

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой общей физики ФТИ
_____ А.М. Лидер
« ____ » _____ 2017 г.

**Проверка закона сохранения механической энергии с
помощью маятника Максвелла**

Методические указания к выполнению лабораторной работы 1-43
по курсу «Общая физика» для студентов всех направлений и
специальностей

Издательство
Томского политехнического университета
2017

УДК 531
ББК 22.2

Проверка закона сохранения механической энергии с помощью маятника Максвелла: методические указания к работе 1-43 по курсу «Общей физики» для студентов всех направлений и специальностей / сост. Н.В. Чистякова, Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2017. – 13 с.

УДК 531
ББК 22.2

Методические указания рассмотрены и рекомендованы
к изданию методическим семинаром кафедры
Общей физики ФТИ
«_____» 2017 г.

Председатель
учебно-методической комиссии _____ *А.М. Лидер*

Рецензенты
Доктор педагогических наук,
профессор кафедры ОФ ФТИ НИ ТПУ
В.В. Ларионов
Старший преподаватель
кафедры ОФ ФТИ НИ ТПУ
Т.В. Смекалина

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Цель работы: экспериментальная проверка закона сохранения механической энергии с помощью маятника Максвелла.

Приборы и принадлежности: Датчик (световой барьер), маятник Максвелла.

Теоретическая часть

Маятник Максвелла представляет собой колесо, закрепленное на горизонтальной оси в виде стержня, на края стержня намотаны нити, концы которых закреплены на горизонтальном держателе. (рисунок 1а). При наматывании нити на ось, колесо поднимается вверх и приобретает потенциальную энергию mgh . Если маятник отпустить, то он будет совершать возвратно-поступательное движение в вертикальной плоскости при одновременном вращении диска вокруг собственной оси. При этом выполняется закон сохранения энергии, т.е. потенциальная энергия поднятого колеса переходит в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения. Запишем закон сохранения энергии для маятника Максвелла без учета сил трения:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad (1)$$

где m – масса колеса; v – скорость поступательного движения центра масс; ω – угловая скорость вращательного движения;

J – момент инерции колеса; h – высота центра масс колеса, относительно положения светового барьера.

Момент инерции тела – мера инертности тела при вращательном движении. Подобно тому, как масса является мерой инертности тела при

поступательном движении. Чем больше момент инерции, тем труднее заставить тело вращаться. Момент инерции материальной точки определяется по формуле:

$$J_{m.m.} = mr^2$$

Для расчета момента инерции тела произвольной формы, это тело мысленно делят на элементы малой массы dm , а потом находят сумму произведений dm на r^2 , где r – расстояние от элемента массы до оси вращения. Таким образом, момент инерции определяется по формуле:

$$J = \int r^2 dm$$

Следовательно, момент инерции зависит от массы тела, формы тела и положения оси вращения.

Способ расчета интеграла определяется формой тела. Для простоты будем считать колесо маятника Максвелла кольцом массой m и шириной $R_2 - R_1$. Стержнем и спицами колеса при расчете пренебрегаем (рис. 1б). В таком случае, элемент массы можно определить как $dm = \rho dS$, где dS – элемент площади $dS = dl dr = r d\varphi dr$, а ρ – поверхностная плотность массы:

$$\rho = \frac{m}{S}$$

где S - площадь кольца, которую можно найти как разность площадей большого и малого кругов:

$$S = \pi R_2^2 - \pi R_1^2$$

Последовательность действий для нахождения момента инерции:

$$J = \int r^2 dm = \int r^2 \rho ds = \int r^2 \frac{m}{S} ds$$

$$J = \frac{m}{S} \int_{R_1}^{R_2} r^2 r d\varphi dr = \frac{m}{S} \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \frac{m}{(\pi R_2^2 - \pi R_1^2)} \frac{r^4}{4} \Big|_{R_1}^{R_2} = 2 \frac{m}{(R_2^2 - R_1^2)} \frac{(R_2^4 - R_1^4)}{4}$$

Окончательный вид формулы для момента инерции кольца:

$$J = \frac{m}{2}(R_2^2 + R_1^2) \quad (2)$$

Если ширину кольца не учитывать, можно воспользоваться более простой формулой для момента инерции обруча:

$$J = mR^2 \quad (3)$$

В качестве радиуса можно взять внешний радиус колеса. Теоретический момент инерции колеса можно рассчитать с помощью формулы (2) и с помощью формулы (3), и оценить, насколько близки полученные значения между собой и по сравнению с экспериментальным значением момента инерции.

