

Сегодня: понедельник, 1 июня 2020 г.



Работа в электрическом поле. Потенциал.

Мельникова Тамара Николаевна
ст. преподаватель ОЭФ ИЯТШ ТПУ

Основные формулы

Потенциал – энергетическая характеристика электрического поля.

➤ Потенциал электрического поля

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_0},$$

где $W_{\text{п}}$ – потенциальная энергия заряда q_0 , находящегося в данной точке поля.

➤ **Физический смысл потенциала**

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q_0}.$$

Потенциал – физическая величина, определяемая работой по перемещению положительного заряда из данной точки в бесконечность.

Когда говорят о потенциале, то имеют ввиду разность потенциалов $\Delta\varphi$ между рассматриваемой точкой и точкой, потенциал φ которой принят за 0.

Потенциал φ данной точки **физического смысла не имеет**, так как нельзя определить работу в данной точке поля.

➤ Потенциал электрического поля в бесконечности условно принят равным нулю.

Отметим, что при перемещении заряда в электрическом поле работа $A_{в.с}$ внешних сил равна по модулю работе $A_{с.п}$ сил поля и противоположна ей по знаку:

$$A_{в.с} = -A_{с.п}$$

➤ Потенциал электрического поля, создаваемый точечным зарядом q на расстоянии r от заряда,

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$$

➤ Потенциал электрического поля, создаваемого металлической, несущей заряд q сферой радиусом R , на расстоянии r от центра сферы:

внутри сферы ($r < R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R},$$

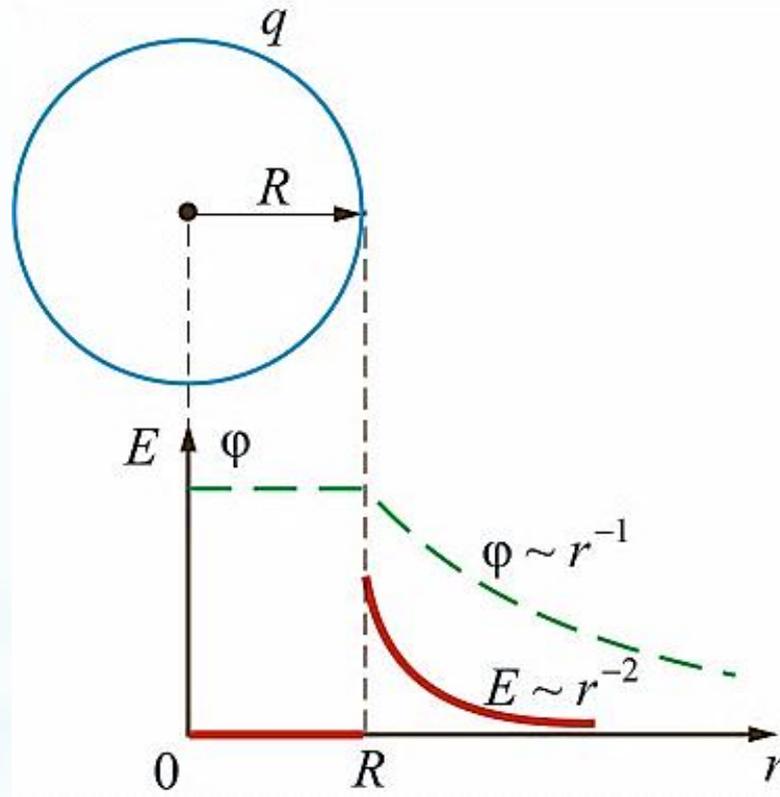
на поверхности сферы ($r = R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R},$$

вне сферы ($r > R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

Во всех приведенных для потенциала заряженной сферы формулах ε есть диэлектрическая проницаемость однородного безграничного диэлектрика, окружающего сферу.



Потенциал и напряженность сферической поверхности.

