

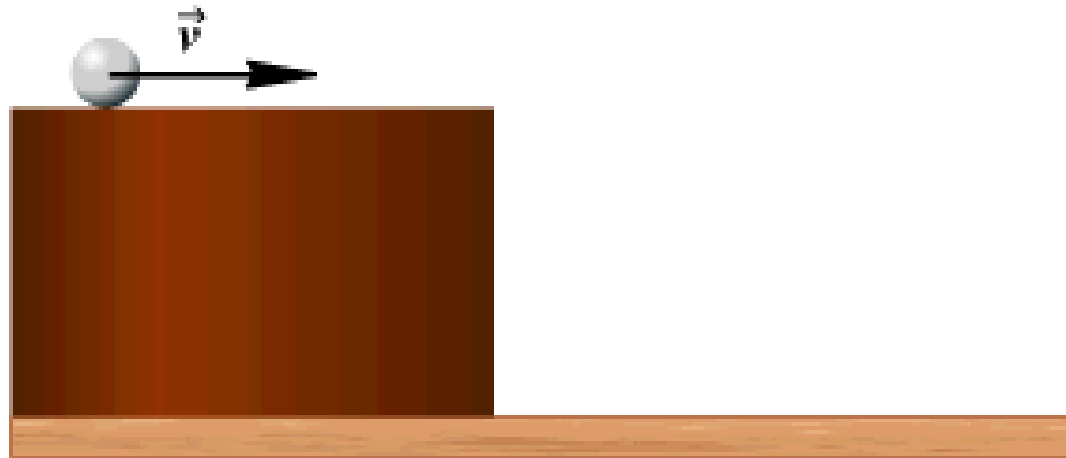
Сегодня: среда, 15 апреля 2020 г.

