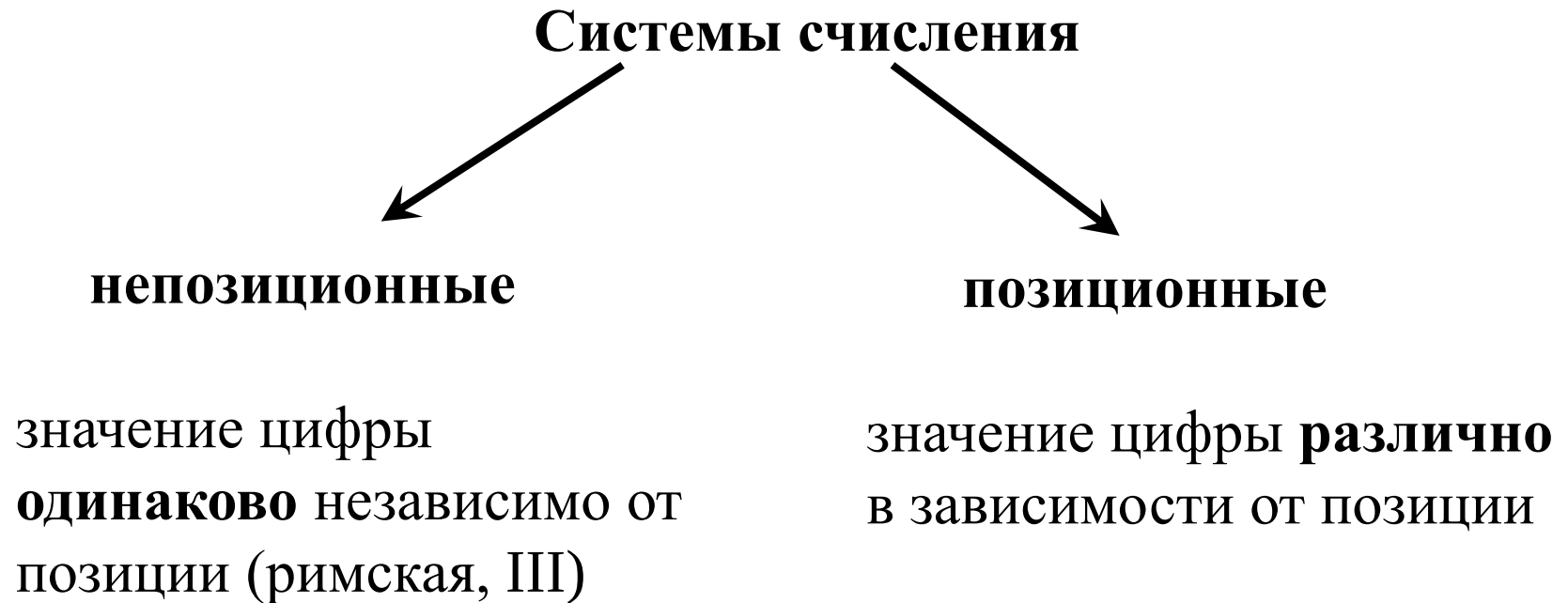
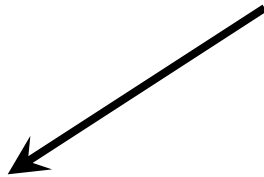


# Системы счисления

**Система счисления** – способ записи и наименования натуральных чисел

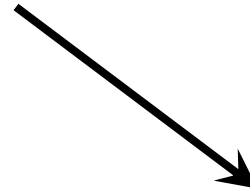


# Позиционные системы счисления



**со смешанным  
основанием**

4 года 3 месяца 2 дня



**однородные**

**вес каждой цифры  
выражается в степени  
одного и того же числа  
(десятичная, двоичная, ...)**

# Однородные позиционные системы счисления

- десятичная (0, 1, ..., 9)
- двоичная (0,1)
- шестнадцатеричная (0, 1, ..., 9, A, ..., F)
- восьмеричная (0, 1, ..., 7)
- ...

