поверхности, пока не доведут окрашивание до нижней границы контура. Излишек краски удаляют отжатой кистью. Большие площади рекомендуются раскрашивать крупной кистью № 9—15.

После окончания раскраски работу проверяют, обнаруженные недостатки исправляют. Если после высыхания краски тон ее оказался недостаточным, то для его усиления делают повторную окраску этой площади тем же раствором краски. Повернув чертеж на 180°, раскраску начинают с нижнего края. Это дает более равномерный тон по всей раскрашиваемой площади. Ошибочно закрасненные места чистят чернильной резинкой, прикрывая остальную часть окрашенной поверхности плотной бумагой. Этим же резинкой можно и ослабить небольшие по площади пятна на фоновой раскраске, протирая поверхность бумаги легкими осторожными движениями. Чертеж обводят тушью после высыхания всех окрашенных поверхностей с соблюдением изложенных правил.

Цветными карандашами чертеж раскрашивают после обводки его тушью и удаления мягкой резинкой всех ненужных линий, проведенных чертежными карандашом. Подобранный карандаш соответствующего цвета, раскрашиваемую площадь заштриховывают плавными без сильного нажима челночными движениями руки, начав с верхнего края и постепенно перемещаясь к нижнему. Штрихи должны плотно прилегать (но не накладываться) друг к другу и не выходить за контур раскрашиваемой площади. Карандаш при этом надо держать в руке так, чтобы угол наклона его к поверхности бумаги не превышал 15—20°. Дойдя до нижней границы раскрашиваемой площади, чертеж поворачивают на 90° и штриховку повторяют. Этим достигается более равномерная плотность штриховки по всей площади.

Тампоном, сделанным из чистой ваты, плавными круговыми движениями нанесенные карандашом штрихи равномерно растирают до получения одинакового по всей площади тона. Движение руки при этом должно быть неторопливым, перемещения равномерными по всей заштрихованной площади. Чтобы раскраска не выступала за пределы очерченного участка, предварительно из листа кальки заготавливают трафарет с вырезом, соответствующим очерку окрашиваемой площади. Наложив трафарет на чертеж, им прикрывают те его части, которые не подлежат раскрашиванию.

Для придания блок-диаграмме большей объемности и выразительности ее изображают с учетом распределения света и тени на поверхности блока. При составлении технических рисунков источник света считается расположенным сзади рисующего, в верхнем левом углу. Поэтому освещенные части предмета на рисунке будут всегда слева, а затемненные — всегда справа. Наиболее освещенной частью блока при указанном расположении источника света будет его кровля. Немного темнее кровли будет его левая грань (разрез), а самой темной частью блока — его правая грань. При раскрашивании блок-диаграммы акварельными красками оттенение блока достигается повторным раскрашиванием его затемненных частей. При работе цветными карандашами штриховку затемненных частей блока делают более плотной, усиливая нажим на карандаш и увеличивая число повторений.

Задачи для самостоятельного решения

1. На прямой l построить проекцию точки K , удаленной от точки F в направлении падения прямой на расстояние 8,75 м, а на прямой d построить проекцию точки R , удаленной от точки E на расстояние 7,25 м (рис. 1).
 2. Определить элементы залегания прямых m ($A_{10}B_4$), n ($C_{40}D_{30}$), h (L_8M_8) и h^1 ($P_{-3}R_{-3}$) (рис. 2).
 3. Пройнтерполировать прямую a (M_8N_{13}), прямую b ($D_{10} \angle 32^\circ$) и кривую t , расположенную в вертикальной плоскости T ; \tilde{r} — профиль кривой t ; высота сечения 1 м (рис. 3).
 4. Какую отметку должна иметь точка M прямой t , если эта прямая параллельна прямой d ($N_{10}L_8$) и пересекает плоскость проекций Π_0 в точке R , отстоящей от точки M на расстоянии 8 м (рис. 4).
 5. Через точку C провести прямую m , которая пересекла бы прямую h и имела бы угол падения, равный 35° (рис. 5).
 6. Построить линии пересечения: плоскости P с плоскостью T , плоскости Ω ($M_{12}N_{17}L_{16}$) с плоскостью Ψ ($d \cap t$), плоскости Δ (B_{130} аз. пад. СВ $65^\circ < 28^\circ$) с плоскостью Φ (C_{100} аз. пад. ЮВ $140^\circ \angle 48^\circ$), плоскости Λ (D_{180} аз. пад. СЗ $285^\circ \angle 37^\circ$) с плоскостью Σ (E_{90} аз. пр. СВ $63^\circ \angle 90^\circ$) (рис. 6).
 7. Построить линию t пересечения плоскости Ψ (N_{16} аз. пад. ЮЗ $254^\circ \angle 33^\circ$) с плоскостью Σ , которая проходит через точку B перпендикулярно к плоскости Ψ и имеет азимут простираения, равный 115° , и определить истинное расстояние между параллельными плоскостями Δ (A_{10} аз. пад. ЮЗ $220^\circ < 30^\circ$) и Λ (B_4 аз. пад. ЮЗ $220^\circ \angle 30^\circ$) (рис. 7).
 8. Прямая t пересекает параллельные плоскости Λ (A_{60} аз. пад. ЮЗ $195^\circ \angle 36^\circ$) и Ψ в точках M и N , отстоящих друг от друга на расстоянии 20 м. Определить истинное расстояние между плоскостями Δ и Ψ (рис. 8).
 9. В каком направлении надо пересечь плоскость Λ (B_{80} t) вертикальной плоскостью T , чтобы в сечении получить прямую m , угол падения которой был бы равен 10° ? (рис. 9).
 10. Через точку A провести прямую a , которая была бы параллельна плоскости Σ и пересекала бы прямую t . Провести прямую l , которая была бы параллельна плоскости Δ и пересекала бы прямые m и n (рис. 10).
 11. В плоскости Σ построить геометрическое место точек, равноудаленных от точек A и B . Определить отметку точки M , исходя из условия, что точка отстоит от плоскости Δ ($t \cap i$) на расстоянии 7,5 м (рис. 11).
 12. Вращением вокруг оси i точку R совместить с плоскостью Λ ($a, B_{7,6}$). На какой угол надо повернуть прямую m ($F_{10} \angle 37^\circ$) вокруг оси i , чтобы она пересекла прямую b (K_9L_3) (рис. 12).
 13. Через точку E провести прямую m , которая пересекла бы прямую l под углом 48° (рис. 13).
 14. Построить проекцию квадрата $KLMN$, лежащего в плоскости Λ , исходя из условия, что сторона KL квадрата длиной 7 м имеет угол падения 23° (рис. 14).
 15. Вращением вокруг горизонтальной оси $h_{5,25}$ точку E совместить с плоскостью Ω , а точку S вращением вокруг оси h_3 с плоскостью T (рис. 15).
 16. Определить истинную величину двугранного угла $\Psi \cap \Omega$. Определить элементы залегания плоскости Σ , которая проходит через точку A и биссектрису линейного угла β ($m \cap n$) (рис. 16).
 17. Определить истинную и вертикальную амплитуды смещения плоскости Λ . На плане даны проекции исходного положения плоскости Λ , смещенного положения ее левого крыла Λ^* и плоскости сместителя T ; s — направление смещения плоскости Λ .
- Определить истинную и вертикальную амплитуды смещения плоскости Ψ ; Ψ — исходное положение плоскости, Ψ^* — смещенное положение ее правого крыла, T — плоскость сместителя, s — направление смещения плоскости Ψ (рис. 17).