➤ Потенциал электрического поля, созданного системой n точечных зарядов, в данной точке в соответствии с **принципом суперпозиции** электрических полей равен алгебраической сумме потенциалов $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, создаваемых отдельными точечными зарядами q_1, q_2, \dots, q_n :

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

➤ Энергия W взаимодействия системы точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots, Q_n определяется работой, которую эта система зарядов может совершить при удалении их относительно друг друга в бесконечность, и выражается формулой

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i,$$

где φ_i — потенциал поля, создаваемого всеми $n - 1$ зарядами (за исключением 1 - го) в точке, где расположен заряд q_i .

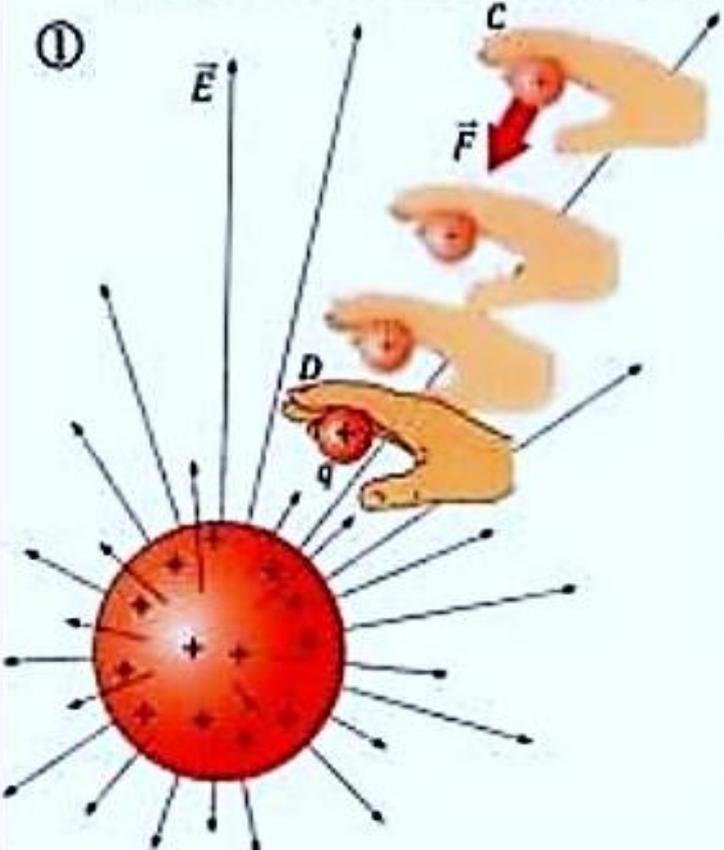
➤ **Работа по перемещению заряда q между двумя точками 1 и 2 с потенциалами φ_1 и φ_2**

$$A = q (\varphi_1 - \varphi_2) = q U,$$

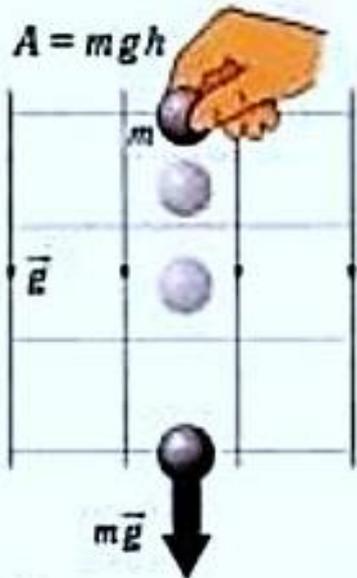
где $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$ — напряжение между точками 1 и 2.

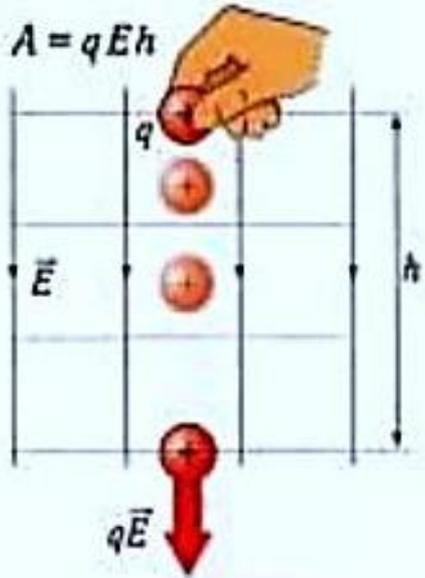
Сравним движение частицы в электрическом и гравитационном полях.

РАБОТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

① 

② $A_{CD} = q(\varphi_C - \varphi_D)$

$A = mgh$ 

$A = qEh$ 

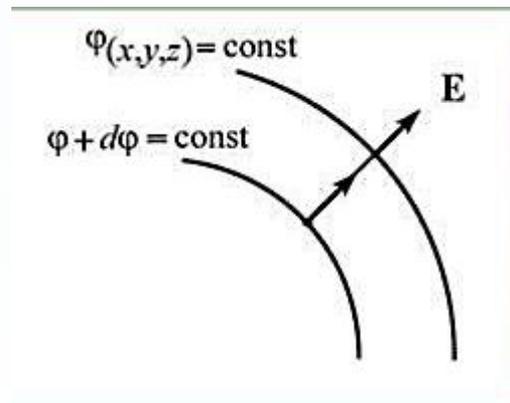
Движение частиц в однородном электрическом поле подобно движению частиц в гравитационном поле

➤ **Эквипотенциальные поверхности** (поверхности равного потенциала):

1. во всех точках потенциал φ имеет одно и то же значение,

2. Вектор напряженности электрического поля E всегда нормален к эквипотенциальным поверхностям.

3. $\Delta\varphi$ между двумя любыми эквипотенциальными поверхностями одинакова (следовательно, густота эквипотенциальных поверхностей характеризует значение вектора E в разных точках).



Эквипотенциальные поверхности

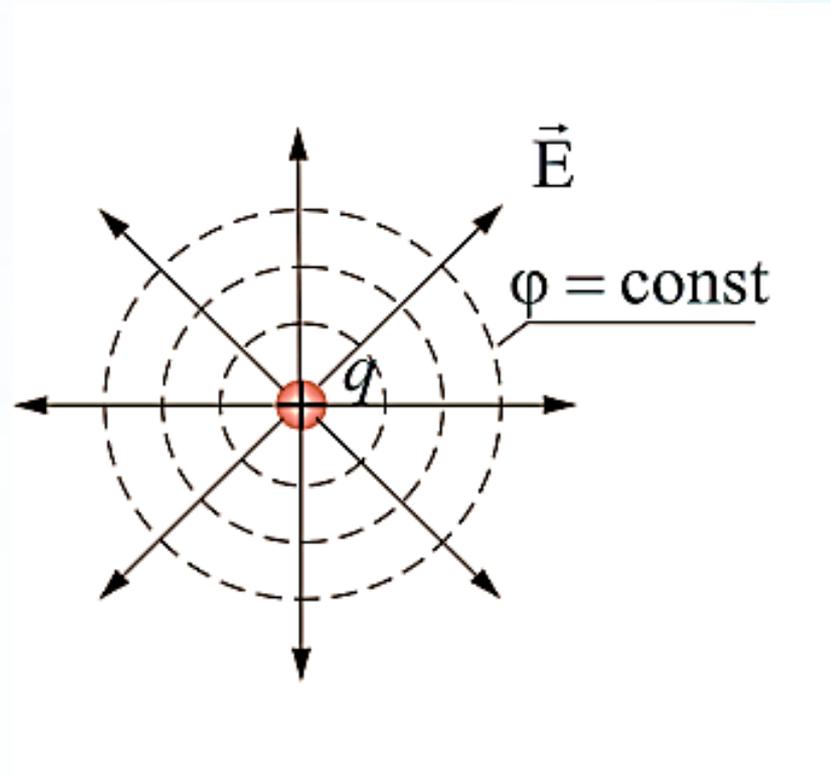
➤ Для точечного заряда

$$\varphi = \text{const}$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \varphi}$$

