

Пластилинный шарик в момент $t = 0$ бросают с горизонтальной поверхности Земли под углом α к горизонту. Одновременно с некоторой высоты над поверхностью Земли начинает падать из состояния покоя другой такой же шарик. Шарик сталкиваются в воздухе. Сразу после столкновения скорость шариков направлена горизонтально. Время от столкновения шариков до их падения на Землю равно τ . Считая удар абсолютно неупругим, определите, с какой начальной скоростью v_0 был брошен первый шарик. Соппротивлением воздуха пренебечь. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

Основные этапы решения

1. Формулы кинематики для равноускоренного движения первого шарика от момента броска $t = 0$ до момента t_1 непосредственно перед столкновением, когда он находился на высоте H :

$$\begin{cases} H = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt_1^2}{2} \\ v_{1y} = v_0 \sin \alpha - gt_1 \\ v_{1x} = v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

2. Формулы кинематики для равноускоренного движения второго шарика:

$$v_{2y} = -gt_1$$

3. Формулы кинематики равноускоренного движения шариков после столкновения до их падения на Землю:

$$H = \frac{g\tau^2}{2}$$

4. Закон сохранения импульса в проекции на вертикальную ось, учитывая, что сразу после столкновения скорость шариков направлена горизонтально:

$$mv_{1y} + mv_{2y} = 0$$

Обоснование (подробное)

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной.
2. Опишем шарик моделью материальной точки, так как их размером в условиях данной задачи можно пренебечь.
3. Импульс шариков изменяется за счет внешних сил тяжести. Так как время взаимодействия тел мало, а внешние силы тяжести много меньше внутренних, то импульсом внешних сил можно пренебечь, а значит, для решения задачи можно воспользоваться законом сохранения импульса.
4. В процессе движения (до и после столкновения) на шарик действуют только постоянные силы тяжести (так как сопротивлением воздуха пренебрегаем), значит шарик движется с постоянным ускорением (ускорением свободного падения) и для описания их движения можно применять формулы кинематики равноускоренного движения.

Обоснование (минимальное*)

1. Рассмотрим задачу в ИСО, связанной с Землёй.
2. Опишем шарик моделью материальной точки.
3. Так как время взаимодействия тел мало, то импульсом внешних сил тяжести можно пренебечь, а значит, для решения задачи можно воспользоваться законом сохранения импульса.

* будет приниматься большинством предметных комиссий

Снаряд массой 4 кг, летящий со скоростью 400 м/с, разрывается на две равные части, одна из которых летит в направлении движения снаряда, а другая – в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличивается на 0,5 МДж. Найдите скорость осколка, летящего по направлению движения снаряда. Сопротивлением воздуха пренебречь. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

Основные этапы решения

1. Закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось:

$$2mv = mv_1 - mv_2$$

2. Изменение суммарной кинетической энергии осколков:

$$\frac{2mv^2}{2} + \Delta E = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

Обоснование (подробное)

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной.
2. Опишем снаряд и осколки моделью материальной точки, так как их размером в условиях данной задачи можно пренебречь.
3. Импульс системы «снаряд + осколки» изменяется за счет внешних сил тяжести. Так как время взрыва мало, а внешние силы тяжести много меньше внутренних, то импульсом внешних сил можно пренебречь, а значит, для решения задачи можно воспользоваться законом сохранения импульса.

Обоснование (минимальное*)

1. Рассмотрим задачу в ИСО, связанной с Землёй.
2. Опишем снаряд и осколки моделью материальной точки.
3. Так как время взрыва мало, то импульсом внешних сил тяжести можно пренебречь, а значит, для решения задачи можно воспользоваться законом сохранения импульса.

* будет приниматься большинством предметных комиссий

В маленький шар массой $M = 230$ г, висющий на нити длиной $l = 50$ см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая пуля. Минимальная скорость пули v_0 , при которой шар после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости, равна 120 м/с. Чему равна масса пули? Сопротивлением воздуха пренебречь. Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.