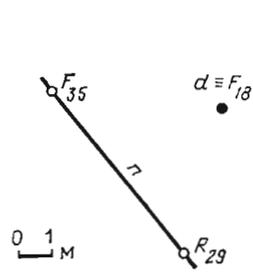


Рис. 1

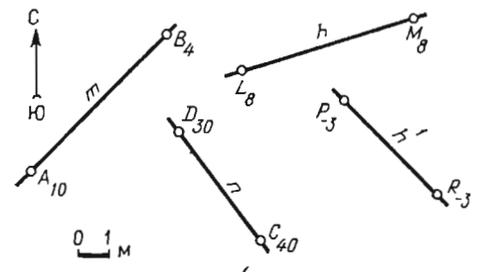


Рис. 2

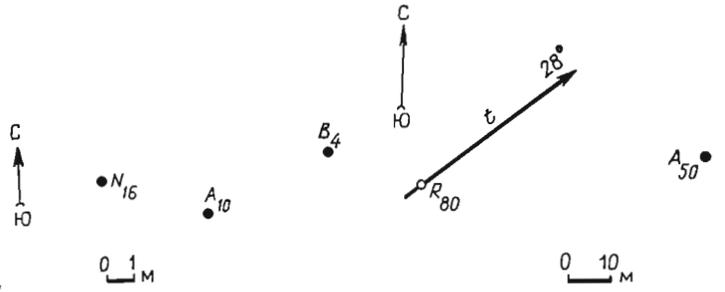


Рис. 7

Рис. 8

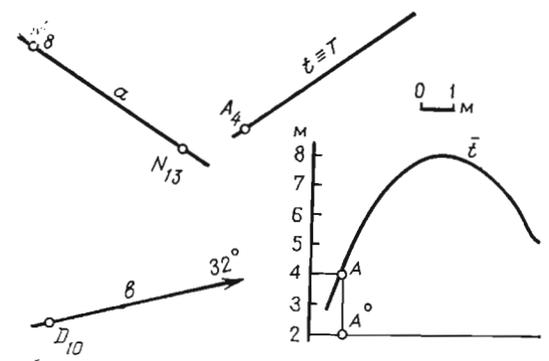


Рис. 3

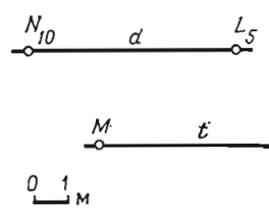


Рис. 4

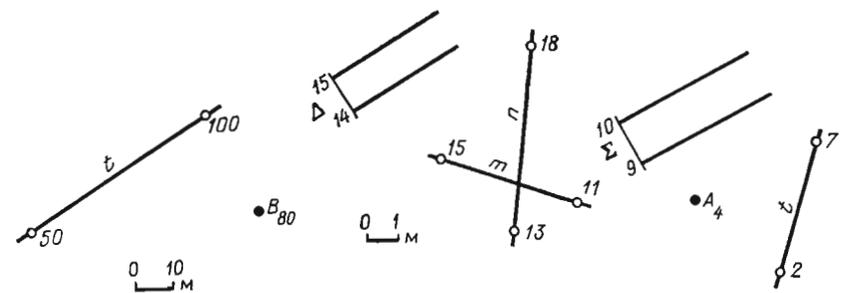


Рис. 9

Рис. 10

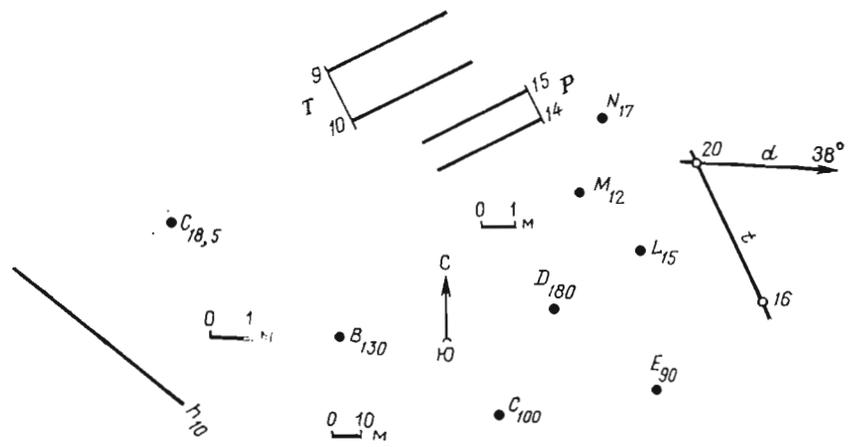


Рис. 5

Рис. 6

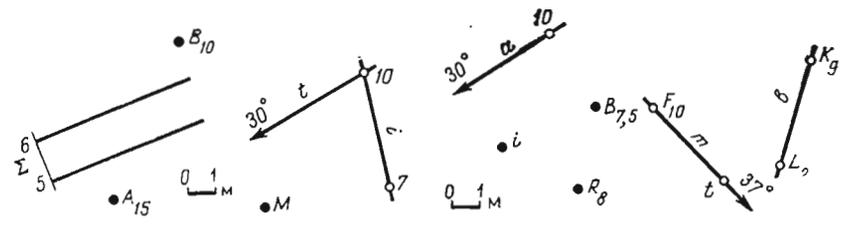


Рис. 11

Рис. 12

18. Построить истинный вид фигуры сечения наклонной треугольной призмы $ABCKLM$ плоскостью Σ , проходящей через точку F перпендикулярно к ребру AK .

