СБОРНИК ЗАДАЧ (Ч3. Квантование)

3.1.

Непрерывный сигнал $u(t) = 5e^{-t}$ квантуется по времени. Определить величину интервала дискретизации Δt при условии, что точность воспроизведения конечна и определяется минимальным различимым значением $u(t)$, равным 0.1 условной единицы.

3.2.

Определить на основании теоремы Котельникова интервал Δt взятия дискретных отсчетов для случайного процесса x(t), представляющего собой последовательность прямоугольных импульсов одинаковой высоты (равной единице) и случайной длительности. Переходы из состояния “1” (вершина импульса) в состояние “0” (основание импульса) независимы и подчиняются пуассоновскому распределению $P_\tau(k) = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!}e^{-\lambda\tau}$, где λ – количество переходов в единицу времени; $P_\tau(k)$ – вероятность того, что за время τ осуществится k переходов.
Считается, что состояние “1” и “0” равновероятны.

3.3.

Определить интервал дискретизации по времени случайного процесса $x(t)$, который может принимать значение +1 или -1 с равной вероятностью, а вероятность независимых перемен знака определяется законом $P_\tau(k) = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!}e^{-\lambda\tau}$
где: λ – количество переходов в единицу времени.

3.4.

Реализация сообщения конечной длительности может быть приближенно представлена конечным количеством отсчетов

$$n = \frac{T_p}{T_в}.$$

Записать выражения ряда Котельникова для этого случая и построить качественно график погрешности воспроизведения непрерывного сообщения на интервале T_p.

3.5.

Случайный сигнал $u(t)$ образован последовательностью примыкающих друг к другу прямоугольных импульсов, амплитуды и длительности которых случайны и независимы. Плотности вероятностей для амплитуд (U) и длительностей (T) заданы :

$$p_U(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(u-\bar{u})^2}{2\sigma_U^2}}; \; p_T(\tau) = ae^{-\alpha\tau}, \tau > 0.$$

Определить интервал дискретизации $T_в$ по времени на основании корреляционного критерия.

3.6.

Заданы корреляционные функции 4-х сигналов:

$$1)R_1(\tau) = e^{-\alpha|\tau|};$$

$$2)R_2(\tau) = \frac{1}{1+\alpha^2\tau^2};$$

$$3)R_3(\tau) = e^{-\alpha^2\tau^2};$$

$$4)R_4(\tau) = \frac{\mathrm{Sin}\alpha\tau}{\alpha\tau}.$$

Какой сигнал будет передан наименьшим количеством N дискретных отсчетов по времени за один и тот же интервал T при одинаковой точности воспроизведения?

3.7.

Заданы корреляционные функции двух сигналов:

$$R_1(\tau) = e^{-\alpha|\tau|};$$

$$R_2(\tau) = e^{-\alpha^2\tau^2}.$$

Какой из этих сигналов будет передан наименьшим количеством N дискретных отсчётов по времени за один и тот же интервал T, если точность воспроизведения первого сигнала в 2 раза меньше точности воспроизведения второго сигнала.

3.8.

Непрерывное сообщение квантуется по уровню и времени с использованием различных критериев. В каких пределах изменяется интервал квантования $T_в$, если производная функции меняется в пределах от 0 до 10 условных единиц в сек, граничная частота равна 50 Гц и шаг квантования по уровню равен 0.08 усл. ед.

3.9.

Определить интервал Δt дискретизации по времени непрерывной функции при ее кусочно-линейной аппроксимации. Внутри интервалов функция точно передается степенным полиномом:
а) первого порядка,
б) второго порядка.

Максимальная разность $|\varepsilon| = |[f(t) - f_k(t)]|$ не должна превышать величины ε_0.

3.10.

При квантовании сигнала по уровню ошибка квантования $\varepsilon_i = |x_k(t_i) - x(t_i)|$ в точках t_i не должна превышать допустимой величины ε_0. Определить шаг квантования Δx и составить формулу для расчета значений $x_k(t_i)$.

3.11.

Ошибка квантования распределена по равномерной закону распределения плотности вероятности с нулевым средним. Найти среднее квадратичное значение ошибки σ_x и сопоставить его с максимально возможным значением ошибки – δ_{max}.

3.12.

Информация передается при помощи частотно-модулированных сигналов, рабочая частота F которых меняется с равной вероятностью в пределах $F_1 =$ 10 МГц до F_2 =50 МГц. Определить энтропию частоты, если точность измерения частоты $\Delta F =$ 2 кГц.

3.13.

Определить пропускную способность канала с квантованием по уровню, если известно, что распределение входного сигнала $x(t)$ равномерное, величина шага квантования Δx =1.1 В, максимальное абсолютное значение уровня входного сигнала $x_{мах}$ = 6.2 В, среднее значение сигнала равно нулю, граничная частота сигнала 10 кГц.

3.14.

Пусть сигнал $x(t)$ характеризуется одномерной плотностью вероятности вида:

$$p(x) = \frac{a}{2} e^{-a|x|}, \qquad (a = 1).$$

Требуется построить оптимальную шкалу квантования с m=9, если максимальное значение сигнала x_m равно трем.

3.15.

Определить пропускную способность канала с квантованием по уровню, если известно, что распределение входного сигнала $x(t)$ подчиняется нормальному закону распределения, количество уровней квантования l, максимальное абсолютное значение входного сигнала U_m, среднее значение сигнала U_0, граничная частота сигнала F. U_m = 5 В, U_0 = 0 В, N = 10, F = 10 кГц, σ_k = 1 В.

3.16.

Непрерывное сообщение квантуется по уровню и времени на основе частотного и квантового критериев. В каких пределах изменится интервал квантования $T_в$, если производная функции меняется в пределах от 0 до 5 условных единиц в секунду, а граничная частота равна 100 Гц и максимальная погрешность квантования по уровню при законе распределения равна $\pm$ 0.044 условной единицы?

3.17.

Передаваемый по каналу связи сигнал квантуется по уровню способом замены его мгновенных значений ближайшим меньшим квантованным уровнем. Определить необходимое количество уровней квантования сигнала при условии, что приведенная средняя квадратичная погрешность не превышает 0.3%. Погрешность квантования подчиняется равномерному закону распределения.

3.18.

Передаваемый по каналу связи сигнал квантуется по уровню способом замены его мгновенных значений ближайшим меньшим квантованным уровнем. Определить необходимое количество уровней квантования сигнала при условии, что приведенная средняя квадратичная погрешность не превышает 0.3%. Погрешность квантования подчиняется нормальному закону распределения.

3.19.

На вход измерительного преобразователя поступает случайный полезный сигнал. Определить отношение $N_р / N_Н$, где $N_р$ – количество уровней квантования для случая равномерного закона распределения входного сигнала; $N_Н$ - количество уровней квантования для случая нормального закона. При условии, что энтропии в первом и во втором случае совпадают: $\sigma_р = 0.5В; \sigma_Н = 0.5В.$

3.20.

Определить погрешность квантования по времени сигнала конечной длительности x(t). Известно следующее:

1) сигнал x(t) может принимать с равной вероятностью любые значения от $0 \div x_{max}$;

2) частота квантования ω_k выбрана таким образом, что относительная величина площади энергетического спектра сигнала, находящегося в пределах частот от $\omega_c = 1/2\omega_k$ до ∞, равна 5%.