$$r = \text{const.}$$

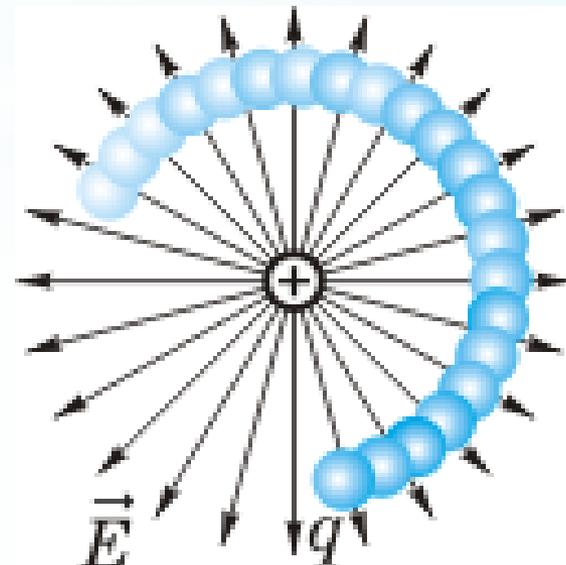
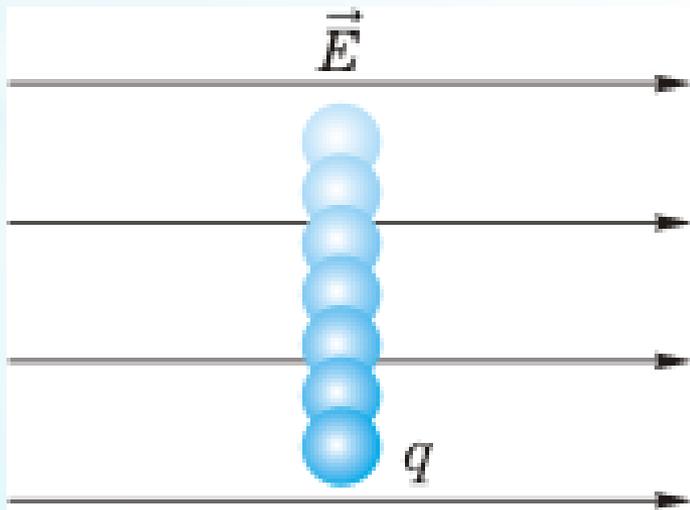


Эквипотенциальные поверхности

- Работа по перемещению заряда по эквипотенциальной поверхности равна нулю.

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_1) = q\Delta\varphi = 0,$$

так как $\varphi_1 = \varphi_1$.



Связь разности потенциалов и потенциальной энергии

Работа потенциальных сил может быть представлена как убыль потенциальной энергии:

$$A = -\Delta W = -(W_1 - W_2) = W_2 - W_1 = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Задача 1

Материальная точка с зарядом $0,67$ нКл, двигаясь в ускоряющем электрическом поле, приобретает кинетическую энергию 10 МэВ.

Найдите разность потенциалов между начальной и конечной точками траектории частицы в поле, если ее начальная кинетическая энергия равна нулю.

Ответ представьте в милливольтгах и округлите до десятых.

[2,4]

Задача 2

Ртутный шарик, потенциал которого $1,2$ кВ, разбивается на 27 одинаковых капелек.

Определите потенциал каждой капельки.

Ответ представьте в единицах СИ и округлите до целого числа.

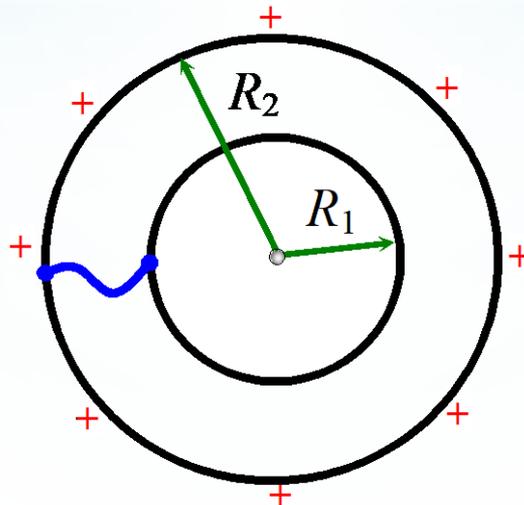
[133]

Задача 3

Металлический шар радиуса $R_1 = 5$ см, заряженный до потенциала 200 В, окружили незаряженной концентрической сферической проводящей оболочкой радиуса $R_2 = 20$ см (рис.).

