Кузнецова Н.С., Буркин В.В., Лопатин В.В.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОВЗРЫВА В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ И РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ"

Томск-2008

СОДЕРЖАНИЕ

Введе	ение	3							
1.	Феноменологическое описание процессов при	4							
	электровзрыве в твердых диэлектриках								
2.	Модель электровзрыва								
2.1.	Уравнения разрядного контура импульсного генератора	8							
2.2.	Уравнение энергобаланса в канале при электровзрыве	11							
2.3.	Система уравнений импульсного деформирования твердого	11							
	материала								
2.4.	Уравнения состояния твердых сред	12							
2.5.	Энергия волны	12							
2.6.	Начальные условия	13							
3.	Волновая динамика и прогноз разрушения материала	13							
4.	Энергетические характеристики электровзрыва	14							
5.	Содержание работы	16							
5.1.	Параметры модели	16							
5.2.	Описание программы	16							
5.3.	Порядок работы	18							
5.4.	Содержание отчета	20							
Контр	рольные вопросы	21							
Списо	эк использованной литературы	21							

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОВЗРЫВА В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

Цель работы: изучение волновой динамики и разрушения при электровзрыве в твердых диэлектриках методом компьютерного моделирования

введение

Известно, что взрыв – крайне быстрое выделение энергии, связанное с изменением состояния вещества, как правило, сопровождаемое образованием и распространением в среде особого рода возмущения – ударной волны и переходом начальной энергии в энергию движения или разрушения вещества.

Взрывное действие расширяющегося разрядного канала при импульсном пробое твердых материалов используется в электроразрядной технологии фрагментации материалов, бурении скважин, резании щелей, очистке поверхностей от отложений и др. Основу этих технологий составляет взаимосвязанных процессов: зажигание комплекс разряда, развитие разрядных каналов, завершающееся пробоем, импульсный ввод энергии внешнего источника в разрядный промежуток, расширение канала под действием давления плазмы, генерирование волновых возмущений (ударных волн), их распространение, формирование напряженно-деформированного состояния в твердом теле, образование трещин и разрушение материала. В целом эти процессы по аналогии с взрывом химических взрывчатых веществ (ВВ) в конденсированных материалах называют электровзрывом.

Объектами электровзрывных (электроразрядных) технологий являются твердые материалы. Если разрядный канал (рабочий инструмент) формируется непосредственно в разрушаемых материалах, то ими могут быть только диэлектрики или полупроводящие материалы с сопротивлением, значительно превышающим импеданс высоковольтного генератора, формирующего разрядный канал. Если разрядный канал формируется в жидкости, то разрушение (например, отслаивание) осуществляется волнами ОТ расширяющегося канала и/или пульсирующего давления OT трансформируется пароплазменного пузыря, который канал после В завершения выделения энергии в нем.

Электровзрыв в твердом диэлектрике – один из специфических источников импульсной нагрузки. Специфика такого способа воздействия обусловлена высокой плотностью энергии в канале, неравномерным распределением энергии В волне, полем механических напряжений, распространяющейся волной. Отмеченные формируемых факторы обусловлены малым радиусом канала, который позволяет создать объемную плотность энергии в канале до 20-25 кДж/см³, но, одновременно приводит к резкому снижению амплитуды волны в окрестности канала, вызванному ее дивергенцией в радиальном направлении. Ударная волна, излучаемая

3

расширяющимся каналом, вырождается в упругую с выраженной областью растягивающих тангенциальных напряжений, которые стимулируют зарождение радиальных трещин. По мере распространения волны плотность энергии в ее головной части резко уменьшается. В результате ухудшается подпитка энергией устьев образовавшихся трещин и, в итоге, уменьшается их число и протяженность.

По характеру нагружения наиболее близким к разрушению твердых тел электрическим разрядом является взрыв химических взрывчатых веществ. Известно, что величина давления при взрыве BB составляет (1÷10)·10⁹ Па, температура в активной зоне несколько ниже, чем в канале пробоя и составляет 3000÷4000° К, а скорость изменения давления выше чем при электрическом пробое. Особенностями электровзрывного воздействия по сравнению с взрывом BB являются высокая мощность, развиваемая в активной зоне, и значительно меньшие размеры области энерговыделения. Если характерный размер взрывчатых веществ не менее 1 см, то начальный диаметр канала, генерирующего упруго-пластические волны около 10 мкм.

В твердых материалах как при взрыве ВВ, так и при электровзрыве наблюдается аналогичный характер разрушения материала. В обоих случаях образуются две зоны разрушения: зона раздавливания (переизмельчения) материала, которая прилегает непосредственно к каналу пробоя и зона бризантного или фугасного действия электровзрыва, характеризующаяся наличием радиальных трещин в образце. При этом область раздавливания составляет менее 10 % всей области разрушения (радиальный размер 2-4 мм против 3–5 см). Это обусловлено высокой плотностью энергии В расширяющемся канале, значительным уровнем механических напряжений окрестности И интенсивным сжатия В его снижением амплитуды генерируемой волны по мере ее распространения на периферию. Уровень механических напряжений и закономерности развития волновых возмущений в среде при электровзрыве аналогичны течению среды при взрыве В конденсированных материалах химических взрывчатых веществ. В обоих случаях импульс давления создает напряжения сжатия, сдвига и растяжения, приводящие к хрупкой и пластической деформации областей твердого тела.

Электровзрыв позволяет в достаточно широких пределах регулировать энерговыделение в разрядном канале, то есть влиять на поле напряжений вокруг канала, определяя картину разрушения материала. В связи с этим основной задачей повышения эффективности применения электроразрядных технологий является согласование режимов энерговыделения в разрядном канале с характеристиками генерируемой волны. Для выбора и оптимизации параметров импульсных генераторов важно иметь представление 0 физических и механических процессах, сопровождающих электровзрыв в твердых телах. Поскольку экспериментальные исследования в этой области весьма трудоемки, большое значение приобретает моделирование основных стадий электровзрыва, которое позволяет описать волновую динамику в твердых телах и связь параметров разрядного контура генератора с волновым характером нагружения материала для прогноза его возможного разрушения.

4

Для решения поставленной задачи используется количественная физикоматематическая модель электровзрыва, учитывающая самосогласованное решение уравнений волновой динамики в конденсированной среде и переходного процесса в разрядном контуре импульсного генератора.

1. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЭЛЕКТРОВЗРЫВЕ В ТВЕРДЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

Явление электровзрыва включает в себя формирование канала пробоя в твердом материале, его расширение при введении энергии от мощного генератора, формирование волн механических напряжений и поля деформаций в твердом теле, зарождение и рост трещин и разрушение материала.

Электрический пробой завершается образованием канала сквозной проводимости – полости, заполненной ионизованным газом. В этом канале протекает ток из накопителя энергии (рис. 1), в сопротивлении канала выделяется энергия, увеличиваются температура и давление плазмы, за счет быстрого расширения канала в среду генерируются ударные волны, которые являются одним из основных воздействующих факторов на обрабатываемые материалы.

Радиальные размеры разрядного канала в промежутках 0.1-5 см при развитии разряда до перемыкания промежутка по порядку величины составляет 10⁻⁴-10⁻³ см, а при расширении радиус канала увеличивается до значения, определяемого введенной в него энергией и скоростью ввода энергии.



Рис. 1. Схема электровзрыва при фрагментации твердых непроводящих материалов: C – емкость генератора, U_0 – зарядное напряжение, S_w – коммутатор, r_z – омическое сопротивление цепи, L – индуктивность цепи

Одновременно с нагревом и газокинетическим расширением плазменного канала будет происходить его охлаждение теплопередачей через стенку канала, истечение плазмы из приэлектродных областей, а часть энергии будет теряться на рекомбинационное излучение. Для облегчения расчетов теплоотдачей обычно пренебрегают, считая процесс нагрева адиабатическим. Потерями энергии на формирование канала пробоя, составляющими в сантиметровых промежутках около 10 Дж можно пренебречь. Потери энергии на излучение и истечение плазмы из канала в анализе не учитывались. В соответствии с литературными оценками при временах формирования волн не превышающих ~ 10^{-6} с, излучение не превышает 2–5 % от выделенной в канале энергии W_{ch} . Потери энергии на истечение плазмы из устьев канала в типичных условиях составляют не более 5 % от W_{g} .

Быстрозатухающие ударные волны в конденсированных диэлектриках с 10^{8} - 10^{9} Па наблюдаются уже на давлением на фронте до стадии формирования ветвящихся разрядных каналов. Однако основное разрушающее действие оказывают волны, генерируемые при радиальном расширении канала после завершения пробоя. При этом в канале возрастает сопротивление давление, его снижается, a увеличение радиуса сопровождается генерированием механических напряжений. Иx волн



Рис. 2. Щелевая хронограмма расширения канала пробоя в КСІ: 1 – разрядный канал, 2, 3 – пластическая и упругая волны, соответственно, 4 – область разрушения.

волн механических напряжении. Их распространение в материале формирует напряженно-деформированное состояние, которое и определяет его дальнейшее разрушение.

Анализ хронограмм расширения разрядного канала В оптически прозрачных материалах (рис. 2) показал, что при расширении плазменный канал генерирует сверхзвуковую ударную которая, волну, подвергаясь сильной дивергенции в силу малого радиуса канала, на расстоянии $\sim 1 - 2$ MM вырождается акустическую, В расщепляясь на упругий предвестник и пластическую волну. Таким образом, впереди распространяется упругая волна 3 со скоростью продольной волны с₁.

Следом – пластическая 2, скорость которой определяется напряжением (давлением) во фронте волны. Пластическая волна при распространении в твердом теле быстро затухает и приводит к формированию динамично изменяющегося поля сжимающих и сдвиговых напряжений и деформаций в в окрестности канала, результатом которого является твердом теле формирование зоны раздавливания материала вблизи него (радиусом ~1-3 Упругая волна, распространяясь в диэлектрике в радиальном мм). направлении, имеет выраженную область растягивающих тангенциальных своим фронтом. Такое воздействие на породу приводит к напряжений за формированию переменного BO времени И В пространстве поля растягивающих напряжений деформаций материале, И В которые радиальных стимулируют зарождение трещин. Генеральная картина разрушения твердого тела определяется суммарным действием напряжений, возникающих в среде при распространении ударных волн, генерируемых расширяющимся плазменным каналом. Картина разрушения материала должна представлять собой область раздавливания вблизи канала и следующую за ней область растрескивания. На рис. 3 в качестве примера

6

приведены фотографии разрушенного электровзрывом керамического образца при различных режимах ввода энергии в разрядный канал. Экспериментальные данные показывают, что при "медленном" вводе энергии (полупериод колебаний разрядного тока T=4.8 мкс) концентрация трещин в твердом материале невелика. При "быстром" вводе энергии (T=2.2 мкс) возникает большое количество трещин незначительной длины.



T=4.8 мкс

Т=2.2 мкс

Рис. 3. Характер разрушения при электровзрыве (керамика)

В зависимости от режима разряда (количества энергии и мощности ее ввода в канал) формируемое волной поле механических напряжений вокруг канала может различаться не только интенсивностью, но и характером распределения напряжений в волне. При запасаемой в генерирующей емкости энергии ~100-200 Дж и мощности ее ввода в канал ~200-300 MBт в механически прочных материалах распределение напряжений в волне схематично отражает рис. 4. Вблизи канала (область І, радиальный размер которой не превышает $\sim 2-3$ мм) радиальные σ_1 и тангенциальные σ_2 напряжения сжимающие, здесь реализуется режим пластического деформирования, происходит раздавливание материала за счет его сжатия. Во II и III областях деформирование происходит в распространяющейся упругой волне. По мере распространения волны тангенциальные напряжения σ₂ в области II становятся растягивающими. Эта область, возникая около канала, по мере распространения фронта волны перемещается на периферию и создает условия для зарождения трещин. В головной части волны (область III) σ_1 и σ_2 сжимающие. С увеличением вводимой в канал энергии и времени ее ввода размеры области I растут, а область II либо проявляется значительно позднее, либо может проявиться только в результате отражения волны от границ твердого тела.



Рис. 4. Распределение радиальных σ_1 и тангенциальных σ_2 напряжений в поперечном сечении в окрестности канала: ρ – плотность материала, u – массовая скорость, 1 – канал пробоя, I – область пластического деформирования, II – область растягивающих тангенциальных напряжений, III – область распространения упругой волны

В основу анализа электровзрыва положена схема преобразования энергии накопителя в канальной стадии разряда, приведенная на рис. 5. Энергия накопителя $W_g = CU_0^2/2$ при разряде конденсатора частично расходуется в активном сопротивлении контура (W_R) и, в основном, выделяется в расширяющемся разрядном канале (W_{ch}). Последняя составляющая расходуется на образование и нагрев плазмы (W_{pl})и совершение работы по ее расширению (W_{ws}), то есть в энергию ударной волны в твердом теле. Энергия волны трансформируется во внутреннюю энергию материала (W_{de}) и энергию его движения (W_{ke}).



