Кармазин Сергей Владимирович
Кандидат физико-математических наук, учитель физики МОУ Гимназия г. Фрязино и ЦМИТ «Ноосфера» г. Фрязино Московской области, доцент МФТИ, член ЦПМК по физике Всероссийской олимпиады школьников.

Зачем нужна многократность измерений в физическом эксперименте

1. В большинстве случаев, при проведении физических исследований и выполнении экспериментальных заданий мы не измеряем искомую величину непосредственно, а находим ее значение путем расчетов и вычислений с использованием результатов измерения других величин, а также с использованием мировых констант и физических величин, значения которых нам известны. В таком случае говорят о *косвенных измерениях*.

Пример 1. При определении размера d зернышка гречневой крупы методом рядов мы измеряем длину цепочки L, состоящей из известного нам количества зернышек N, а затем вычисляем d по формуле $d = L / N$.

Пример 2. Величину сопротивления резистора R мы вычисляем по формуле $R = U / I$, измерив напряжение на резисторе U и силу текущего через него тока I.

Пример 3. Для определения ускорения свободного падения g с помощью математического маятника нам необходимо измерить длину нити L и период колебаний T, а затем вычислить g по формуле

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} L. \qquad (1)$$

На первый взгляд, во всех приведенных примерах для достижения цели достаточно один раз измерить необходимые для расчетов величины (или одну величину) и подставить их значения в соответствующую формулу. Именно по такому алгоритму выполняется большинство лабораторных работ школьного курса физики. Однако, при проведении **однократных измерений** всегда есть вероятность допустить существенную ошибку и, как следствие, получить недостоверный результат. Такая ошибка имеет случайный характер и может быть допущена по множеству причин. Например, в задаче с зернышками, при их подсчете, очень легко ошибиться на 1-2 единицы. Кроме того, плотность упаковки зернышек в цепочке может весьма существенно различаться в различных экспериментах. Во втором примере, при измерении силы тока или напряжения, в момент снятия показаний прибора может быть случайно нарушен контакт на одном из элементов электрической цепи. Или в момент именно этого конкретного измерения в механизм стрелочного прибора попала какая-то соринка и помешала стрелке отклониться правильно. А если измерения проводились цифровым прибором, то экспериментатор мог смотреть на индикатор под таким углом, что не увидел точку, отделяющую целую часть числа от дробной, и записал результат так, как будто эта точка вообще отсутствует. В третьем примере, при определении периода колебаний математического маятника, очень легко ошибиться в подсчете количества колебаний, совершенных маятником. А при измерении длины нити мерной лентой, весьма велика вероятность сдвига с места одного ее конца при снятии показаний на другом конце.

Таким образом, мы никогда не можем быть уверены в том, что какая-то случайность не исказила нам результат однократного измерения. Результаты будут более достоверными, более надежными, если измерения проводить **многократно**, и не в одних и тех же условиях, а **изменяя параметры установки или режимы измерения**. Одним из вариантов обеспечения необходимой многократности является **исследование зависимости** одной физической величины от другой. Анализ такой зависимости позволяет не только получить более достоверные значения искомых величин, но и убедиться в справедливости физической модели, выбранной для расчета.

Согласно такому подходу, в нашем первом примере следует измерять длину цепочки L несколько раз, при различном количестве зернышек N в ней. Очевидно, что указанные величины связаны зависимостью вида $L = d/N$, где размер зернышка d является угловым коэффициентом линейной функции $L(N)$. Во втором примере нужно измерять силу тока в резисторе при различных напряжениях на нем, и тогда, согласно закону Ома $I = \frac{1}{R}U$. Здесь угловым коэффициентом линейной функции $I(U)$ будет величина, обратная сопротивлению. В третьем примере к поставленной цели ведет исследование зависимости квадрата периода колебаний T^2 от длины нити L. Согласно (1)

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L,$$

и угловым коэффициентом зависимости $T^2(L)$ является величина $\frac{4\pi^2}{g}$, зная которую легко определить g.

Во всех трех примерах исследование зависимости одной физической величины от другой в рамках использованных физических моделей приводит к простой линейной функции вида $Y=kX$. График такой зависимости, как известно, представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат. Единственным параметром, определяющим положение прямой на координатной плоскости, является угловой коэффициент k. Таким образом, наиболее простой, удобный, оперативный и приводящий к достоверным результатам алгоритм обработки данных в приведенных выше примерах и других аналогичных экспериментах заключается в следующем:

- нанесение экспериментальных точек (значений) (Xi,Yi) на координатную плоскость (X,Y);

- проведение прямой линии, **наилучшим образом** проходящей через экспериментальные точки;

- нахождение углового коэффициента полученной прямой $k = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$;

- вычисление искомой величины.