Чему станет равен потенциал шара, если его соединить проводником с оболочкой?

Ответ представьте в единицах СИ.



[50]

Решение. Если металлический шар радиусом R_1 соединить проводником со сферической проводящей оболочкой радиусом R_2 ($R_2 > R_1$), заряд q с поверхности шара полностью перетечет на поверхность оболочки. (Внутри заряженного проводника или проводящей сферы зарядов нет. Они все вытесняются на поверхность).

Устойчивое равновесие достигается, когда заряды равномерно распределяются на внешней поверхности сферы.

Потенциал на поверхности шара при отсутствии проводящей оболочки равен:

$$\varphi_1 = k \frac{q}{R_1}$$

Потенциал шара после соединения его проводником с оболочкой равен:

$$\varphi_2 = k \frac{q}{R_2}$$

Решая систему уравнений и относительно φ_2 , найдем:

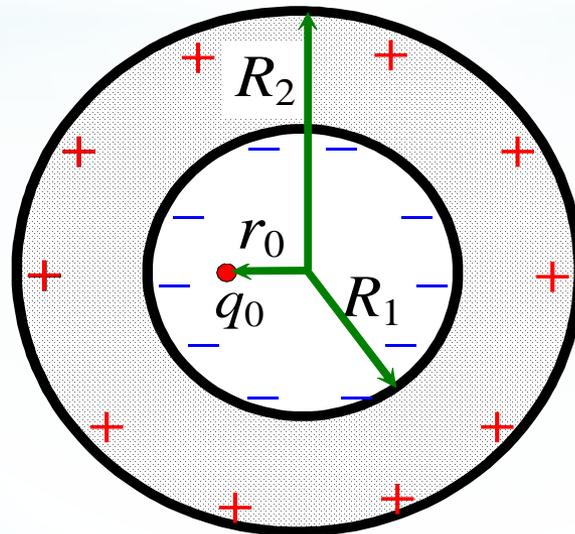
$$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{R_1}{R_2} = 50 \text{ (В)}.$$

Задача 4

Внутри шарового металлического слоя (рис.), внутренний и внешний радиусы которого соответственно равны $R_1 = 10$ см и $R_2 = 20$ см, на расстоянии $r_0 = 5$ см от центра находится положительный точечный заряд $q_0 = 2$ нКл.

Чему равен потенциал в центре сферы?

Ответ представьте в единицах СИ.



[270]

Решение. Если внутри проводящей сферы находится положительный заряд q_0 , на внутренней и внешней поверхности шарового металлического слоя появляются индуцированные заряды q_1 и q_2 , равные по модулю заряду q_0 , рис.

Если принять $q_0 > 0$, на внутренней поверхности S_1 индуцируется отрицательный заряд, равный по модулю точечному заряду q_0 , $q_1 = -q_0$.

На внешней поверхности S_2 , по закону сохранения заряда, появляется точно такой же по модулю индуцированный заряд

$$q_2 = +q_0. \quad (2)$$

Потенциал в центре сферы равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов,

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2, \quad (3)$$

где

$$\varphi_0 = k \frac{q_0}{r_0} \quad \varphi_1 = k \frac{q_1}{r_1} = -k \frac{q_0}{r_1} \quad \varphi_2 = k \frac{q_2}{r_2} = k \frac{q_0}{r_2}$$