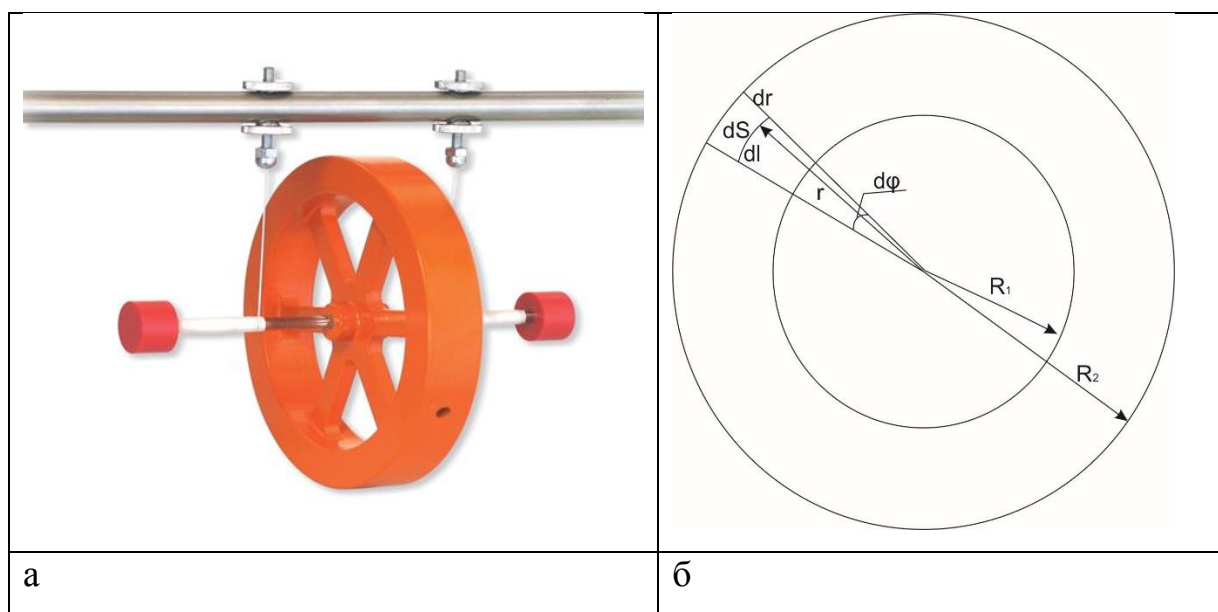


Рис. 1 а) Маятник Максвелла, б) К расчету момента инерции кольца.

Экспериментальная проверка закона сохранения механической энергии. Экспериментальное определение момента инерции колеса маятника

Заменим в формуле (1) угловую скорость через линейную: $\omega = v/r$:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{Jv^2}{2r^2}$$

Преобразуем уравнение к виду:

$$h = \left(1 + \frac{J}{mr^2}\right) \frac{v^2}{2g}$$

Извлечем корни из обеих частей уравнения:

$$\sqrt{h} = \sqrt{\left(1 + \frac{J}{mr^2}\right) \frac{1}{2g}} v \quad (4)$$

Здесь выражение под корнем содержит величины, которые не меняются в процессе эксперимента, поэтому выражение (4) можно записать так:

$$\sqrt{h} = k_1 v$$

Здесь:

$$k_1 = \sqrt{\left(1 + \frac{J}{mr^2}\right) \frac{1}{2g}} \quad (5)$$

Если закон сохранения энергии выполняется, то построенная по экспериментальным значениям h и v зависимость $\sqrt{h}(v)$ -линейная, а момент инерции J можно определить из углового коэффициента наклона этой линии – k_1 .

