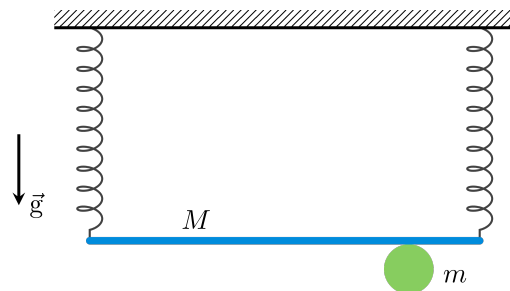


К двум вертикально расположенным пружинам одинаковой длины подвесили однородный стержень длиной $L = 30$ см. Если к этому стержню подвесить груз массой $m = 3$ кг на расстоянии $d = 5$ см от правой пружины, то стержень будет расположен горизонтально, и растяжения обеих пружин будут одинаковы (см. рисунок). Жёсткость левой пружины в 2 раза меньше, чем правой. Чему равна масса стержня M . Сделайте рисунок с указанием сил, использованных в решении задачи. Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.



Основные этапы решения

1. Условие равновесия для сил в проекции на ось y :

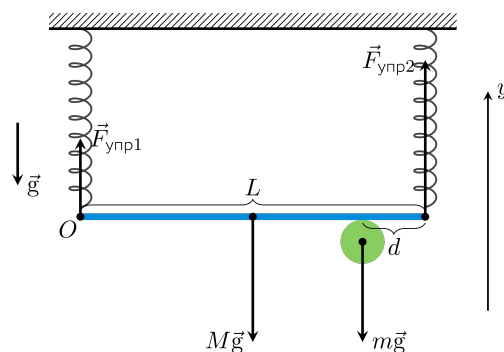
$$y: F_{\text{упр1}} + F_{\text{упр2}} - mg - Mg = 0$$

2. Условие равновесия для моментов сил относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка:

$$O: F_{\text{упр2}} \cdot L = Mg \cdot \frac{L}{2} + mg \cdot (L - d)$$

3. Закон Гука:

$$F_{\text{упр1}} = k_1 x_1 = kx, \quad F_{\text{упр2}} = k_2 x_2 = 2kx$$



Обоснование (подробное)

- Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной.
- Опишем систему тел «стержень + груз» моделью абсолютно твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).
- Так как система «стержень + груз» в равновесии, то векторная сумма всех сил, действующих на систему, равна нулю (условие равновесия относительно поступательного движения).
Так как система «стержень + груз» в равновесии, то алгебраическая сумма моментов сил, действующих на систему, относительно любой оси равна нулю (условие равновесия относительно вращательного движения).
 $\Rightarrow M_{\curvearrowright} = M_{\curvearrowleft}$

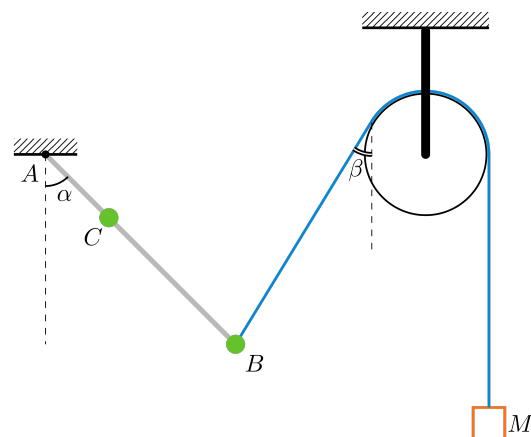
Обоснование (минимальное*)

- Рассмотрим задачу в ИСО, связанной с Землёй.
- Опишем систему тел «стержень + груз» моделью твёрдого тела.
- Так как система «стержень + груз» в равновесии,

$$\Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F} = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases} \Rightarrow M_{\curvearrowright} = M_{\curvearrowleft}$$

* будет приниматься большинством предметных комиссий

Невесомый стержень AB с двумя малыми грузиками массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 100$ г, расположенными в точках C и B соответственно, шарнирно закреплён в точке A . Груз массой $M = 100$ г подвешен к идеальному блоку за невесомую и нерастяжимую нить, другой конец которой соединён с нижним концом стержня, как показано на рисунке. Вся система находится в равновесии: если стержень отклонён от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$, а нить составляет угол с вертикалью, равный $\beta = 30^\circ$. Расстояние $AC = b = 25$ см. Определите длину l стержня AB . Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на груз M и стержень. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.