Рис. 5. Схема преобразования энергии генератора.

Анализ рассматриваемой схемы позволяет оценить затраты энергии на каждом этапе ее транспортировки в канал, выяснить пути рационального использования той составляющей энергии, которая непосредственно влияет на конечный результат – разрушение материала, и, в итоге, сформулировать рекомендации к параметрам генератора.

В последние годы вычислительные методы получают все большее распространение в физике. Компьютерное моделирование позволяет решать сложные задачи, не поддающиеся решению иными методами. Для изучения явления электровзрыва компьютерные эксперименты имеют особое значение, как ввиду сложности одновременно происходящих процессов в диэлектриках при электровзрыве, так и из-за необходимости использования существенных упрощений в аналитических решениях.

В целом уровень понимания явления электровзрыва явно недостаточен, особенно для выбора и оценки энергетических (мощностных) и режимных устройств электроразрядной обработки параметров И разрушения материалов. В настоящее время для лабораторных условий такие оценки до сих пор исключительно эмпирические, делаются только для узких пределов экспериментальных условий и не позволяют не только оптимизировать параметры, но даже ответить на коренные вопросы технико-экономической эффективности разрушения. Поэтому разработка технологического оборудования, выбор его режимных параметров ведутся интуитивно. Для оптимизации параметров выбора И импульсных генераторов В электроразрядных технологиях необходимо согласовать режим энерговыделения с характеристиками механического разрушения твердого тела. Физико-математическая модель, согласованно описывающая работу разрядного контура, расширение разрядного канала и распространение волн механических напряжений позволит исследовать основные закономерности передачи энергии накопителя в разрядный канал, преобразование этой энергии в энергию волны, разрушающей твердое тело, и оценить роль параметров контура в формировании картины разрушения.

Согласованное решение уравнений волновой динамики В конденсированной среде и переходного процесса в разрядном контуре импульсного генератора позволяет анализировать энергетические характеристики волновых возмущений, генерируемых электровзрывом в горной породе для прогноза картины разрушения в зависимости от параметров разрядного контура.

2.1. Уравнения разрядного контура импульсного генератора

В основу модели электровзрыва положены законы сохранения импульса, массы, энергии, описывающие волновой характер импульсного воздействия. Согласно схеме преобразования энергии и с учетом принятых допущений математическая модель включает: уравнения Кирхгофа для простейшего колебательного контура (рис. 6), уравнение энергобаланса канала разряда и систему уравнений, описывающую волновое деформирование упругопластической среды вокруг канала.

В электроразрядных технологиях чаще всего используются емкостные импульсные генераторы, рис. 6, другие виды генераторов могут быть

приведены к аналогичной схеме замещения. При замыкании ключа S_w в разрушаемом (обрабатываемом) материале формируется разрядный канал, в плазму которого вводится энергия из конденсатора *C*. В канале возрастает давление, происходит его расширение и от его стенки распространяются ударные волны (волны напряжений), которые и формируют картину разрушения. Активное сопротивление r_z включает в себя сопротивление коммутатора S_w и ошиновки разрядного контура. Индуктивность *L* состоит из индуктивностей конденсатора *C*, соединительных проводов и коммутатора S_w . Канал разряда с сопротивлением $R_{ch}(t)$ аппроксимируется цилиндром длиной l_{ch} и радиусом r_{ch} , расширяющимся в радиальном направлении. Это позволяет использовать в анализе одномерное приближение.



Рис. 6. Схема замещения генератора импульсных напряжений и нагрузки: C – емкость генератора, U_0 – зарядное напряжение, S_w – коммутатор, r_z – омическое сопротивление цепи, L – индуктивность цепи

После замыкания ключа *S_w* сумма напряжений на элементах цепи согласно уравнению Кирхгофа равна:

$$U_{r_{z}} + U_{L} + U_{ch} = U,$$
$$i = -C \frac{dU}{dt}$$

где U - напряжение на емкости C; $U_{r_z} = ir_z$ – напряжение на сопротивлении r_z ; $U_L = -L\frac{di}{dt}$ – напряжение на индуктивности L; U_{ch} – падение напряжения на

разрядном промежутке; *i* – ток, протекающий через генерирующий конденсатор *C*. Или после подстановки значений напряжений уравнения Кирхгофа для разрядной цепи:

$$L \cdot di / dt + (r_z + R_{ch}) \cdot i = U,$$

$$dU / dt = -i / C$$
(1)

с начальными условиями для силы тока i(0)=0 и напряжения $U(0)=U_0$, где U_0 – начальное напряжение, позволяют рассчитать силу тока в цепи i(t), сопротивление канала $R_{ch}(t)$, омические потери в цепи $W_R(t)$:

$$W_{R}(t) = \int_{0}^{t} i^{2}(t) r_{z} dt, \qquad (2)$$

потери энергии на индуктивности *L*:

$$W_{\rm L}(t) = \int_{0}^{t} U_{\rm L}(t) \cdot i(t) dt, \qquad (3)$$

и динамику энерговыделения в канале $W_{ch}(t)$:

$$W_{ch}(t) = \int_{0}^{t} i^{2}(t) \cdot R_{ch}(t) dt .$$
(43)

Для оценки эффективности работоспособности плазмы в различных материалах анализ волнового процесса проводится для трех различных материалов: песчаник, гранит, микрокварцит, основные электрофизические характеристики которых приведены в таблице 1. Такие материалы выбраны с учетом того, что они достаточно сильно отличаются по акустической жесткости, что, в свою очередь, приводит к реализации разных механизмов их разрушения.

Таблица 1

	песчаник	гранит	микрокварцит
плотность	2.4	2,.67	2.7
ρ ₀ , г/см ³			
скорость распространения	2300	5850	6100
упругой волны <i>с</i> , м/с			
акустическая жесткость	5520	15619.5	16470
$\rho_0 \cdot c_l \cdot 10^{-6}$, г/м · с			
статическая прочность на	2-6	8-10	12 – 15
растяжение			
σ _t , MΠa			
статическая прочность на сжатие	~170	90-250	250 - 400
σ _p , ΜΠa			

Электрофизические характеристики исследуемых материалов

Канал разряда при электровзрыве преобразует электрическую энергию разрядного контура генератора высоковольтных импульсов в работу по перемещению окружающей среды. При этом в разрядной цепи канал разряда выступает как активная электрическая нагрузка.