Построить истинный вид фигуры сечения треугольной пирамиды $ACBS$ вертикальной плоскостью T , проходящей через прямую b (рис. 18).

19. Построить проекции линий пересечения цилиндрической поверхности $\Psi (t \cap h)$ с плоскостью Σ и цилиндрической поверхности $\Omega (t \cap n)$ с плоскостью Δ ; \bar{n} — профиль направляющей n (рис. 19).

20. Построить линии пересечения конической поверхности с плоскостью поверхности $\Psi (S_{14}, h_0)$ с плоскостью Σ ; поверхности $\Omega (S_1, h_{-1})$ с плоскостью Λ , проходящей через точку B , вершину поверхности S и имеющей азимут линии простираания CB 75° (рис. 20).

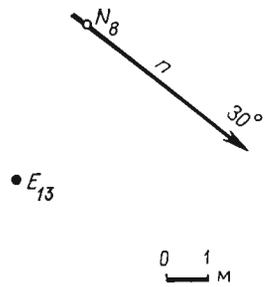


Рис.13

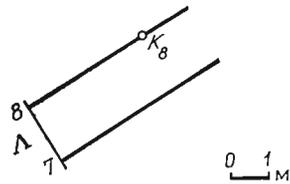


Рис.14

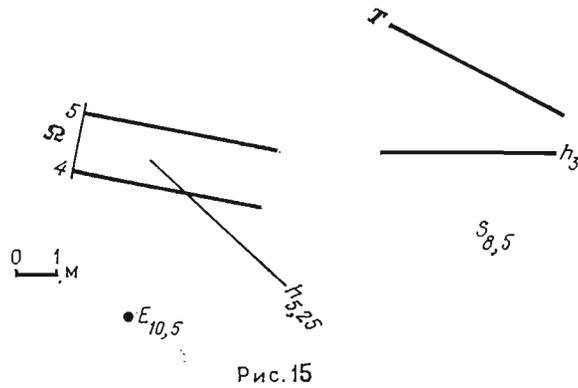


Рис.15

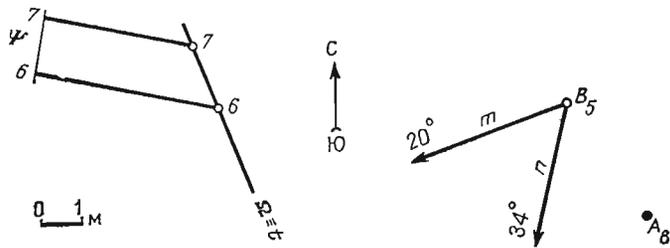


Рис.16

21. Построить:
 1) проекцию конечного положения южного крыла цилиндрической поверхности Ω ($t \cap h$), прямолинейно сместившейся по плоскости смесителя Σ (N_{125} аз. пад. ЮВ $165^\circ \angle 43^\circ$) в направлении s на расстояние 30 м;
 2) профиль разреза по линии AB .