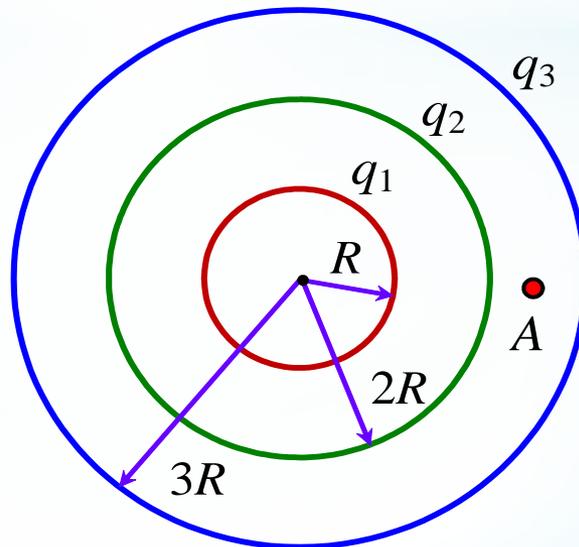
Подставляя φ_0 , φ_1 и φ_2 в (3), получим:

$$\varphi = kq_0 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = 270 \text{ (кВ)}.$$

Задача 5

Точечный заряд q создает на расстоянии R от него электрическое поле с потенциалом $\varphi_0 = 10$ В. Три концентрические сферы радиусами R , $2R$ и $3R$ имеют равномерно распределенные по их поверхностям заряды $q_1 = +2q$, $q_2 = -q$, $q_3 = +q$ соответственно (рис.).

Каков потенциал поля в точке A , отстоящей от центра сфер на расстоянии $2,5R$? Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых.

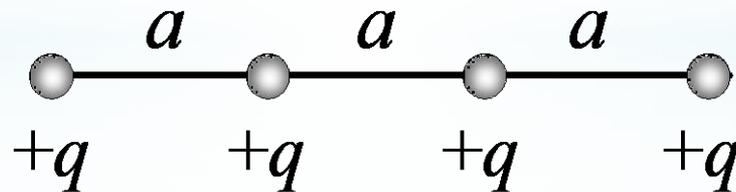


[7,3]

Задача 6

Найдите потенциальную электростатическую энергию системы четырех положительных зарядов (рис.), равных 1 нКл , расположенных в вакууме на расстоянии $a = 1 \text{ м}$ друг от друга.

Ответ представьте в наноджоулях.



[39]

Задача 7

Положительные заряды $q_1 = 3$ мкКл и $q_2 = 20$ нКл находятся в вакууме на расстоянии $r_1 = 1,5$ м друг от друга.

Определите работу A , которую надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния $r_2 = 1$ м.

[180 мкДж]

Решение

Положим, что первый заряд q_1 остается неподвижным, а второй q_2 под действием внешних сил перемещается в поле, созданном зарядом q_1 , приближаясь к нему с расстояния $r_1 = 1,5$ м до $r_2 = 1$ м.

Работа A' внешней силы по перемещению заряда q из одной точки поля с потенциалом φ_1 в другую, потенциал которой φ_2 , равна по модулю и противоположна по знаку работе A сил поля по перемещению заряда между теми же точками:

$$A' = -A.$$

Работа A сил поля по перемещению заряда

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Тогда работа A' внешних сил может быть записана в виде

$$A' = -q(\varphi_1 - \varphi_2) = q(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1)$$

Потенциалы точек начала и конца пути выразятся формулами

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2}.$$

Подставляя выражения φ_1 и φ_2 в формулу (1) и учитывая, что для данного случая переносимый заряд $Q = Q_2$, получим

$$A' = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (2)$$

Если учесть, что $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф, то после подстановки значений величин в формулу (2) и вычисления найдем $A' = 180$ мкДж.

Задача 8

Электроны, ускоренные разностью потенциалов 1 кВ, влетают в электрическое поле отклоняющих пластин параллельно им, а затем попадают на экран, расположенный на расстоянии 0,1 м от конца пластин.

На какое расстояние сместится электронный луч на экране, если на пластины, имеющие длину 0,05 м и расположенные на расстоянии 0,01 м одна от другой, подать напряжение 100 В? Поле в пространстве между пластинами считать однородным. Влиянием гравитационного поля пренебречь.

Ответ представьте в миллиметрах.

[31,25]

Задача 9

Электрон со скоростью $v = 1,83 \cdot 10^6$ м/с влетел в однородное электрическое поле в направлении, противоположном вектору напряженности поля.