Кратко поясним смысл словосочетания «прямая, наилучшим образом проходящая...». Дело в том, что экспериментальные точки принципиально не могут идеально лежать на прямой линии. Даже если не учитывать остальные виды систематических и случайных погрешностей (которые обязательно внесут свой вклад в разброс результатов), всегда есть погрешность отсчета. Согласно законам экспериментальной физики, мы имеем право снимать показания измерительных приборов не точнее, чем половина ценны деления. Другими словами, мы вынуждены округлять показания в ту или другую сторону. Результаты наших измерений всегда дискретны. Точки случайным образом могут оказаться как выше прямой линии, являющейся графиком истиной зависимости величин друг от друга, так и ниже ее. При этом общий характер их расположения не должен давать повода усомниться в линейности исследуемой зависимости. В любом случае, если мы из теоретических соображений ожидаем линейную зависимость исследуемых величин друг от друга, мы должны провести на графике прямую линию обязательно по линейке и так, чтобы экспериментальные точки оказались примерно поровну по разные стороны этой прямой.

Иногда все же случается, что в проводимом эксперименте мы ожидаем получение линейной зависимости, а характер расположения экспериментальных точек на графике не соответствует прямой линии. Это свидетельствует либо о неправильном выборе физической модели, описывающей данное явление, либо о плохой организации самого эксперимента. Так в нашем примере №2, получение нелинейной зависимости тока от напряжения может быть следствием того, что мы исследуем не резистор, а случайно подключили к измерительной установке полупроводниковый диод или лампочку накаливания. В этом случае ожидание линейной зависимости является ошибочным с точки зрения выбора физической модели. С другой стороны, мы можем получить нелинейную зависимости тока от напряжения на резисторе, если в процессе измерений превысим предельно допустимую для этого резистора мощность, и тем самым сильно его разогреем. Или по мере увеличения тока в измерительной цепи будет нагреваться какой-то ненадежный контакт. В этих случаях мы имеем дело с плохой организацией эксперимента.

2. Рассмотрим теперь ситуацию, когда физические величины связаны между собой линейной зависимостью

$$Y = kX + b, \qquad (2)$$

где k по-прежнему угловой коэффициент, а b − значение функции при X=0. График этой зависимости не проходит через начало координат, а пересекает ось Y в точке b. В этом случае для нахождения неизвестных величин k и (или) b необходимо сделать **как минимум два измерения**. Получив две пары значений (X_1, Y_1) и (X_2, Y_2), можно либо решить систему двух линейных уравнений с неизвестными k и b

$$Y_1 = kX_1 + b$$
$$Y_2 = kX_2 + b,$$

либо в координатных осях X,Y по двум точкам провести единственно возможную прямую, а затем по ее наклону и пересечению с вертикальной осью найти искомые величины. Однако, проведя минимально возможное количество измерений, мы, также как и в примерах, приведенных в первой части параграфа, не можем исключить наличия существенных экспериментальных ошибок и, соответственно, не можем быть уверенными в достоверности полученных результатов. Проведение двух измерений, когда связь между величинами описывается уравнением (2), равносильно **однократному** измерению. Необходимую **многократность**, как и прежде, обеспечит исследование зависимости одной величины от другой. Графическая проверка этой зависимости на линейность (при наличии семи, а лучше десяти и более экспериментальных точек на графике) позволит сразу увидеть так называемый «промах» экспериментатора и просто выбросить из рассмотрения точку, сильно отклонившуюся от прямой линии .

Пример: Предположим, что перед нами стоит задача определить плотность ρ неизвестной жидкости. Для этого у нас есть мерный стакан, динамометр и какие-нибудь нитки или скотч для того, чтобы мерный стакан прицепить к динамометру. Казалось бы, задача очень простая. Достаточно взвесить пустой стакан, затем взвесить стакан с известным объемом налитой жидкости, вычислить массу жидкости и определить ее плотность. Но дело в том, что наш динамометр испорченный, с его помощью можно измерять силу только в том случае, если она больше 1,0 Н. У него полностью стерта шкала в начале диапазона измерений, и взвесить с его помощью пустой стакан мы не сможем. (Каждый экспериментатор должен помнить, что ***в любом эксперименте множество нюансов!***) Но мы справимся с непредвиденными трудностями. Мы будем исследовать зависимость веса стакана P от объема V налитой в него жидкости. Цена деления динамометра C=0,1 Н. Поэтому мы можем снимать его показания с точностью не выше 0,05 Н (половина цены деления). Измерения станут возможны только после того, как мы нальем в стакан 30 мл жидкости и более. Результаты измерений представлены в табл.1. В нашем примере измер*я*емая и изме*н*яемая величины связаны соотношением