Исследования сопротивления канала разряда показали, что величина сопротивления в течение первой четверти полупериода колебаний разрядного тока резко спадает от исходного значения до величины в несколько Ом, затем остается квазипостоянной в течение нескольких полупериодов колебаний разрядного тока, число которых определяется, в основном, разрядной емкостью и индуктивностью контура, а далее начинает расти. Достаточно детально изучено изменение сопротивления канала разряда за первый полупериод разрядного тока, так как за это время происходит формирование и излучение ударной волны.

В литературе предложено несколько аппроксимаций изменения сопротивления за время первого полупериода разрядного тока. Мы

воспользуемся соотношением Ромпе-Вайцеля, где сопротивление канала пробоя определяется через интеграл действия тока:

$$R_{ch}(t) = K \cdot l_{ch} / \sqrt{\int_{0}^{t} i^2(t) dt},$$
(5)

где K – искровая постоянная, значение которой зависит от свойств материала, и наиболее коррелируют с акустической жесткостью твердой среды $\lambda = c_l \cdot \rho_0$. В основном, физико-механические характеристики материала заложены в искровой постоянной диэлектрика K (численно равна активному сопротивлению единицы длины канала, после протекания единичного "интеграла действия тока"). На рисунке 7 приведена зависимость $K = f(\lambda)$ с указанием полос разброса экспериментальных значений K. Для большинства материалов между K и λ существует функциональная связь. Аппроксимацией кривой на рисунке 7 получено:

$$K = K_0 \cdot (1 - e^{-k_1 \lambda})$$
(6)
при $K_0 = 1000 \text{ B} \cdot e^{05} \cdot \text{м}^{-1}, k_l = 10^{-7} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{м-c.}$



Рисунок 7. Зависимость искровой постоянной K от акустической жесткости среды λ

Отклонения от зависимости (6) у щелочно-галоидного кристалла КС1 объясняются связью с аномально высокой электропроводностью вещества канала для этого диэлектрика вследствие содержания в плазме ионов легко ионизируемого калия. Поскольку для полимеров, большинства минеральных и искусственных твердых соединений высокое содержание щелочных металлов нехарактерно, использование (6) для широкой гаммы диэлектриков обосновано.

В большей части временного интервала протекания тока величина K изменяется квазистационарно. Это дает основание использовать постоянное значение, равное K_{cp} . В таблице 2 приведены средние значения K_{cp} для исследуемых пород.

Таблица 2.

материал	песчаник	гранит	микрокварцит
$K_{cp}, \operatorname{B}_{1}^{\cdot} \operatorname{c}^{1/2} \cdot \operatorname{M}^{-1}$	500	611	870

Значения коэффициента K_{cp} , В·с^{1/2}·м⁻¹

2.2. Уравнение энергобаланса в канале при электровзрыве

Зависимости $W_{ch}(t)$ используются в уравнении энергобаланса канала, которое является ключевым соотношением, связывающим электротехническую часть электровзрыва с волновой динамикой и определяющим преобразование энергии разряда в энергию плазмы и работу, совершаемую каналом при расширении:

$$dW_{ch} / dt = dW_{ws} / dt + (\frac{1}{\gamma - 1})P_{ch} dV_{ch} / dt.$$
⁽⁷⁾

Первое слагаемое $dW_{ws} = P_{ch} \cdot dV_{ch}$ описывает приращение работы, совершаемой расширяющимся каналом, при изменении его объема $V_{ch} = \pi r_{ch}(t)^2 l_{ch}$ под действием давления внутри канала P_{ch} . Здесь $r_{ch}(t)$ – радиус канала. $W_{pl} = P_{ch} \cdot V_{ch} / (\gamma - 1)$ – энергия плазмы, расширяющейся в адиабатическом приближении с показателем у. Показатель адиабаты у определяет распределение вводимой в канал энергии между плазмой и ударной волной. Для конденсированных сред его величина, согласно 1.25 - 1.05. литературным данным, изменяется В диапазоне При моделировании величина у в основной серии расчетов полагается равной значению 1.1, которое наиболее близко к реализуемым в электроразрядных технологиях.

Из разностного аналога уравнения энергобаланса извлекалась зависимость $P_{ch}(t)$, которая служила граничным условием на стенке канала.

2.3. Система уравнений импульсного деформирования твердого материала

Для описания импульсного деформирования упругопластической среды вокруг канала используются уравнения в виде законов сохранения импульса, массы, энергии в Лагранжевых координатах для цилиндрической симметрии: уравнение движения

$$\partial u / \partial t = V_0 (X/x) \partial \sigma_1 / \partial x + V \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) / X, \tag{7}$$

$$\sigma_1 = S_1 - P, \quad \sigma_2 = S_2 - P, \quad u = \partial X / \partial t, \tag{8}$$

уравнение неразрывности

$$V = V_{0} \cdot (X/x) \partial X / \partial x, \ V = 1/\rho, \ V_{0} = 1/\rho_{0},$$
(9)

уравнение энергии

$$\partial e / \partial t = -P \cdot \partial V / \partial t + V \cdot (S_1 \cdot \partial u / \partial X + S_2 \cdot u / X), \tag{10}$$

соотношения для компонент девиатора напряжений

$$\dot{S}_{1} = 2\mu \cdot (\partial u / \partial X - \frac{1}{3} \cdot \dot{V} / V),$$

$$\dot{S}_{2} = 2\mu \cdot (u / X - \frac{1}{3} \cdot \dot{V} / V),$$

$$\dot{S}_{3} = -\dot{S}_{1} - \dot{S}_{2},$$
(11)

где x и X – начальная и текущая координаты элементов среды, u – массовая скорость, ρ_0 , ρ –начальная и текущая плотности среды, σ_1 , σ_2 – полные радиальное и тангенциальное напряжения в среде, P – давление, S_1 , S_2 , S_3 – компоненты девиатора напряжений, e –внутренняя энергия единицы массы среды, μ – модуль сдвига.