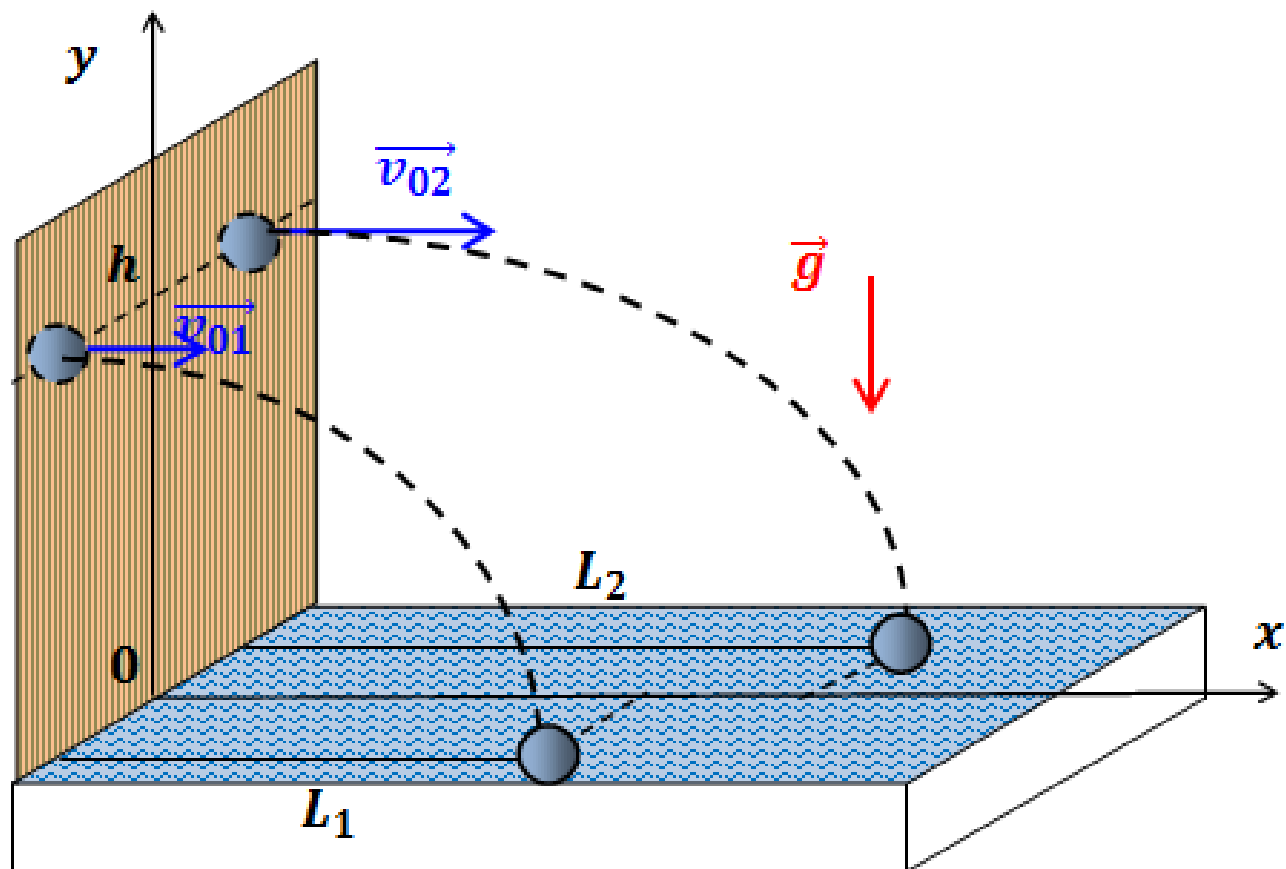
Кинематика криволинейного движения

Мельникова Тамара Николаевна
ст. преподаватель кафедры ОФ ФТИ ТПУ

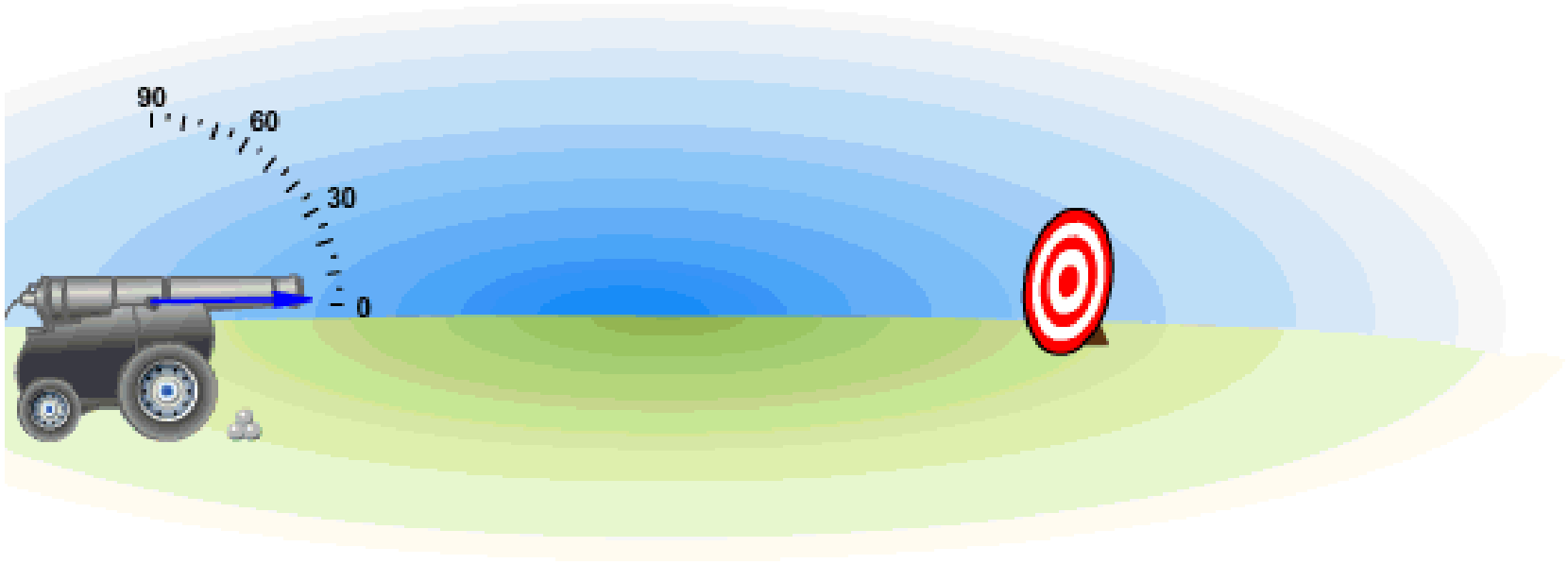
Движение тела, брошенного в горизонтальном направлении с некоторой высоты h и начальной скоростью v_0 .

Траектория такого движения имеет вид спадающей ветви параболы.