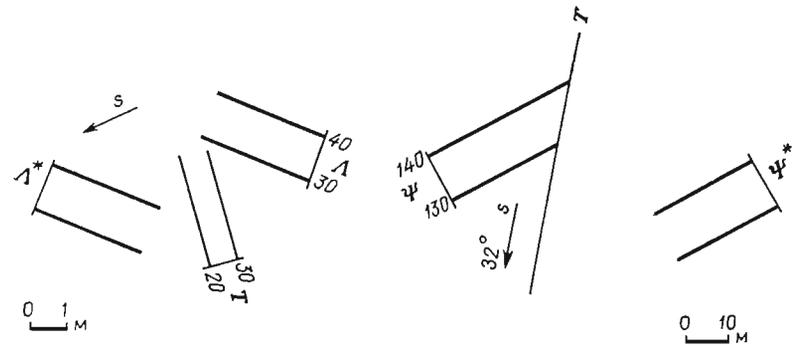


Рис.17

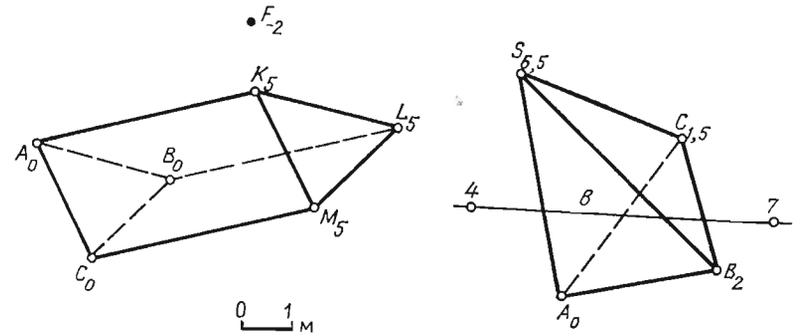


Рис.18

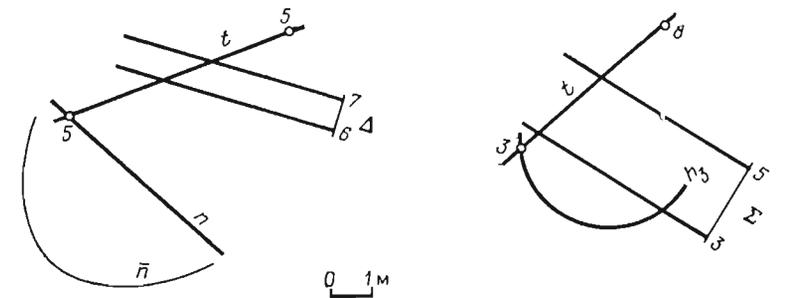


Рис.19

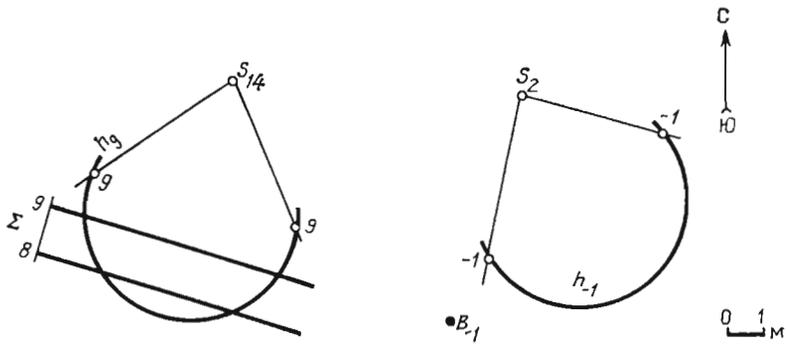


Рис. 20

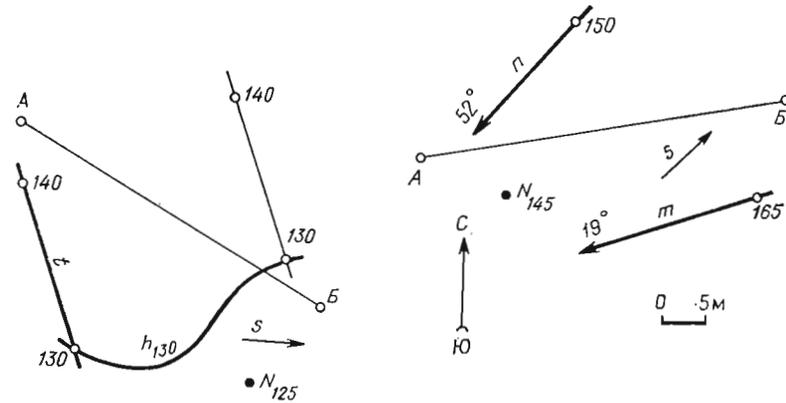


Рис. 21

- Построить:
- 1) проекцию конечного положения северного крыла косої плоскости Ψ ($m-n$), прямолинейно сместившейся по плоскости смесителя Λ (N_{145} аз. пад. Ю $180^\circ \angle 31^\circ$) в направлении s на расстоянии 55 м;
 - 2) профиль разреза по линии AB (рис. 21).
22. Построить:
- 1) линии пересечения топографической поверхности с параллельными плоскостями Λ (A_{80} аз. пр. ЮВ $100^\circ \angle 90^\circ$) и Δ , отстоящих друг от друга на расстоянии 25 м. Плоскость Δ расположена к юго-западу от плоскости Λ ;
 - 2) профиль разреза по линии $ЖЗ$.
- Построить:
- 1) линии пересечения топографической поверхности параллельными плоскостями Σ (C_{125} аз. пад. ЮЗ $220^\circ \angle 42^\circ$) и Ψ . Плоскость Ψ расположена над плоскостью Σ на расстоянии 25 м;
 - 2) профиль разреза по линии $ЛМ$ (рис. 22).
23. Построить:

