



**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ**

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ  
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ  
ГЛОССАРИЙ  
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература  
Интернет-ресурсы

**МЕЛЬНИКОВА Т.М., НЕМИРОВИЧ-ДАНЧЕНКО Л.Ю.**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ





ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Во многих сложных физических, химических и биологических процессах наблюдаются качественно подобные явления резкого изменения характера протекания (динамики) процесса, при превышении одним из параметров системы некоторой критической величины (бифуркации). Примером может служить переход от слоёвого (*ламинарного*) течения к вихревому (*турбулентному*) при возрастании скорости обтекания препятствия потоком жидкости.

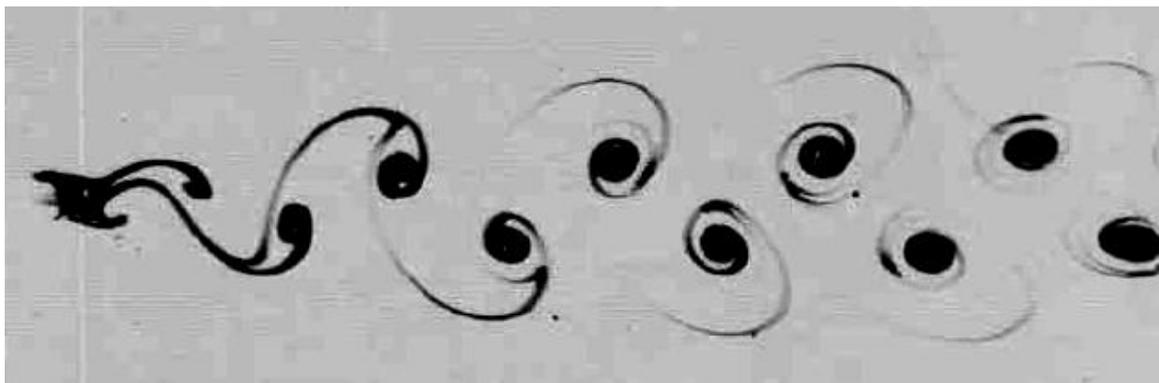


Рис. 1. Бифуркация потока на два уровня вихрей

При математическом моделировании таких сложных систем с пороговыми изменениями свойств (*с бифуркациями*) основная идея состоит в том, чтобы найти достаточно простую систему, временная эволюция которой качественно подобна поведению сложной многочастичной системы. Затем подробно изучают свойства такой простой системы и определяют те общие черты поведения, которые мало зависят от конкретных деталей модели. После чего, с учетом приобретённых знаний, общие выводы применяют для анализа гораздо более сложных систем или объектов.



ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

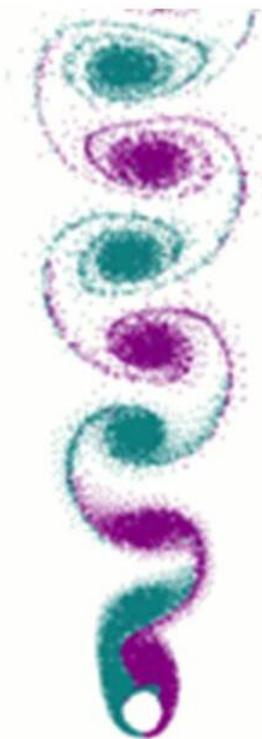


Рис. 2. Ламинарное (на переднем плане) и турбулентное течение вокруг субмарины «Лос-Анджелес»

**В настоящей работе изучается простая модель появления бифуркаций в нелинейной системе, зависящей от одной переменной и одного параметра.**

Основное физическое допущение модели состоит в том, что процесс во времени считается дискретным (*поэтапным, пошаговым*). Тогда состояние системы на каком-либо ( $j + 1$ ) этапе будет определено состоянием предшествующего ( $j$ ) этапа.

В качестве самой наглядной модели подобной системы удобно выбрать биологический объект – **изолированную от других популяцию короткоживущих насекомых**. Пусть летом они выводятся, а осенью откладывают яйца. Следующее поколение появится только через большой срок, так что популяции не перекрываются.