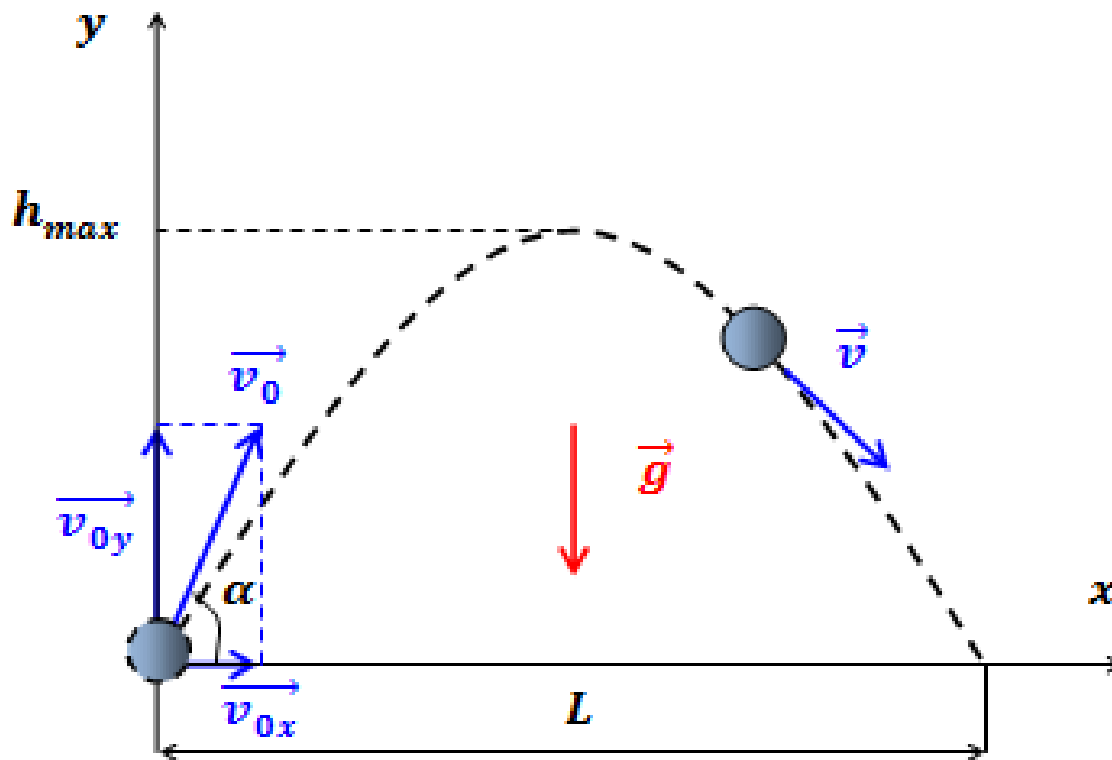
Тело, брошенное под углом к горизонту:



Угол броска определяет траекторию движения, дальность полета, максимальную высоту подъема тела.

Аналогично движению тела, брошенного горизонтально, это движение рассматривают как сумму независимых движений: равномерного движения вдоль горизонтальной оси Ox и свободного падения тела вдоль вертикальной оси Oy .

Движение тела под углом к горизонту — это сложное криволинейное движение, которое можно представить в виде суммы двух независимых движений — **равномерного прямолинейного движения** в горизонтальном направлении и **свободного падения** по вертикали.



Криволинейное движение.

Движение тела, брошенного горизонтально.

