

Вариант № 1

- 1.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 2y + y^2 + x, \quad y(0) = 1$$

- 1.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y' = y^2 - x, \quad y(0) = 1$$

- 1.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$xy'' - y' - 4x^3y = 0$$

- 1.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + 4y = \sum_{k=4}^{\infty} \frac{\sin kx}{k^2}$$

- 1.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y'' + \mu(y')^2 - (1 + \mu y^2)y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

- 1.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x'(t) - \frac{1}{t^2}x(t-1)x(t) = (t+1)x^2(t-1), \quad 1 \leq t \leq 2$$
$$x(t) = t + 1 \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq 1$$

- 1.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$x''(t) - 2x'(t) + 2x(t) - x\left(t - \frac{1}{4}\right) = 0$$

Вариант № 2

- 2.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 2xy + y^3 + x - 1, \quad y(0) = 0$$

- 2.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y' = x + \frac{1}{y}, \quad y(0) = 1$$

- 2.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$xy'' - 2y' + 9x^5y = 0$$

- 2.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' - y = |\sin x|$$

- 2.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' = 1 - \sqrt{1 + y} + \mu x, \quad y(0) = \mu$$

- 2.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x''(t) + x(t - \pi) + 2x(t) = 0$$

- 2.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$2x'(t) = -x(t) + 3x\left(t - \frac{1}{20}\right), \quad x(0) = 1$$

Вариант № 3

- 3.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 2y + \sin y + 1, \quad y(0) = 0$$

- 3.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y' = y + xe^y, \quad y(0) = 0$$

- 3.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

- 3.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + y' = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k^2}$$

- 3.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y'' + 4xy^3 = 0, \quad y(0) = \mu, \quad y'(0) = 0$$

- 3.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$\begin{aligned} x'(t) - x\left(t - \frac{1}{2}\right)x(t) &= x\left(t - \frac{1}{2}\right), \quad \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ x(t) &= t + \frac{1}{2} \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

- 3.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$-3x''(t) - 2x'(t) + 4x(t) - 2x\left(t - \frac{1}{4}\right) = 0$$

Вариант № 4

- 4.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 2(\ln y + y^2) - 1, \quad y(0) = 1$$

- 4.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y' = 2x + \cos y, \quad y(0) = 0$$

- 4.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$2x(1 - x)y'' + (1 - x)y' + 3y = 0$$

- 4.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + 3y = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos kx + \sin kx}{k^3}$$

- 4.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' = \ln y + \mu x, \quad y(0) = 1 - \mu$$

- 4.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x''(t) + x'(t) + x(t - \frac{\pi}{2}) + x(t) = 0$$

- 4.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$-x''(t) - x'(t) + 2x(t) - 4x(t - \frac{1}{4}) = 0$$

Вариант № 5

- 5.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 2y + y^2, \quad y(0) = 1$$

- 5.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y' = x^2 + y^3, \quad y(1) = 1$$

- 5.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$(2x + x^3)y'' - y' - 6xy = 0$$

- 5.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' - 3y = f(x), \quad f(x) = |x| \text{ при } |x| \leq \pi, \quad f(x + 2\pi) = f(x)$$

- 5.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y'' + \mu(1 + y')y' + (4 + \mu x)y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

- 5.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x'(t) + \frac{x(t-1)}{t}x(t) = tx^2(t-1), \quad 2 \leq t \leq 3$$
$$x(t) = t \quad \text{при } 1 \leq t \leq 2$$

- 5.7. Найти периодическое решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом в первом приближении по малому параметру ε

$$x'(t) - x(t - \frac{\pi}{2}) = \cos t + \varepsilon x(t), \quad x(0) = 1$$

Вариант № 6

- 6.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = y^2 - x^2 + 1, \quad y(0) = 1$$

- 6.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' = xy' - y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

- 6.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$9x^2y'' - (x^2 - 2)y = 0$$

- 6.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + y' + y = |\sin x|$$

- 6.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' = \mu xy^3 + y^2, \quad y(0) = 1 + \mu$$

- 6.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x''(t) + 2x(t - \pi) + 6x(t) = 0$$

- 6.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$2x'(t) = 3x(t) + x\left(t - \frac{1}{12}\right)$$

Вариант № 7

- 7.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 3x^2y + y^2 + 1, \quad y(0) = 1$$

- 7.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' = (y')^2 + xy, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -2$$

- 7.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x^2y'' - x^2y' + (x - 2)y = 0$$

- 7.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y''' - y' - y = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \sin nx$$

- 7.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y'' + (4 + \mu(1 + y^2))y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

- 7.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x'(t) = \frac{1}{2}x(t) - 2x(t - 1), \quad 1 \leq t \leq 2$$
$$x(t) = t \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq 1$$

- 7.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$4x'(t) - 2x(t) = x(t - \frac{1}{25})$$

Вариант № 8

- 8.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = y^2 - x, \quad y(0) = 1$$

- 8.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' + y \sin x = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

- 8.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x^2 y'' + 2xy' - (x^2 + 2x + 2)y = 0$$