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

Поскольку процесс эволюции популяции во времени является дискретным, для него можно записать разностное уравнение вместо уравнения с производными по времени (оно необходимо для непрерывных процессов):

$$N_{j+1} = rN_j - sN_j^2 \quad (1)$$

Здесь обозначено:

- $N_j$  и  $N_{j+1}$  – численности популяций на последующих этапах;
- $r$  – скорость воспроизводства потомства отдельным насекомым;
- $s$  – скорость убыли популяции.

*Скорость воспроизводства популяции* показывает, во сколько раз увеличивается численность популяции за одно поколение, за время жизни  $t$ .

$$r = N_2 / N_1,$$

где  $r$  – чистая скорость воспроизводства, показывающая, сколько вновь родившихся особей, приходится на одного родителя (самку или самца);  $N_2$  – численность нового поколения (детей);  $N_1$  – численность предшествующего поколения (родителей).

Если  $r = 1$  и при этом плотность популяции высока, то мы говорим о вспышке массового размножения популяции. Так в природе часто происходит с насекомыми или мелкими грызунами.

Скорость роста может быть выражена в виде кривой роста популяции. Существуют две основные модели роста популяции:  $j$ -образная и  $s$ -образная.



ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

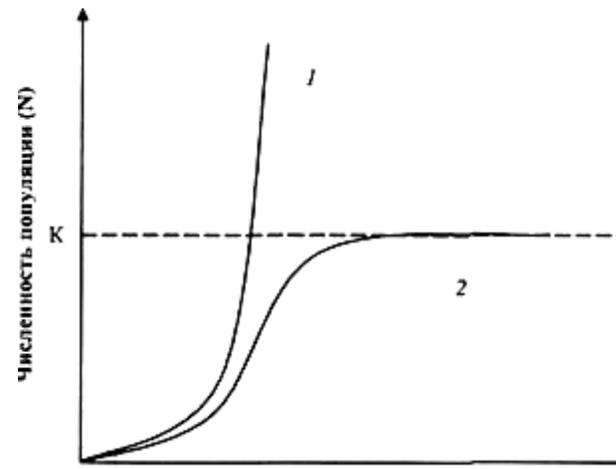


Рис 3. Кривая роста популяции:  
1 – *j*-образная, 2 – *s*-образная

*j*-образная кривая (1) отражает неограниченный экспоненциальный (теоретический) рост численности популяции, не зависящий от плотности популяции. Такой тип роста возможен пока биотический потенциал популяции  $r$  реализуется полностью. Это продолжается, пока низка конкуренция за ресурсы. Однако после превышения ёмкости среды (предельной плотности насыщения, предельной численности)  $K$ , произойдет резкое снижение численности.

*s*-образная (сигмоидная, логистическая – реальная) кривая (2) отражает логистический тип роста, зависящего от плотности популяции, при котором скорость роста популяции снижается по мере роста численности (плотности). Скорость роста снижается вплоть до нуля при достижении предельной численности.

Скорость роста популяции – величина, обратно пропорциональная длительности жизни поколения. Т. е. чем выше скорость роста, тем, ниже длительность жизни. И чем раньше происходит размножение организмов, тем больше скорость роста популяции.

Воздействие экологических факторов на скорость роста популяции может довести численность популяции до стабильной, т. е.  $r = 0$  – темпа роста нет. Либо её уменьшить,  $r \rightarrow 0$ , т. е. экспоненциальный рост замедляется или останавливается.



ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

Тогда  $j$ -образная кривая превращается в  $s$ -образную.

В природе так и происходит: экспоненциальный рост наблюдается какое-то достаточно короткое время, после чего ограничивающие факторы его стабилизируют и дальнейшее развитие популяции замедляется:

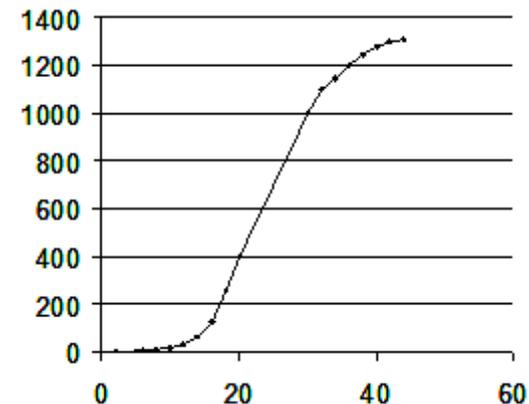


Рис. 4. Логистическая модель скорости роста популяции

На основе этой модели можно предположить, что скорость роста  $r$  снижается по мере роста численности популяции, вплоть до нуля при некотором значении  $N$  или при некоей численности популяции  $K$ .

