Программа курса
"Дифференциальные уравнения" (3 семестр)

1. Дифференциальные уравнение первого порядка, разрешенные относительно производной. Геометрический смысл уравнения. Поле направлений. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (теорема Пикара). Общее и частное решение. Приближенное построение интегральных кривых. Метод изоклин.

2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и квазиоднородные уравнения. Уравнения вида $y' = f(ax + by + c)$ и $y' = f\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2}\right)$.

3. Уравнения в полных дифференциалах. Теорема об условии существования полного дифференциала (док-во). Интегрирующий множитель.

4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений (док-во). Метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа). Метод Бернулли. Уравнение Бернулли.

5. Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной. Постановка задачи Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши (док-во). Метод введения параметра. Уравнения $F(x, y, y') = 0$, разрешенные относительно x или y. Уравнения Лагранжа и Клеро.

6. Дифференциальные уравнения высших порядков. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (теорема Пикара). Общее и частное решение. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка.

7. Линейные однородные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) n-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений n-го порядка (док-во). Линейный дифференциальный оператор и его свойства (док-во). Свойства решений ЛОДУ (док-во). Линейно зависимые системы функций. Определитель Вронского. Теорема о необходимом условии линейной зависимости системы функций (док-во). Теорема о необходимом и достаточном условии линейной независимости решений ЛОДУ (док-во). Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ (док-во).

8. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений в зависимости от вида корней характеристического уравнения (вывод на примере уравнения второго порядка).

9. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ) n-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши (док-во). Свойства решений неоднородного уравнения (док-во). Теорема о структуре общего решения ЛНДУ (док-во).

10. Методы интегрирования ЛНДУ n-го порядка: метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) (вывод), метод неопределенных коэффициентов (вывод). Уравнение Эйлера.

11. Система обыкновенных дифференциальных уравнений. Нормальная система и ее порядок. Фазовое пространство. Фазовая траектория. Постановка задачи Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решение системы.

12. Методы интегрирования систем дифференциальных уравнений: метод исключения, метод интегрируемых комбинаций. Первый интеграл системы дифференциальных уравнений. Необходимое и достаточное условие того, что заданная функция является первым

интегралом (док-во). Независимость первых интегралов системы. Понижение порядка системы дифференциальных уравнений при помощи первых интегралов.

13. Система линейных дифференциальных уравнений. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейных систем (док-во). Линейная однородная система дифференциальных уравнений (ЛОСДУ) и свойства ее решений (док-во). Определитель Вронского системы решений ЛОСДУ. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения ЛОСДУ. Фундаментальная матрица. Линейная неоднородная система дифференциальных уравнений (ЛНСДУ) и свойства ее решений (док-во). Теорема о структуре общего решения ЛНСДУ.

14. Методы интегрирования линейных неоднородных систем дифференциальных уравнений: метод вариации постоянных (вывод), метод Коши (вывод).

15. Система линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Характеристическое уравнение системы. Построение фундаментальной системы решений в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Литература

1. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. *Высшая математика для технических университетов. Часть V. Дифференциальные уравнения.* Изд-во ТПУ, 2014.

2. Степанов В.В. *Курс дифференциальных уравнений.* Наука, 1958.

3. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. *Дифференциальные уравнения.* Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. VIII).

4. Эльсгольц Л.Э. *Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.* Наука, 1969.

5. Матвеев Н.М. *Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.* Высшая Школа, 1967.

6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. *Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями.* УРСС, 2002.

7. Филиппов А.Ф. *Сборник задач по дифференциальным уравнениям.* Изд-во РХД, 2000.