Предел упругого деформирования описывался условием Мизеса:

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = (2/3)Y^2, (12)$$

где *Y* – предел текучести среды. Согласно этому условию материал начинает деформироваться пластически, если интенсивность напряжений, характеризующая сопротивление материала изменению его формы, превышает предел текучести среды *Y*.

2.4. Уравнения состояния твердых сред

В качестве уравнения состояния для гранита используется баротропная зависимость:

$$P = \rho_0 c_l^2 (\rho / \rho_0 - 1) (\rho / \rho_0)^n .$$
(13)

В таблице 3 приведены значения параметров ρ_0 , c_l , μ , Y, n для гранита, при которых соотношения (5–11) описывают сжимаемость, упругий и пластический режимы деформирования материала, моделирующего гранит.

Таблица 3

	$ ho_0$, г/см ³	<i>сl</i> , м/с	μ, Па	<i>Y</i> , Па	п
гранит	2,67	5850	31.6·10 ⁹	$0.25 \cdot 10^9$	2

Характеристики материалов

Баротропная зависимость в виде:

$$P = \rho_0 a^2 (1 - \frac{\rho_0}{\rho}) / \left[1 - b(1 - \frac{\rho_0}{\rho}) \right]^2, \qquad (14)$$

используется для описания песчаника и микрокварцита. Основные параметры, входящие в уравнение (14) для вышеуказанных двух исследуемых сред приведены в таблице 4.

Таблица 4

Значения параметров а и b

	а	b
песчаник	2580	1.42
микрокварцит	3680	2.12

2.5. Энергия волны

Энергия волны W_{ws} , состоящая из суммы внутренней W_{de} и кинетической энергий W_{ke} , рассчитывается по соотношениям:

$$W_{ws} = 2\pi l_{ch} \int_{0}^{t} P_{ch} r_{ch} dr_{ch} = W_{de} + W_{ke},$$

$$W_{de} = 2\pi l_{ch} \cdot \int_{r_{ch}}^{x_{w}} e\rho X dX, \qquad W_{ke} = \pi l_{ch} \cdot \int_{r_{ch}}^{x_{w}} u^{2} \rho X dX,$$
 (15)

где x_w – радиус области среды, охваченной волной. При расчете энергетических характеристик волны, распространяющейся в твердом теле W_{wt} , верхний предел не превышает X_s – координату внешней границы твердого тела. В дальнейшем значения составляющих энергии W_R , W_{ch} , W_{pl} , W_{ws} нормировались делением на W_g : $\eta_R = W_R/W_g$, $\eta_{ch} = W_{ch}/W_g$, $\eta_{pl} = W_{pl}/W_g$, $\eta_{ws} = W_{ws}/W_g$.

Модель также позволяет анализировать мощность ввода энергии в канал $N(t) = dW_{ch}(t)/dt$, динамику изменения объемной плотности энергии, выделяемой в канале $w(t) = W_{ch}(t)/V_{ch}(t)$ и радиальное распределение концентрации внутренней энергии в волне $w_{ed}(X) = W_{ed}(X)/V(X) = e(X) \cdot \rho(X)$.

2.6. Начальные условия

Начальными условиями уравнений (1)-(10) являются условия невозмущенной среды $t=0: X \ge r_{ch}, X = x, u(X) = 0, P(X) = 0, \rho(X) = \rho_0(X), \sigma_{1,2}(X) = 0, e(X) = 0$. Граничным условием – временная зависимость давления на стенке канала $P_{ch}(t)$, которая рассчитывалась итерациями из уравнения энергобаланса и уравнений (1)–(10) для первой расчетной ячейки, примыкающей к каналу.

Приведенные уравнения решаются численно. Электротехнические уравнения интегрируются неявным методом Эйлера. Уравнения (1)–(12) аппроксимируются разностной схемой [1] на равномерной сетке с шагом $\Delta x \leq r_{ch0}$. Для расчета фронтов ударных волн привлекалась квадратичная искусственная вязкость. Тестирование численного решения проводится на аналитическом решении задачи о расширении цилиндрического поршня в воде с постоянной скоростью [2]. Контроль над вычислительным процессом

осуществляется сопоставлением работы, совершаемой каналом, и энергией излученной волны. Дисбаланс не превышает 3%.

Начальный радиус канала r_{ch0} в соответствии с оценками в литературе принимается равным 5 мкм. Параметры разрядной цепи соответствуют их значениям в электроразрядных технологиях: C=3-20 нФ, $U_0=250-350$ кВ, L=5-25 мкГн, $r_z=1$ Ом, K=611 В·с^{1/2} м⁻¹. Длины канала и радиальные размеры расчетных областей в твердом теле составляют $l_{ch}=0.5-5$ см, $X_s=0.5-2$ см, соответственно.

3. ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА И ПРОГНОЗ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛА

Характер масштабы разрушающего действия электровзрыва И определяются энергией и мощностью ее ввода в канал и характеристиками генерируемой волны. В зависимости от комбинации этих параметров возможны различные варианты формирования поля напряжений в области, охваченной волной (рис. 7). Ha 7, для относительно рис. a расчетные низкоэнергетичного режима разряда приведены эпюры отражающие быстро изменяющееся напряжений. во времени поле напряжений вокруг канала. Видно, что в окрестности канала величина напряжений во фронте волны достаточно высока. По мере распространения волны ее фронт трансформируется в двухволновую (упругопластическую) структуру. При этом амплитуды пластической и опережающей ее упругой

волны за счет дивергенции заметно снижаются пропорционально $\frac{1}{R^2}$.

Относительно низкоэнергетичные и "быстрые" ($T_{05} \sim \pi \sqrt{LC} \sim 0.5$ -1 мкс) режимы разряда генерируют волны, которые, распространяясь, обычно образуют три характерные области на эпюре напряжений. В окрестности тангенциальных σ_2 напряжений канала величина радиальных σ_1 И наибольшая. В этой области они сжимающие (рис. 7, *a*, область I) и могут вызвать раздавливание материала. В области II тангенциальные напряжения в волне (рис. 7, *a*, кривая σ_2) становятся растягивающими. Их наибольшие значения достигаются в окрестности внешнего радиуса области возможного раздавливания материала. На этом участке возможно зарождение радиальных трещин, которые будут прорастать в направлении распространения волны. В головной части волны (область III на рис. 7, *a*) напряжения σ_1 и σ_2 – сжимающие, но их амплитуда значительно ниже, чем в окрестности канала. Отметим, что в рассмотренном случае радиальная составляющая напряжений σ_1 остается в исследуемом временном интервале сжимающей. Эта ситуация не способствует развитию концентрических трещин, типичных для взрыва химической природы. Увеличение энергозапаса накопителя 3a счет количества генерирующих емкостей приводит к более длительным разрядам (T~3-50 µs). При таких режимах область растягивающих тангенциальных напряжений до выхода волны на границу твердого тела развиться не успевает

16

(рис. 7, *a*, кривая σ_2). В этих случаях картина разрушения будет определяться результирующим напряженно-деформированным состоянием материала, сформированным при взаимодействии прямой волны и отраженной от границы твердого тела.