Величину  $K$  еще называют биологической ёмкостью среды.

Плато на самой кривой не всегда бывает гладким. Колебания численности происходят постоянно и их называют *флюктуациями*. Флюктуации бывают сезонными, годовыми, обусловлены как био-, так и абиотическими, а также антропогенными факторами. Воздействий на популяцию много.

Первый член в уравнении (1) выражает собой естественный прирост популяции, второй – отражает потери предшествующего поколения, вызванные взаимным истреблением, распространением болезней и нехваткой пищевых ресурсов.



ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

Для упрощения анализа уравнение (1) удобно перенормировать, заменяя  $N_j(r/s)$  на переменную  $Y_j$ :

$$Y_{j+1} = rY_j(1 - Y_j) \quad (2)$$

Теперь задача состоит в исследовании возможных областей значений для численности популяции, при больших временах наблюдения за системой, т. е. при больших значениях  $j$ .

На первый взгляд уравнение (2) очень простое и не предвещает резких перемен. Однако это не так. На самом деле динамика систем, описываемых нелинейным уравнением типа (2), имеет сложную и упорядоченную структуру решений.

Нелинейная система уравнений, которой описывается практически любая реальная сложная система, имеет не одно, а подчас целый спектр решений. Ответвления от известного решения появляются при изменении значения управляющих параметров системы. Изменения управляющих параметров способны вызвать *катастрофические*, т. е. большие скачки переменных системы, и эти скачки осуществляются практически мгновенно.

Параметр роста является управляющим параметром.

Для простоты и наглядности анализа положим  $s = r$  и разобьем всю область изменения параметра  $r$  на отдельные интервалы.

Для области значений параметра  $r$  (*скорости воспроизводства*), где  $0 < r < 1$  динамическая переменная  $N_j$  монотонно стремится к нулевому значению. Физически это означает вымирание популяции. При  $r > 1$  зависимость установившейся численности популяции от величины параметра  $r$  представлена на рис. 5, где пришлось отказаться от линейного масштаба по горизонтальной оси, чтобы указать величины критических значений параметра  $r$ .





ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

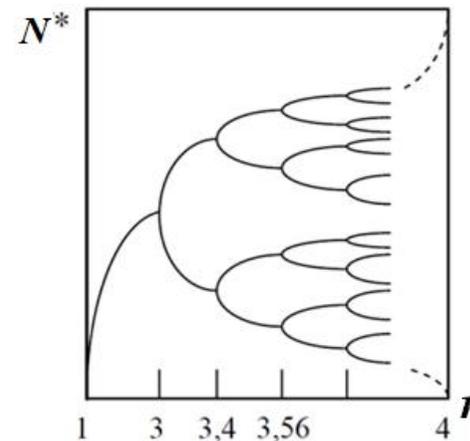


Рис. 5. Зависимость стационарной численности  $N^*$  популяции от величины скорости воспроизводства  $r$

Из рис. 4 видно, что при критических значениях  $r_{кр} = 3; 3,4; 3,56; 3,569$  и других, в ходе зависимости наблюдаются бифуркации (*развилки*). После первой из них система может иметь **два** устойчивых предельных значения. При этом на последующих шагах численность популяции попеременно, то – возрастает, то – убывает. Когда насекомых выводится слишком много, они истощают имеющиеся пищевые ресурсы, так что их потомкам грозит голод. Наоборот, для малой численности насекомых создаются благоприятные условия, и они бурно размножаются.

При  $r > 3,4$  возможны **четыре** значения для стационарной численности, при  $r > 3,56$  разрешены **восемь** значений и т. д. При этом последующие значения  $r_{кр}$  становятся все ближе друг к другу и состояния  $N^*$  могут перекрываться.