- 8.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' - \pi^2 y = f(x), \quad f(x) = x(1 - x) \text{ при } 0 \leq x \leq 1, \quad f(x + 1) = f(x)$$

- 8.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' = 1 - x + (1 - x + \mu)y + \frac{1}{2}(y^2 + x^2), \quad y(0) = -\mu$$

- 8.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x''(t) + 2x'(t - \frac{\pi}{2}) + 3x(t) = 0$$

- 8.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$4x'(t) - 2x(t) = x(t - \frac{1}{30})$$

Вариант № 9

- 9.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = y + y^2 + x, \quad y(0) = 1$$

- 9.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$xy'' + y \ln(1 - x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

- 9.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$xy'' - xy' - y = 0$$

- 9.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + 9y = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin 2kx}{k^2}$$

- 9.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y'' + 2y' + (1 + \mu y^2)y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

- 9.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x'(t) - \frac{x(t-1)}{\cos t} x(t) = x^2(t-1), \quad 1 \leq t \leq 2$$
$$x(t) = \sin(t+1) \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq 1$$

- 9.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$3x'(t) - x\left(t - \frac{1}{15}\right) = 3x(t)$$

Вариант № 10

- 10.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = y + xy^3 - x, \quad y(0) = 0$$

- 10.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y' = \sin(xy), \quad y(0) = 1$$

- 10.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$xy'' + y' - xy = 0$$

- 10.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + y = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\cos kx}{k^2}$$

- 10.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' = 6\mu \frac{1}{x} - y^2, \quad y(1) = 1 + 3\mu$$

- 10.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x''(t) - \frac{3}{2}x'(t - \pi) = 0$$

- 10.7. Найти периодическое решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом в первом приближении по малому параметру ε

$$x'(t) - x(t - \frac{\pi}{2}) = \cos t + \varepsilon x(t), \quad x(0) = 1$$

Вариант № 11

- 11.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = x^2 - y^2, \quad y(-1) = 0$$

- 11.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' - \sin(xy') = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

- 11.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x^2 y'' + xy' - (x + 2)y = 0$$

- 11.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' - 4y' + 4y = \pi^2 - x^2, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

- 11.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y'' + \mu(1 + y')y' + 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

- 11.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$2x'(t) - \frac{1}{2}x(t) = -x^2(t-1)x^2(t), \quad 1 \leq t \leq 2$$
$$x(t) = \frac{t}{2} \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq 1$$

- 11.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$4x'(t) + 3x\left(t - \frac{1}{15}\right) = 5x(t), \quad x(0) = 1$$

Вариант № 12

- 12.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = x + y^2, \quad y(0) = 0$$

- 12.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$xy'' + y \sin x = x, \quad y(\pi) = 1, \quad y'(\pi) = 0$$

- 12.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$9x(1 - x)y'' - 12y' + 4y = 0$$

- 12.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' - 4y = |\cos \pi x|$$

- 12.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' + \mu y - 1 + \sin(x - y) = 0, \quad y(0) = \mu$$

- 12.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$2x''(t) - 2x'(t - \frac{\pi}{2}) + 4x(t) = 0$$

- 12.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$10x'(t) = 3x(t) + x(t - \frac{1}{13})$$

Вариант № 13

- 13.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = x + y, \quad y(0) = 1$$

- 13.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' \ln x - \sin(xy) = 0, \quad y(e) = e^{-1}, \quad y'(e) = 0$$

- 13.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$xy'' + 2y' + xy = 0$$

- 13.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' - 4y' + 4y = \arcsin(\sin x)$$

- 13.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' - y^2 + \mu xy^3 = 0, \quad y(0) = 1 - \mu$$

- 13.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$\begin{aligned} 2x'(t) - 3x(t) &= -4x^2(t-1)x^2(t), \quad 1 \leq t \leq 2 \\ x(t) &= 2t \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq 1 \end{aligned}$$

- 13.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$x'(t) - 5x(t) = 3x\left(t - \frac{1}{40}\right)$$

Вариант № 14

- 14.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 2y - 2x^2 - 3, \quad y(0) = 2$$

- 14.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y' = e^y + xy, \quad y(0) = 0$$

- 14.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right) y = 0$$

- 14.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + 4y = \sum_{k=4}^{\infty} \frac{\sin kx}{k^2}$$

- 14.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$xy' - \mu x^2 - \ln(1 + y) = 0, \quad y(1) = 0$$

- 14.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x''(t) - 2x'(t - \frac{\pi}{2}) + 3x(t) = 3 \cos 2t$$

- 14.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$\frac{1}{2}x'(t) = \frac{1}{3}x(t) + 2x(t - \frac{1}{9})$$

Вариант № 15

- 15.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = y^2 + 3x^2 - 1, \quad y(1) = 1$$

- 15.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' + y' \sin x + y \cos x^2 = \ln(1 - x), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

- 15.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x(x - 1)^2 y'' + x(x - 1)y' - y = 0$$

- 15.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' - y = |\sin x|$$

- 15.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' + \mu y - e^{y-x} = 0, \quad y(0) = \mu$$