Основные этапы решения

1. Второй закон Ньютона для груза M в проекции на ось y :

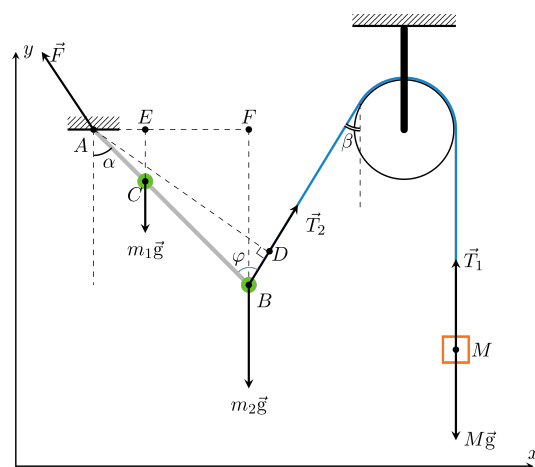
$$y: T_1 - Mg = 0$$

2. Условие равновесия для моментов сил относительно оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости рисунка, для системы «стержень и грузики»:

$$A: T_2 \cdot AD = m_1 g \cdot AE + m_2 g \cdot AF$$

$$AD = l \sin \varphi = l \sin(\alpha + \beta), \quad AE = b \sin \alpha, \quad AF = l \sin \alpha$$

3. Связь сил натяжения: $T_1 = T_2 = T$



Обоснование (подробное)

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной.
2. Опишем систему тел «стержень + грузики» моделью абсолютно твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).
3. Так как система «стержень + грузики» в равновесии, то векторная сумма всех сил, действующих на систему, равна нулю (условие равновесия относительно поступательного движения).
Так как система «стержень + грузики» в равновесии, то алгебраическая сумма моментов сил, действующих на систему, относительно любой оси равна нулю (условие равновесия относительно вращательного движения).
 $\Rightarrow M_{\curvearrowright} = M_{\curvearrowleft}$
4. Опишем груз M моделью материальной точки, следовательно, для него можно использовать второй закон Ньютона. Так как груз покоится, его ускорение равно нулю.
5. Нить невесома, блок идеальный (лёгкий, трение нити о блок отсутствует), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

Обоснование (минимальное*)

1. Рассмотрим задачу в ИСО, связанной с Землёй.
2. Опишем систему тел «стержень + грузики» моделью абсолютно твёрдого тела.
3. Так как система «стержень + грузики» в равновесии $\Rightarrow \sum M = 0 \Rightarrow M_{\curvearrowright} = M_{\curvearrowleft}$
4. Опишем груз M моделью материальной точки, следовательно, для него можно использовать второй закон Ньютона.
5. Нить невесома, блок идеальный $\Rightarrow T_1 = T_2 = T$

* будет приниматься большинством предметных комиссий

Два небольших массивных шара массами $m_1=0,2$ кг и $m_2=0,3$ кг закреплены на концах невесомого стержня АВ, лежащего горизонтально на опорах С и D. Длина стержня АВ $L=1$ м, а расстояние АС равно 0,2 м. Сила давления стержня на опору D в 2 раза больше, чем на опору С. Каково расстояние между опорами CD? Сделайте рисунок с указанием внешних сил, действующих на систему тел «стержень и шары». Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.



Основные этапы решения

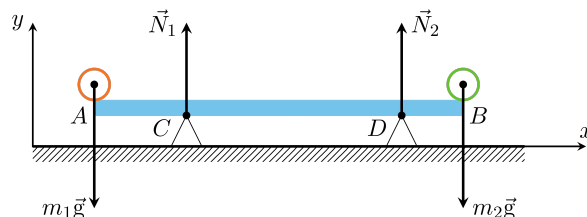
1. Условие равновесия для сил в проекции на ось y :

$$y: N_1 + N_2 - m_1g - m_2g = 0$$

2. Условие равновесия для моментов сил относительно оси, проходящей через точку А перпендикулярно плоскости рисунка:

$$A: N_1 \cdot AC + N_2 \cdot (AC + CD) = m_2g \cdot AB$$

3. Связь нормальных составляющих сил реакции опор: $N_2 = 2N_1$



Обоснование (подробное)

- Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной.
- Опишем систему тел «стержень + шары» моделью абсолютно твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).
- Так как система «стержень + шары» в равновесии, то векторная сумма всех сил, действующих на систему, равна нулю (условие равновесия относительно поступательного движения).
Так как система «стержень + шары» в равновесии, то алгебраическая сумма моментов сил, действующих на систему, относительно любой оси равна нулю (условие равновесия относительно вращательного движения).
 $\Rightarrow M_{\curvearrowright} = M_{\curvearrowleft}$
- По третьему закону Ньютона силы, с которыми стержень и опоры взаимодействуют друг с другом, равны по модулю и противоположны по направлению.