Задача 1

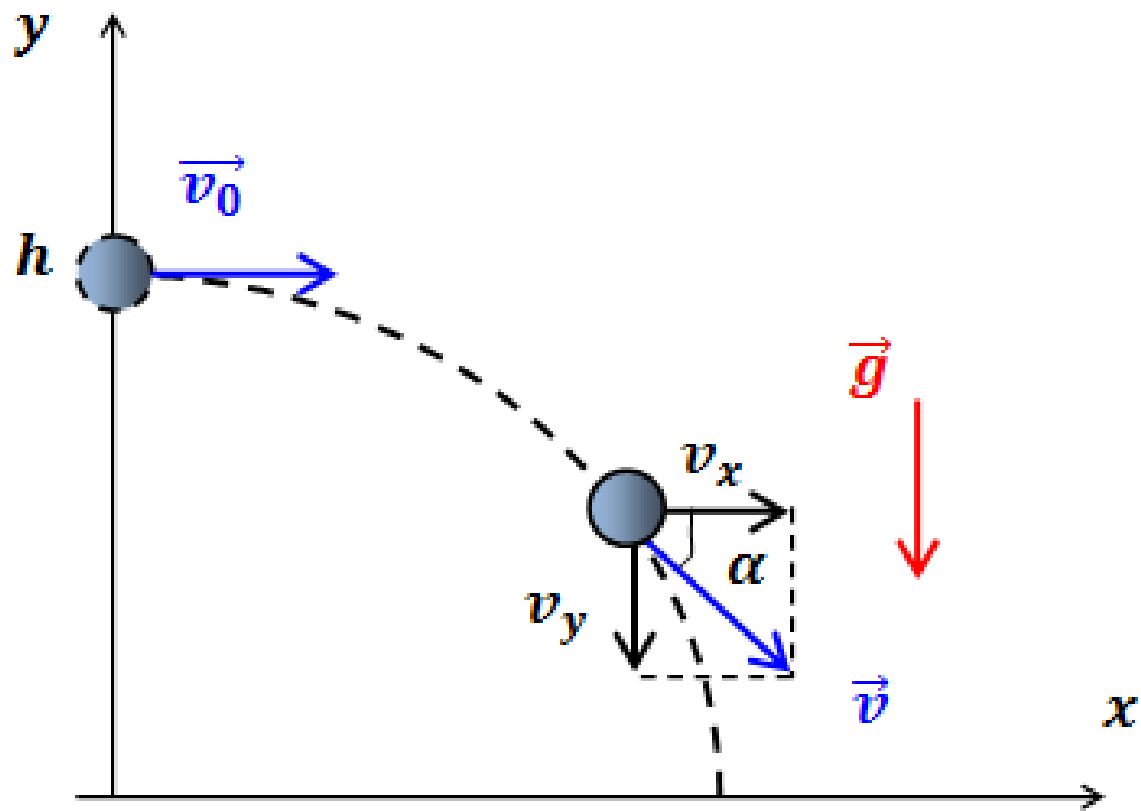
Мяч, брошенный горизонтально на высоте $h = 4$ м над Землей, упал на расстоянии $s = 10$ м от места бросания (по горизонтали).

Определите скорость, с которой мяч упадет на Землю.

Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых. Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано: $h = 4$ м, $s = 10$ м, $g = 10$ м/с².

Определить v .



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$s = v_x t \quad \rightarrow \quad v_x = v_0 = s/t.$$

$$h = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_y^2}{2g}. \quad v_y^2 = 2gh.$$

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad v_x^2 = \frac{s^2}{t^2} = \frac{gs^2}{2h}.$$

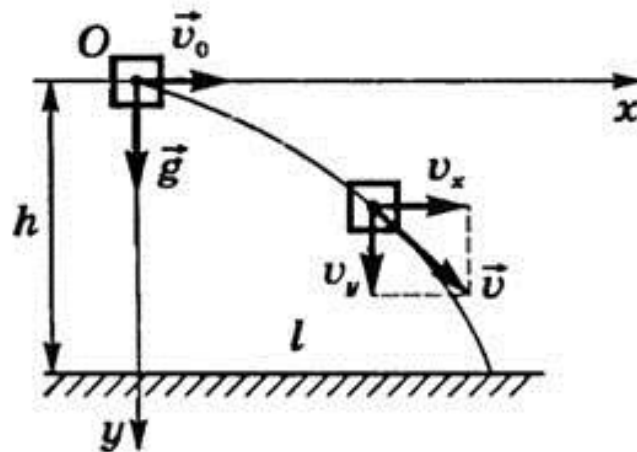
$$v = \sqrt{\frac{g(4h^2 + x^2)}{2h}} \approx 14,3 \text{ (м / с)}.$$

Задача 2

Тело брошено горизонтально. Через время 5 с после броска угол между направлениями скорости и ускорения стал равным 45° .

Определите скорость тела в этот момент.

Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых. [70,7]



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v_x = v_y.$$

$$v = \sqrt{2v_y^2} = v_y \sqrt{2} = gt \sqrt{2} = 10 * 5 \sqrt{2} \approx 70,7 \text{ (m/s)}.$$

Задача 3

Маленький шарик падает с высоты 50 см на наклонную плоскость, составляющую угол 45° к горизонту.

Найдите расстояние между точками первого и второго ударов шарика о плоскость. Соударения считать абсолютно упругими.

Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых. [2,8]

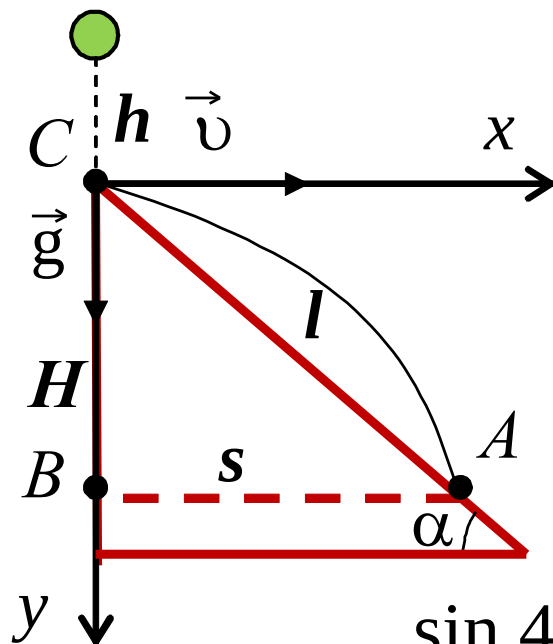
Дано:

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$h = 0,50 \text{ м}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$l = ?$$

Решение:

$$h = \frac{v^2}{2g}. \quad v = \sqrt{2gh}.$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,5} = 3,16 \text{ (м/с)}.$$

$$s = l \cos \alpha = vt.$$

$$H = l \sin \alpha = \frac{gt^2}{2}.$$

$$\sin 45 = \cos 45.$$

$$vt = \frac{gt^2}{2}, \quad v = \frac{gt}{2}, \quad t = \frac{2v}{g} = \frac{2 \cdot 0,316}{10} = 0,63 \text{ (с)}.$$

$$l \cos \alpha = vt, \quad l = \frac{vt}{\cos \alpha} = \frac{3,16 \cdot 0,63}{\cos 45} = 2,8 \text{ (м)}.$$

Криволинейное движение.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Задача 4

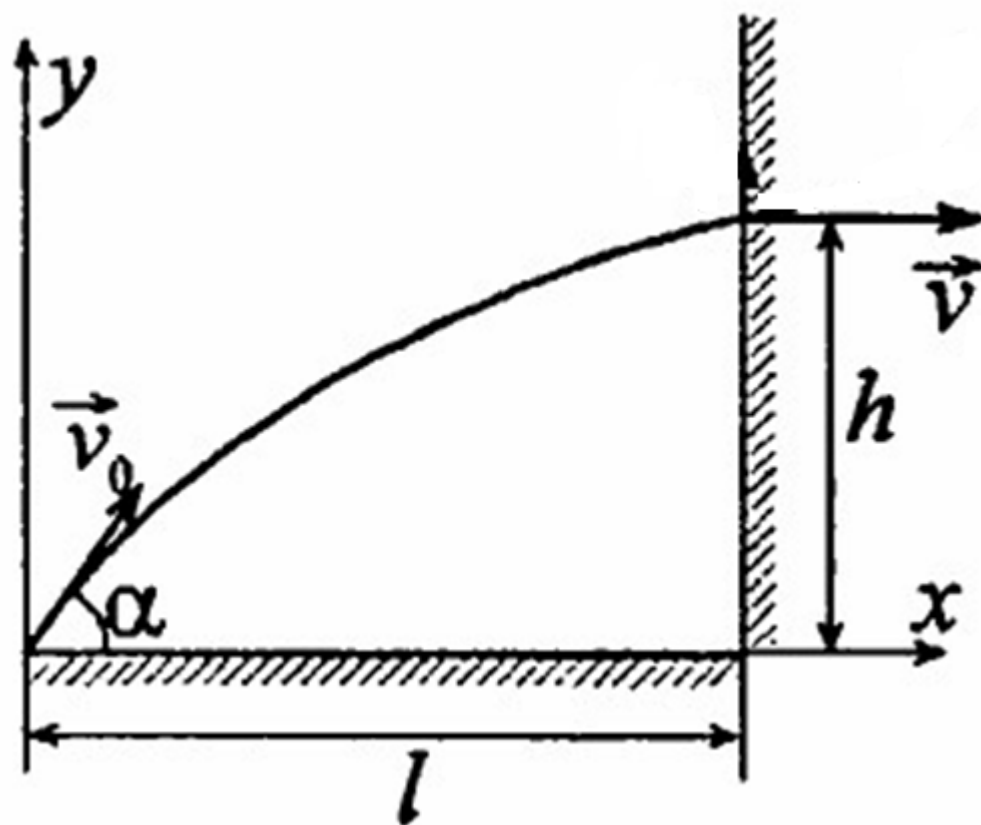
Мяч, брошенный под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с расстояния $l = 5$ м от стены, перелетел через нее, коснувшись ее в высшей точке траектории.

Какова высота h стены над уровнем, с которого брошен мяч?

Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых.

Дано: $l = 5$ м, $\alpha = 30^\circ$, $g = 10$ м/с².

Определить h .