- 15.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$\begin{aligned} 3x'(t) - \frac{1}{2}x(t) &= 2x^2(t - \frac{1}{2})x^2(t), \quad \frac{1}{2} \leq t \leq 2 \\ x(t) &= \frac{t}{2} \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

- 15.7. Найти периодическое решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом в первом приближении по малому параметру ε

$$x'(t) - x(t - \frac{\pi}{2}) = \cos t + \varepsilon x(t), \quad x(0) = 1$$

Вариант № 16

- 16.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = y + e^{y-1}, \quad y(0) = 1$$

- 16.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' + e^{-x} \left(\cos \frac{x}{3} + 2 \right) y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

- 16.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x^2 y'' - (3x + x^2) y' + 4y = 0$$

- 16.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + y' = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k^2}$$

- 16.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' = \mu y + e^{y-x} = 0, \quad y(0) = -\mu$$

- 16.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$2x''(t) - 2x'(t - \frac{\pi}{2}) + 4x(t) = -3 \sin 2t$$

- 16.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$\frac{2}{3} x'(t) - \frac{4}{5} x(t) = 2x(t - \frac{1}{18})$$

Вариант № 17

- 17.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 1 + x \sin y, \quad y(\pi) = 2\pi$$

- 17.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' + x \left(\ln \frac{x}{1-x} + 1 \right) y = 0, \quad y\left(\frac{1}{2}\right) = 0, \quad y'\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

- 17.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x(x - 1)y'' + (3x - 1)y' + y = 0$$

- 17.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + 3y = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos kx + \sin kx}{k^3}$$

- 17.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' + y^2 - \frac{6\mu}{x} = 0, \quad y(1) = 1 + 3\mu$$

- 17.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$\begin{aligned} x''(t) &= 2x'(t - 1), \quad 1 \leq t \leq 2 \\ x(t) &= t/3 \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq 1 \end{aligned}$$

- 17.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$x'(t) = x(t) + x\left(t - \frac{1}{20}\right), \quad x(0) = 1$$

Вариант № 18

- 18.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = x + y^3, \quad y(0) = 0$$

- 18.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' + (\sin x^2 + 1)y = 0, \quad y(0) = -3, \quad y'(0) = 0$$

- 18.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x(x - 1)y'' + (x + 1)y' - y = 0$$

- 18.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' - 3y = f(x), \quad f(x) = |x| \text{ при } |x| \leq \pi, \quad f(x + 2\pi) = f(x)$$

- 18.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$xy' = \mu x^2 + \ln y, \quad y(1) = 1$$

- 18.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом методом разложения правой части в ряд Фурье

$$x''(t) - \frac{3}{2}x'(t - \pi) = e^{2t}$$

- 18.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$2x'(t) = -x(t) + 3x(t - \frac{1}{20}), \quad x(0) = 1$$

Вариант № 19

- 19.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = 2y^2 - x, \quad y(1) = 1$$

- 19.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' + \cos(1 - 2x)y' + xy = \frac{1}{x}, \quad y\left(\frac{1}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

- 19.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x(x - 1)y'' + (2x - 2)y' - 2y = 0$$

- 19.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y'' + y' + y = |\sin x|$$

- 19.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' = \frac{2}{y} - 5\mu x, \quad y(1) = 2$$

- 19.6. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$x''(t) = 2x'(t - 1), \quad 1 \leq t \leq 2$$
$$x(t) = t^2 \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq 1$$

- 19.7. Найти приближенное решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, ограничиваясь двумя членами разложения функции от запаздывания в ряд Тейлора

$$x''(t) - 2x'(t) + 2x(t) - x\left(t - \frac{1}{4}\right) = 0$$

Вариант № 20

- 20.1. Методом последовательных приближений найти третье приближение к решению задачи Коши, рассматривая уравнение в квадрате $|x - x_0| \leq 1$, $|y - y_0| \leq 1$. Оценить погрешность между точным решением и третьим приближением.

$$y' = x + e^y, \quad y(1) = 0$$

- 20.2. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд (до члена $c_4(x - x_0)^4$ включительно) решения задачи Коши

$$y'' + \ln \frac{x+2}{2-x} y' + 4y = \arctan x^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

- 20.3. Найти решения уравнения в окрестности точки $x_0 = 0$, которые выражаются степенными (или обобщенными степенными) рядами. В случае, когда это легко сделать, сумму полученных рядов выразить с помощью элементарных функций

$$x(x-1)y'' + (3x-2)y' + y = 0$$

- 20.4. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения (если они существуют)

$$y''' - y' - y = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \sin nx$$

- 20.5. Найти 2-3 члена разложения решения по степеням малого параметра

$$y' = 4\mu x - y^2, \quad y(1) = 1$$

- 20.6. Найти периодические решения линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом методом разложения правой части в ряд Фурье

$$x''(t) - \frac{3}{2}x'(t - \pi) = 2t$$

- 20.7. Найти периодическое решение дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом в первом приближении по малому параметру ε

$$x'(t) - x(t - \frac{\pi}{2}) = \cos t + \varepsilon x(t), \quad x(0) = 1$$