Рис. 7. Эпюры радиальных σ_1 , σ_1' и тангенциальных σ_2 , σ_2' напряжений в волне: $U_0=280$ kV, σ_1 , $\sigma_2 - W_g=118$ J, $T_{05}=0.46$ µs, σ_1' , $\sigma_2' - W_g=588$ J, $T_{05}=1.33$ µs; a - t, µs: 1 - 0.5 µs, 2 - 1 µs, 3 - 1.7 µs, b - t=2.5 µs

При отражении волны от границы эпюра растягивающих тангенциальных напряжений закрывает практически всю рассматриваемую область твердого диэлектрика. Тем самым при относительно небольшом энерговкладе в канал реализуются благоприятные условия для формирования сетки радиальных трещин практически во всей рассматриваемой области твердого тела. В случае рис. 7, δ (кривая σ_1), область возможного раздавливания материала в окрестности канала увеличивается, но условия, стимулирующие развитие радиальных трещин, менее выражены: область растягивающих напряжений возникает позднее, у внешней границы твердого тела и расширяется в направлении канала. Эта ситуация вызвана избытком энергии в разряде. Отметим, что, несмотря на размеры, область малые возможного раздавливания материала вблизи канала аккумулирует значительную долю энергии волны – до 80%.

4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОВЗРЫВА

Динамика изменения энергетических характеристик электровзрыва в твердом диэлектрике, соответствующая изменению разрядного тока для трех характерных режимов, показана на рис. 8. Временные изменения коэффициента преобразования накопленной энергии W_g в энергию канала η_{ch} и генерируемую волну η_{ws} приведены на рис. 8, δ . В рассмотренных режимах разряда, охватывающих достаточно широкий спектр изменения параметров контура, величина η_{ws} не превышала 20 %, в то время как в канал уходит до 80 % энергии накопителя. Большая часть вводимой энергии затрачивается на

образование и поддержание плазменного канала ($\eta_{pl} \sim 70-80$ %). Относительно низкий коэффициент преобразования электрической энергии в механическую энергию волны обусловлен в основном низким значением показателя адиабаты $\gamma = 1.1$. Однако, несмотря на генерирование каналом волны с энергетическими характеристиками, низкими В ней реализуется благоприятное для разрушения распределение напряжений. Как было отмечено выше, в волне тангенциальные напряжения образуют область растяжения, которая и является основным фактором формирования сетки что большинство горных (скальных) трещин. Отметим, радиальных материалов характеризуется слабым сопротивлением на разрыв, поэтому для генерации поля напряжений с таким же специфическим распределением не требуется более энергоемкого импульса.

Из представленных зависимостей (рис. 8, 6) видно, чем меньше энергия накопителя, тем большая часть этой энергии выделяется в канале в течение первой осцилляции разрядного тока $T_{05} \sim \pi \sqrt{LC}$ (рис. 8, *a*). Омические потери к этому времени в рассматриваемом контуре могут составить $\eta_R \sim 10$ %.



Рис. 8. Временные зависимости тока в канале *i* (*a*), коэффициентов преобразования энергии разряда в энергию канала η_{ch} и энергию волны η_{ws} (*б*), мощности *N* (*в*) и объемной плотности энергии в канале *w* (*г*) при U_0 =280 кВ: $I - W_g$ =118 Дж, T_{05} =0.46 мкс; $2 - W_g$ =588 Дж, T_{05} =1.33 мкс

Вторая и последующие токовые пульсации оказывают меньшее влияние на энергию волны. Объясняется это тем, что разрядный канал излучает интенсивные волновые возмущения лишь на начальном этапе его

расширения. Это следует из рис. 6, в, г, где приведены временные зависимости изменения мощности N ввода энергии в канал и объемной плотности энергии в канале w. Видно, что значения N и w достаточно высоки в течение $t \leq T_{0.5}$. В это время канал интенсивно расширяется и генерирует в окружающую среду волну механических напряжений. В дальнейшем объемная плотность энергии значительно снижается и, соответственно, разрядный канал теряет свойства источника взрывной нагрузки. Для сравнения приведена объемная плотность энергии нитроглицерина $w_n \approx 10 \, \text{Дж/см}^3$ (штриховая линия). Отсюда следует, что для увеличения η_w необходимо добиваться высокой плотности энергии в разрядном канале. Последнее требует использование низкоиндуктивных генераторов с малым периодом колебаний разрядного тока.

Количество и протяженность радиальных трещин в основном будут определяться характером распределения энергии в волне. Для роста трещины необходим приток энергии в ее устье из окружающего материала. Механизм роста трещины за счет ее расклинивания продуктами разряда со стороны канала в данной работе не рассматривается. На рис. 9 приведены типичные радиальные распределения концентрации энергии в волне для трех режимов разряда. Под концентрацией энергии w_{ed} понималось количество энергии W_{ed} ,



Рис. 9. Радиальные распределения концентрации энергии w_{ed} в волне при t=1.7 мкс, $U_0=280$ кВ, $1 - W_g=118$ Дж, $T_{05}=0.46$ мкс; $2 - W_g=588$ Дж, $T_{05}=1.33$ мкс.

сосредоточенное объеме В вещества, ограниченном концентрическими поверхностями длиной *l_{ch}*. Наибольшее значение w_{ed} достигается в окрестности канала. В области ($r_{ch} < X \leq 1.5$ мм) величина сжимающих напряжений И концентрация энергии достаточны для По раздавливания материала. мере удаления от канала объемная плотность энергии снижается, и, если ее величина величины эффективной ниже станет энергии w_{*}, необходимой для образования новых поверхностей, рост трещин прекратится. Так, для $X \ge X_* \approx 6$ мм (рис. 9, кривая 1) концентрация энергии в волне становится ниже некоторого предельного

значения w_* . Следовательно, приток энергии в устье трещины будет недостаточен, и ее рост на этом расстоянии от канала прекратится. В области деформирования материала 1.5 мм $\leq X \leq X_*$ в зависимости от величины отношения $n = w_{ed} / w_*$ возможно прорастание *n* трещин. Значение величины w_* , к сожалению, в настоящее время можно определить только экспериментально.

5. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ



В ходе работы Вам предстоит осуществить компьютерное моделирование электровзрыва в следующих трех горных породах: песчаник, микрокварцит, гранит, основные характеристики которых приведены в таблицах Изучаемая 1 2. модель электровзрыва включает в себя несколько параметров, от значения которых зависит характер волновой динамики и разрушения твердого тела. Эти параметры можно разделить на два типа. К первому относятся параметры, характеризующие разрядный контур высоковольтного импульсного генератора: С. зарядное напряжение $U_0,$ емкость L, индуктивность контура омическое сопротивление цепи r_z Ко второму типу относятся параметры, связанные со свойствами и размерами диэлектрика: искровая постоянная K_{cv} , начальная плотность ρ_0 , скорость распространения упругой волны C_{l} акустическая жесткость λ , модуль сдвига μ , предел текучести среды У, радиус исследуемого образца R_{ob} , длина разрядного канала l_{ch} . Остальные параметры являются неизменными:

5.2. Описание программы

Программа, моделирующая электровзрыв в твердом диэлектрике, написана на языке С++ и имеет объем 177 кбайт, оперативная память 6 Мбайт. Структура программы изображена на рис. 10. Рассмотрим кратко, как работает программа.

После запуска программы необходимо характеризующие ввести данные, условия электровзрыва: параметры разрядного контура емкость C (н Φ), зарядное напряжение U_0 (кB), индуктивность цепи L (мкГн), омическое сопротивление (OM) И свойства цепи r_{z} диэлектрика – в меню выбора материала (на значком нелинейного схеме рядом co



Рис. 10. Структура программы "Электровзрыв в твердой среде"

сопротивления $R_{ch}(t)$) необходимо из предложенного списка (гранит, песчаник, микрокварцит) выбрать нужный диэлектрик. В отдельном окне будут приведены основные характеристики выбранного Вами материала: начальная плотность ρ_0 (г/см³), скорость распространения упругой волны c_l (м/с), искровая постоянная K_{cp} (B·c^{1/2}·м⁻¹), модуль сдвига μ , предел текучести Y. В этом же окне необходимо задать радиус разрушаемой области материала R_{solid} (см) и длину разрядного промежутка (длину канала пробоя) l_{ch} (см). В правом верхнем углу основного окна программы необходимо задать время t (мкс), в момент которого необходимо вывести требуемые по заданию графические зависимости.

После ввода всех данных необходимо запустить программу – нажать на кнопку "Начать расчет" в левом нижнем углу окна. Расчет можно остановить в любой момент, выбрав команду "Прервать расчет" в меню программы "Расчет". После окончания расчета в окне появится меню "Построение графиков", в котором будет предложен выбор оси абсцисс для расчетных зависимостей: время (*t*, мкс) или расстояние от канала (*X*, см). Единицы измерения числовых данных на графиках отображаются в единицах измерения СИ. В левой части окна программы предложен список рассчитываемых величин. Для того чтобы построить заданную графическую зависимость, нужно с помощью галочки указать в списке необходимую величину. В дополнительном отдельном окне появится график выбранной Вами величины.

Чтобы сохранить результаты расчета необходимо в меню "Файл" выбрать команду "Сохранить график" и указать путь сохранения (например, предварительно созданная папка "Результаты расчета" на рабочем столе).

5.3. Порядок работы

- 1. Возьмите у преподавателя значения параметров моделирования.
- 2. Запустите программу.
- 3. В ответ на запрос программы введите условия электровзрыва (параметры разрядного контура, материал, длину разрядного канала и радиус разрушаемой области).
- 4. Запустите расчет.

<u>Задание 1.</u> Исследовать основные параметры электровзрыва в трех средах: песчаник, гранит, бетон.

Для выполнения данного задания необходимо провести компьютерные эксперименты при полученном от преподавателя режиме ввода энергии в разрядный канал для трех исследуемых пород.

По данным расчета построить временные зависимости тока i(t), напряжения, сопротивления канала $R_{ch}(t)$, давления в канале $P_{ch}(t)$, радиуса канала $r_{ch}(t)$, энергии в канале, объемной плотности энергии в канале w(t), коэффициентов преобразования электрической энергии генератора в энергию канала $\eta_{ch}(t)$ в % и в энергию волны $\eta_{ws}(t)$ в %. Построить зависимости радиального σ_1 и тангенциального σ_2 напряжений в волне от расстояния от канала $\sigma_I(X)$, $\sigma_2(X)$ для трех моментов времени: t_1, t_2, t_3 .

Заполнить таблицу 1.

Таблица 1.

материал	$R_{ch\min}$,	P_{ch}	t_{Pmax} ,	r _{ch}	W_{max} ,	η_{ch} ,	η_{ws} , %	W _{ch} ,	W _{plas}	W _{уд.волны} ,
	Ом	max,	мкс	max,	кДж/с	%	при	кДж	ma,	кДж
		МΠа		МКМ	м ³	при	$t = T_{05}$	(за	кДж	
						$t = T_{05}$		период		
						00)		
песчаник										
гранит										
бетон										

Здесь t_{Pmax} – момент времени, когда давление в канале P_{ch} достигает максимального значения $P_{ch max}$.

Задание 2. Исследовать влияние параметров разрядного контура генератора на характеристики электровзрыва в бетоне.

1. Исследовать влияние начального напряжения генератора U_0 на характеристики электровзрыва.

Для выполнения задания необходимо провести компьютерные эксперименты для следующих значений начального напряжения на емкости генератора: 10, 15, 20 кВ.

2. Исследовать влияние величины емкости генератора *C* на характеристики электровзрыва.

Для выполнения задания необходимо провести компьютерные эксперименты для следующих значений емкости на емкости генератора: 24, 60, 96 мкФ.

По данным всех экспериментов построить временные зависимости тока i(t), напряжения, энергии, выделенной в канале, в объемной плотности энергии в канале w(t), коэффициентов преобразования электрической энергии генератора в энергию канала η_{ch} (%) и в энергию волны η_{ws} (%),омические потери в цепи $W_R(t)$, потери энергии на индуктивности $W_R(t)$.