$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

$$\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$h = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{-2g}, \quad v_y = 0, \quad h = \frac{-v_{0y}^2}{-2g} = \frac{v_{0y}^2}{2g}. \quad v_{0y} = \sqrt{2gh}.$$

$$l = v_{0x} t, \quad v_{0x} = \frac{l}{t}.$$

$$h = \frac{gt^2}{2}, \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad v_{0x} = \frac{l}{t} = l \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{\sqrt{2gh}}{l} \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{2h}{l}. \quad h = \frac{l \operatorname{tg} \alpha}{2} = \frac{5 \operatorname{tg} 30}{2} = 1,44 \text{ (м)}.$$

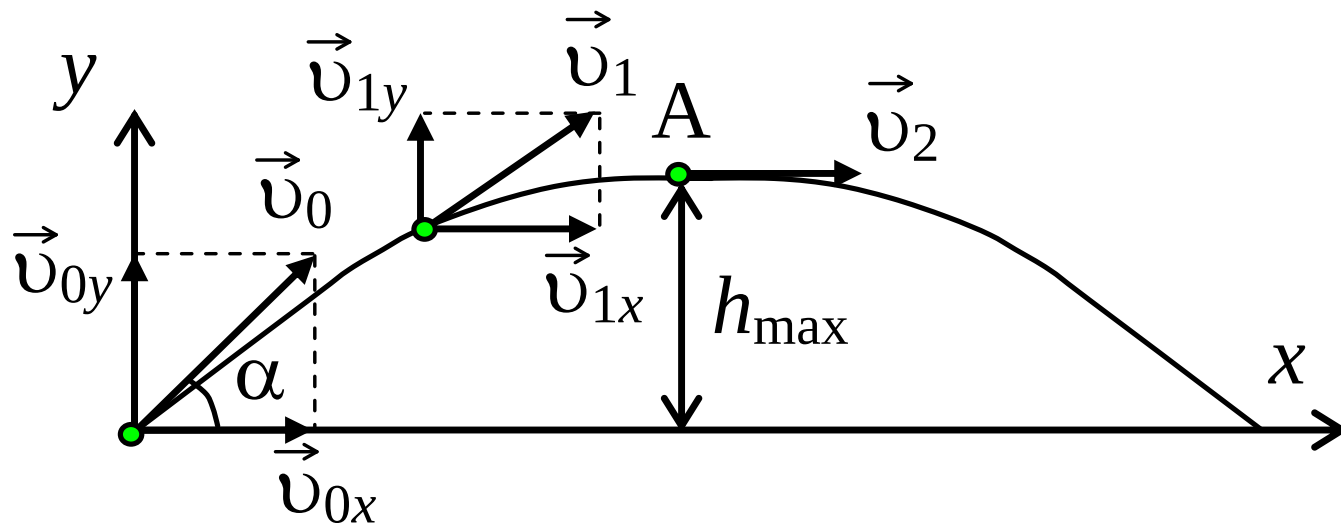
Задача 5

Начальная скорость камня, брошенного под некоторым углом к горизонту, равна 10 м/с , а спустя время $0,5 \text{ с}$ скорость камня равна 7 м/с .

На какую максимальную высоту над начальным уровнем поднимется камень? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых. [2,9]

Дано: $v_0 = 10 \text{ м/с}$ $t = 0,5 \text{ с}$ $v_1 = 7 \text{ м/с}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$	Решение: Покажем на рисунке траекторию движения камня, брошенного под некоторым углом α к горизонту.
$h_{\text{max}} = ?$	



Максимальная высота, на которую поднимется камень определяется выражением:

$$h_{max} = \frac{v_{2y}^2 - v_{0y}^2}{-2g}$$

Здесь $v_{2y} = 0$.

Из рисунка

$$v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 \quad (1)$$

$$v_1^2 = v_{1x}^2 + v_{1y}^2 \quad (2)$$

Т.к. движение камня вдоль оси x — равномерное, следовательно, $v_{0x} = v_{1x} = v_{2x}$.

Соответственно, $v_{0x}^2 = v_{1x}^2 = v_{2x}^2$.

Тогда из уравнений (1) и (2) выразим квадраты скоростей v_{0x}^2 и v_{1x}^2 и приравняем их:

$$v_0^2 - v_{0y}^2 = v_1^2 - v_{1y}^2$$

где $v_y = v_{0y} - gt$.