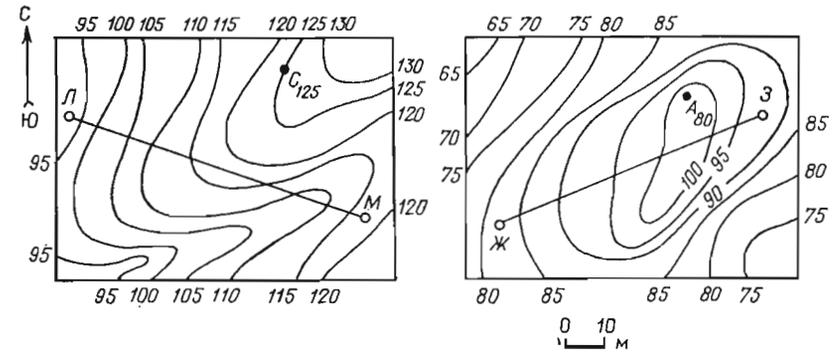


Рис. 22

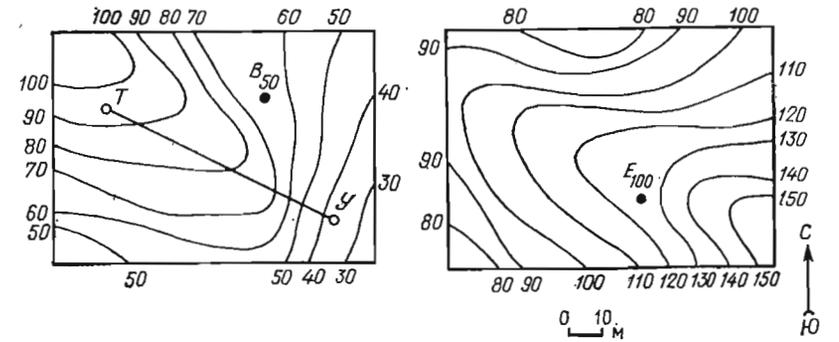


Рис. 23

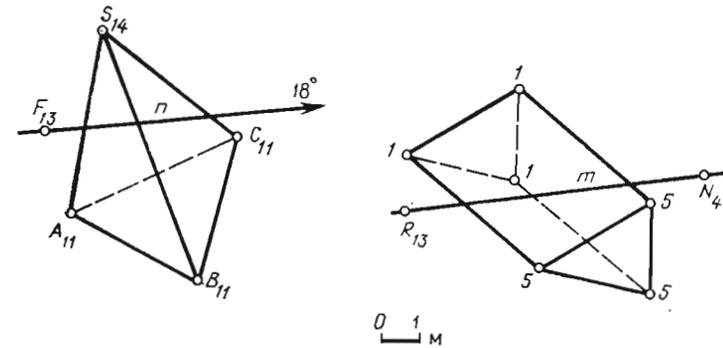


Рис. 24

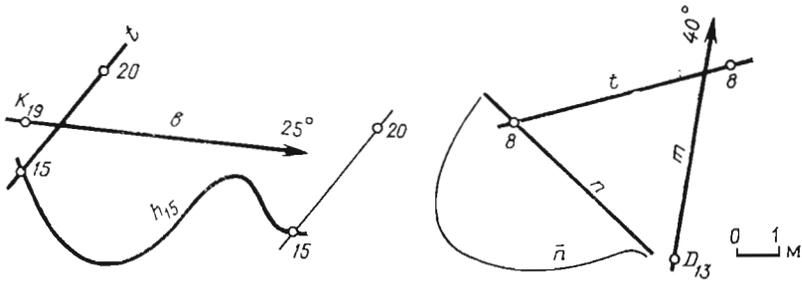


Рис. 25

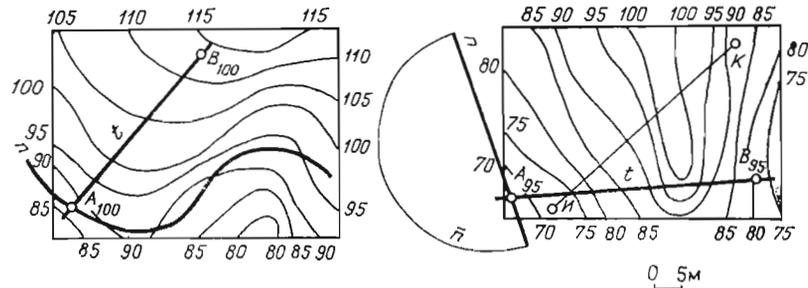


Рис. 28

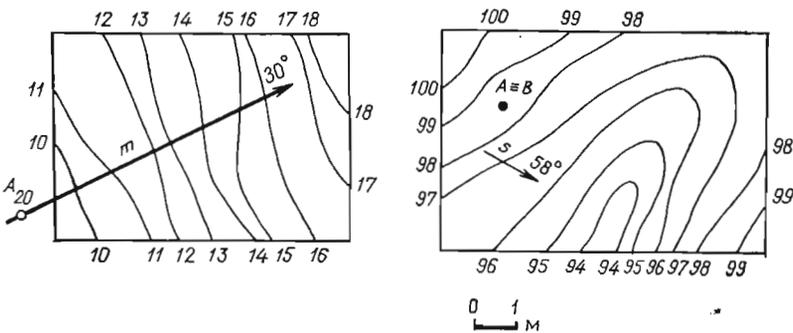


Рис. 26

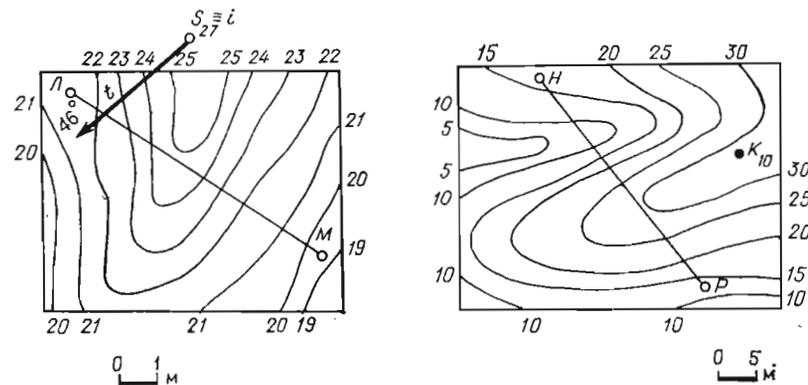


Рис. 29

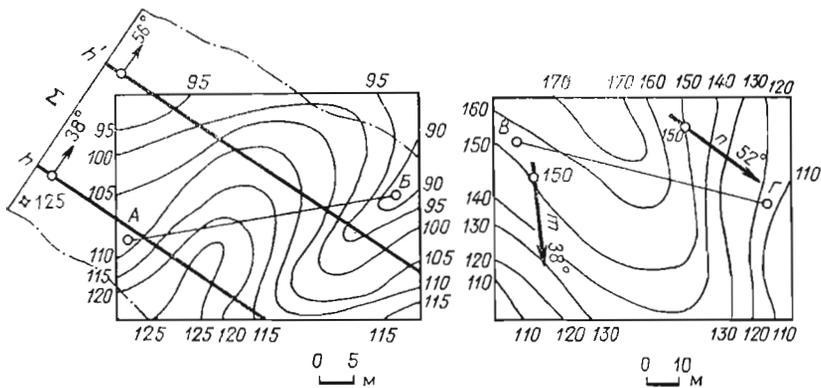


Рис. 27

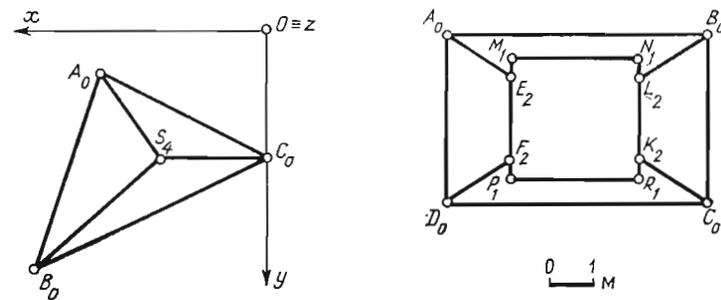


Рис. 30

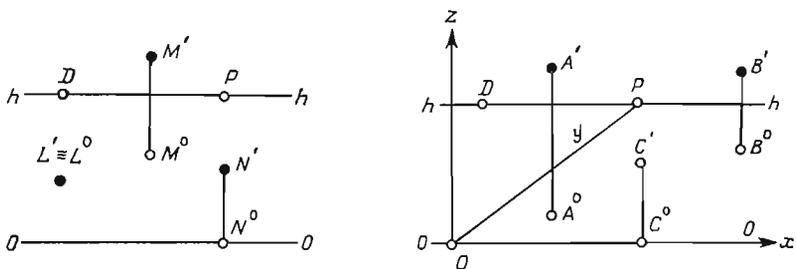
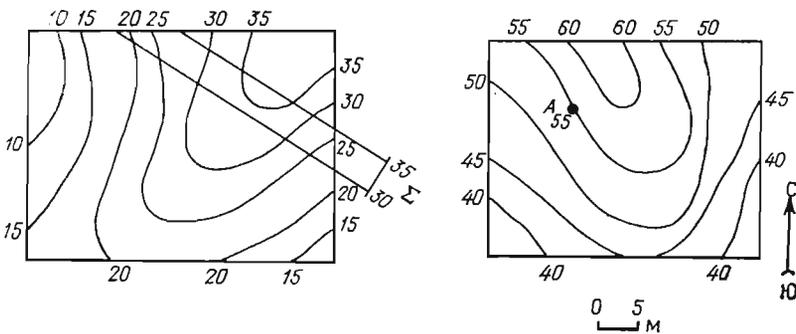
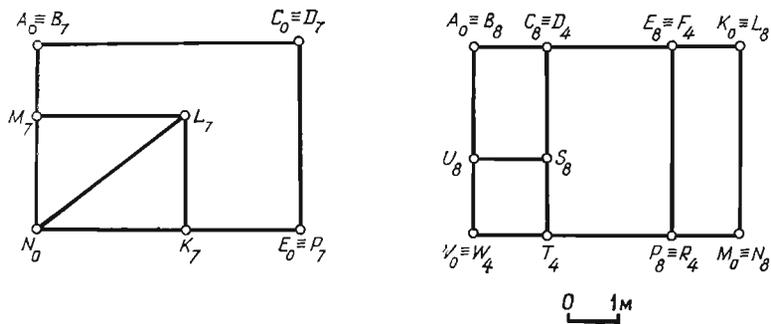


Рис.33

- 1) геометрическое место точек топографической поверхности, в которых глубина залегания горизонтальной плоскости Γ , проходящей через точку B , была бы равна 10 и 35 м;
- 2) профиль разреза по линии TU .
Выделить на топографической поверхности зону с глубиной залегания плоскости Σ (E_{100} аз. пад. $SZ 305^\circ \angle 43^\circ$) от 0 до 20 м (рис. 23).
24. Построить точки пересечения прямых m и n с трехгранной призмой. Определить видимость прямых относительно многогранников (рис. 24).
25. Определить истинное расстояние между точками E и D пересечения прямой b ($K_{19} \angle 25^\circ$) с цилиндрической поверхностью общего вида Ψ ($t \cap h$) Определить видимость прямой b относительно поверхности Ψ .