Построить зависимости радиального σ_1 и тангенциального σ_2 напряжений в волне от расстояния от канала $\sigma_1(X)$, $\sigma_2(X)$ в момент

выхода волны на поверхность диэлектрика и в момент двойного пробега волны по бетону.

Заполнить таблицы 2, 3 и 4.

Таблица 2.

U ₀ , кВ	<i>Т</i> ₀₅ , мкс	w _{max} , кДж/см ³	η _{ch} , % при <i>t</i> =T ₀₅	η _{ws} , % при <i>t</i> =T ₀₅	W _{ch} , кДж (за период)	W _{plasma,} кДж	₩ _{уд.волны} , кДж
10							
15							
20							

Таблица 3.

С, нФ	<i>Т</i> ₀₅ , мкс	^{w_{max}, кДж/см³}	η _{ch} , % при <i>t</i> =T ₀₅	η _{ws} , % при <i>t</i> =T ₀₅	W _{ch} , кДж (за период)	W _{plasma} , кДж	₩ _{уд.волны} , кДж
24							
60							
96							

5.4. Содержание отчета

- 1. В отчете привести цель работы, схему электровзрыва.
- 2. Привести таблицу 1 расчетных значений. На одном графике построить зависимости тока i(t) и $R_{ch}(t)$ для трех исследуемых материалов, отдельно построить зависимости $P_{ch}(t)$ и $r_{ch}(t)$, w(t), $\eta_{ch}(t)$ и $\eta_{ws}(t)$ для трех пород.
- 3. Построить зависимости $\sigma_1(X)$ для трех материалов в моменты времени t_1, t_2, t_3 на трех графиках.
- 4. Построить зависимости $\sigma_2(X)$ для трех материалов в моменты времени t_1, t_2, t_3 на трех графиках.
- 5. Привести таблицу 2 полученных расчетных значений. На отдельных графиках построить временные зависимости тока *i*(*t*), объемной

плотности энергии в канале w(t), коэффициентов преобразования электрической энергии генератора в энергию канала η_{ch} (%) и в энергию волны η_{ws} (%),омические потери в цепи $W_R(t)$, потери энергии на индуктивности $W_R(t)$ в зависимости от U_0 . Построить зависимости радиального σ_1 и тангенциального σ_2 напряжений в волне от расстояния от канала $\sigma_1(X)$, $\sigma_2(X)$ в момент выхода волны на поверхность диэлектрика в зависимости от U_0 .

- 6. Привести таблицу 3 полученных расчетных значений. На отдельных графиках построить временные зависимости тока i(t), объемной плотности энергии в канале w(t), коэффициентов преобразования электрической энергии генератора в энергию канала η_{ch} (%) и в энергию волны η_{ws} (%),омические потери в цепи $W_R(t)$, потери энергии на индуктивности $W_R(t)$ в зависимости от *C*. Построить зависимости радиального σ_1 и тангенциального σ_2 напряжений в волне от расстояния от канала $\sigma_1(X)$, $\sigma_2(X)$ в момент выхода волны на поверхность диэлектрика в зависимости от *C*.
- 7. Привести таблицу 4 полученных расчетных значений. На отдельных графиках построить временные зависимости тока i(t), объемной плотности энергии в канале w(t), коэффициентов преобразования электрической энергии генератора в энергию канала η_{ch} (%) и в энергию волны η_{ws} (%),омические потери в цепи $W_R(t)$, потери энергии на индуктивности $W_R(t)$ в зависимости от L. Построить зависимости радиального σ_1 и тангенциального σ_2 напряжений в волне от расстояния от канала $\sigma_1(X)$, $\sigma_2(X)$ в момент выхода волны на поверхность диэлектрика в зависимости от L.
- Привести таблицу 5. Построить графики R_{ch}(t), w(t), σ₁(X), σ₂(X) в момент выхода волны на поверхность диэлектрика при различной длине разрядного промежутка. Построить зависимости η_{ch}(l_{ch}), η_{ws}(l_{ch}), замеряя значения коэффициентов в первый полупериод колебаний разрядного тока.
- 9. Привести зависимости $\eta_{ch}(t)$, $\eta_{ws}(t)$ и $\sigma_1(X)$, $\sigma_2(X)$ в момент выхода волны на поверхность материала в зависимости от показателя адиабаты γ .
- 10. Проанализировать полученные результаты компьютерного исследования и сделать выводы по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1. Что представляет собой электровзрыв в конденсированной среде.
- 2. Где находит применение явление электровзрыва.
- 3. Какие факторы оказывают влияние на электровзрыв в твердой среде.
- 4. Каковы особенности электровзрыва, в чем сходство и отличие от взрыва химической природы.
- 5. От чего зависит характер распределения поля механических напряжений в твердом теле при электровзрыве в нем.
- 6. Чем обусловлено формирование поля растягивающих напряжений в волне при электровзрыве.
- 7. От чего зависит эффективность преобразования электрической энергии в энергию волны при электровзрыве в толще твердого тела.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уилкинс М.Л. Расчет упруго-пластических течений. Вычислительные методы

в гидродинамике / Под ред. Ф. Олдер. М.: Мир, 1967. 384 с.

2. Наугольных К.А., Рой Н.А. Электрические разряды в воде. М.: Наука, 1971.

238 c.

3. Семкин Б.В., Усов А.Ф., Курец В.И. Основы электроимпульсного разрушения

материалов. СПб.: Наука, 1995. 276 с.

4. Кривицкий Е.В., Шамко В.В. Переходные процессы при высоковольтном

разряде в воде. Киев: Наукова думка, 1979. 207 с.

5. Семкин Б.В., Усов А.Ф., Зиновьев Н.Т. Переходные процессы в установках

электроимпульсной технологии. СПб.: Наука, 2000. 223 с.

6. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир,

1972. 418 c.

- Вершинин Ю.Н. Электронно-тепловые и детонационные процессы при электрическом пробое твердых диэлектриков. – Екатеринбург: УрО РАН, 2000. – 258 с.
- Kukhta V.R., Lopatin V.V., Noskov M.D. Simulation on the electrical discharge development in inhomogeneons dielectrics // J. Appl. Phys. 1995. Vol. 28. P. 1187-1195.