Дифференциальные уравнения порядка выше первого

Уравнение вида $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ **(9)**

называется дифференциальным уравнением *n* – го порядка, неразрешенное относительно старшей производной

Уравнение вида $y^{(n)} = f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)})$ **(10)**

называется дифференциальным уравнением *n* – го порядка, разрешенное относительно старшей производной

Опр.11 Задачей Коши ДУ *n* – го порядка называется нахождение решения уравнения (10), удовлетворяющего начальным условиям

$$y(x_0) = y_0,\ y'(x_0) = y_{1\,0},\ y''(x_0) = y_{20},\ \ldots,\ y^{(n-1)}(x_0) = y_{(n-1)\,0} \quad (11)$$

НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Опр 12. **Общим решением ДУ** $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ **(9)**

называют функцию $y = \varphi(x, C_1, C_2, \ldots, C_n)$ **(12)**

определенную в некоторой области переменных $x, C_1, C_2, \ldots, C_n$

и имеющую непрерывные частные производные по x **до порядка** n **включительно если** :

1) при любых допустимых $C_1, C_2, \ldots, C_n$ **она удовлетворяет уравнению (9);**

2) Для заданных начальных условий

$y(x_0) = y_0,\ y'(x_0) = y_{1\,0}, y''(x_0) = y_{20}, \ldots, y^{(n-1)}(x_0) = y_{(n-1)\,0}$

можно подобрать $C_i = C_{i\,0}$ **так, что функция- решение**

$y = \varphi(x, C_{1\,0}, C_{2\,0}, \ldots, C_{n\,0})$ **будет удовлетворять н.у.**

Опр 13. **Всякое решение, которое получается из общего (12) при конкретных числовых значениях** C_i **называется** ***<u>частным решением</u>***

Теорема 3. (о существовании и единственности решения задачи Коши)

Существует единственное решение $y = \varphi(x)$

для ДУ $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ **(9),**

удовлетворяющее начальным условиям (11)

$$y(x_0) = y_0,\ y'(x_0) = y_{1\,0},\ y''(x_0) = y_{20},\ \ldots,\ y^{(n-1)}(x_0) = y_{(n-1)\,0},$$

если в окрестности точки $(x_0, y_0, y_{1\,0}, \ldots, y_{(n-1)\,0})$ **функция** F

и ее частные производные по всем своим аргументам

$F'_y,\ F'_{y'},\ F'_{y''},\ldots,\ F'_{y^{(n)}}$ **непрерывны и ограничены**

Простейшие случаи ДУ высшего порядка, допускающие понижение порядка

1. $F(x, y^{(n)}) = 0$ **(13)**

2. $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \ldots, y^{(n)}) = 0$ **(14)**

Подстановка $y^{(k)} = t(x)$

3. $F(y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ **(15)**

Подстановка $y' = p(y)$