Основные этапы решения

1. Закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось:

$$mv_0 = (m + M)v_1$$

2. Закон сохранения механической энергии системы «шар + пуля»:

$$\frac{(m + M)v_1^2}{2} = \frac{(m + M)v_2^2}{2} + (m + M)g \cdot 2l$$

3. Второй закон Ньютона для системы «шар + пуля» в верхней точке траектории:

$$(m + M)g + T = (m + M)a_{ц} = (m + M)\frac{v_2^2}{l}$$

4. Ищем минимальную скорость пули v_0 , поэтому $T = 0$

Обоснование (подробное)

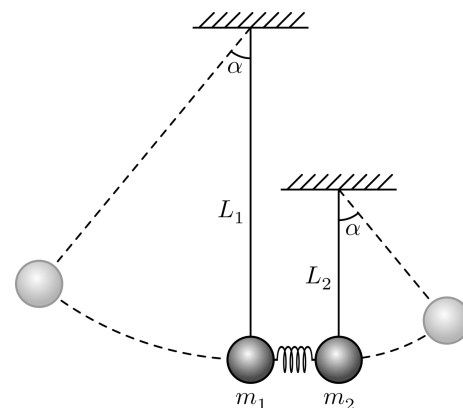
1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной.
2. Опишем шар и пулю моделью материальной точки, так как их размером в условиях данной задачи можно пренебречь.
3. Рассмотрим систему «шар и пуля». Проекции внешних сил (силы тяжести и сила натяжения нити) на горизонтальную ось в момент взаимодействия равны нулю. Следовательно, можно использовать закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось (считаем время взаимодействия малым и нить не успеет отклониться от вертикали).
4. После взаимодействия на шар с пулей действуют потенциальные силы тяжести и непотенциальная сила натяжения нити (сопротивлением воздуха пренебрегаем). Работа силы натяжения нити равна нулю, так как в каждый момент времени движения вектор силы натяжения нити перпендикулярен вектору скорости шара с пулей. Так как работа непотенциальных сил равна нулю, то для решения задачи можно воспользоваться законом сохранения механической энергии.
5. Условие минимальности начальной скорости для совершения полного оборота в вертикальной плоскости означает, что сила натяжения нити в верхней точке (и только в ней) равна нулю.

Обоснование (минимальное*)

1. Рассмотрим задачу в ИСО, связанной с Землёй.
2. Опишем снаряд и осколки моделью материальной точки.
3. Проекции внешних сил (силы тяжести и сила натяжения нити) на горизонтальную ось в момент взаимодействия равны нулю. Следовательно, можно использовать закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось.
4. $A_{непот} = A_T = 0$ ($\vec{T} \perp \vec{v}$) $\Rightarrow E_{мех} = const$
5. Условие минимальности начальной скорости для совершения полного оборота в вертикальной плоскости означает, что сила натяжения нити в верхней точке (и только в ней) равна нулю.

* будет приниматься большинством предметных комиссий

Два шарика подвешены на вертикальных тонких нитях так, что они находятся на одной высоте. Между шариками находится сжатая и связанная нитью пружина. При пережигании связывающей нити пружина распрямляется, расталкивает шарики и падает вниз. В результате нити отклоняются в разные стороны на одинаковые углы. Во сколько раз одна нить длиннее другой, если отношение масс $m_2/m_1 = 1,5$? Считать величину сжатия пружины во много раз меньше длин нитей. Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.



Основные этапы решения

1. Закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось:

$$-m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

2. Закон сохранения механической энергии для каждого шприка:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g h_1, \quad \frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 g h_2$$

$$h_1 = L_1(1 - \cos \alpha), \quad h_2 = L_2(1 - \cos \alpha)$$

Обоснование (подробное)

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной.
2. Опишем шарики моделью материальной точки, так как их размером в условиях данной задачи можно пренебречь.
3. Рассмотрим систему «шарики и пружина». Проекции внешних сил (силы тяжести и силы натяжения нити) на горизонтальную ось в момент взаимодействия равны нулю. Следовательно, можно использовать закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось (считаем время взаимодействия малым и нити не успевают отклониться от вертикали).
4. После взаимодействия на каждый из шариков действует потенциальная сила тяжести и непотенциальная сила натяжения нити (сопротивлением воздуха пренебрегаем). Работа силы натяжения нити равна нулю, так как в каждый момент времени движения вектор силы натяжения нити перпендикулярен вектору скорости шара с пулей. Так как работа непотенциальных сил равна нулю, то для решения задачи можно воспользоваться законом сохранения механической энергии каждого из шариков.

Обоснование (минимальное*)

1. Рассмотрим задачу в ИСО, связанной с Землёй.
2. Опишем шарики моделью материальной точки.
3. Проекция внешних сил (силы тяжести и силы натяжения нити) на горизонтальную ось в момент взаимодействия равны нулю. Следовательно, можно использовать закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось.
4. Для каждого шарика после взаимодействия $A_{\text{непот}} = A_T = 0$ ($\vec{T} \perp \vec{v}$) $\Rightarrow E_{\text{мех}} = \text{const}$

* будет приниматься большинством предметных комиссий