Какую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы обладать энергией $E_i = 13,6$ эВ?
(Обладая такой энергией, электрон при столкновении с атомом водорода может ионизировать его.

Энергия 13,6 эВ называется энергией ионизации водорода.)

Задача 10

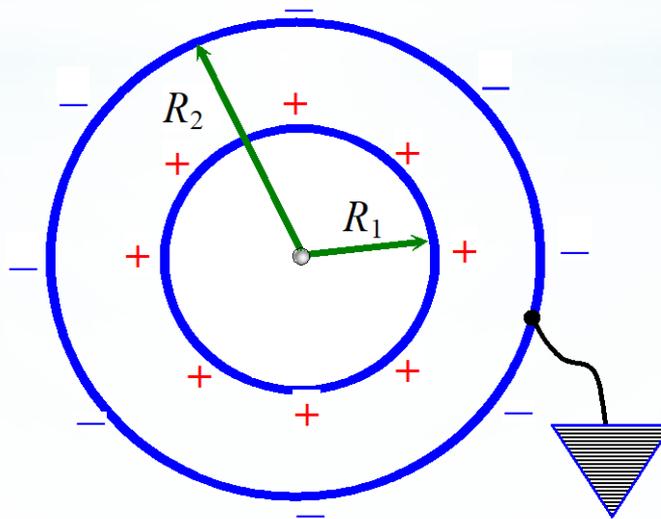
Определите начальную скорость v_0 сближения протонов, находящихся на достаточно большом расстоянии друг от друга, если минимальное расстояние r_{\min} , на которое они могут сблизиться, равно 10^{-11} см.



Задача 11

Металлический шар радиусом $R_1 = 0,1$ м, заряженный до потенциала $\varphi = 400$ В, окружили незаряженной концентрической сферической проводящей оболочкой радиусом $R_2 = 0,2$ м, рис.

Чему станет равен потенциал φ' шара, если оболочку заземлить?



Решение. Если металлический шар, заряженный до потенциала φ , окружить сферической заземленной проводящей оболочкой, на поверхности оболочки появляется заряд q_2 , равный по модулю, но противоположный по знаку заряду шара q ,

$$q_2 = -q. \quad (1)$$

Появление отрицательного заряда q_2 является следствием перетекания на внешнюю поверхность сферической оболочки заряда с Земли.

Потенциал на поверхности шара при отсутствии проводящей оболочки

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R_1}$$

что позволяет определить величину заряда на шаре

$$q = 4\pi\varepsilon_0 \cdot R_1 \varphi. \quad (3)$$

Потенциал на поверхности шара, окруженного заземленной проводящей оболочкой, равен потенциалу в центре шара φ' и по принципу суперпозиции равен алгебраической сумме потенциала φ шара и потенциала φ_2 внешней оболочки

$$\varphi' = \varphi + \varphi_2, \quad (4)$$

где

$$\varphi_2 = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R_2}$$

Решая систему уравнений относительно φ' , получим:

$$\varphi' = \varphi + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R_2}$$

$$\varphi' = \varphi - \frac{\varphi \cdot R_1}{R_2} = \varphi \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right) = 200 \text{ В}$$