В конечном счёте, при  $r = 4$ , станут возможными любые значения из интервала  $0,1$ .

Таким образом, для любых систем, которые могут быть описаны выражениями типа (2), результат большого числа дискретных этапов является стационарным и однозначным только для интервала значений параметра  $r$  между 1 и 3 и совершенно хаотичным – для значения  $r = 4$ .



## ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

Вблизи критических значений  $r_{кр} = 3; 3,4; 3,56; 3,569$  и т. д. появляются неустойчивости, и состояние системы циклически переходит с одной из допустимых ветвей значений на другую (*или на другие*). В этом режиме, при последующих шагах, система может переходить в состояния, которые заметно отличаются друг от друга. При этом одинаковые значения состояний могут повторяться через **чётное число** шагов.

### *Примечание:*

При точном выполнении условия  $r = 4$ , частным решением уравнения (2) является выражение:

$$X_j = 2jX_1,$$

где новая переменная введена заменой

$$Y_j = (1 - \cos(2\pi X_j)) / 2.$$

Поскольку значение  $Y_j$  определяется периодической функцией  $\cos(2\pi X_j)$ , то прибавление или вычитание из аргумента целого числа (оно будет умножено на  $2\pi$ ) не изменяет значение  $Y_j$ .

Физически это означает, что в данном случае предельное состояние зависит от десятых, сотых, тысячных и других разрядов в численном значении начального состояния системы. Даже очень малое отличие  $\varepsilon$  в значениях  $Y_1$ , которым обычно пренебрегают, после сравнительно небольшого числа шагов  $j$  может достигать величины  $2j\varepsilon$ . Например, для  $\varepsilon = 0,01$  различие станет более 10, после прохождения 10 этапов развития системы.

В подобном случае поведение системы становится хаотическим. Очевидно, что точный долговременный прогноз для таких случаев оказывается невозможным. В этом случае говорят о режиме **детерминированного хаоса** в системе.

Более подробно исследовать спектр возможных состояний нелинейных систем, описываемых выражением (2), можно с помощью компьютерного моделирования.





ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

## ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Что такое нелинейные системы?
2. В чем отличие ламинарного течения от турбулентного течения?
3. Эволюционные процессы и динамические системы.
4. Дифференциальные уравнения, как способ задания оператора динамической системы.
5. Что такое бифуркации?
6. Что такое бифуркация в точке?
7. Каков физический смысл бифуркации?
8. Основные понятия синергетики.
9. Как происходят процессы в открытых системах?
10. Приведите примеры самоорганизации в неживой и живой природе.
11. Что такое диссипативные структуры?
12. Детерминированный или динамический хаос.
13. Какие два подхода для анализа сложных самоорганизующихся систем Вы знаете?
14. Как Вы представляете возникновение порядка из хаоса?
15. Как можно связать теорию катастроф с самоорганизацией сложных систем?
16. Дать определение популяции насекомых.
17. Скорость воспроизводства популяции.
18. Плотность популяции.
19. Модели роста популяции. В чём их отличие?





ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

20. Понятия устойчивого и неустойчивого равновесия.
21. Есть ли у системы замкнутые фазовые кривые, может ли она вернуться в начальное состояние в ходе эволюции?
22. Как ведут себя траектории, выпущенные из близких точек – остаются ли они близкими или уходят со временем на значительное расстояние?
23. Дайте определение бифуркационного значения параметра.





ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ  
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

## ГЛОССАРИЙ

**Биологическая ёмкость среды  $K$**  – это степень способности природного комплекса обеспечивать нормальную жизнедеятельность (дыхание, питание, размножение, отдых ...) определенному числу организмов без заметного нарушения для самой среды.

**Бифуркация** – (от лат. bifurcus – «раздвоенный»). В динамике нелинейных процессов проявляется как появление вместо одного уровня, характеризующего состояние системы, двух уровней. На последующих шагах во времени система попеременно переходит с более низкого уровня на более высокий и обратно. При росте величины управляющего параметра, каждый из уровней вновь разделяется на два, в момент достижения критического значения управляющего параметра и т. д.