Проведем математические преобразования

$$v_0^2 - v_{0y}^2 = v_1^2 - (v_{0y} - gt)^2 = v_1^2 - v_{0y}^2 + 2gtv_{0y} - g^2t^2$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2gtv_{0y} - g^2t^2$$

$$v_{0y} = \frac{v_0^2 - v_1^2 + g^2t^2}{2gt} = \frac{100 - 49 + 100 \cdot 0,25}{2 \cdot 10 \cdot 0,5} = 7,6 \text{ (м/с)}.$$

$$h_{max} = \frac{v_{2y}^2 - v_{0y}^2}{-2g} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{7,6^2}{2 \cdot 10} = 2,9 \text{ (м)}.$$

Задача 6

Спортсмен прыгает с 10-метровой вышки вверх под углом к горизонту и через 2 с погружается в воду на расстоянии 3 м (по горизонтали) от края вышки.

Определите скорость спортсмена в момент прыжка. Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых. [5,2]

Дано:

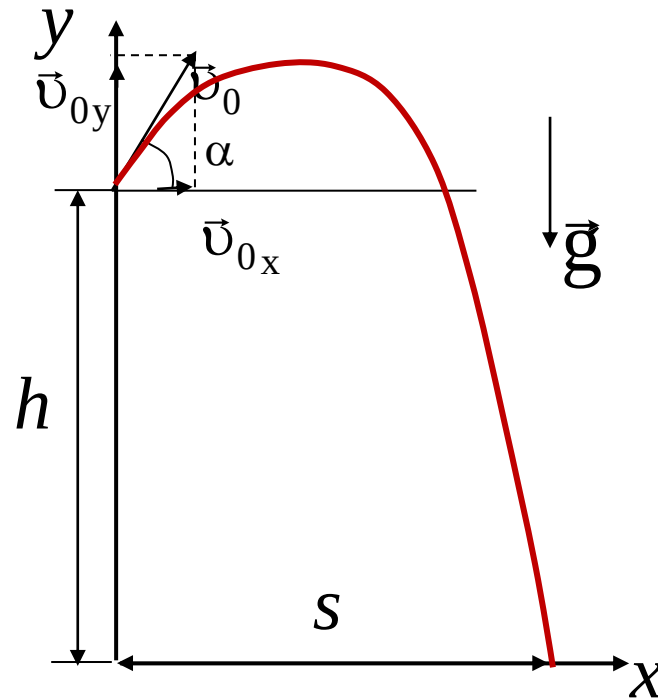
$$h = 10 \text{ м}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$s = 3 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v_0 - ?$$

Решение:

Для решения задачи рекомендуется сделать рисунок. Начальную скорость v_0 можно определить через ее проекции.

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \quad (1)$$

Чтобы найти проекции скорости необходимо отдельно рассмотреть движение спортсмена вдоль оси x и вдоль оси y .

В направлении оси x тело движется равномерно со скоростью v_{0x} .

$$s = v_{0x}t .$$

$$v_{0x} = \frac{s}{t} = 1,5$$

В направлении оси y тело движется равнозамедленно с начальной скоростью v_{0y} . Запишем для этого случая кинематическое уравнение движения:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

Проанализируем данное уравнение:

В момент времени $t = 0$ $y_0 = h = 10$ м.

В момент времени $t = 2$ с $y = 0$.

Тогда для $t = 2$ с уравнение (3) запишем в виде:

$$0 = h + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

Подставим численные значения и выразим скорость v_{0y} .

$$10 + v_{0y} \cdot 2 - \frac{10 \cdot 4}{2} = 0$$

$$2v_{0y} = 10 \quad \Rightarrow \quad v_{0y} = 5 \text{ (м/с)}$$

Значения скоростей v_{0x} и v_{0y} подставим в уравнение (1) и рассчитаем скорость спортсмена в момент прыжка