$$P = M_0 g + \rho g V \qquad (3)$$

V,мл	P,Н
30	1,05
40	1,30
50	1,35
60	1,45
70	1,55
80	1,70
90	1,80
100	1,95

Табл.1

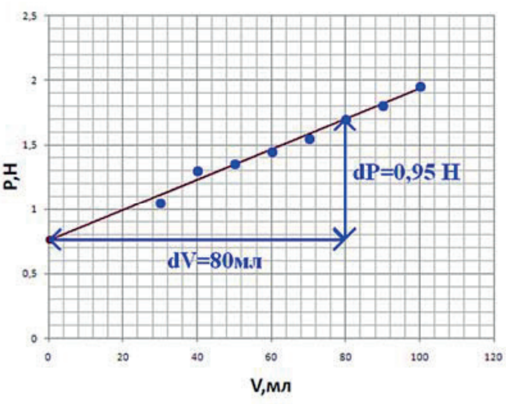

Рис.1

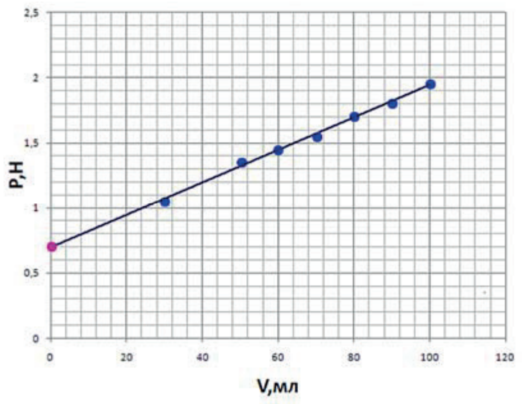

Рис.2

где M_0 – масса пустого стакана. Для линейной функции $P(V)$ угловым коэффициентом является величина ρg, а вертикальную ось график должен пересекать в точке $M_0 g$. В дальнейших расчетах будем считать, что $g = 10$ м/с^2.

График зависимости (3), построенный по данным табл.1, приведен на рис.1. Видно, что точка (V=40мл, P=1,3Н) несколько отклонилась от прямой линии, вдоль которой расположились все остальные точки. Это могло произойти, например, из-за того, что наливая 40 мл жидкости в стакан, экспериментатор немного перестарался, и на самом деле налил 45 мл, но не обратил на это внимания и записал в таблицу измерений V=40 мл. Или, в стакане было действительно 40 мл, но при проведении именно этого взвешивания пружина динамометра от случайного толчка растянулась чуть больше положенного, и по какой-то причине не вернулась на положенное ей место. В любом случае, при построении по точкам наилучшей прямой, «выпрыгнувшая» точка несколько подтягивает вверх левый конец линии, уменьшая ее наклон и завышая координату пересечения с вертикальной осью. Если эти экспериментальные данные не корректировать, то из рис.1 получаем $M_0 g = 0{,}75$ Н или $M_0 = 75$ г. Угловой коэффициент при этом равен (все величины в системе СИ).

$$\rho g = \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{0{,}95\text{Н}}{0{,}000080\text{м}^3} = 11875\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^2\text{с}^2}$$

$$\text{и } \rho \approx 1190\ \text{кг/м}^3.$$

Здесь результат округлен до трех значащих цифр, так как маловероятно, что точность наших измерений превосходит 1 %. Если удалить выпадающую из общей картины точку, то получится экспериментальная прямая, показанная на рис.2. Ее обработка дает следующие результаты:

$$M_0 g = 0{,}70\ \text{Н, или } M_0 = 70\ \text{г},$$

$$\rho g = \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{1{,}0\text{Н}}{0{,}000080\text{м}^3} = 12500\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^2\text{с}^2} \text{ и}$$

$$\rho = 1250\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

На самом деле плотность неизвестной жидкости равнялась 1230 $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а масса пустого стакана $M_0 =$ 70 г.

Видно, что результаты, полученные без учета выпрыгнувшей точки, ближе к правильным значениям.

А теперь представьте себе, что мы **ограничились бы всего двумя измерениями**, например при V=40 мл V=60 мл. График, построенный по этим двум точкам (рис.N-3), дал бы следующий результат:

$$M_0 g = 1{,}0\ \text{Н},\ M_0 = 100\ \text{г},$$

$$\rho g = \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{0{,}45\text{Н}}{0{,}000060\text{м}^3} = 7500\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2\text{с}^2}$$

и $\rho = 750\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, что отличается от истины более чем в полтора раза. Приведенный пример убедительно демонстрирует, что в экспериментальной физике никак **нельзя полагаться на результаты однократного измерения.** Необходимо исследовать зависимость физических величин друг от друга. Аналитическая, цифровая и графическая обработка полученной зависимости будет наиболее удобной и информативной, если зависимость окажется линейной. А если не окажется? Тогда линейной ее надо сделать. Как? Ответ в следующем номере журнала.

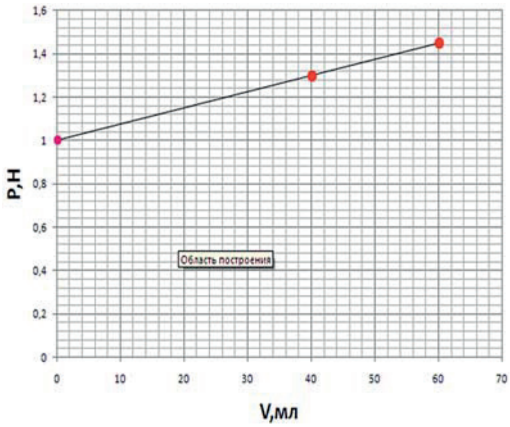

Рис.3