Разделение, разветвление чего-нибудь в двух направлениях

**Деградация (регрессия)** – процесс ухудшения характеристик какого-либо объекта или явления с течением времени, постепенное ухудшение, упадок, снижение качества, разрушение материи вследствие внешнего воздействия по законам природы и времени. Деградация часто противопоставляется прогрессу.



ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

**Детерминированный хаос (динамический хаос)** – явление в теории динамических систем, при котором поведение нелинейной системы выглядит случайным, несмотря на то, что оно определяется детерминистическими законами. Причиной появления хаоса является неустойчивость по отношению к начальным условиям и параметрам: малое изменение начального условия со временем приводит к сколь угодно большим изменениям динамики системы.

**Динамическая система** – множество элементов, для которого задана функциональная зависимость между временем и положением в фазовом пространстве каждого элемента системы. Данная математическая абстракция позволяет изучать и описывать эволюцию систем во времени.

**Ламинарное течение** – течение, при котором жидкость или газ перемещается слоями без перемешивания и пульсаций (т. е. беспорядочных быстрых изменений скорости и давления).

**Модель** – абстрактное представление реальности в какой-либо форме (например, в математической, физической, символической, графической или дескриптивной), предназначенное для представления определенных аспектов этой реальности и позволяющее получить ответы на изучаемые вопросы.

**Нелинейная система** – динамическая система, в которой протекают процессы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями. Свойства и характеристики нелинейных систем зависят от их состояния.

**Популяция** (от лат. *populus* – народ, население) – одно из центральных понятий в экологии и обозначает совокупность особей одного вида, которая обладает общим генофондом и имеет общую территорию. Она является первой надорганизменной биологической системой. Основным свойством популяций, как и других биологических систем, является то, что они находятся в непрерывном движении, постоянно изменяются. Это отражается на всех параметрах: продуктивности, устойчивости, структуре, распределении в пространстве.





ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ  
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература  
Интернет-ресурсы

**Прирост популяции** – это разница между рождаемостью и смертностью, прирост популяции может быть как положительным, так и отрицательным.

**Скорость роста популяции** – изменение численности популяции за единицу времени. Скорость роста популяции может быть положительной, нулевой и отрицательной. Она зависит от показателей рождаемости, смертности и миграции (вселения – иммиграции и выселения – эмиграции). Увеличение (прибыль) численности происходит в результате рождаемости и иммиграции особей, а уменьшение (убыль) численности – в результате смертности и эмиграции особей.

**Точка бифуркации** – смена установившегося режима работы системы.

**Турбулентность** (от лат. turbulentus – бурный, беспорядочный), турбулентное течение – явление, заключающееся в том, что, обычно при увеличении скорости течения жидкости или газа в среде самопроизвольно образуются многочисленные нелинейные фрактальные волны и обычные, линейные различных размеров, без наличия внешних, случайных, возмущающих среду сил и/или при их присутствии.

**Численность популяции** – это общее количество особей энного вида, присутствующее на той или иной территории. Например, популяция уссурийского тигра насчитывает около 300 особей, ладожской нерпы – около 10 тыс., азиатского льва – около 70 особей, зубров – около 2 тыс.

**Эволюция** (от лат. evolutio – «развёртывание») – естественный процесс развития живой природы, сопровождающийся изменением генетического состава популяций, формированием адаптаций, видообразованием и вымиранием видов, преобразованием экосистем и биосферы в целом.





ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ  
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ  
ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

### Литература

1. Экология: Учебник для вузов / В.И. Коробкин, Л.В. Передельский. – Ростов н/Д: Феникс, 2007. – 602 с.
2. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. – М.: Наука, 1967. – 488 с.
3. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. – М.: Мир, 1984.– 528 с.
4. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные Проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.
5. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
6. Васин В.В., Ряшко Л.Б. Элементы нелинейной динамики: от порядка к хаосу: учеб. пособие / В.В. Васин, Л.Б. Ряшко. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2003. – 158 с.
7. П. Берже, И. Помо, К. Видаль. Порядок в хаосе. О детерминистическом подходе к турбулентности. – М.: Мир, 1991.– 368 с.
8. Т. Постон, И. Стюарт. Теория катастроф и ее приложения. – М.: Мир, 1980.– 608 с.
9. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981. – 918 с.
10. Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. – М.: Наука, 1985. – 181 с.
11. Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б. Математические модели биологических продукционных процессов. – М., Изд. МГУ, 1993. – 300 с.





ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Мельникова Т.М.,  
Немирович-Данченко Л.Ю.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. БИФУРКАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

ГЛОССАРИЙ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

Интернет-ресурсы

## Интернет-ресурсы

12. Малинецкий Г., Потапов А. «Джокеры, русла или поиски третьей парадигмы» [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://spkurdyumov.narod.ru/Dgoker.htm>, вход свободный.
13. Реакция Белоусова – Жаботинского [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://elementy.ru/lib/431286>, вход свободный.
14. Голубев А. «Солитоны» [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://www.nkj.ru/archive/articles/7337/>, вход свободный.
15. Бифуркация [Электронный ресурс].– Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=XdK5waF7S6I>, вход свободный.
16. Диссипативные структуры в нелинейных средах [Электронный ресурс].– Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=Oka46N3hBuw>, вход свободный.
17. Иерархическая динамика вихрей пламени [Электронный ресурс].– Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=uznPxtqwg8A>, вход свободный.





Возврат  
из справки

## КЛАВИАТУРА



Нажатие клавиши «**Home**» на клавиатуре вызывает переход к **титульной странице** документа.  
**С титульной страницы можно осуществить переход к оглавлению** (в локальной версии курса).



Нажатие клавиши «**PgUp**» («**PageUp**») или показанных клавиш со стрелками на клавиатуре вызывает переход к просмотру **предыдущей страницы** относительно просматриваемой в настоящий момент согласно порядку их расположения в документе.



Нажатие клавиши «**PgDn**» («**PageDown**») или показанных клавиш со стрелками на клавиатуре вызывает переход к просмотру **следующей страницы** относительно просматриваемой в настоящий момент согласно порядку их расположения в документе.

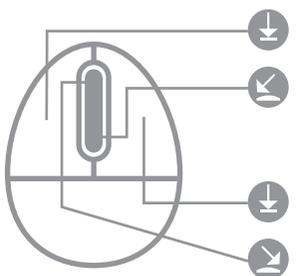


+



Нажатие комбинации клавиш «**Alt**»+«**F4**» на клавиатуре вызывает **завершение работы программы просмотра** документа (в локальной версии курса).

## МАНИПУЛЯТОР «МЫШЬ»



Нажатие **левой клавиши** «мыши» или вращение **колёсика** в направлении «**от себя**» вызывает переход к просмотру **следующей страницы** относительно просматриваемой в настоящий момент согласно порядку их расположения в документе.

Нажатие **правой клавиши** «мыши» или вращение **колёсика** в направлении «**к себе**» вызывает переход к просмотру **предыдущей страницы** относительно просматриваемой в настоящий момент согласно порядку их расположения в документе.

## ПАНЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ



### ТЕХНОЛОГИИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

#### 1. ПРОМЫШЛЕННЫЙ ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ ПО

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Особенности промышленного ПО и кризис его разработки
- 1.3. Сложность разработки ПО
- 1.4. Характеристики программного продукта
- 1.5. Жизненный цикл программного продукта
- 1.6. Процессы разработки
- 1.7. Модели разработки
- 1.8. Методологии разработки
  - 1.8.1. Единая система программной документации
  - 1.8.2. Microsoft Solutions Framework
  - 1.8.3. Экстремальное программирование
  - 1.8.4. Rational Unified Process
- 1.9. Выбор и адаптация методологии разработки
- Глоссарий

**Панель управления** – содержит перечень разделов, а также кнопки навигации, управления программой просмотра и вызова функции поиска по тексту.

Просматриваемый в данный момент **раздел**.

**Доступные разделы.**

В зависимости от текущего активного раздела в перечне могут присутствовать подразделы этого раздела.



Кнопка переключения между полноэкранным и оконным **режимом просмотра**.

Кнопки **последовательного перехода** к предыдущей и следующей страницам.

Кнопка **возврата к предыдущему виду**. Используйте её для обратного перехода из глоссария.

Кнопка вызова функции **поиска по тексту**.

Кнопка перехода к **справочной (этой) странице**.

Кнопка **завершения работы**.