Угловой коэффициент прямой определяется, как тангенс угла наклона (Рис. 2а):

$$k_1 = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta \sqrt{h}}{\Delta v} \quad (6)$$

Выражая J из формулы (5), получим формулу для экспериментального определения момента инерции колеса Максвелла:

$$J = mr^2(2gk_1^2 - 1) \quad (7)$$

десь $r = 2,5$ мм, радиус оси маятника Максвелла, k_1 – угловой коэффициент, определяемый из экспериментального графика (Рис. 2а).

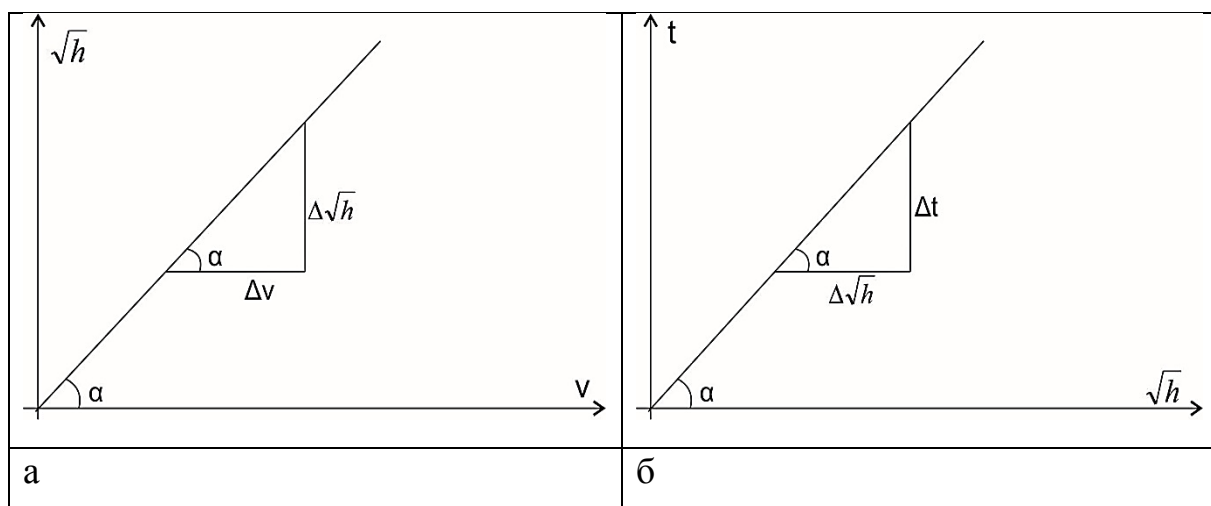


Рис. 2 а) К определению углового коэффициента (6), б) К определению углового коэффициента (10).

Экспериментальная проверка уравнения равноускоренного движения.

Центр масс маятника совершает равноускоренное движение по закону:

$$h = \frac{at^2}{2} \quad (8)$$

В лабораторной работе можно проверить выполнение этого соотношения двумя способами, а также экспериментально определить ускорение центра масс маятника.

Способ 1. Если преобразовать уравнение (8) следующим образом:

$$\sqrt{h} = \sqrt{\frac{a}{2}}t$$

То зависимость $\sqrt{h}(t)$ – линейная. Угловой коэффициент наклона этой линии (Рис. 2а):

$$k_2 = \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\Delta\sqrt{h}}{\Delta t} = \sqrt{\frac{a}{2}} \quad (9)$$