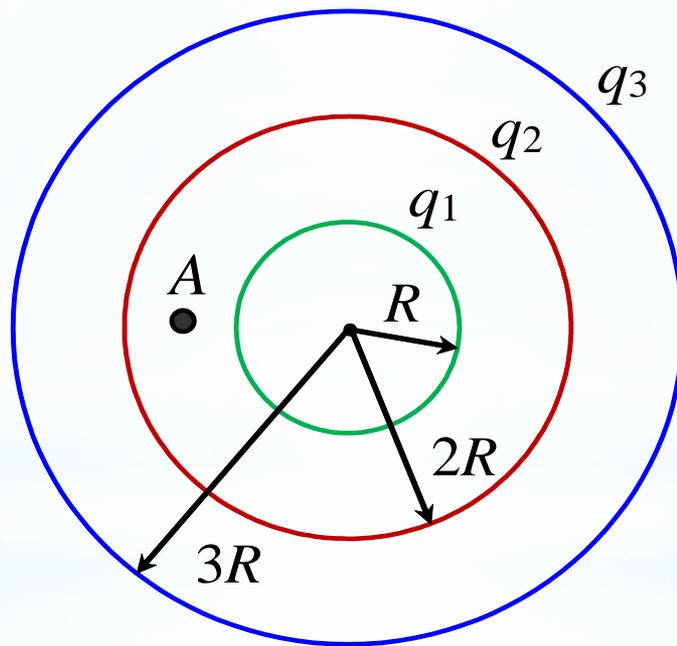
Задача 12

Точечный заряд q создает на расстоянии R от него электрическое поле с потенциалом $\varphi_1 = 60$ В. Три концентрические сферы радиусами R , $2R$ и $3R$ имеют равномерно распределенные по их поверхностям заряды $q_1 = -2q$, $q_2 = q_3 = +q$ соответственно (см. рисунок).

Каков потенциал поля в точке A , отстоящей от центра сфер на расстоянии $1,5 R$?

Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых.

[-30]

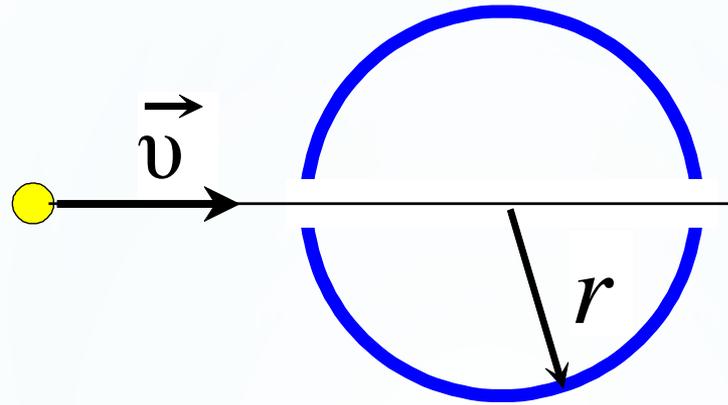


Задача 13

В тонкостенной непроводящей равномерно заряженной сфере радиуса $r = 1$ см имеются два небольших диаметрально противоположных отверстия, рис. По прямой, соединяющей отверстия, из бесконечности движется со скоростью $v = 5000$ м/с частица массой m с зарядом q (заряды сферы и частицы одноименные).

Найдите время, в течение которого заряд будет находиться внутри сферы. Заряды и массы сферы и частицы принять одинаковыми и равными $m = 1$ мг и $q = 1$ мкКл.

Ответ представьте в микросекундах и округлите до десятых.



Кинетическая энергия частицы при подлете к сфере равна

$$E_{к0} = \frac{m v_0^2}{2} = \frac{10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{2} = 12,5$$

Потенциальная энергия взаимодействия частицы и заряженной сферы:

$$E_n = q \cdot \varphi = q \frac{kq}{r} = \frac{kq^2}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12}}{10^{-2}} = 0,9$$

Такую энергию тратит частица на прохождение сферы. Тогда при вылете из сферы она будет обладать энергией ΔE , равной ее кинетической энергии E_k .

$$\Delta E = E_k = E_{к0} - E_{п} = 12,5 - 0,9 = 11,6 \text{ (Дж)}.$$

Из полученного выражения найдем скорость частицы при вылете из сферы.

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11,6}{10^{-6}}} = 4816,6$$

Зная начальную и конечную скорость частицы, можем найти ускорение, с которым она двигалась.

$$v = v_0 - at.$$

$$a = \frac{v_0 - v}{t}$$

Пройденный путь (равный диаметру сферы, $s = 2r$) при равнозамедленном движении рассчитывается по формуле:

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

Отсюда найдем время, в течение которого заряд будет находиться внутри сферы.

$$t = \frac{4r}{v_0 + v} = 4,1 \cdot 10^{-6} = 4,1 \text{ (мкс)}.$$

Спасибо за работу!