**Чем больше основание, тем больше цифр, и тем короче запись числа**

# Структура числа в позиционной системе по основанию $p$

Разложение числа по степеням основания

$$x_p = x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0 x_{-1} x_{-2} \dots x_{-R} =$$

$$x_n * p^n + x_{n-1} * p^{n-1} + \dots + x_1 * p + x_0 + x_{-1} * p^{-1} + \dots + x_{-R} * p^{-R}$$

Пример

$$p=10, x_p=127.35 = 1*10^2 + 2*10^1 + 7 + 3*10^{-1} + 5*10^{-2}$$

# Двоичная система счисления как способ представления данных в компьютере (1)

В компьютерах используются элементы памяти с двумя состояниями

Значения 0 и 1 в компьютерах представляются физическими состояниями «намагничено - не намагничено», «есть напряжение — нет напряжения»

Единица информации, уместяющаяся в таком элементе — 1 **бит**

**Бит** - от английского сокращения *bit* (*binary digit* - двоичная цифра)

Минимальная ячейка памяти 1 **байт** (8 бит)

# Двоичная система счисления как способ представления данных в компьютере (2)

Более крупные единицы измерения информации

$$1 \text{ килобайт} = 1024 \text{ байт} = 2^{10} \text{ байт}$$

$$1 \text{ мегабайт} = 1024 \text{ килобайт} = 2^{10} \text{ килобайт} = 2^{20} \text{ байт}$$

$$1 \text{ гигабайт} = 1024 \text{ мегабайт} = 2^{10} \text{ мегабайт} \\ = 2^{20} \text{ килобайт} = 2^{30} \text{ байт}$$

Каждый бит принимает одно из двух значений

Поэтому байты, слова и т.д. представляют числа в позиционной СС по основанию 2 – **двоичной СС**

? Сколько значений может принять один байт? Одно слово?

# Перевод чисел из одной системы счисления в другую ( $x_p \rightarrow x_q$ )

Шаг 1. Если  $x_p < q$ , то на шаг 3

Шаг 2. Разделить  $x_p$  нацело на  $q$ , остаток запомнить  
 $x_p =$  частное от деления, на шаг 1

Шаг 3. Записать последнее частное и затем остатки в порядке, обратном их получению

# Перевод чисел из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную

Если каждую группу из 4 бит рассматривать как одну цифру, то таких цифр всего  $2^4 = 16$  – шестнадцатеричная СС

Пример

$$1001 \ 1111 \ 0010 = 9 \ F \ 2$$

! Разбивку на четверки нужно выполнять справа налево, при необходимости дописать слева нули!



# Сложение в различных системах счисления

$$p = 2 \qquad 1 + 1 = 10$$

$$\begin{array}{r} +101 \\ \underline{111} \\ ? \end{array}$$

$$p = 8 \qquad 7 + 1 = 10$$

$$p=16 \qquad F + 1 = 10$$

$$\begin{array}{r} +FFF \\ \underline{C1A} \\ ? \end{array}$$

# Представление отрицательных чисел в двоичной системе. Вычитание

При представлении знаковых чисел старший разряд числа считается знаковым разрядом

Если число отрицательное, то знаковый разряд содержит 1, иначе 0

Вычитание заменяется сложением с применением **дополнительного кода** отрицательного числа

Дополнительный код получается путем инвертирования двоичных разрядов прямого кода (кроме знакового) и добавления 1

Пример

-13 в прямом коде 1000 1101

-13 в дополнительном коде  $1111\ 0010 + 1 = 1111\ 0011$

# Вычитание

- вычитание заменяется сложением
- при сложении отрицательные числа представляют в дополнительном коде
- складывают двоичные разряды, включая знаковые
- единицу переноса из знакового разряда отбросить (если возникает)
- если сумма положительна, то число получилось в прямом коде, если отрицательна - в дополнительном

Пример

$$-13 (1111\ 0011) + 60 (0011\ 1100) = 1\ 0010\ 1111 = 47$$

# Умножение

$$1*1 = 1$$

$$1*0 = 0$$

$$0*0 = 0$$

Так как очередная цифра множителя – 1 или 0, то промежуточное произведение равно множимому либо 0

Умножение сводится к суммированию промежуточных произведений

$$\begin{array}{r} *110 \\ \underline{101} \\ 110 \\ +000 \\ \underline{110} \\ 11110 \end{array}$$