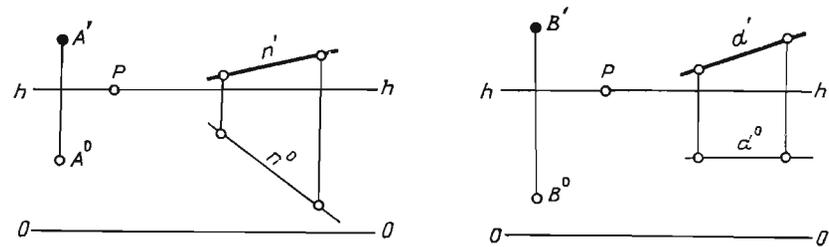


Рис.34

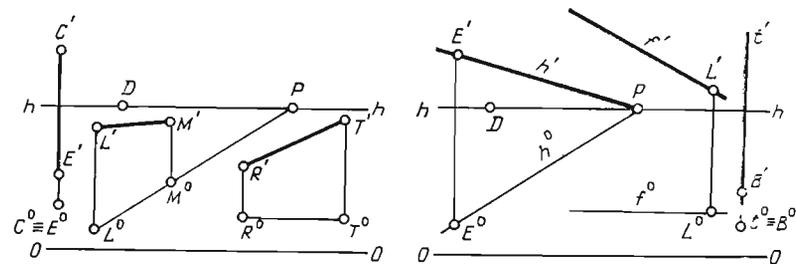


Рис. 35

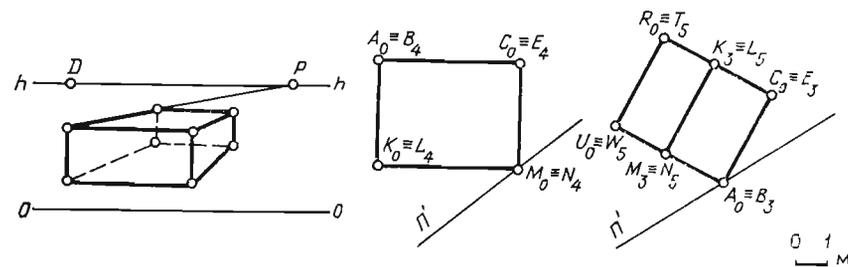


Рис.36

- Построить точки F и R пересечения прямой m ($D_{13} \angle 40^\circ$) с цилиндрической поверхностью общего вида Ω ($t \cap n$); n — профиль направляющей n . Определить видимость прямой m относительно поверхности Ω (рис. 25).
26. Построить точку B пересечения прямой m ($A_{20} \angle 30^\circ$) с топографической поверхностью. Определить видимость прямой m относительно поверхности.
- Определить конечную точку тени, падающей от буровой мачты на топографическую поверхность, исходя из условия, что высота мачты AB равна 9 м, а s — направление световых лучей (рис. 26).
27. Построить:
 - 1) линию пересечения отсека незамкнутой призматической поверхности Σ , образующие которой расположены горизонтально с топографической поверхностью;
 - 2) профиль разреза по линии AB .

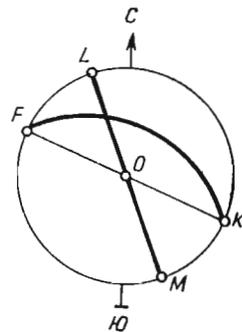
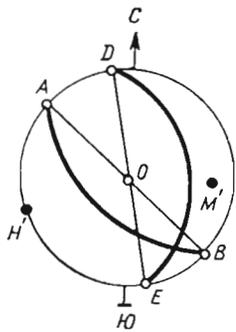


Рис. 37

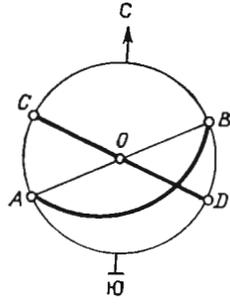
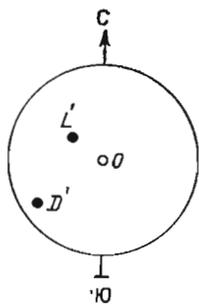


Рис. 38

Построить:

1) линию пересечения косою плоскости Δ ($m \rightarrow n$) с топографической поверхностью Π_0 — плоскость параллелизма;

2) профиль разреза по линии $B\Gamma$ (рис. 27).