Обоснование (минимальное*)

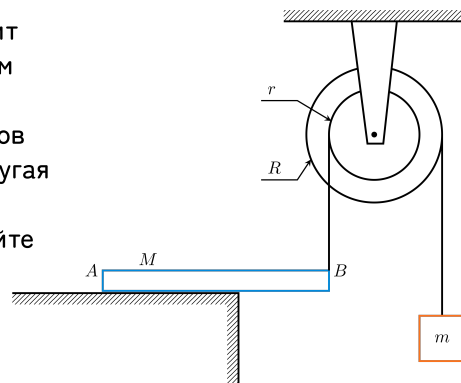
- Рассмотрим задачу в ИСО, связанной с Землёй.
- Опишем систему тел «стержень + шары» моделью твёрдого тела.
- Так как система «стержень + шары» в равновесии

$$\Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F} = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases} \Rightarrow M_{\curvearrowright} = M_{\curvearrowleft}$$

4. По третьему закону Ньютона $N_1 = P_1$, $N_2 = P_2$

* будет приниматься большинством предметных комиссий

Однородный брусок AB массой M постоянного прямоугольного сечения лежит на гладкой горизонтальной поверхности стола, свешиваясь с него менее чем наполовину (см. рисунок). К правому концу бруска прикреплена лёгкая нерастяжимая нить. Другой конец нити закреплён на меньшем из двух дисков идеального составного блока. На большем диске этого блока закреплена другая лёгкая нерастяжимая нить, на которой висит груз массой $m = 1$ кг. Диски скреплены друг с другом, образуя единое целое. $R = 10$ см, $r = 5$ см. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на брусок M , блок и груз m . Найдите минимальное значение M , при котором система тел остаётся неподвижной. Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.



Основные этапы решения

1. Второй закон Ньютона для груза m в проекции на ось y : $y: T_2 - mg = 0$

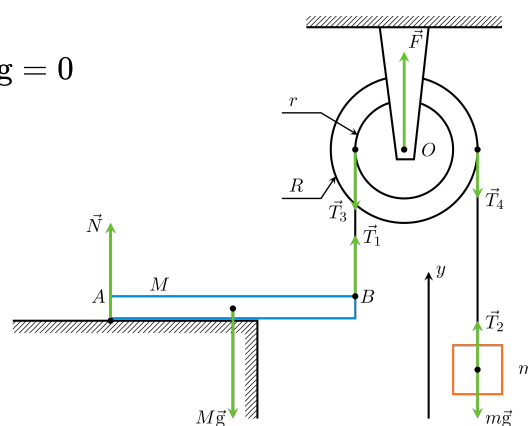
2. Условие равновесия для моментов сил относительно оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости рисунка, для бруска:

$$A: T_1 \cdot AB = Mg \cdot \frac{AB}{2}$$

3. Условие равновесия для моментов сил относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка для блока, учитывая, что блок идеальный (трения в оси нет, масса блока мала):

$$O: T_3 \cdot r - T_4 \cdot R = 0$$

4. Связь сил натяжения: $T_1 = T_3$, $T_2 = T_4$



Обоснование (подробное)

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной.
2. Опишем брусок и блок моделью абсолютно твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).
3. Так как брусок в равновесии, то алгебраическая сумма моментов сил, действующих на него, относительно любой оси равна нулю (условие равновесия относительно вращательного движения).
Так как блок в равновесии, то алгебраическая сумма моментов сил, действующих на него, относительно любой оси равна нулю (условие равновесия относительно вращательного движения).
 $\Rightarrow M_{\curvearrowright} = M_{\curvearrowleft}$
4. Опишем груз m моделью материальной точки, следовательно, для него можно использовать второй закон Ньютона. Так как груз покоится, его ускорение равно нулю.
5. Нити лёгкие, поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.
6. Условие минимальности массы M означает, что сила нормальной составляющей опоры, действующей на брусок со стороны стола, приложена в точке A .

Обоснование (минимальное*)

1. Рассмотрим задачу в ИСО, связанной с Землёй.
2. Опишем брусок и блок моделью твёрдого тела.
3. Если твёрдое тело в равновесии, $\Rightarrow \sum M = 0 \Rightarrow M_{\curvearrowright} = M_{\curvearrowleft}$
4. Опишем груз моделью материальной точки, следовательно, для него можно использовать второй закон Ньютона.
5. Нити лёгкие, поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

* будет приниматься большинством предметных комиссий