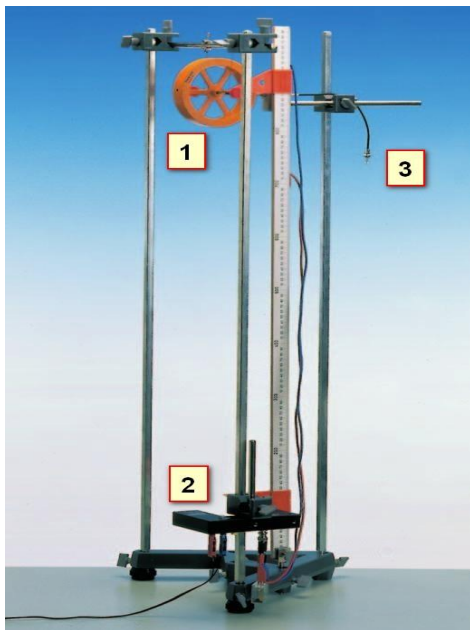
Ускорение определяется по формуле:

$$a = 2k_2^2 \quad (10)$$

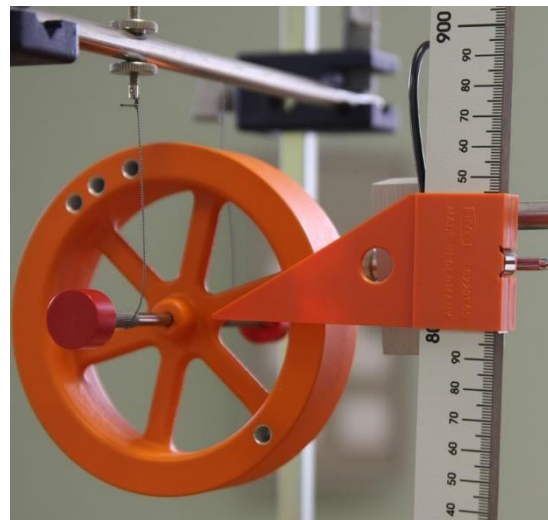
Способ 2. Для равноускоренного движения зависимость скорости от времени $v(t) = at$ – линейная, тангенс угла наклона этой прямой равен ускорению:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (11)$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ



а



б

Рис. 3 а) Лабораторная установка, для изучения закона сохранения энергии с использованием маятника Максвелла: 1 – колесо, 2 – световой барьер, 3 – размыкатель. б) Положение кольца при установке маятника в начальное положение.

Задание 1. Измерение времени спуска маятника с заданной высоты.

Световой барьер 2 установлен на отсечке 200 мм, положение барьера не менять. Необходимо установить ключ светового барьера в положение



. Начните измерения, установив ось колеса в крайнее верхнее положение, на отметку 800 мм. Обратите внимание, чтобы определить высоту, нужно из отметки на линейке вычесть 200 мм, т.к. пройденный путь отсчитывается от положения светового барьера. Определите время спуска для 5 отсечек с шагом 100 мм. Для измерения времени спуска необходимо:

1. Установить колесо на нужной высоте (равномерно и без перекрутов наматывая нить на ось). Выставлять колесо по высоте удобно с помощью стрелок – указателей (рис. 2б).
2. Нажать и зафиксировать кнопку размыкателя.
3. Нажать кнопку “Set” на световом барьере.
4. Отпустить колесо, одновременно отпустив кнопку размыкателя.
5. Еще раз нажать размыкатель и держать зафиксированным до того момента, когда колесо пересечет световой барьер.
6. Записать время спуска в таблицу 1. Для каждой высоты измерить время спуска не менее 3 раз для 5 высот.
7. Проверить выполнение закона равноускоренного движения для маятника Максвелла. Вычислить ускорение центра масс. (Способ 1)


Внимание! Необходимо четко соблюдать последовательность действий с размыкателем светового барьера, иначе время спуска может быть измерено неверно!

Кратко последовательность действий с размыкателем в режиме измерения времени спуска выглядит так: **зафиксировать, кнопка «Set», отпустить (одновременно с колесом), зафиксировать, записать время спуска.**)

Таблица 1.

$h, м$	$t_1, сек$	$t_2, сек$	$t_3, сек$	$\langle t \rangle, сек$
0.6				
0.5				
....				
0.2				

Задание 2. Измерение скорости центра масс маятника для разных высот.