28. Построить линию пересечения цилиндрической поверхности Ω , заданной направляющей n , лежащей в плоскости Σ (A_{100} аз. пад. ЮВ $92^\circ \angle 40^\circ$) и образующей l с топографической поверхностью.

Построить:

1) линию пересечения цилиндрической поверхности Ψ ($l \cap n$) с топографической поверхностью; \bar{n} — профиль направляющей n ;

2) профиль разреза по линии $ИК$ (рис. 28).

29. Построить:

1) линию пересечения конической поверхности вращения, заданной образующей l ($S_{27} \angle 46^\circ$) и осью i , с топографической поверхностью;

2) профиль разреза по линии $ЛМ$.

Построить:

1) линию пересечения сферической поверхности с топографической поверхностью; радиус сферы 40 м, точка K — ее центр;

2) профиль разреза по линии $НР$ (рис. 29).

30. Построить прямоугольную изометрическую проекцию пирамиды $АВС$.

Построить горизонтальную изометрическую проекцию пирамиды с вырезом, выбрав наиболее удобное расположение аксонометрических осей (рис. 30).

31. Построить прямоугольную диметрическую и фронтальную изометрическую проекции параллелепипедов с вырезами (рис. 31).

32. Построить фронтальную изометрическую проекцию участка топографической поверхности, рассеченной плоскостью Λ (A_{55} аз. пад. ЮВ $155^\circ \angle 46^\circ$) (рис. 32).

33. Определить истинное расстояние от точек L , M и N до предметной плоскости, плоскости проекций и плоскости главного вертикала.

Определить пространственные координаты точек A , B и C (рис. 33).

34. Через точку A провести прямую m , которая была бы параллельна заданной прямой n , а через точку B провести прямую a параллельно заданной прямой d (рис. 34).

35. Определить истинную длину отрезков LM , CE и RT .

На прямой t отложить отрезок BC длиной 40 мм, на прямой h — отрезок EF длиной 30 мм, на прямой f — отрезок LT длиной 20 мм (рис. 35).

36. По центральной проекции прямоугольного параллелепипеда определить его длину, ширину и высоту.

По плану прямоугольного параллелепипеда и положению плоскости проекции Π' построить его центральную проекцию.

По плану прямоугольного параллелепипеда с вырезом и положению плоскости проекций Π' построить его центральную проекцию (рис. 36).

37. Построить стереографические проекции прямых m (аз. пад. ЮЗ $205^\circ \angle 30^\circ$), n (аз. пад. ЮВ $110^\circ \angle 54^\circ$) и d (аз. пад. СЗ $330^\circ \angle 70^\circ$).

38. Построить стереографические проекции горизонтальной прямой h (аз. пр. СВ $50^\circ \angle 0^\circ$) и вертикальной прямой l .

39. Построить стереографические проекции плоскостей Σ (аз. пад. СВ $75^\circ \angle 35^\circ$) и Λ (аз. пр. ЮВ $102^\circ \angle 90^\circ$).

40. Построить стереографические проекции плоскостей Φ (аз. пад. ЮВ $130^\circ \angle 59^\circ$), Ψ (аз. пад. ЮЗ $250^\circ \angle 20^\circ$) и нормалей к ним.

41. Построить стереографические проекции плоскостей Δ (аз. пр. СВ $58^\circ \angle 90^\circ$), Ω (аз. пр. ЮВ $112^\circ \angle 90^\circ$) и нормалей к ним.

42. По стереографическим проекциям прямых m (M') и h (H'), плоскостей Σ (DE) и Λ (AB) определить их элементы залегания.

По стереографическим проекциям плоскостей Δ (\overline{FK}) и Ψ (\overline{LM}) определить их элементы залегания и построить нормали к ним (рис. 37).

43. Методом стереографических проекций определить истинную величину угла, составленного плоскостями: Σ (аз. пад. СВ $28^\circ \angle 39^\circ$) и Λ (аз. пад. ЮВ $195^\circ \angle 58^\circ$); Δ (аз. пад. $230^\circ \angle 26^\circ$) и Ψ (аз. пр. ЮВ $135^\circ \angle 90^\circ$).

44. Методом стереографических проекций определить истинную величину угла, составленного прямыми: m (аз. пад. ЮЗ $210^\circ \angle 30^\circ$) и n (аз. пад. СЗ $275^\circ \angle 47^\circ$); d (аз. пад. ЮВ $131^\circ \angle 27^\circ$) и h (аз. пр. СВ $85^\circ \angle 0^\circ$).

45. Определить элементы залегания биссектрисы угла, составленного прямыми d (D') и l (L').

Определить элементы залегания биссекторной плоскости угла, составленного плоскостями Σ (\overline{AB}) и Λ (\overline{CD}) (рис. 38).

46. Определить истинную величину угла, составленного прямой a (аз. пад. ЮЗ $220^\circ \angle 36^\circ$) и плоскостью Ψ (аз. пад. СВ $63^\circ \angle 40^\circ$).

47. Построить стереографическую проекцию прямой b , принадлежащей плоскости Δ (аз. пад. СЗ $283^\circ \angle 38^\circ$) и имеющей угол падения, равный 20° .