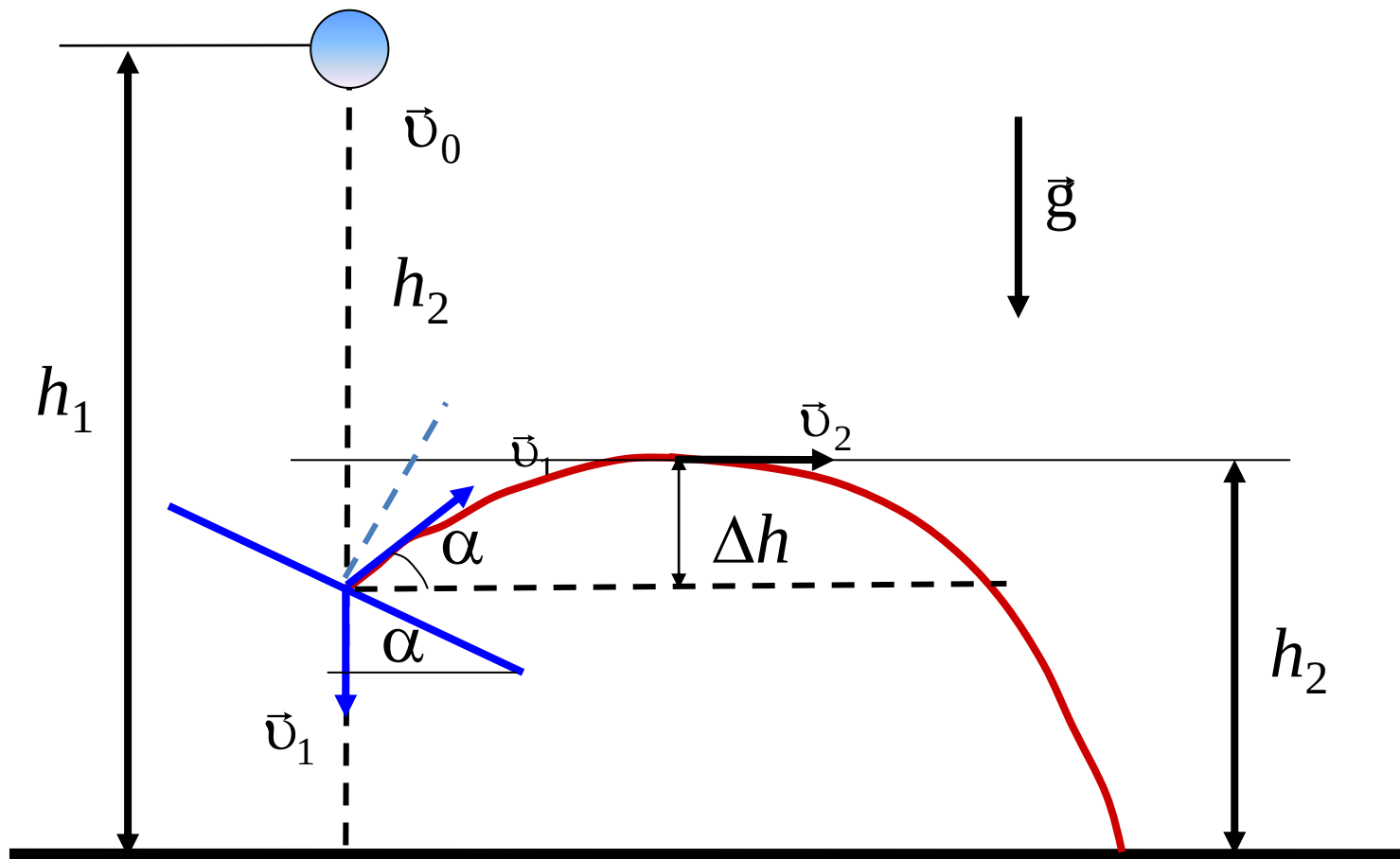
$$v_0 = \sqrt{2,25 + 25} \approx 5,2 \text{ м.}$$

Задача 7

С высоты 30 м свободно падает стальной шарик. При падении он сталкивается с неподвижной плитой, плоскость которой наклонена под углом 30° к горизонту, и взлетает на высоту 15 м над поверхностью Земли.

Каково время падения шарика до удара о плиту? Удар шарика о плиту считать абсолютно упругим.

Ответ представьте в единицах СИ и округлите до целого числа. [2]



Дано:**Решение:**

$$v_0 = 0$$

$$h_1 = 30 \text{ м}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h_2 = 15 \text{ м}$$

$$t - ?$$

$$h_2 + \Delta h = \frac{gt^2}{2}. \quad \Delta h = ?$$

$$\Delta h = \frac{v_{0y}^2 - v_{1y}^2}{-2g} = \frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

$$v_1 = gt, \quad \Delta h = \frac{g^2 t^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{gt^2}{2} \sin^2 \alpha.$$

$$h_2 + \frac{gt^2}{2} \sin^2 \alpha = \frac{gt^2}{2}.$$

$$h_2 = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{2} \sin^2 \alpha = \frac{gt^2}{2} (1 - \sin^2 \alpha) = \frac{gt^2}{2} \cos^2 \alpha.$$

$$t = \sqrt{\frac{2h_2}{g \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{10 \cdot \cos^2 30}} = 2 \text{ (с)}.$$

Спасибо за работу!