Измерения скорости провести для тех же высот, что и в задании 1. Для измерения скорости, ключ светового барьера нужно установить в положение  и **отключить размыкатель** от светового барьера. В этом режиме датчик включается, когда ось попадает в область светового барьера, и измеряет время Δt прохождения осью области светового барьера. Если принять, что за это время маятник проходит расстояние, равное диаметру оси ($2r$), то скорость центра масс маятника можно рассчитать по формуле для скорости при равномерном движении:

$$v = \frac{2r}{\Delta t} \quad (8)$$

Здесь $r = 2,5$ мм, радиус оси маятника Максвелла. Для измерения Δt нужно выполнить следующую последовательность действий:

1. Установить колесо на заданной высоте.
2. Нажать кнопку “Set” на световом барьере
3. Отпустить колесо. После пересечения колесом барьера, датчик покажет время Δt .
4. Записать время в таблицу 2. Для каждой высоты измерить время не менее 3 раз.
5. Определить скорость по формуле (8)

6. Проверить выполнение закона равноускоренного движения для маятника Максвелла. Вычислить ускорение центра масс. (Способ 2)

Таблица 2.

h	$\Delta t_1, \text{сек.}$	$\Delta t_2, \text{сек.}$	$\Delta t_3, \text{сек.}$	$\langle t \rangle, \text{сек.}$	$v_c, \text{м/с}$
0.6					
...					

Задание 3. Рассчитать момент инерции маятника Максвелла. Проверить выполнение закона сохранения энергии. Сравните полученный из эксперимента момент инерции с теоретическим. Теоретическое значение момента инерции рассчитайте по формуле (6) и формуле (7).

Считайте, что колесо имеет форму кольца, а массой стержня и спиц колеса можно пренебречь. В расчетах используйте следующие данные: масса колеса $m_k = 0,436$ кг, его внутренний R_1 и внешний R_2 радиусы соответственно равны $R_1 = 50,0$ мм, $R_2 = 65,5$ мм. В формуле для обруча, в качестве радиуса можно взять внешний радиус колеса.

Сделайте вывод, какая из теоретических формул лучше подходит для маятника.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение момента силы относительно произвольной точки. От чего зависит его величина?
2. Что такое момент инерции материальной точки, тела?
3. От чего зависит момент инерции тела?
4. Как определить момент инерции тела произвольной формы?
5. Получите формулу для момента инерции кольца.
6. Получите формулу для момента инерции обруча.

7. Запишите закон сохранения энергии для маятника Максвелла с учетом сил трения.
8. Какой экспериментальный способ проверки закона сохранения энергии вы можете предложить?
9. Как определить направление вектора момента силы относительно закрепленной точки?
10. Запишите уравнение равноускоренного движения.
11. Как будет двигаться закрепленное в точке твердое тело под действием момента внешней силы?
12. От чего зависит угловое ускорение твердого тела при его движении вокруг закрепленной оси?
13. Укажите направление оси вращения в случае действия момента внешней силы на твердое тело, закрепленное в точке.
14. Каков физический смысл момента инерции?
15. Запишите закон сохранения момента импульса для маятника Максвелла.
16. Запишите основной закон динамики вращательного движения.
17. Сформулируйте условия равновесия твердого тела.
18. Обоснуйте характер движения маятника Максвелла.
19. Получите формулу для расчета углового ускорения маятника Максвелла, исходя из законов динамики.
20. Получите формулу для расчета углового ускорения маятника Максвелла, исходя из закона сохранения механической энергии.
21. Оцените, как наличие трения качения влияет на измеряемое значение ускорения движения центра масс маятника Максвелла.
22. Запишите формулу для связи угловой и линейной скоростей.
23. Запишите формулу для связи углового и линейного ускорений.
24. Какой закон объясняет обратно-поступательное движения колеса?

25. Какие законы сохранения выполняются для маятника Максвелла?

ЛИТЕРАТУРА

1. Иродов И. Е. Механика. Основные законы / И. Е. Иродов М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. С. 161-192.
2. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности / А. Н. Матвеев. М.: Высшая школа, 1986. С. 298-310, 344-347.
3. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М.: Высшая школа, 2001. С. 34-38.