1. Емелин М. А., Лукинский Г. И. Методические указания по проектированию в горном деле и маркшейдерии. Прямоугольные проекции.— М.: Изд. МГРИ, 1981.
2. Зозулевич Д. М. Машинная графика в автоматизированном проектировании.— М.: Машиностроение, 1976.
3. Бубенников А. В. Начертательная геометрия.— М.: Высшая школа, 1985.
4. Калинин В. Н. Методические указания к выполнению курсовой работы по инженерной графике.— М.: Изд. МГРИ, 1984.
5. Коров Ю. И. Начертательная геометрия.— М.: Стройиздат, 1987.
6. Лебедев П. Е. Топографическое черчение.— М.: Недра, 1987.
7. Ломоносов Г. Г. Инженерная графика.— М.: Недра, 1984.
8. Лукинский Г. И., Елисева М. Ф., Павлов Д. И. Методические указания по геометрическому черчению.— М.: Изд. МГРИ, 1986.
9. Лукинский Г. И., Лукошков Г. В. Инженерная графика для решения горно-технических задач.— М.: Изд. МГРИ, 1983.
10. Лукинский Г. И., Ребрик Б. М. Методические указания к выполнению графических работ студентами МГРИ.— М.: Изд. МГРИ, часть I, 1981, часть II, 1984.
11. Лукинский Г. И., Ребрик Б. М. Методические указания к выполнению курсовой работы по инженерной графике.— М.: Изд. МГРИ, 1983.
12. Об учебнике Г. Г. Ломоносова «Инженерная графика»/Б. М. Ребрик, В. А. Дворников, И. В. Клевцов, Л. Г. Дрогиллов.— Горный журнал, 1985, № 7, с. 32—33.
13. Ребрик Б. М. У колыбели геологии и горного дела.— М.: Недра, 1984.
14. Сироткин Н. В., Калинин В. Н. Методические указания к выполнению контрольного задания по инженерной графике.— М.: Изд. МГРИ, 1983.
15. Сироткин Н. В., Калинин В. Н. Сборник задач по геометрическим основам для структурной геологии и геологического картирования.— М.: Изд. МГРИ, 1984.
16. Сироткин Н. В., Калинин В. Н. Инженерно-геологическая графика.— М.: Изд. МГРИ, 1986.

Предисловие	3
ВВЕДЕНИЕ В ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКУЮ ГРАФИКУ	5
Виды чертежей в инженерной практике	5
Начертательная геометрия — основа инженерно-геологической графики	7
Особенности инженерно-геологической графики	8
Краткий исторический обзор	10
Принятые обозначения	12
ЧАСТЬ I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ГРАФИКИ	14
1. Основные понятия и методы построения изображений на плоскости	14
1.1. Прямоугольные проекции. Комплексный чертеж	14
1.2. Трехкартинный чертеж точки. Координаты точки	16
1.3. Прямая линия	17
1.4. Плоскость	20
2. Проекции с числовыми отметками. Точка, прямая линия	22
2.1. Сущность метода. Проекция точек на плане	22
2.2. Классификация прямых и способы задания прямой на плане	24
2.3. Определение истинной длины отрезка и угла падения прямой	26
2.4. Уклон и заложение прямой. Интерполирование прямой	28
2.5. Взаимное расположение двух прямых линий	31
3. Проекции с числовыми отметками. Плоскость	36
3.1. Классификация плоскостей и способы их задания на плане	36
3.2. Заложение и уклон плоскости	38
3.3. Элементы залегания плоскости	39
3.4. Взаимное расположение двух плоскостей	43
3.5. Взаимное расположение прямой и плоскости	46
3.6. Взаимно перпендикулярные плоскости	51
3.7. Примеры решения задач на взаимное расположение прямой и плоскости	52
4. Проекции с числовыми отметками. Методы преобразования чертежа	60
4.1. Метод вращения. Вращение точки вокруг вертикальной оси	60
4.2. Вращение точки, прямой и плоскости вокруг горизонтальной оси	62
4.3. Вращение точки и прямой вокруг наклонно расположенной оси	71
4.4. Поступательное прямолинейное смещение точки, прямой и плоскости	74
5. Проекции с числовыми отметками. Многогранники и кривые поверхности	78
5.1. Основные понятия	78
5.2. Многогранники	79
5.3. Кривые линии	80
5.4. Кривые поверхности. Обзор некоторых кривых поверхностей, их задание и изображение на плане	85
5.5. Топографическая поверхность и ее геометрические свойства	92

6. Проекция с числовыми отметками. Пересечение поверхностей с плоскостью и прямой линией	95
6.1. Пересечение многогранника с плоскостью	95
6.2. Пересечение кривой поверхности с плоскостью	100
6.3. Пересечение поверхности с прямой линией	114
7. Проекция с числовыми отметками. Пересечение поверхностей	120
7.1. Взаимное пересечение многогранников. Пересечение многогранников с кривыми поверхностями	121
7.2. Взаимное пересечение кривых поверхностей	124
7.3. Математические действия с топографическими поверхностями	128
7.4. Касательные и нормальные плоскости к кривым поверхностям	132
8. Стереографические проекции	143
8.1. Сущность метода	143
8.2. Прямая линия и плоскость в стереографических проекциях	144
8.3. Решение позиционных и метрических задач в стереографических проекциях	156
9. Наглядные проекции	169
9.1. Аксонометрические проекции. Сущность метода	169
9.2. Стандартные аксонометрические проекции	172
9.3. Примеры построения аксонометрических изображений	177
9.4. Центральные проекции (Линейная перспектива)	186
9.5. Векторные проекции	201
9.6. Аффинные проекции	210
ЧАСТЬ II. ВЫПОЛНЕНИЕ ЧЕРТЕЖЕЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ	227
10. Основные сведения по выполнению и оформлению чертежей	227
10.1. Правила оформления чертежей по ЕСКД	227
10.2. Оформление горных и геологических чертежей	232
10.3. Основы автоматизации графических работ	237
10.4. Примеры контрольных домашних заданий и курсовой работы по инженерно-геологической графике	240
Список литературы	316

Ребрик Б. М., Сироткин Н. В., Калинин В. Н.

Р 31 Инженерно-геологическая графика: Учеб. для вузов.— М.: Недра, 1991.— 318 с.: ил.

ISBN 5-247-01398-0

Приведены основы инженерной графики для геологов. Изложены теоретические основы проекций с числовыми отметками, стереографических, аксонометрических и других наглядных проекций. Подробно рассмотрена геометрическая сущность ряда структурно-геологических понятий. Большое внимание уделено применению методов инженерной графики при решении задач общей и структурной геологии, геологического картирования. Освещены использование компьютерной техники и основы автоматизации инженерно-графических работ.

Для студентов горно-геологических специальностей вузов.

Р $\frac{2502010300-161}{043(01)-91}$ 102 — 91

ББК 26.3